Даглас Хофштадтер

ГЁДЕЛЬ, ЭШЕР, БАХ:
эта бесконечная гирлянда

Даглас Хофштадтер



МЕТАФОРИЧЕСКАЯ ФУГА
О РАЗУМЕ И МАШИНАХ
В ДУХЕ ЛЬЮИСА КЭРРОЛЛА

ГЁДЕЛЬ, ЭШЕР, БАХ:
эта бесконечная гирлянда

БахраХ-М

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ БахраХ-М

Даглас Р. Хофштадтер

ГЁДЕЛЬ, ЭШЕР, БАХ:

эта бесконечная гирлянда

Издательский Дом «Бахрах-М»
2001

ББК 32.813+
22.12+88.4+87
Х 85

Оригинальное издание

Douglas R. Hofstadter

GÖDEL, ESCHER, BACH: an Eternal Golden Braid

Издательство Basic Books, США, Нью-Йорк, 1979.

ISBN 0-465-02656-7

Preface to the Twentieth-anniversary Edition
copyright © 1999 Douglas R. Hofstadter
Copyright © 1979 by Basic Books, Inc.
All rights reserved under International and Pan-American Copyright Conventions.
Originally published by Basic Books, Inc., New York, in April 1979.

Права на издание книги получены по соглашению с Basic Books, подразделением Perseus Books L.L.C.

Перевод с английского Эскиной М.А.

Х 85 **Хофштадтер Д.**
ГЁДЕЛЬ, ЭШЕР, БАХ: эта бесконечная гирлянда.
— Самара: Издательский Дом «Бахрах-М», 2001. — 752 с.

ISBN 5-94648-001-4

© Исключительные права на издание на русском языке. Издательский Дом «Бахрах-М», 2000.

ISBN 5-94648-001-4

© Перевод на русский язык. Издательский Дом «Бахрах-М», 2000.

© Перевод на русский язык. Эскина М.А., 2000.

Все права защищены. Любое использование произведения или его части без письменного согласия правообладателя будет преследоваться в соответствии с законодательством.

Посвящается М. и Д.



Scan mor

Праздничное предисловие автора к русскому изданию книги «Гёдель, Эшер, Бах»

Май MMI

Позвольте мне начать с истории, случившейся со мной в раннем детстве, — по-моему, эта история довольно показательна. Когда мне было три или четыре года, меня внезапно поразила сияющая, таинственная красота того факта, что ДВЕ ДВОЙКИ — ЭТО ЧЕТЫРЕ. Только маленький ребенок может любить что-либо так глубоко, с таким самозабвением. Может быть, дело было в том, что маленький Дагги подсознательно почувствовал, что эта короткая фраза двусмысленна, что в ней одновременно заключены две различных истины: одна — о понятия «2 + 2», другая — о понятии «2 × 2» (впрочем, сомневаюсь, что в те времена я знал что-либо об умножении). Другое возможное объяснение моей очарованности понятием «двух двоек» — то, что оно прилагало идею к себе самой — а именно, идею двойки к самой этой двойке: «Давайте-ка возьмем двойку ДВА раза!»

Как бы мы ни старались выразить первозданную красоту этой (или какой-нибудь другой) идеи словами, вскоре очарование начинает таять и мы, разочарованные, умолкаем. Однако, жадный до развлечений ребенок, как и взрослый, интереса не теряет и желает заново испытать радость открытия с помощью какого-нибудь обобщения или аналогии. В своем нежном возрасте я не являлся исключением. Я попытался обобщить мою чудесную идею «двойки, действующей саму на себя», и у меня получилось... Сказать вам по правде, я и сам не знаю, что у меня тогда получилось — и тут я подхожу к самому главному в этой истории.

Когда в 1979 году я писал предисловие к английской версии «Гёделя, Эшера, Баха», я думал, что понял, какое обобщение придумал малыш Дагги. Я написал, что малыш сформулировал идею «трех троек» и спросил маму (хотя искренно сомневался в том, что она — или кто-либо другой в целом мире — в состоянии мыслить на таком высоком уровне абстракции), что получится в результате этой немыслимой операции. Однако после того, как книга вышла в свет, я продолжал размышлять о том случае и пытаться вспомнить точнее, что же все-таки произошло. В голове у меня всплывали разные полузабытые картинки, вроде нашего первого автомобиля, в котором мы как раз сидели, когда я задал свой вопрос, моего любимого розового одеяльца — оно тогда было в машине — и множества других не относящихся к делу подробностей. Чем больше я напрягал память, тем расплывчатее становился мой «синтетический бриллиант».

Я 2001 года, в отличие от меня 1979 года, нахожу маловероятным, чтобы маленький Дагги действительно считал свою мать неспособной понять идею «трех троек» — в конце концов мама была для него источником сверхъестественной мудрости! Сейчас я склонен полагать, что Дагги пытался вообразить и затем выразить свой маме — МОЕЙ маме! — гораздо более абстрактное поня-

тие, чем то, которое смышленый ребенок может описать как «ТРИЖДЫ три тройки».

Трехлетним малышом я не мог додуматься до того, что эта идея может быть представлена геометрически и даже построена в виде кубика из трех 3x3 слоев. Я был еще слишком мал для того, чтобы воплотить мое смутное прозрение в конкретные образы. Меня увлекало САМО ЭТО ВЫРАЖЕНИЕ — и в частности, содержащаяся в нем волшебная идея «самоприложения троичности».

Если бы я был поискушеннее, я мог бы понять, что на самом деле я искал третью бинарную операцию в натуральной (и бесконечной) последовательности «сложение, умножение, возведение в степень...» С другой стороны, если бы я был настолько искушен, то мог бы пойти дальше и обнаружить смертельный недостаток, заключающийся в слове «бинарная», означающее всего-навсего «двоичная». Этот недостаток бросается в глаза в краткой записи моего детского прозрения:

$$3^3$$

Да, к сожалению, здесь только две копии тройки; возведение в степень — бинарная операция.

Увидев, что моя наклонная башня имеет только два этажа, я, разумеется, захотел бы пойти дальше и построить вот это трехэтажное сооружение, опасно смахивающее на Пизанскую башню.

$$3^{3^3}$$

С первого взгляда кажется, что здесь все в порядке — но увы, я мог бы затем понять, что даже такая башня может быть сокращена до «3^3» (маленькая шапочка обозначает операцию #4 в упомянутой последовательности). Таким образом, двоичность опять вползла бы в построение и мои надежды были бы обмануты.

Думаю, что на этом этапе я бы уже понял, в чем тут дело, и сообразил, что «самоприложение троичности» просто невозможно реализовать в такой совершенной и прекрасной форме, как это можно сделать с двоичностью — там-то всегда выходит четыре, что бы с двумя двойками ни проделывали. Неважно, какую из бесконечной последовательности двоичных операций вы проделаете — сложение, умножение, возведение в степень — вы всегда получите один и тот же результат: четыре. С другой стороны, «три плюс три» совсем не то же самое, что «трижды три» — а это, в свою очередь, не то же самое, что «три в третьей степени», или «три шапка три», или любая из последующих более сложных операций последовательности.

Нет нужды говорить, что все это было намного выше понимания маленького Дагги — и все же своим детским умишком он пытался нащупать все эти глубокие математические понятия. И уже в этих его детских неуклюжих попытках постичь тайну самоприложения вы можете заметить — я могу заметить — первые ростки его увлечения (МОЕГО увлечения!) самоописывающими высказываниями и самоприложимыми мыслями, и главной тайной «самости» — той бесконечно ускользающей сущности, которая заключена в крохотном, всего из одной буквы, слове «Я». Можно даже сказать, что книгу, которую вы держите в руках, — русский перевод моей книги «Гёдель, Эшер, Бах» — лучше всего охарактеризовать как большой трактат, основная цель которого — раскрыть тайну слова «я». К несчастью, читатели, думающие, что заглавие должно быть кратким пересказом содержания, не воспринимают мою книгу таким образом.

Читатель: «ГЭБ» — про математика, музыканта и художника!
Автор: Нет, вы не правы.
Читатель: «ГЭБ» — о том, что математика, музыка и искусство — одно и то же!
Автор: Опять ошибаетесь.
Читатель: Про что же тогда эта книга?
Автор: Про тайные абстрактные структуры, лежащие в основе слова «я».

История, которую я вам рассказал, дает некоторое понятие о том, что говорит мне моя интуиция о природе этих тайных абстрактных структур. Эта связь станет вам яснее, когда вы дочитаете до главы XII и увидите, как загадочная идея Курта Гёделя, «арифмоквайнирование» (как я его называю), довольно странным образом прилагается сама к себе. В результате получается удивительная структура, которая (как «две двойки») устойчиво автореферентна и (в отличие от «трех троек») не указывает ни на что, кроме себя самой.

Моя влюбленность в Курта Гёделя с его центральным, основным примером абстрактного явления, которое я окрестил «странными петлями», была той искрой, из которой родилась «ГЭБ». Идея этой книги появилась в 1972 году, когда мой мозг был раскален до белого каления, и я, аспирант кафедры теоретической физики одного американского университета, с трудом продирался сквозь дебри науки. Тогда мне необычайно повезло — в мои руки попала изумительная книга по математической логике. Та книга заставила меня совершенно забросить теоретическую физику, которой я должен был заниматься. Написанная философом Говардом Делонгом, она называлась «Краткий очерк математической логики» и захватила меня настолько, как я не мог и предположить. Внезапно она оживила ту горячую любовь, что я подростком испытывал к идеям, имеющим очень отдаленное отношение к физике. Тогда, в начале шестидесятых, я был очарован математикой и иностранными языками и исследовал множество различных структур — структур, состоящих из чисел и других математических понятий, структур, сделанных из слов и символов, структур, построенных из самих мыслительных процессов. В те годы, когда складывалась моя личность, я бесконечно раздумывал над связью между словами и идеями, символами и их значениями, мыслями и формальными правилами мышления. Но сильнее всего меня интересовала связь между физическим веществом человеческого мозга и неуловимой сущностью «я».

Почему я был так увлечен всем этим? Разумеется, никогда нельзя с точностью указать на причину возникновения какой бы то ни было страсти; тем не менее, в моей жизни было несколько определенных факторов, которые в какой-то мере объясняют мой интерес к подобного рода темам. Во-первых, с раннего детства я любил не только числа, но и сложные, драгоценные узоры, построенные с помощью чисел. История про маленького Дагги это подтверждает.

Во-вторых, в 1958-1959 я научился бегло говорить по-французски и жгуче заинтересовался загадкой невинной на первый взгляд фразы «думать по-французски» — фразы, которую окружающие употребляли простодушно и бездумно. Мне же казалось, что под поверхностью каких бы то ни было слов на любом языке лежат чистые МЫСЛИ, которые по определению должны быть глубже, чем слова, глубже, чем любая грамматика. Однако меня сбивало с толку то, что даже сами эти «чистые мысли», по-видимому, зависели от выбранного мной средства общения. Так я обнаружил, что, когда я «думаю по-французски» мне в голову приходят совсем иные мысли, чем когда я «думаю по-английски»! Мне

захотелось понять, что же главнее: язык или мысли? Способ передачи сообщения или само сообщение? Форма или содержание? И кто же всем этим управляет? Есть ли в моем мозгу место для меня самого?

Последним и гораздо более печальным фактором было плачевное состояние моей младшей сестры Молли, чья загадочная неспособность научиться говорить и понимать речь приводила в отчаяние моих родителей, меня, и мою другую сестру, Лауру. Болезнь Молли подвигла меня на прочтение пары книг о мозге — и я был поражен кажущейся бессмысленностью того, что неодушевленные молекулы, собранные вместе в некую сложную структуру, могут служить местонахождением самосознания, «внутреннего света». Эта глубоко личная, внутренняя искорка «самости» сознания казалась несовместимой с грубой материей — и все же я, выросший в семье ученых и в возрасте четырнадцати лет проглотивший блистательную, разоблачающую псевдонауку книгу Мартина Гарднера «Модные поветрия и заблуждения во имя науки», не терпел расхожего мистицизма или дуалистического философствования, типа «élan vital» (витальный порыв). По-моему мнению, существование внутреннего света «я» было результатом неких структур, и не более того. Но каких именно структур? Трагическое состояние моей сестры только усилило мой жгучий интерес к этой загадке.

В то время в мою жизнь вошла другая ключевая книга. Шел 1959 год, я только что вернулся в Калифорнию после года, проведенного в Женеве (где я выучил французский), и по счастливой случайности мне в руки попала тоненькая книжица Эрнста Нагеля и Джеймса Ньюмана «Доказательство Гёделя». По случайному стечению обстоятельств, Нагель когда-то был учителем и другом моего отца; я проглотил эту книгу за один присест. Поразительным образом я нашел там все мои интуитивные прозрения о сущности «я». Важнейшими для доказательства Гёделя оказались все мои вопросы о символах, значении, правилах; важнейшим для этого доказательства было понятие «самоприложения», важнейшим для него было неизбежное переплетение сообщения и его носителя, порождающее новую, невиданную доселе никем структуру. Эта абстрактная структура, как мне казалось, и была ключом к загадке самосознания и возникновения «я».

Странно, что прошло двенадцать лет, прежде чем я попытался выразить все эти интуитивные идеи сознательно и ясно; а виновата в этом была моя судьбоносная встреча с книгой Делонга в 1972 году. Если бы не эта книга, сомневаюсь, что «ГЭБ» появилась бы на свет. Тем не менее, этот клубок интуитивных знаний был порожден таким множеством других книг и идей, что было бы несправедливо указывать только на несколько из них.

Итак, как я уже говорил, «ГЭБ» — не о мистере Гёделе, мистере Эшере и мистере Бахе и не о близости между математикой, музыкой и искусством — и все же, в каком-то смысле, «ГЭБ», безусловно, и обо всем этом. Иначе зачем бы я назвал книгу именно так? Должен признаться, что в моем маленьком диалоге с читателем я был слишком категоричен, напрочь отрицая наиболее очевидные интерпретации содержания книги. Как всякое сложное создание, ее можно увидеть под разными углами. На самом деле, если бы все читатели поняли «ГЭБ» как книгу о загадке «я» и ни о чем более, я был бы глубоко разочарован.

Я никогда не забуду чудесного мгновения летом 1981 года, когда я встретил О.Б. Хардисона, в то время директора знаменитой Шекспировской библиотеки в Вашингтоне, и он, в ответ на мой недоуменный вопрос, почему меня пригласили участвовать в конференции, посвященной искусству литературного пе-

ревода, широко улыбнулся и сказал: «Нет ничего проще — ведь вся ваша книга о переводе. Поэтому она мне так и понравилась!»

Это замечание открыло мне, автору книги, глаза. Разумеется, на поверхностном уровне, в главах XII и XVII прямо говорится о переводе; кроме того, в книге довольно много материала о «переводе» как механизме, при помощи которого живые клетки превращают химические вещества в белки. Но в этих отрывках слово «перевод» употребляется в его прямом значении. Однако, чем больше я думал о словах Хардисона, тем больше убеждался, что на более глубоком уровне он был совершенно прав. «ГЭБ» полна идей, переносимых из одной схемы в другую, аналогий между очень несхожими между собой областями — а это равносильно переводу. Более того, основная идея, вызвавшая к жизни эту книгу, идея, породившая изначально Странную Петлю Гёделя, связана с отображением одной системы на другую совершенно неожиданным, но изумительно точным способом. В этом смысле перевод — не просто одна из многих переплетающихся тем «ГЭБ»; скорее всю эту книгу можно понять как исследование перевода в его метафорическом значении.

Случилось так, что в 1980-1981 академическом году я потратил сотни часов, прокладывая пути для потенциальных переводов «ГЭБ» на другие языки. По правде сказать, ни о каком конкретном переводе тогда речь еще не шла, но вскоре, воодушевленные успехом «ГЭБ» среди англоязычных читателей, издатели многих стран захотели, чтобы книга вышла на их языке. Я всю жизнь был влюблен в языки и меня заинтриговал вопрос о том, каким образом мои сложные многоуровневые каламбуры и структурные игры можно воспроизвести — или, по крайней мере, как можно верно передать их дух — в совершенно иной языковой среде. Пытаясь предусмотреть некоторые трудности будущих переводчиков, я, слово за словом, прошелся по книге с красной ручкой и отметил все каламбуры, и акростихи, все словесные перестановки, и переклички далеких отрывков текста: я объяснил трудноуловимые двойные (или тройные, или четверные, или пятерные) значения и указал отрывки, в которых форма отражает содержание; отметил те места книги, в которых сами особенности типографского набора передают важную информацию, посоветовал, какие затруднительные пассажи могут быть облегчены в переводе, а какие необходимо сохранить, и так далее. С этой кропотливой работой я провозился целый год, но делал ее с любовью; так или иначе, она была необходима, чтобы предотвратить катастрофу.

Дело в том, что «ГЭБ» — не только книга, выражающая множество сложным образом переплетенных идей. Это еще и книга, в которой крупномасштабные художественные структуры и замысловатые лингвистические и типографские приемы, выбранные для передачи этих структур, играют фундаментальную, центральную роль. Переводчикам очень редко приходится иметь дело с таким интимным переплетением формы и содержания, но мне было ясно, что если не передать в переводе все эти аспекты одновременно, то дух книги, ее «изюминка» и очарование, над которыми я работал с такой страстью на английском, будут полностью утрачены. Короче говоря, «ГЭБ» на новом языке потеряет всю свою «ГЭБ»-ность, если она не будет реконструирована с таким же стараньем и артистизмом, какие были вложены в оригинал.

Позже мне довелось работать с несколькими переводчиками (или группами переводчиков) на разных уровнях творческого сотрудничества. Я был настолько близок к двум французским переводчикам, что мне временами казалось, что над книгой работает трио, а не дуэт. Участие в этом в высшей степени творческом процессе принесло мне редкостное интеллектуальное наслажде-

ние. Мне также повезло принять участие, хотя и в гораздо меньшей степени, в испанском, немецком, голландском и китайском переводах «ГЭБ».

В 1985 году, в 300-ю годовщину рождения И.С. Баха, французская, итальянская, голландская, немецкая, шведская и японская версии «ГЭБ» почти одновременно вышли из печати. Хотя многие сомневались в том, что эта книга вообще может быть переведена, каждая из этих версий излучала собственное очарование, искрилась своей собственной игрой слов — и в большинстве случаев, отдавала должное оригиналу. Некоторые отрывки оказались даже лучше, чем в оригинале! Во всех этих странах переводы «ГЭБ» были распроданы на удивление быстро, и мне доставило огромную радость видеть, как коллективные усилия творческих переводчиков и непредвзятых издателей сделали возможным это чудо.

Моей давней мечтой было увидеть перевод «ГЭБ» на русский язык — но разрыв между востоком и западом в те времена был настолько велик, что «ГЭБ», несмотря на ее огромную популярность на западе, оставалась неизвестной подавляющему большинству русских читателей. Долгие годы эта ситуация оставалась без изменений, и я уже начал сомневаться, появится ли когда-нибудь «ГЭБ» на русском (или любом другом славянском языке). Однако в 1986 началась невероятно странная серия событий, которые после удивительных поворотов привели к тому, что через 15 лет русская версия моей книги появилась на свет. Позвольте мне вкратце рассказать эту историю.

Следуя одному из тех интуитивных прозрений, что бывают только у матерей, весной 1986 мама подарила мне только что вышедший роман «Золотые ворота». Написал его неизвестный индийский автор Викрам Сет, учившийся тогда в аспирантуре экономического факультета Стэнфордского университета, в городе, где я вырос. Когда я в первый раз открыл эту книгу, у меня отвисла челюсть от удивления: я увидел непрерывную цепь сонетов! Передо мной лежало произведение художественной литературы, во многом напоминающее «ГЭБ» — форма в нем была равноправным партнером содержания. Я никогда в жизни не слышал ни о чем подобном, и с энтузиазмом уселся за чтение «Золотых ворот». Чтение романа в стихах оказалось невероятно интересным занятием. Когда я в следующий раз навестил родной Стэнфорд, я связался с Викрамом Сетом и встретился с ним. Мы провели приятный вечер за чашкой кофе, и я спросил, что навело его на подобную необычную идею — написать роман в стихах. К моему удивлению, он ответил, что его вдохновил роман в стихах, написанный ранее — а именно, «Евгений Онегин» Александра Пушкина в английском переводе британского дипломата Чарлза Джонстона.

Я не предполагал, что творение Сета было основано на уже существовавшем труде; хотя я, разумеется, слышал название «Евгений Онегин», оно вызывало у меня единственную ассоциацию — с оперой Чайковского. Я был поражен. Более того, я узнал от Викрама, что он позаимствовал у Пушкина даже точную форму так называемой «онегинской строфы» и написал этой строфой весь свой роман. И вот венец этой истории: мы пили кофе не где-нибудь, а в кафетерии книжного магазина, и не какого-нибудь магазина, а именно того, где Викрам сочинил большую часть своей книги и который он блестяще описал в одной из строф (отступление совершенно в пушкинском духе!). И тут Викрам сделал мне замечательный подарок — купил для меня экземпляр перевода Джонстона, назвав его «светящимся» и «искрометным».

Вы, наверное, думаете, что получив подобную рекомендацию от автора, которым я там восхищался, я тут же засел за «Евгения Онегина» Джонстона и

проглотил его с такой же жадностью, как раньше — «Золотые ворота»? Вовсе нет — почему-то я просто поставил его на полку, где он простоял шесть лет, с удовольствием собирая пыль. Понятия не имею, почему. Но однажды, когда я опять оказался в том же калифорнийском книжном магазине, я начал просматривать секцию поэзии и снова наткнулся на название «Евгений Онегин» — но этот томик был другого формата и его обложка была другого цвета. Я снял книгу с полки и увидел, что это был еще один перевод, сделанный Джеймсом Фаленом, американским профессором-русистом. «Что?» — подумал я. «Как может кто-либо воображать, что он в состоянии переплюнуть Джонстона с его «светящимся» и «искрометным» переводом? Какая дерзость!» Тем не менее я перелистал книгу, прочитал наугад несколько строф и подумал: «На мой неискушенный слух, звучит вполне прилично. Почему бы мне ее не купить?» Теперь я оказался гордым обладателем двух английских переводов «ЕО» — и что же с ними сталось? Разумеется, они простояли на моей полке, холодно игнорируя друг друга и собирая пыль, еще в течение нескольких месяцев.

Однако в один прекрасный день 1993 года, они, безо всякой видимой причины, вдруг попались мне на глаза, и я внезапно сказал своей жене Кэроль: «Хочешь, почитаем вслух этот занятный русский роман в стихах, «Евгений Онегин»? У меня есть две версии, и мы можем каждый читать свою и сравнивать их строфа за строфой». Она с энтузиазмом подхватила мою идею, и каждую ночь, уложив спать наших двух малышей, мы укладывались бок о бок, открывали двух «Онегиных» и читали друг другу, тщательно сравнивая обе версии. Кэроль совсем не знала русского, я знал его лишь чуть-чуть, так что у нас даже мысли не возникало заглядывать в оригинал — и тем не менее, сравнивая два прекрасно сделанных перевода во всех деталях, мы почувствовали, что понимаем, как пушкинский текст должен звучать по-русски.

И вот что интересно: мы оба вскоре убедились, что перевод Джеймса Фалена был на голову выше работы Чарлза Джонстона во всех возможных аспектах — течение стиха была более мелодичным, он был яснее и проще, ритм был более регулярным, рифмы — более точными. В целом, перевод Фалена был просто более артистичным. Мы с Кэроль просто влюбились в него и однажды сказали об этом няне наших детей.

Да, мы нашли няню для наших малышей, Дэнни и Моники; она приходила к нам несколько раз в неделю. К счастью, наша бэбиситтер оказалась замечательной. Марина была аспиранткой кафедры лингвистики Индианского университета, она была из России — и вскоре стала нашим другом. Мы быстро обнаружили, что Марина обладает весьма живым интеллектом. Она закончила филфак МГУ, чудесно говорила по-английски, знала испанский и французский, легко обыгрывала нас в шахматы, была остроумна и иронична и замечательно рисовала для детей фантастические сцены и сказочных зверей. Но вот что самое интересное: оказалось, что когда-то один из ее друзей дал ей почитать несколько отрывков из «ГЭБ», после чего Марина стала большим поклонником этой книги. Однако она не подозревала, что ее автор жил в том самом небольшом городке, куда она поступила в аспирантуру. Когда она обнаружила, что отец детей, к которым ее взяли няней — автор «ГЭБ», она была в восторге. Поэтому нам показалось естественным поделиться с нашей умной и веселой бэбиситтер тем удовольствием, которое мы получали от чтения этого небольшого романа девятнадцатого столетия, написанного ее соотечественником. Мы понятия не имели, читала ли Марина эту книгу, но надеялись, что она хотя бы слышала о ней. Как абсурдно мало знали мы о роли Пушкина в русской культуре!

В ответ на наши слова Марина спокойно и непринужденно заметила: «"Евгений Онегин"? Я его в школе от начала до конца наизусть знала». «Как?» — воскликнули мы. «Разве это возможно?» — «А почему бы и нет?» — у нее это звучало как нечто само собой разумеющееся, — «Тогда голова у меня была пустой, так что это почти самой собой вышло. Да в этом и нет ничего особенного — стихи Пушкина у нас многие наизусть знают». Кэроль и я были поражены. Внезапно до нас дошло, что этот короткий, блистательный роман, который мы считали нашей собственной маленькой находкой, был, оказывается, любим миллионами людей на другой стороне планеты.

Через несколько месяцев мы с Кэроль и с детьми уехали в Италию, где я намеревался провести свой годовой академический отпуск. Мы надеялись, что для нашей семьи это будет чудесным годом, полным открытий, радости и красоты. К сожалению, случилось обратное. В декабре врачи нашли у Кэроль опухоль мозга, и на следующий день она впала в кому, из которой уже никогда не вышла. Через десять дней — всего лишь через три месяца после нашего прибытия в Италию — ее не стало. Боль и отчаяние, испытанные мною и детьми, были, конечно, неописуемы. Однако, несмотря на эту трагедию, я поклялся провести год в Италии с детьми, как планировали мы с Кэроль. И мы сделали для этого все от нас зависящее.

Летом 1994, когда мой академический отпуск подходил к концу, до меня дошли новости о Марине, также невеселые. Она переживала очень трудный период и была в глубокой депрессии. «Какой тяжелый год это был для всех нас», — подумал я. «Не могу ли я чем-нибудь помочь Марине?» И тут я вспомнил ее увлечение «ГЭБ», ее знание языков, любовь к литературе и, не в последнюю очередь, ее врожденное чувство юмора — и внезапно меня осенило: почему бы не спросить Марину, не хочет ли она стать переводчиком «ГЭБ» на русский?

Эта идея пришла ко мне неожиданно и казалась совершенно сумасбродной: попросить няню своих детей перевести эту «непереводимую» книгу о математической логике, мозге, искусственном интеллекте, автореференции, молекулярной биологии и Бог знает, о чем еще. Когда мы вернулись из Италии, и Марина пришла к нам в гости, я высказал ей свою безумную, взятую с потолка идею, и к моему удивлению она ответила: «Прекрасно. Я и сама хотела попросить тебя о том же». Таким образом, почва была подготовлена.

Я дал ей аннотированный экземпляр книги, и она с головой ушла в работу. В течение следующего года Марина самозабвенно трудилась над переводом, и мы иногда встречались, чтобы обсудить наиболее трудные места. Это было похоже на те чудесные беседы, которые я вел с французскими и другими переводчиками моей книги, беседы, полные увлекательных возможностей и творческой изобретательности. Именно тогда я полностью убедился в том, что моя интуиция меня не подвела и что я поступил мудро, попросив заняться этой сложнейшей работой Марину.

Далее, однако, мой рассказ становится еще более запутанным, так как в следующие два года меня все глубже затягивало в водоворот «Евгения Онегина». Сначала я прочитал еще несколько переводов его на английский (ни один из них и близко не подходил к волшебному артистизму версии Джеймса Фалена. Затем я начал писать об этих переводах. Эти размышления позже стали двумя центральными главами в моей книге «Le Ton Beau de Marot» («Могила Маро»; в оригинале игра слов. Французское «le ton beau» означает «прекрасное звучание», а фонетически это выражение эквивалентно слову «могила» — «le tombeau». — **Прим. перев.**). Эта книга была посвящена искусству творческого

литературного перевода; она была мотивирована, в значительной степени, моим участием в переводе «ГЭБ» на разные языки.

Может быть, в этот момент мое знакомство с оригиналом «ЕО» стало, наконец, неизбежным. Не знаю. Знаю только то, что уже подростком я был влюблен в русскую музыку и мне был близок дух русской культуры — я словно был настроен на ту же эмоциональную волну. Я всегда мечтал выучить русский, но все не было подходящего момента. Несомненно, однако, что мое страстное увлечение «Евгением Онегиным» втягивало меня все глубже в орбиту Пушкина и его родного языка.

Однажды в марте 1997, почти необъяснимо для меня самого, я взял мой русский экземпляр «ЕО» (я купил его много лет назад, но, как раньше переводы Фалена и Джонстона, он много лет простоял непрочитанный в моем шкафу), открыл страницу с письмом Татьяны и начал читать его вслух. Я тешил себя надеждой, что знаю, как произносятся слова; правда, большинства из них я не понимал. Оказалось, однако, что я читаю ужасно. С помощью нашей с Мариной общей подруги Ариадны Соловьевой я стал произносить слова более или менее правильно и вскоре, как самолет на взлетной полосе, мои занятия русским начали набирать скорость.

Я перечитывал письмо Татьяны вслух снова и снова, и сам не заметил, как стал запоминать целые куски. Я совершенно не собирался делать ничего подобного, но тут я вспомнил Марину, в юности заучившую всего «Онегина» наизусть, и сказал себе: «Самое меньшее, что ты можешь сделать — выучить наизусть хотя бы этот центральный кусок». И через две недели уже знал письмо Татьяны наизусть.

Но это было еще не все. Вновь вдохновившись Мариниым достижением, я решил выучить мои любимые строфы «ЕО». Я разыскал их в переводе Фалена, потом в русском тексте, и начал читать их вслух много раз подряд. Таким образом, в течение нескольких месяцев, в моей памяти оседала строфа за строфой. В один прекрасный день я осознал, что наконец научусь говорить на этом прекрасном, давно манившем меня языке. Дорога, избранная мной, была непохожа на тот путь, которым обычно идут иностранцы. Я карабкался по крутым ступеням русского языка, заучивая большие куски самого почитаемого в русской литературе произведения!

К сентябрю 1997 года я выучил наизусть около пятидесяти строф «Евгения Онегина». Память у меня неважная, и это было для меня огромным усилием — и все же это было волшебно прекрасно. Однажды, охваченный внезапной любовью к трем строфам, над которыми я тогда работал (VII. 1-3), я решил, просто ради забавы, попытаться перевести их на английский. Я не смотрел ни в Фалена, ни в Джонстона, ни в какой-другой из существующих переводов. Я просто сел и начал переводить их прямо с подлинника, и, к моему удивлению, стихи полились легко и непринужденно. Разумеется, мои первые попытки перевода не были отшлифованы как следует, но в них было некое обещание. Несколько недель спустя я попробовал перевести еще пару строф. Вы можете догадаться, к чему шло дело — но сам я ни о чем не догадывался. Я не видел пророческих слов на стене, не подозревал, что скоро погружусь с головой в самые тесные отношения с «Евгением Онегиным», не считая самого Пушкина — иными словами, что я буду переводить этот роман с начала до конца.

Только в начале 1998 года у меня появилась мысль перевести весь роман. «Зачем?» — можете вы спросить. «Зачем переводить книгу, которая уже была переведена так хорошо, как только возможно?» Мой ответ прост: это делается из любви. И любовь эта как раз и рождается из восхищения другими перевода-

ми. Таким образом, один переводчик вдохновляется другим на тот же самый труд не из-за соперничества, но из чистого восхищения. То же самое происходит и с музыкой: вы слышите запись великого музыканта, играющего какое-либо произведение, и оно вам так нравится, что вы хотите сыграть его сами. Играя, вы отдаете должное тому исполнителю, чья игра заставила вас влюбиться в эту музыку. Так случилось и со мной, восхищенным слушателем пушкинского шедевра в гениальном исполнении Фалена.

Кульминация странной саги о моем переводе «ЕО» приходится на октябрь 1998, когда я впервые приехал в Россию. К тому времени я перевел уже всю книгу, кроме трех завершающих строф восьмой главы. Я планировал закончить эту работу в Петербурге. Две первые строфы я перевел в гостиничном номере, а затем, в восхитительно романтическом кульминационном пункте моего «романа» с «Евгением Онегиным», перевел последнюю строфу книги (Но те, которым в дружной встрече...) в квартире самого Пушкина на Мойке, где мне любезно предоставили разрешение провести в его кабинете два часа в одиночестве. Это было незабвенной возможностью завершить мой труд любви, и в начале следующего года, как раз к двухсотлетию со дня рождения Пушкина, мой перевод вышел из печати. Думаю, что читатели этого предисловия оценят тот факт, что мой перевод открывался поэмой-посвящением Джеймсу Фалену и его жене Еве.

Почему я вам это рассказываю? Какое отношение имеет все это к русскому «ГЭБ»? Думаю, что очень большое. Та самая Марина Эскина, чья детская любовь к Пушкину подвигла меня, четверть века спустя, на заучивание письма Татьяны и затем еще десятков строф, стала переводчиком моей книги «Гёдель, Эшер, Бах» на русский язык. Моя книга разделяет с романом Александра Пушкина то же необычное художественное качество такого тесного переплетения формы и содержания, что многие считают эти книги классическим примером непереводимости. Я разделяю с Мариной то же утонченное удовольствие воссоздания — каждый на своем родном языке — некоей кристально точной структуры, первоначально созданной на родном языке другого. В Маринином случае это было движение от английского к русскому, в моем, разумеется, наоборот. Но в обоих случаях святым, нерушимым принципом оставалось внимание одновременно и к форме, и к содержанию. При этом мы оба были готовы изменить букве, чтобы сохранить дух.

Мне бы хотелось завершить это предисловие примером моего и Маринино-го стилей перевода, по одному примеру в каждом направлении. Сначала позвольте показать вам, как я справился с переводом строфы IV. 42 «ЕО».

И вот уже трещат морозы
И серебрятся средь полей...
(Читатель ждет уж рифмы «розы»;
На, вот возьми ее скорей!)
Опрятней модного паркета
Блистает речка, льдом одета.
Мальчишек радостный народ
Коньками звучно режет лед;
На красных лапках гусь тяжелый
Задумав плыть по лону вод,
Ступает бережно на лед,
Скользит и падает; веселый
Мелькает, вьется первый снег,
Звездами падая на брег.

Я выбрал в качестве примера именно эту строфу из-за шутки, которую Пушкин обращает к читателям в строчках 3-4. Он отходит в сторону от описываемой сцены и прямо упоминает своего читателя и свою рифму. Что может сделать переводчик с этой шалостью автора? Я подумал, что если Пушкин отважился на такое, то почему бы и мне, переводчику, не сделать то же самое и не упомянуть не только моих читателей и мою рифму, но заодно и автора, и самого себя! Вот мое переложение этой строфы на английский:

Frost's crackling, too, but still she's cozy	Ей все еще уютно, хоть трещат морозы,
Amidst the fields' light silv'ry dust...	Поля покрыты легкой серебряной пылью...
(You're all supposing I'll write «rosy»,	(Вы все ожидаете, что я напишу «розы»,
As Pushkin did — and so I must!)	Как у Пушкина — придется так и сделать!)
Slick as a dance parquet swept nicely	Гладкая, как подметенный для танцев паркет,
The brooklet glints and glistens icily.	Речка сверкает и искрится ледяным блеском.
A joyous band of skate-shod boys	Радостная толпа мальчишек, надев коньки,
Cuts graceful ruts to rowdy noise.	Шумно режет изящные дорожки.
A clumsy goose, by contrast, wishing	Наоборот, неуклюжий гусь,
To swim upon the glassy sheet,	Задумав плыть по ледяному полю,
Lands stumbling on its red webbed feet,	Приземляется, спотыкаясь, на красные перепончатые лапы
And slips and tumbles. Swirling, swishing,	Скользит и шлепается. Кружась и шелестя,
Gay twinkling stars — the snow's first try —	Веселые мерцающие звезды — первая попытка снега —
Bedaub the creekside ere they die.	Украшают берег реки перед тем, как умереть.

Вы, конечно, заметили, что для женской рифмы в третьей строке я использовал те же слоги, что и Пушкин. Я даже думал, не написать ли слово «РОЗЫ» кириллицей, чтобы подчеркнуть идентичность моей и пушкинской рифм, но отказался от этой мысли, поскольку мало кто из моих читателей знает кириллицу (и среди них нет почти никого, кто понял бы мою шутку).

В моем переводе есть одно необычное место, которое стоит прокомментировать — я имею в виду конец двух последних строк. Почему я говорю о снеге, который умирает, едва коснувшись земли, хотя в оригинале подобных образов недолговечности нет? Хотите верьте, хотите — нет, но я защищал честь Пушкина. Вы сомневаетесь? Тогда вспомните знаменитые начальные строки пятой главы:

В тот год осенняя погода
Стояла долго на дворе,
Зимы ждала, ждала природа,
Снег выпал только в январе
На третье в ночь...

Теперь скажите мне, пожалуйста, когда же в тот год выпал самый первый снег? В пятой главе недвусмысленно говорится, что это произошло только в январе, в то время как действие 42 строфы четвертой главы происходит на месяц или два раньше. Неужели наш великий Александр Сергеевич сам себе противоречит? Кажется, так оно и есть! Как его верный почитатель и исполнительный служитель, я почувствовал, что должен поспешить ему на помощь и примирить эти две строфы. Думаю, что Пушкину понравился бы мой поступок. Вы согласны?

Почему я об этом пишу? В том числе и потому, что хочу показать, насколько непредсказуем может быть процесс творческого перевода, особенно в тех слу-

чаях, когда форма и содержание так интимно связаны, как в поэзии или в словесных играх. И эта мысль подводит меня к рассказу о творческой работе Марины над переводом «ГЭБ». Для примера я выбрал крохотный, но довольно забавный пассаж из «Маленького гармонического лабиринта», одного из 21 Диалогов Ахилла и Черепахи. (Этими шутливыми диалогами прослоены главы книги). Данный Диалог включает одновременно несколько историй, вложенных одна в другую, и действие постоянно перескакивает между ними. Среди прочего, это аллегория «рекурсии» в информатике, где слова «push» и «pop» используются как технические термины, обозначающие, соответственно, переход на один уровень вниз и возвращением на один уровень вверх.

Так вот, в самой «глубокой» истории есть один момент, когда Черепаха находит плошку с попкорном (POPcorn), и Ахилл торопится его съесть, надеясь, что это вытолкнет их из данной истории, в которой они ухитрились попасть в передрягу. За секунду перед тем, как герои глотают первую порцию, в «обрамляющей» истории уровнем выше Черепаха бросает каламбурную реплику, имея в виду некую гипотетическую пищу, похожую на попкорн, но обратную по свойствам: «Надеюсь, что это не пушкорн! (PUSHcorn)». Хотя теоретически действие на разных уровнях происходит в совершенно отдельных мирах (хотя персонажи в них одни и те же), в этом месте происходит небольшая утечка, и до Ахилла нижнего уровня долетает каламбур Черепахи высшего уровня. Он спрашивает свою спутницу: «Что вы сказали про Пушкина?» — на что Черепаха нижнего уровня с невинным видом отвечает: «Ничего — вам, наверное, послышалось».

Посмотрим, с какими проблемами здесь пришлось столкнуться переводчику. Прежде всего, здесь есть понятия «pushing» и «popping», которые Марина совершенно справедливо перевела как «проталкивание» и «выталкивание». Перейдем теперь к счастливой находке Черепахи — плошке с попкорном, каламбуру черепашьей тезки с высшего уровня, превращающему это слово в «PUSHcorn» и, наконец, ошибке Ахилла, услышавшего этот неологизм как «Пушкин». Как здесь быть переводчику? Начнем с того, что упомянутый каламбур зависит от слова «pop» как части названия популярного в Америке кушанья. В России нет никакой еды, в названье которой входило бы существительное «выталкивание» или глагол «вытолкнуть». Казалось бы, Марина и сама попала тут в хорошую передрягу.

Тем не менее, Марина, со свойственной ей ловкостью, сумела выкрутиться. Она заменила «выталкивание» на близкое по смыслу «вытаскивание», а плошку с попкорном — на бутылочку косметического лосьона «Vitaskin». Герои Диалога произносят это непонятное английское название на русский лад — вытаскин. Заметьте, что Марине удалось-таки построить необходимый звуковой мостик между понятием «чего-то съедобного» и понятием «вытаскивания». Но разве лосьон можно пить? Ничего удивительного — такой неотесанный солдафон, как Ахилл, думает, что все, что налито в бутылку, можно выпить! (Американский автор явно не знаком с классическим трудом Венички Ерофеева! — **Прим. перев.**)

Таким образом, когда Черепаха находит бутылочку «вытаскина», Ахилл хочет ее тут же выпить — не только для того, чтобы залить жажду, но и чтобы волшебным образом оказаться вытащенным из той опасной ситуации, в которой они находятся. В этот момент Черепаха с далекого высшего уровня роняет свой каламбур, имея в виду гипотетический напиток, похожий на вытаскин, но обратный по свойствам: «Надеюсь, что это не протолкин!» Тут она, точно так же, как и в английском варианте каламбура, переходит от понятия «вытаскивания» к идее «проталкивания».

И именно тут проявляется поразительное Маринино чутье: реплика Черепахи просачивается на нижний уровень к Ахиллу и тот, не расслышав, замечает: «Что вы сказали про Толкиена?» Внезапно в русском Диалоге неизвестно откуда появляется имя знаменитого английского автора, совершенно так же, как в английском Диалоге неизвестно откуда появляется имя знаменитого русского автора! Это была поистине гениальная находка!

Разумеется, чтобы оценить, как органично это звучит в контексте, надо прочесть весь Диалог. В том же Диалоге вы найдете десятки других примеров игры слов, каждый из которых был творчески переведен Мариной. Тут не скажешь «реконструирован», поскольку зачастую ей приходилось придумывать совершенно иные, оригинальные каламбуры. Видимо, для того, чтобы верно передать особенности Маринина перевода моей книги, лучше всего подходят слова «вновь изобрела».

Сейчас я почти так же далек от Дага, написавшего «ГЭБ», как он сам был далек от малыша Дагги, ломавшего голову над загадкой трех троек — поэтому я чувствую, что в какой-то мере являюсь в этой книге незваным гостем. Конечно, это не совсем так, но все же я не уверен, сколько драгоценного читательского времени я имею право занять. Скорей всего, я уже и так потратил его слишком много, так что пора предоставить слово серединному Дагу, находящемуся примерно на полпути между мной и малышом Дагги. Ура! Давно б (не правда ли?) пора! (В оригинале по-русски. — **Прим. перев.**).

Итак, я ретируюсь — но напоследок хочу рассказать вам замечательный эпизод, о котором мне напомнила недавно сама Марина. Это случилось несколько лет тому назад, вскоре после того, как она закончила перевод «ГЭБ». Мы стояли во дворике моего дома, и она говорила мне, какую важную роль эта работа сыграла в ее жизни. Вот что она сказала: «I'm eternally grateful to you for this». («Я навечно благодарна тебе за это»). Тут она заметила, что я гляжу поверх ее головы остекленевшим взором.

«Что случилось, Дуг?» — спросила Марина.

«Я ищу третье слово», — ответил я.

«Какое третье слово?»

«Ты сказала, что ты «eternally grateful». Это дает нам «E» и «G» — остается отыскать слово, начинающееся с «B», но мне почему-то ничего не приходит в голову».

«Нет ничего проще!» — улыбнулась Марина: «Babysitter!»

Итак, я отхожу в сторону, чтобы дать моим русским читателям возможность насладиться блестящей переводческой интуицией и живым юмором нашей «вечно благодарной няни» («Eternally Grateful Babysitter»), которые сверкают и искрятся, вдыхая жизнь в страницы русского «ГЭБ».

Счастливого пути!

Оглавление

Предисловие к русскому изданию V
Обзор XX
Список иллюстраций XXVII
Благодарность XXXI

Часть I: ГЭБ

Интродукция: Музыко-логическое приношение 3
Трехголосная инвенция 30
Глава I: Головоломка MU 34
Двухголосная инвенция 43
Глава II: Значение и форма в математике 46
Соната для Ахилла соло 61
Глава III: Рисунок и фон 64
Акростиконтрапунктус 75
Глава IV: Непротиворечивость, полнота и геометрия 82
Маленький гармонический лабиринт 103
Глава V: Рекурсивные структуры и процессы 125
Канон с интервальным увеличением 150
Глава VI: Местонахождение значения 155
Хроматическая фантазия и фига 174
Глава VII: Исчисление высказываний 178
Крабий канон 195
Глава VIII: Типографская теория чисел 200
Приношение МУ 224
Глава IX: Мумон и Гёдель 237

Часть II: ЭГБ

Прелюдия... 263

Глава X: Уровни описания и компьютерные системы 272

...и Муравьиная фуга 295

Глава XI: Мозг и мысль 318

Англо-франко-немецко-русская сюита 345

Глава XII: Разум и мысль 348

Ария с различными вариациями 368

Глава XIII: Блуп, Флуп и Глуп 382

Ария в ключе G 405

Глава XIV: О формально неразрешимых суждениях ТТЧ и родственных систем 412

Праздничная кантататата... 432

Глава XV: Прыжок из системы 436

Благочестивые размышления курильщика табака 450

Глава XVI: Авто-реп и авто-реф 465

Магнификраб в пирожоре 514

Глава XVII: Чёрч, Тюринг, Тарский и другие 523

ШРДЛУ 547

Глава XVIII: Искусственный интеллект: краткий обзор 555

Контрафактус 593

Глава XIX: Искусственный интеллект: виды на будущее 601

Канон Ленивца 639

Глава XX: Странные Петли или Запутанные Иерархии 642

Шестиголосный ричеркар 676

Примечания 698

Библиография 702

Источники иллюстраций 716

Обзор

Часть I: ГЭБ

Интродукция: Музыко-логическое приношение. Книга начинается с истории Баховского «Музыкального приношения». Бах неожиданно посетил короля Пруссии Фридриха Великого. Король предложил Баху тему для импровизации; результат явился основой этого великого творения. «Музыкальное приношение» и история его создания являются той темой, на которую я «импровизирую» в этой книге, создавая, таким образом, нечто вроде «Метамузыкального приношения». В интродукции обсуждается автореферентность и взаимодействие между различными уровнями у Баха; затем я перехожу к параллельным идеям в рисунках Эшера и Теореме Гёделя. Чтобы поместить последнюю в исторический контекст, дана краткая история логики и парадоксов. Это ведет к обсуждению механистической философии и компьютеров и спора о возможности создания искусственного интеллекта. В заключение я объясняю, как возникла идея этой книги и, в особенности, Диалогов.

Трехголосная инвенция. Бах написал пятнадцать трехголосных инвенций. В этом трехголосном Диалоге Черепаха и Ахилл — главные действующие лица моих Диалогов — «изобретаются» Зеноном (как на самом деле и произошло, для иллюстрации парадоксов Зенона о движении). Этот Диалог совсем коротенький; он дает читателю почувствовать дух последующих Диалогов.

Глава I: Головоломка MU. Представлена простая формальная система, MIU; чтобы ближе ознакомиться с формальными системами, читателю предлагается найти решение некоей головоломки. Вводится несколько основных понятий: строчка, теорема, аксиома, правило вывода, деривация, формальная система, разрешающая процедура, работа внутри и вне системы.

Двухголосная инвенция. Бах написал также пятнадцать двухголосных инвенций. Этот двухголосный Диалог был написан не мной, а Люисом Кэрроллом в 1895 году. Кэрролл позаимствовал Ахилла и Черепаху у Зенона, а я, в свою очередь, позаимствовал их у Кэрролла. Тема Диалога — отношения между рассуждениями, рассуждениями о рассуждениях, рассуждениями о рассуждениях о рассуждениях и так далее. В каком-то смысле парадокс Кэрролла параллелен парадоксу Зенона о невозможности движения, путем бесконечного регресса доказывая, что рассуждения невозможны. Этот парадокс очень красив; он упоминается в книге несколько раз.

Глава II: Значение и форма в математике. Вводится новая формальная система (система **pr**), еще более простая, чем система MIU предыдущей главы. Ее символы, вначале кажущиеся бессмысленными, приобретают значение благодаря форме тех теорем, в которых они находятся. Глубокая связь зна-

чения с изоморфизмом — наше первое важное открытие. В этой главе обсуждаются многие темы, связанные со значением: истина, доказательство, манипуляция символами, а также само ускользающее понятие «формы».

Соната для Ахилла соло. Диалог, имитирующий сонату Баха для скрипки соло. Ахилл — единственный собеседник, поскольку это запись его реплик в телефонном разговоре с Черепахой. Речь идет о «рисунке» и «фоне» в разных контекстах — например, рисунки Эшера. Сам Диалог — пример такого различия, поскольку реплики Ахилла представляют «рисунок», а соответствующие воображаемые ответы Черепахи — «фон».

Глава III: Рисунок и фон. Различие между рисунком и фоном в изобразительном искусстве сравнивается с различием между теоремами и не-теоремами в формальных системах. Вопрос «содержит ли рисунок ту же информацию, что и фон?» ведет к различию между рекурсивно перечислимыми и рекурсивными множествами.

Акростиконтрапунктус. Это центральный Диалог книги, поскольку он содержит множество перифразов Гёделева автореферентного построения и теоремы о неполноте. Один из них утверждает: «Для каждого патефона существует запись, которую он не может воспроизвести». Название Диалога — комбинация слов «акростих» и «контрапунктус» — латинское слово, использованное Бахом для названия многих фуг и канонов, составляющих «Искусство фуги». «Искусство фуги» несколько раз упоминается в Диалоге. Сам Диалог содержит хитрые трюки типа акростихов.

Глава IV: Непротиворечивость, полнота и геометрия. Предыдущий Диалог разъясняется настолько, насколько это возможно на данном этапе. Это снова приводит к вопросу, когда и каким образом символы в формальных системах приобретают значение. Для иллюстрации труднообъяснимого понятия «неопределенных термов» используется история эвклидовой и неэвклидовой геометрии. Это ведет к идеям о непротиворечивости различных и, возможно, «соперничающих» геометрий. Это обсуждение разъясняет понятие неопределенных термов и их отношение к восприятию и мыслительным процессам.

Маленький гармонический лабиринт. Этот Диалог основан на органной пьесе Баха того же названия. Это забавное введение в понятие рекурсивных — то есть вложенных одна в другую — структур. Основная история, вместо того, чтобы закончиться, обрывается на полпути, так что читатель зависает в воздухе. Одна из историй-матрешек касается модуляций в музыке и, в особенности, в одной органной пьесе, заканчивающейся в неправильной тональности, так что слушатель зависает в воздухе.

Глава V: Рекурсивные структуры и процессы. Идея рекурсии представлена в разных контекстах: музыкальные, лингвистические и геометрические структуры, математические функции, физические теории, компьютерные программы и т. д.

Канон с интервальным увеличением. Ахилл и Черепаха пытаются ответить на вопрос: «Где содержится больше информации — в пластинке или в патефоне?» Этот странный вопрос возникает, когда Черепаха описывает пластинку с некоей оригинальной записью. Будучи проиграна на разных патефонах, эта запись воспроизводит две различные мелодии: B-A-C-H и C-A-G-E. Однако оказывается, что, в некотором смысле, эти две мелодии — «одно и то же».

Глава VI: Местонахождение значения. Подробное обсуждение того, каким образом значение разделено между закодированным сообщением, дешифрующим механизмом и получателем этого сообщения. В качестве примеров приводятся цепочки ДНК, нерасшифрованные старинные надписи и пластинки, затерянные в космосе. Предполагается связь разума с «абсолютным» значением.

Хроматическая фантазия и фига. Короткий Диалог, почти ничем, кроме названия, не похожий на Баховскую «Хроматическую фантазию и фугу». Речь здесь идет о том, как правильно манипулировать высказываниями, чтобы они оставались истинными; в частности, обсуждается вопрос, существуют ли правила обращения с союзом «и».

Глава VII: Исчисление высказываний. Обсуждается, как слова, подобные «и», могут управляться формальными правилами. Снова используются идеи изоморфима и автоматического приобретения значения символами в подобной системе. Между прочим, все примеры в этой главе — «дзентенции», суждения, взятые из коанов дзена. Это сделано специально; ирония в том, что коаны дзена намеренно нелогичны.

Крабий канон. Диалог, основанный на одноименной пьесе из «Музыкального приношения». Оба названы так, поскольку крабы (предположительно) ходят, пятясь. Краб впервые выходит на сцену в этом Диалоге. Возможно, что это самый насыщенный словесными трюками и игрой разных уровней Диалог в книге. Гёдель. Эшер и Бах тесно переплетены в этом коротеньком Диалоге.

Глава VIII: Типографская теория чисел. Представляет расширенный вариант исчисления высказываний, так называемую «ТТЧ». В ТТЧ теоретико-численные рассуждения могут быть сведены к строгой манипуляции символами. Рассматриваются различия между формальными рассуждениями и человеческой мыслью.

Приношение МУ. В этом Диалоге вводятся несколько новых тем книги. Хотя, на первый взгляд, в нем обсуждаются дзен-буддизм и коаны, на самом деле это тонко завуалированное обсуждение теоремности и нетеоремности, истинности и ложности строчек теории чисел. Упоминается молекулярная биология — в особенности, Генетический Код. Сходство с «Музыкальным приношением» здесь только в названии и в автореферентных играх.

Глава IX: Мумон и Гёдель. Разговор идет о странных идеях дзен-буддизма. Центральная фигура — монах Мумон, автор знаменитых комментариев к коанам. В метафорическом смысле, идеи дзена напоминают определенные идеи в современной философии математики. После этого обсуждения вводится основная идея Гёделя — Гёделева нумерация, и затем Теорема Гёделя впервые приводится целиком.

Часть II: ЭГБ

Прелюдия... Этот Диалог связан со следующим. Оба они основаны на прелюдиях и фугах из Баховского «Хорошо темперированного клавира». Ахилл и Черепаха приносят подарок Крабу, у которого в это время в гостях Муравьед. Подарок оказывается записью «ХТК», и друзья решают сразу же ее прослушать. Во время прелюдии они обсуждают строение прелюдий и фуг; Ахилл спрашивает, каким образом лучше слушать фугу: как одно целое или как сумму разных голосов? Этот спор между холизмом и редукционизмом затем продолжается в «Муравьиной фуге».

Глава X: Уровни описания и компьютерные системы. Обсуждаются разные уровни восприятия картин, шахматных позиций и компьютерных систем. Последние затем объясняются подробно; это включает описание машинных языков, языков ассемблера, языков компилятора, операционных систем и так далее. Далее разговор переходит к другим типам сложных систем, таких как спортивные команды, ядра, атомы, погода и так далее. Возникает вопрос, как много существует промежуточных уровней, и существуют ли они вообще.

...и Муравьиная фуга. Имитация музыкальной фуги: каждый голос вступает с одним и тем же замечанием. Рекурсивный рисунок вводит тему Диалога — холизм и редукционизм. Рисунок составлен из слов, которые, в свою очередь, состоят из меньших слов и так далее. На четырех уровнях этой странной картинки появляются слова «ХОЛИЗМ», «РЕДУКЦИОНИЗМ» и «МУ». Затем разговор переходит к знакомой Муравьеда; мадам Мура Вейник — разумная муравьиная колония. Обсуждаются разные уровни ее мыслительных процессов. В этом Диалоге есть множество приемов фуги; для подсказки читателю упоминаются те же самые приемы, звучащие в фуге, которую слушает четверка друзей. В конце «Муравьиной фуги», значительно измененные, появляются темы «Прелюдии».

Глава XI: Мозг и мысль. Тема этой главы — «Как физическая аппаратура мозга может порождать мысли?» Сначала описываются крупномасштабные и мелкомасштабные структуры мозга. Затем выдвигается несколько гипотез об отношении понятий к нейронной деятельности.

Англо-франко-немецко-русская сюита. Интерлюдия, состоящая из трех переводов знаменитого стихотворения «Jabberwocky» Льюиса Кэрролла.

Глава XII: Разум и мысль. Предыдущие стихотворения естественно подводят к вопросу: «Могут ли языки — или даже сам разум разноязычных людей — быть 'отображены' один на другой?» Как вообще возможна коммуникация между мозгами двух разных людей? Что между ними общего? Может ли мозг, в некоем объективном смысле, быть понят другим мозгом? Для возможного ответа используется географическая аналогия.

Ария с различными вариациями. Форма этого Диалога основана на «Гольдберг-вариациях» Баха, а его содержание имеет отношение к теоретико-численным задачам, подобным Гипотезе Гольдбаха. Основная цель этого гибрида — показать, как гибкость теории чисел опирается на тот факт, что поиски в бесконечном пространстве имеют множество вариантов. Некоторые из них оказываются бесконечными, некоторые — конечными, а другие находятся где-то посередке.

Глава XIII: Блуп, Флуп и Глуп. Это названия трех компьютерных языков. Программы Блупа могут осуществлять только предсказуемо конечный поиск, в то время как программы Флупа способны на непредсказуемый или даже бесконечный поиск. В этой главе я стараюсь объяснить понятие примитивно рекурсивных и общерекурсивных функций в теории чисел, поскольку они очень важны для доказательства Теоремы Гёделя.

Ария в ключе G. В этом Диалоге словесно отражена автореферентная конструкция Гёделя. Эта идея принадлежит У. Я. О. Квайну. Диалог служит прототипом следующей главы.

Глава XIV: О формально неразрешимых суждениях ТТЧ и родственных систем. Название этой главы — адаптация заглавия статьи Гёделя 1931 года, где впервые появилась его теорема о неполноте. Тщательно рассматриваются две основные части доказательства. Показано, как из предположения о непротиворечивости ТТЧ вытекает то, что она (или любая похожая система) неполна. Обсуждаются отношения ТТЧ к эвклидовой и неэвклидовой геометрии, и значение теоремы Гёделя для философии математики.

Праздничная кантатата... В которой Ахилл не может убедить скептически настроенную Черепаху в том, что сегодня его день рождения. Его повторные неудачные попытки предвосхищают повторяемость Гёделева аргумента.

Глава XV: Прыжок из системы. Обсуждается повторяемость Гёделева аргумента, из чего вытекает, что ТТЧ не только неполна, но и в принципе непополнима. Анализируется и опровергается интересный аргумент Лукаса, использующего Теорему Гёделя для доказательства того, что человеческая мысль не может быть механизирована.

Благочестивые размышления курильщика табака. В этом Диалоге затрагиваются многие темы, относящиеся к автореферентности и самовоспроизводству. Среди примеров — телевизионные камеры, снимающие сами себя, а также вирусы (и другие подклеточные существа), способные на самосборку. Название Диалога происходит из стихотворения самого Баха, которое цитируется в тексте.

Глава XVI: Авто-реф и Авто-реп. В этой главе обсуждается связь между разными типами автореференции и самовоспроизводящимися объектами (такими, как компьютерные программы или молекулы ДНК). Объясняются отношения между самовоспроизводящимся объектом и внешними механизмами, помогающими этому воспроизводству; особое внимание уделяется отсутствию между ними четкой границы. Тема этой главы — передача информации между различными уровнями подобных систем.

Магнификраб в пирожоре. Это название — игра слов; имеется в виду Баховский «Magnificat в ре-мажоре». Речь идет о Крабе, который, по-видимости, обладает магической способностью различать между истиннными и ложными высказываниями теории чисел. Читая их как музыкальные пьесы, он проигрывает их на флейте и определяет, «красивы» ли они.

Глава XVII: Чёрч, Тюринг, Тарский и другие. Фантастический Краб предыдущего Диалога заменен здесь несколькими реальными людьми с удивительными математическими способностями. Тезис Чёрча-Тюринга, связывающий мозговую деятельность с вычислениями, представлен в нескольких версиях. Все они анализируются с точки зрения их последствий для возможности механического подражания мышлению и программирования на компьютере умения чувствовать и создавать прекрасное. Тема связи мозговой деятельности с вычислениями приводит к таким вопросам как Тюрингова Проблема Остановки или Теорема Истинности Тарского.

ШРДЛУ. Этот Диалог основан на статье Т. Винограда о его программе ШРДЛУ; я изменил только несколько имен. В Диалоге некая компьютерная программа, на довольно впечатляющем языке, беседует с человеком о так называемом «мире кубиков». Кажется, что программа на самом деле понимает тот ограниченный мир, о котором говорит.

Глава XVIII: Искусственный интеллект: краткий обзор. Эта глава начинается с обсуждения знаменитого «теста Тюринга» — предложенного пионером компьютеров Аланом Тюрингом способа определить, «думает» ли машина. Далее мы переходим к краткому обзору истории искусственного интеллекта. Обсуждаются программы, до какой-то степени умеющие играть в различные игры, доказывать теоремы, решать задачи, сочинять музыку, заниматься математикой и пользоваться естественным языком (английским).

Контрафактус. О том, как мы организуем наши мысли, воображая гипотетические варианты реальности. Это умение приобретает иногда странные формы, — как например, в характере Ленивца, этого страстного любителя блинчиков и ненавистника воображаемых ситуаций.

Глава XIX: Искусственный интеллект: виды на будущее. Предыдущий Диалог затрагивает вопрос о том, как информация представлена на различных уровнях контекста. Это приводит к современной идее «фреймов». Для конкретности дан пример того, как зрительные головоломки решаются «методом фреймов». Затем обсуждается важный вопрос взаимодействия понятий вообще, что приводит к разговору о творческих способностях. В заклю-

чение дан список моих собственных предположительных «Вопросов и Ответов» на тему ИИ и разума в общем.

Канон Ленивца. Этот Диалог имитирует Баховский канон, в котором один голос повторяет ту же мелодию, что и другой, только «вверх ногами» и вдвое медленнее. Третий голос свободен. Ленивец произносит те же реплики, как и Черепаха, при этом отрицая (с свободном смысле слова) все, что она говорит, и говоря вдвое медленнее. Свободный голос — Ахилл.

Глава XX: Странные Петли или Запутанные Иерархии. Грандиозный водоворот множества идей о иерархических системах и автореферентности. Речь идет о странной «путанице», возникающей, когда система начинает действовать сама на себя, — например, наука, изучающая науку, правительство, исследующее правительственные преступления, искусство, нарушающее законы искусства и, наконец, люди, размышляющие о собственном мозге и разуме. Имеет ли Теорема Гёделя какое-нибудь отношение к этой последней «путанице»? Связаны ли с этой Теоремой свободная воля и самосознание? В заключение Гёдель, Эшер и Бах снова связываются в одно целое.

Шестиголосный ричеркар. Этот Диалог — игра, изобилующая многими идеями, которыми проникнута эта книга. Он является повторением истории «Музыкального приношения», с которой начинается книга. В то же время это «перевод» в слова самой сложной части «Музыкального приношения» — «Шестиголосного ричеркара». Подобная двойственность наделяет «Ричеркар» таким количеством уровней значения, какого нет ни в каком другом Диалоге книги. Фридрих Великий заменен здесь Крабом, фортепиано — компьютерами и так далее. Читателя ожидает множество сюрпризов. В Диалоге снова затрагиваются проблемы разума, сознания, свободной воли, искусственного интеллекта, теста Тюринга и так далее. Он заканчивается косвенной ссылкой на начало книги, таким образом превращая ее в гигантскую автороферентную Петлю, одновременно символизирующую музыку Баха, рисунки Эшера и Теорему Гёделя.

Список иллюстраций

Суперобложка: Триплеты «ГЭБ» и «ЭГБ», подвешенные в пространстве, отбрасывают символические тени на три плоскости, встречающиеся в углу комнаты. (Триплетом я называю блок, сделанный таким образом, что его тени, отброшенные под прямым углом, являются тремя разными буквами. Эта идея родилась у меня внезапно, когда как-то вечером я ломал голову над тем, как лучше символизировать единство Гёделя, Эшера и Баха, слив их имена неожиданным образом. Два триплета, показанные на суперобложке, сделаны мной самим. Я выпилил их из красного дерева ручной пилой, используя для отверстий торцевую фрезу; стороны каждого триплета около 10 см длиной.

Перед «Благодарностью»: начало «Книги Бытия» на древнееврейском. XXX

Часть I: Триплет «GEB», отбрасывающий три тени под прямым углом.

1. Элиас Готтлиб Гауссманн. «Портрет Иоганна Себастиана Баха». 2
2. Адольф фон Мензель. «Концерт флейтистов в Сансуси». 5
3. Королевская Тема. 6
4. Акростих Баха «РИЧЕРКАР». 7
4а. Канон «Добрый король Венсеслас». 9
5. М. К. Эшер. «Водопад». 12
6. М. К. Эшер. «Подъем и спуск». 13
7. М. К. Эшер. «Рука с зеркальным шаром». 14
8. М. К. Эшер. «Метаморфоза II». 15
9. Курт Гёдель. 18
10. М. К. Эшер. «Лист Мёбиуса I». 31
11. «Дерево» всех теорем системы MIU. 41
12. М. К. Эшер. «Воздушный замок». 42
13. М. К. Эшер. «Освобождение». 57
14. М. К. Эшер. «Мозаика II». 61
15. «РИСУНОК». 67
16. М. К. Эшер. «Деление пространства при помощи птиц». 68
17. Скотт Е. Ким. Рисунок «РИСУНОК-РИСУНОК». 69
18. Диаграмма отношений между разными классами строчек ТТЧ. 71
19. Последняя страница «Искусства фуги» И. С. Баха. 80
20. Наглядное объяснение принципа, лежащего в основе Теоремы Гёделя. 84
21. М. К. Эшер. «Вавилонская башня». 89
22. М. К. Эшер. «Относительность». 98
23. М. К. Эшер. «Выпуклое и вогнутое». 107
24. М. К. Эшер. «Рептилии». 117
25. Критский лабиринт. 119
26. Структура Диалога «Маленький гармонический лабиринт». 127
27. Схема рекурсивных переходов для УКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО и СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО. 130
28. СРП для СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО с одним рекурсивно расширенным узлом. 132
29. Диаграмма G и H, расширенная и нерасширенная. 133
30. Диаграмма G, расширенная далее. 134
31. СРП для чисел Фибоначчи. 134
32. График функции INT (x). 137
33. Скелеты INT и График G. 139
34. Рекурсивный График G. 141
35. Сложная диаграмма Фейнмана. 143

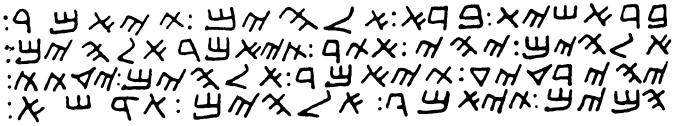
36. М. К. Эшер. «Рыбы и чешуйки». 145
37. М. К. Эшер. «Бабочки». 146
38. Дерево игры в «крестики-нолики». 148
39. Камень Розетты. 161
40. Коллаж из письменностей. 165
41. Последовательность оснований хромосомы бактериофага ϕX174. 173
42. М. К. Эшер. «Крабий канон». 194
43. Фрагмент одного из крабьих генов. 197
44. «Крабий канон» из «Музыкального приношения» И. С. Баха. 198
45. М. К. Эшер. «Мечеть». 227
46. М. К. Эшер. «Три мира». 238
47. М. К. Эшер. «Капля росы». 240
48. М. К. Эшер. «Другой мир». 241
49. М. К. Эшер. «День и ночь». 242
50. М. К. Эшер. «Кожура». 243
51. М. К. Эшер. «Лужа». 246
52. М. К. Эшер. «Рябь на воде». 247
53. М. К. Эшер. «Три сферы II». 248

Часть II: Триплет «EGB», отбрасывающий три тени под прямым углом.

54. М. К. Эшер. «Лист Мёбиуса II». 264
55. Пьер де Ферма. 266
56. М. К. Эшер. «Куб с магическими лентами». 270
57. Идея разделения на блоки. 275
58. Ассемблеры, компиляторы и уровни компьютерных языков. 280
59. Разум строится уровень за уровнем. 285
60. Картина «МУ». 294
61. М. К. Эшер. «Муравьиная фуга». 306
62. «Скрещение» двух знаменитых имен. 313
63 Фотография муравьиного моста. 316
64. «Спираль» ХОЛИЗМ-РЕДУКЦИОНИЗМ. 317
65. Схематическое изображение нейрона. 320
66. Человеческий мозг, вид сбоку. 322
67. Ответы разных типов нейронов на различные стимулы. 326
68. Пересекающиеся нейронные пути. 337
69. Строительство моста термитами-рабочими. 338
70. Небольшой фрагмент «семантической сети» автора. 349
71. М. К. Эшер. «Порядок и хаос». 375
72. Структура безвызовной программы Блупа. 391
73. Георг Кантор. 398
74. М. К. Эшер. «Сверху и снизу». 406
75. «Разветвление» ТТЧ. 438
76. М. К. Эшер. «Дракон». 445
77. Рене Магритт. «Тени». 450
78. Рене Магритт. «Грация». 451
79. Вирус табачной мозаики. 455
80. Рене Магритт. «Прекрасный пленник». 458
81. Самопоглощающие экраны телевизора. 460-461
82. Рене Магритт. «Воздух и песня». 463
83. Эпименид, приводящий в исполнение собственный смертный приговор. 466
84. Айсберг парадокса Эпименида. 466
85. Квайново предложение в виде куска мыла. 467
86. Самовоспроизводящаяся песня. 470
87. Типогенетический Код. 479

88. Третичная структура типоэнзима. 480
89. Таблица «прикрепительных вкусов» типоэнзимов. 480
90. Центральная Догма типогенетики. 481
91. Четыре основания, составляющих ДНК. 483
92. Лестничная структура ДНК. 483
93. Молекулярная модель двойной спирали ДНК. 484
94. Генетический Код. 488
95. Вторичная и третичная структуры миоглобина. 489
96. Кусок мРНК, проходящий сквозь рибосому. 491
97. Полирибосома. 494
98. Двухтретичный молекулярный канон. 495
99. Центральная схема. 500
100. Код Гёделя. 502
101. Бактериальный вирус Т4. 503
102. Заражение бактерии вирусом. 504
103. Морфогенетический путь вируса Т4. 505
104. М. К. Эшер. «Кастровалва». 514
105. Шриниваса Рамануян и одна из его странных индийских мелодий. 527
106. Изоморфизмы между натуральными числами, калькуляторами и человеческими мозгами. 531
107. Нейронная и символическая деятельность мозга. 534
108. «Выделение» высшего уровня мозга. 535
109. Конфликт между высокими и низкими уровнями мозга. 539
110. Начальная сцена Диалога с ШРДЛУ. 547
111. Еще один момент Диалога с ШРДЛУ. 548
112. Последняя сцена Диалога с ШРДЛУ. 550
113. Алан Матисон Тюринг. 555
114. Доказательство «Ослиного мостика». 566
115. Бесконечное дерево целей Зенона. 170
116. Осмысленный рассказ на арабском языке. 584
117. Рене Магритт. «Мысленная арифметика». 587
118. Процедурное представление «красного куба, на котором стоит пирамида». 591
119. Задача Бонгарда #51. 606
120. Задача Бонгарда #47. 607
121. Задача Бонгарда #91. 608
122. Задача Бонгарда #49. 610
123. Небольшой фрагмент сети понятий для задач Бонгарда. 612
124. Задача Бонгарда #33. 613
125. Задачи Бонгарда #85-87. 614
126. Задача Бонгарда #55. 617
127. Задача Бонгарда #22. 617
128. Задача Бонгарда #58. 618
129. Задача Бонгарда #61. 618
130. Задача Бонгарда #70-71. 619
131. Схематическая диаграмма Диалога «Крабий канон». 624
132. Две гомологичные хромосомы, соединенные в центре центомерой. 626
133. «Канон Ленивца» из «Музыкального приношения» И. С. Баха. 640
134. Авторский треугольник. 646
135. М. К. Эшер. «Рисующие руки». 648
136. Абстрактная схема «Рисующих рук» Эшера. 648
137. Рене Магритт. «Здравый смысл». 658
138. Рене Магритт. «Две тайны». 658
139. «Дымовой сигнал». Рисунок автора. 659
140. «Сон о трубке». Рисунок автора 660
141. Рене Магритт. «Человеческое состояние I». 662

142. М. К. Эшер. «Картинная галерея». 670
143. Абстрактная схема «Картинной галереи» Эшера. 671
144. Сокращенный вариант предыдущей схемы. 672
145. Еще более сокращенный вариант рис. 143. 672
146. Еще один способ сократить рис. 143. 672
147. Баховский «Естественно растущий канон», играемый в тональной системе Шепарда, образует Странную Петлю. 673
148. Два полных цикла тональной гаммы Шепарда, в записи для фортепиано. 674
149 М. К. Эшер. «Вербум». 687
150. Чарлз Баббадж. 688
151. Крабья Тема. 695
152 Последняя страница «Шестиголосного ричеркара» из оригинала «Музыкального приношения» И. С. Баха. 696



Благодарность

Эта книга зрела у меня в голове около двадцати лет — с тех пор, как в тринадцать лет я задумался над тем, как я думаю по-английски и по-французски. Даже раньше по некоторым признакам уже можно было понять, в какой области лежат мои основные интересы. Помню, что когда я был совсем ребенком, для меня не было ничего интереснее, чем идея трех 3: операция, проводимая над тройкой с помощью ее самой! Я был убежден, что это тонкое наблюдение не могло прийти в голову никому другому; но однажды я все же осмелился спросить мать, что из этого получится, и она ответила: «Девять». Однако я не был уверен, что она поняла, что я имел в виду. Позже мой отец посвятил меня в тайны квадратных корней и мнимой единицы.

Я обязан моим родителям больше, чем любому другому. Они были для меня столпами, на которые я мог опереться в любое время. Они направляли, вдохновляли, поощряли и поддерживали меня. Более того, родители всегда в меня верили. Им посвящена эта книга.

Особая благодарность двум моим старым друзьям — Роберту Бёнингеру и Питеру Джонсу; они помогли сформировать мое мышление. Их влиянием и идеями проникнута вся книга.

Я многим обязан Чарльзу Бреннеру, научившему меня программированию, когда мы оба были молоды; благодарю его за постоянное подталкивание и стимулирование, которое на самом деле равнялось завуалированной похвале — а также за иногда случавшуюся критику.

Рад отдать должное Эрнесту Нагелю, моему многолетнему другу и учителю, оказавшему на меня огромное влияние. «Доказательство теоремы Гёделя» Нагеля и Ньюмана — одна из моих любимых книг, и я многое вынес из наших бесед много лет назад в Вермонте и не так давно в Нью-Йорке.

Ховард Делонг своей книгой пробудил давно дремавший во мне интерес к темам этой книги. Я поистине многим ему обязан.

Давид Джонатан Джастман научил меня, что значит быть Черепахой — изобретательным, настойчивым и ироничным существом, любительницей парадоксов и противоречий. Надеюсь, что он прочтет эту книгу, которой я ему во многом обязан, и что она его развлечет.

Скотт Ким оказал на меня огромное влияние. С тех пор как мы с ним встретились около двух с половиной лет тому назад, между нами всегда был невероятный резонанс. Его идеи о музыке и изобразительном искусстве, его юмор и аналогии, его добровольная бескорыстная помощь в критические минуты внесли значительный вклад в книгу; кроме того, Скотту я обязан новой перспективой, благодаря чему мой взгляд на стоявшую передо мной задачу менялся по мере того, как книга продвигалась вперед. Если кто-то и понимает эту книгу, то это Скотт.

За крупномасштабными и мелкомасштабными советами я неоднократно обращался к Дону Бирду, знающему эту книгу вдоль и поперек. Он безошибочно чувствует ее структуру и цель и много раз подавал мне отличные идеи, которые я с удовольствием включал в книгу. Я сожалею только о том, что уже не смогу включить будущие идеи Дона, когда книга выйдет из печати. И не дайте мне забыть поблагодарить Дона за чудесную гибкость-в-негибкости его нотной программы СМУТ. Многих длинных дней и трудных ночей стоило ему

уговорить СМУТ исполнить необходимые причудливые трюки. Некоторые из его результатов включены в иллюстрации книги; однако его влияние, к моему вящему удовольствию, распространено в ней повсюду.

Я не смог бы написать эту книгу без помощи технического оборудования Института математических исследований в общественных науках Стэнфордского университета. Пат Суппс, директор Института и мой давний друг, был очень великодушен, поселив меня в Вентура Холле, дав мне допуск к превосходной компьютерной программе и обеспечив мне великолепную рабочую обстановку в течение двух лет.

Это приводит меня к Пентти Канерва, автору программы-редактора, которой эта книга обязана своим существованием. Я многим говорил, что написание этой книги отняло бы у меня вдвое больше времени, если бы не «TV-Edit», удобная и настолько простая по духу программа, что только Пентти мог написать подобное. Благодаря ему я сумел сделать то, что удается мало кому из авторов, — сверстать свою собственную книгу. Пентти был главной двигающей силой исследований по компьютерной верстке в упомянутом выше Институте. Очень важным для меня было также редкое качество Пентти — его чувство стиля. Если эта книга выглядит хорошо, это во многом заслуга Пентти Канерва.

Эта книга родилась в типографии Стэнфордского университета. Мне хотелось бы высказать сердечную благодарность директору типографии, Беверли Хендрикс, и ее сотрудникам за помощь в минуты особой нужды и за их ровное хорошее настроение несмотря на многие неудачи. Я хотел бы также поблагодарить Сесиль Тэйлор и Барбару Ладдага, проделавших большую часть печатания гранок.

За многие годы моя сестра Лаура Хофштадтер во многом способствовала формированию моих взглядов. Ее влияние присутствует как в форме, так и в содержании этой книги.

Я признателен моим новым и старым друзьям Мари Антони, Сидни Арковиц, Бенгту Олле Бенгтссону, Феликсу Блоху, Франсуа Ваннуччи, Терри Винограду, Бобу Вольфу, Эрику Гамбургу, Майклу Голдхаберу, Пранабу Гошу, Авриль Гринберг, Дэйву Дженнигсу, Перси Диаконису, Най-Хуа Дуан, Уилфреду Зигу, Дианне Канерва, Лори Канерва, Инге Карлингер, Джонатану и Эллен Кинг, Франциско Кларо, Гэйл Ландт, Биллу Льюису, Джиму Макдональду, Джону Маккарти, Джос Марлоу, Луису Менделовицу, Майку Мюллеру, Розмари Нельсон, Стиву Омохундро, Полю Оппенгеймеру, Питеру Е. Парксу, Давиду Поликански, Питу Римбею, Кэти Россер, Гаю Стилу, Ларри Теслеру, Филу Уадлеру, Робину Фрееману, Дану Фридману, Роберту Херману, Рэю Химану и Джону Эллису за их «резонанс» со мной в критические минуты моей жизни; каждый по-своему, они помогли мне написать эту книгу.

Я написал эту книгу дважды. Закончив ее в первый раз, я начал сначала и все переделал. Первый вариант был закончен, когда я был аспирантом-физиком в Орегонском университете; четверо из профессоров отнеслись чрезвычайно снисходительно к моим странностям: Майк Моравчик, Грегори Ваннир, Руди Хва и Пауль Чонка. Я ценю их понимающее отношение. К тому же, Пауль Чонка прочел всю первую версию и сделал множество ценных замечаний.

Спасибо Е. О. Вильсону за прочтение и комментарии по поводу раннего варианта «Прелюдии» и «Муравьиной фуги».

Спасибо Марше Мередит за то, что она была мета-автором забавного коана.

Спасибо Марвину Мински за памятную беседу у него дома как-то мартовским днем; часть ее читатель найдет в этой книге.

Спасибо Биллу Кауфману за советы по издательской части, а также Джереми Бернштейну и Алексу Джорджу за их поддержку в нужные минуты.

Горячая благодарность Мартину Кесслеру, Морин Бишоф, Винсенту Торре, Леону Дорину и другим работникам издательства «Бэйсик Букс» за то, что они взялись за эту издательскую задачу, во многом необычную.

Спасибо Фиби Хосс за отличное редактирование и Ларри Бриду за корректирование в последнюю минуту.

Спасибо многим соседям по «Imlac», которые столько раз за эти годы записывали для меня телефонные сообщения, а также работникам Пайн Холла, создавшим аппаратуру и программы, от которых зависело существование этой книги.

Спасибо Деннису Дэвису из Стэнфордского института телевизионных сетей за его помощь в установке «самопоглощающих экранов», которые я фотографировал в течение нескольких часов.

Спасибо Джерри Прайку, Бобу Парксу, Теду Брадшоу и Винни Авени из лаборатории физики высоких энергий в Стэнфорде за их помощь в изготовлении триплетов.

Спасибо моим дяде и тете, Джимми и Бетти Гиван, за рождественский подарок; они не подозревали, какое удовольствие я от него получил! Это был «черный ящик», единственная функция которого состояла в самовыключении.

Наконец, я хочу выразить особую благодарность моему профессору английской литературы, Бренту Гарольду, который открыл для меня дзен-буддизм, когда я был первокурсником; Кесу Гужелоту, давным-давно, в грустный ноябрьский день, подарившему мне пластинку с «Музыкальным приношением», а также Отто Фришу, в чьем кабинете я впервые познакомился с магией Эшера.

Особая благодарность автора издателю Михаилу Бахраху и специалисту по компьютерной верстке Павлу Иванникову за понимание и подлинный профессионализм в работе над русским изданием книги.

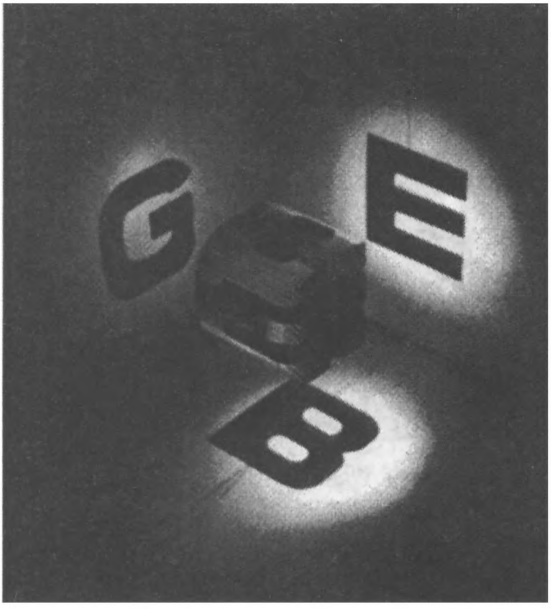
Я попытался вспомнить всех людей, имевших отношение к созданию этой книги, но список, несомненно, оказался неполон.

В каком-то смысле эта книга — символ моей веры. Я надеюсь, что мои читатели это поймут и что мой энтузиазм и поклонение перед определенными идеями проникнут в чье-нибудь сердце и разум. Это большее, на что я могу надеяться.

* * *

Переводчик выражает глубокую благодарность автору за его ценные советы; Ариадне Соловьевой за бескорыстное редактирование русского варианта книги; Дэвиду Риду за советы в области математической логики; Мику Армбрустеру за любезно предоставленный персональный компьютер и Наталье Эскиной за редактирование Диалогов и за прекрасный перевод Баховского стихотворения.

ЧАСТЬ I



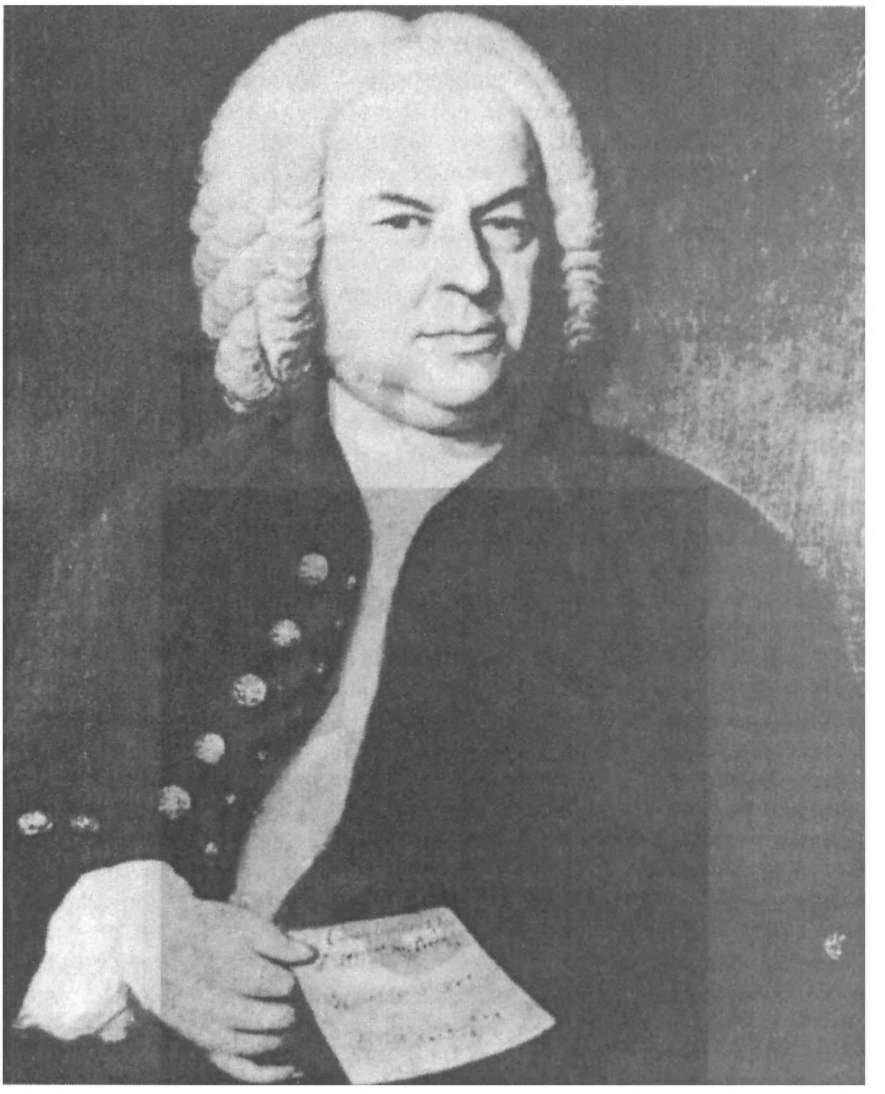


РИС. 1. Иоганн Себастиан Бах в 1748.
С портрета кисти Элиаса Готтлиба Хауссманна.

Интродукция: музыко-логическое приношение

Автор:

КОРОЛЬ ПРУССИИ Фридрих Великий пришел к власти в 1740 году. Исторические трактаты упоминают о нем в основном как о проницательном и умелом полководце - однако, кроме военной деятельности, Фридрих Великий в немалой степени посвящал себя жизни умственной и духовной. Его двор в Потсдаме был центром интеллектуальной деятельности Европы восемнадцатого столетия. Прославленный математик Леонард Эйлер провел там двадцать пять лет. Многие математики, ученые и философы посетили в то время Потсдам; Вольтер и Ламеттри написали там некоторые из своих важнейших сочинений.

Но настоящей любовью короля была музыка. Сам он был страстным флейтистом и композитором; некоторые его сочинения исполняются иногда по сей день. Фридрих Великий был одним из первых покровителей искусств, признавших замечательные качества только что изобретенного фортепиано ("тихогрома", как когда-то пытались окрестить этот инструмент в России). Фортепиано было изобретено в первой половине восемнадцатого века; оно представляло из себя не что иное, как модификацию клавесина. Дело в том, что на клавесине невозможно было варьировать громкость; все звуки получались одинаковыми. Тихогром, как показывает само название, был выходом из положения.

Зародившись в Италии, где Бартоломео Кристофори изготовил первое фортепиано, идея тихогрома распространилась широко. Готтфрид Зильберман, лучший мастер того времени по изготовлению органов, получил заказ на изготовление "совершенного" фортепиано. Фридрих Великий, без сомнения, явился самым большим энтузиастом этого начинания; говорят, что он приобрел целых пятнадцать инструментов, сделанных Зильберманом!

Бах

Король был горячим поклонником не только фортепиано; его вниманием пользовался также органист и композитор по имени И. С. Бах. Баховские композиции были довольно интересны; некоторые считали их напыщенными и запутанными, в то время как другие ценители восхищались ими как несравненными шедеврами. Однако никто не оспаривал способности Баха исполнять импровизации на органе. В то время умение импровизировать, наравне с исполнительским мастерством, считалось необходимым качеством органиста, а Бах имел славу превосходного импровизатора. (Прелестные рассказы о Баховских импровизациях читатель может найти в книге Дэвида и Менделя *"Баховская хрестоматия"* (David & Mendel, "The Bach Reader".))

В 1747 году слава 62-летнего Баха докатилась до Потсдама. Там же очутился и один из его сыновей, Карл Филипп Эмануэль Бах, ставший капельмей-

стером при дворе короля Фридриха. В течение нескольких лет король деликатно намекал Филиппу Эмануэлю, насколько приятен был бы Его Величеству визит в Потсдам Баха-старшего. В особенности Фридриху хотелось, чтобы Бах опробовал его новые рояли Зильбермана, которые, как он правильно предвидел, были началом больших перемен в музыке. Это королевское желание, однако, долго не исполнялось.

При дворе Фридриха Великого были обычаем вечерние концерты камерной музыки. В концертах для флейты часто солировал сам монарх. Я привожу здесь репродукцию картины немецкого художника Адольфа фон Менцеля, кто в 1800-х годах написал серию произведений из жизни Фридриха Великого. На клавесине играет К. Ф. Э. Бах; крайний справа - Иоахим Кванц, учивший короля игре на флейте и единственный, кому было даровано право исправлять ошибки в игре Его Величества. Однажды майским вечером 1747 года на королевский концерт явился неожиданный гость. Иоганн Николаус Форкель, один из первых биографов Баха, рассказывает эту историю так.

Однажды вечером, когда король уже достал свою флейту и все музыканты были готовы, вошел слуга со списком новоприбывших гостей. Не выпуская флейты из рук, король стал проглядывать список; вдруг он быстро повернулся к собравшимся музыкантам и взволнованно воскликнул: "Господа, приехал старый Бах!" Флейта была отложена, и Баха, остановившегося у сына, тут же пригласили во дворец. Вильгельм Фридеман Бах, сопровождавший своего отца, передал мне эту историю, и, должен признаться, я до сих пор вспоминаю его рассказ с удовольствием. В то время в моде были многословные и цветистые любезности. Первое появление Баха, даже не успевшего сменить дорожное платье, перед Его Величеством, разумеется, сопровождалось пышными и изысканными извинениями. Не буду останавливаться на них подробно; замечу лишь, что в устах Вильгельма Фридемана они представляли из себя настоящий формальный диалог между Королем и Приносящим Извинения.

Самым главным, однако, было то, что король отложил свой вечерний концерт и пригласил Баха, уже тогда известного как "старый Бах", опробовать Зильбермановские фортепиано, стоявшие в нескольких залах дворца. [Здесь Форкель делает сноску. "Фортепиано, изготовленные Зильберманом из Фрейбурга, так понравились королю, что он решил скупить их все. Его коллекция насчитывала пятнадцать инструментов. Говорят, что все они, ныне непригодные, еще хранятся по углам королевского дворца."]

Бах был приглашен играть свои импровизации; музыканты сопровождали его из залы в залу. Спустя некоторое время он предложил королю предоставить ему тему для фуги, чтобы обработать ее тут же, без подготовки. Результат привел короля в восторг. Возможно, чтобы узнать, каковы пределы импровизаторского мастерства Баха, Фридрих Великий выразил желание услышать фугу с шестью облигатными голосами. Так как не всякая тема подходит к такой полной гармонии, Бах выбрал тему сам и тут же сыграл на нее фугу так же блистательно и легко, как и на королевскую тему, чем поразил всех присутствующих.

Его Величество захотел затем услышать игру Баха на органе; на следующий день Баху пришлось совершить турне по всем органам Потсдама, так же как накануне - по всем Зильбермановским фортепиано.

После своего возвращения в Лейпциг Бах обработал тему, данную ему королем, создав трехголосную и шестиголосную композиции. К ним он добавил несколько искусных проведений темы в форме строгого канона, назвал свое произведение *"Музыкальным приношением"* и посвятил его автору темы.[1]



РИС. 2. Адольф фон Менцель. Концерт флейтистов в Сансуси.

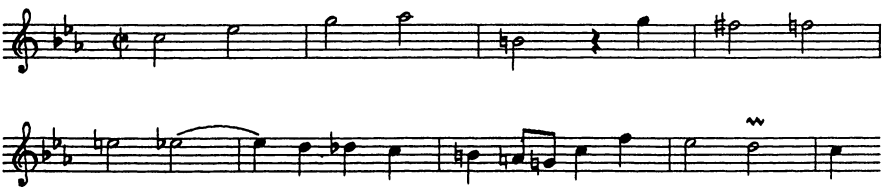


РИС. 3. Королевская тема.

Посылая королю "Музыкальное приношение", Бах приложил к нему письмо-посвящение, интересное уже самим своим стилем, смиренным и льстивым. С нынешней точки зрения это кажется смешным. Письмо это также дает некоторое представление о стиле Баховских извинений перед королем за свой "непрезентабельный" вид во время их первой встречи.[2]

ВСЕМИЛОСТИВЕЙШИЙ ГОСУДАРЬ,

В глубочайшем смирении я осмеливаюсь посвятить Вашему Величеству музыкальное приношение, наилучшая часть коего создана Августейшей рукой Вашего Величества. С благоговейным и счастливым трепетом я вспоминаю особую королевскую милость, когда, во время моего визита в Потсдам, Ваше Величество собственной персоной снизошли до того, чтобы сыграть на клавире тему для фуги, и тогда же всемилостивейше поручили мне развить эту тему в присутствии Вашего Августейшего Величества. Со смирением повиновался я тогда высочайшему повелению. Однако очень скоро я заметил, что за недостатком специальной подготовки я был не в состоянии выполнить это задание так, как того требовала сия превосходная тема. Засим я решился и с готовностию посвятил себя работе над более полным развитием прекрасной Королевской темы с тем, чтобы сделать ее известной всему миру. По мере своих сил я исполнил это решение, движимый желанием прославить, хотя бы в ничтожной степени, Монарха, чье величие и могущество, как в науках военных и мирных, так и в музыке, достойно восхищения и преклонения каждого. Осмелюсь смиренно просить Ваше Величество снизойти до принятия моего скромного труда и продолжить дарить Августейшую милость

Его покорнейшему
и смиреннейшему слуге
АВТОРУ.

Лейпциг, 7 июля
1747.

Спустя двадцать четыре года после смерти Баха (он умер в 1750 году) барон по имени Готфрид ван Свитен, кому, кстати, Форкель посвятил свою биографию Баха, а Бетховен - свою Первую симфонию, имел беседу с королем Фридрихом. Барон вспоминает об этом так:

Он (Фридрих) говорил со мной, среди прочего, о музыке и о великом органисте по имени Бах, проведшем некоторое время в Берлине. Речь шла о Вильгельме Фридемане Бахе. Я сказал, что этот музыкант наделен талантом, по глубине понимания гармонии и

по исполнительской мощи превосходящим все, о чем я слышал и что я могу себе вообразить; те же, кто знавал его отца, утверждают, что тот был еще более велик. Король согласился с этим мнением и в подтверждение спел мне хроматическую тему для фуги, которую он когда-то дал старому Баху; по его словам, Бах тогда же, не сходя с места, превратил эту тему в фугу, сначала для четырех, потом для пяти и, наконец, для восьми голосов.[3]

Сейчас уже невозможно сказать, кто украсил случившееся фантастическими подробностями - Фридрих Великий или барон Ван Свитен. Однако этот случай показывает, что уже в то время Бах стал легендарной личностью. Представление о том, насколько удивительна шестиголосная фуга, дает тот факт, что среди 48 прелюдий и фуг *"Хорошо темперированного клавира"* встречаются только две пятиголосные фуги. Шестиголосных фуг там нет. Импровизацию такой фуги можно, пожалуй, сравнить с сеансом одновременной игрой в шахматы вслепую на шестидесяти досках, где мастер побеждает во всех партиях! Импровизация же восьмиголосной фуги находится за пределами человеческих возможностей.

В рукописи, которую Бах послал Фридриху Великому, на странице, предшествующей нотам, была следующая надпись:



РИС. 4.

("По повелению Короля мелодия и дополнение разрешены каноническим искусством".) Здесь Бах играет со словом "канонический", обозначающим не только "при помощи канонов", но также "наилучшим образом". Начальные буквы этой надписи составляют итальянское слово

RICERCAR

(РИЧЕРКАР), означающее "искать", "исследовать". Действительно, *"Музыкальное приношение"* представляет собой достойный объект для исследования! Оно состоит из трехголосной и шестиголосной фуг, десяти канонов и трио-сонаты. Музыковеды считают, что трехголосная фуга, скорее всего, та самая, которую Бах сымпровизировал для короля. Шестиголосная фуга - одна из самых сложных Баховских композиций; она основана, конечно же, на Королевской теме. Читатель найдет эту знаменитую тему на рис. 3. Она очень сложна, ритмически причудлива и полна хроматизмов (то есть звуков в другой тональности). Для среднего музыканта было бы нелегко написать даже приличную двухголосную фугу, основанную на такой теме.

Обе фуги носят у Баха название "ричеркар"- это слово было также старинным названием музыкальной формы, известной сейчас как фуга. Во времена Баха название *"фуга"* стало стандартным; термин же "ричеркар" приобрел новое значение. Теперь он обозначал изощренную, сложную фугу, возможно, слишком холодную и интеллектуальную для среднего слушателя. Подобное

значение сохранилось и в других языках; французское (употребляющееся также и в английском) "recherché" означает что-то необычное и имеет смысловой оттенок эзотеричности и утонченной интеллектуальности.

Трио-соната - приятный отдых от холодной строгости фуг и канонов; она мелодична и радостна и местами звучит как танцевальная музыка. Однако и эта соната основана все на той же Королевской Теме! То, что Бах сумел использовать эту строгую по форме тему для такой приятной интерлюдии, похоже на чудо.

Десять канонов *"Музыкального приношения"* находятся в числе самых сложных канонов, написанных когда-либо Бахом. Любопытно, однако, что они не закончены. Это было сделано умышленно; каноны были своего рода головоломками, которые Бах задал королю. В те дни была популярна следующая музыкальная игра: давалась тема и вместе с ней - несколько "подсказок", в свою очередь довольно непростых. Играющие должны были "найти" канон, основанный на этой теме. Чтобы понять, как это возможно, читатель должен знать кое-что о канонах.

Каноны и фуги

Идея канона заключается в том, что одна и та же тема играется на фоне самой себя: "копии" темы повторяются в нескольких голосах. Существуют разные способы построения канонов; самые простые каноны - круговые, такие как "Дядя Ваня." Тема здесь начинается в первом голосе - спустя определенное время вступает второй голос, исполняя "копию" темы. Через то же время вступает третий голос, в свою очередь имитируя тему, и так далее. При этом все голоса исполняют тему в одной и той же тональности. Большинство мелодий не будут гармонировать сами с собой таким образом; для того, чтобы тема могла служить основой канона, каждая ее нота должна быть способной исполнять как минимум две роли: во-первых, быть частью мелодии и, во-вторых, быть частью гармонизации этой же мелодии. В трехголосном каноне, например, каждая нота темы должна к тому же участвовать в двух различных гармонизациях. Таким образом, каждая нота канона имеет несколько музыкальных значений; ухо и мозг слушателя автоматически выбирают нужное значение, исходя из контекста.

Разумеется, существуют и более сложные типы канонов. На следующей ступеньке находятся такие каноны, в которых копии темы отстоят друг от друга не только по *времени,* но и по *тональности:* скажем, первый голос начинает с ноты до, а второй голос, накладываясь на первый, вступает на четыре ступени выше, с соль. Третий голос вступает опять на кварту выше, с ре, в свою очередь накладываясь на первый и второй голоса... Следующая ступень сложности - каноны, в которых голоса исполняют мелодию в разном темпе: второй голос, например, вдвое быстрее или вдвое медленнее первого. Этот прием называется, соответственно, *уменьшением* или *увеличением*, и дает эффект сокращения или растягивания мелодии.

Это еще не все! Еще более сложные каноны используют *обращенную* тему: "копия" мелодии *обращает* все *восходящие* ходы в *нисходящие,* сохраняя в них те же интервалы. Это довольно странное музыкальное преобразование; однако, привыкнув к звучанию обращенных тем, слушатель находит их вполне естественными. Бах особенно любил обращения и часто использовал их в своих композициях - *"Музыкальное приношение"* в этом смысле не состав-

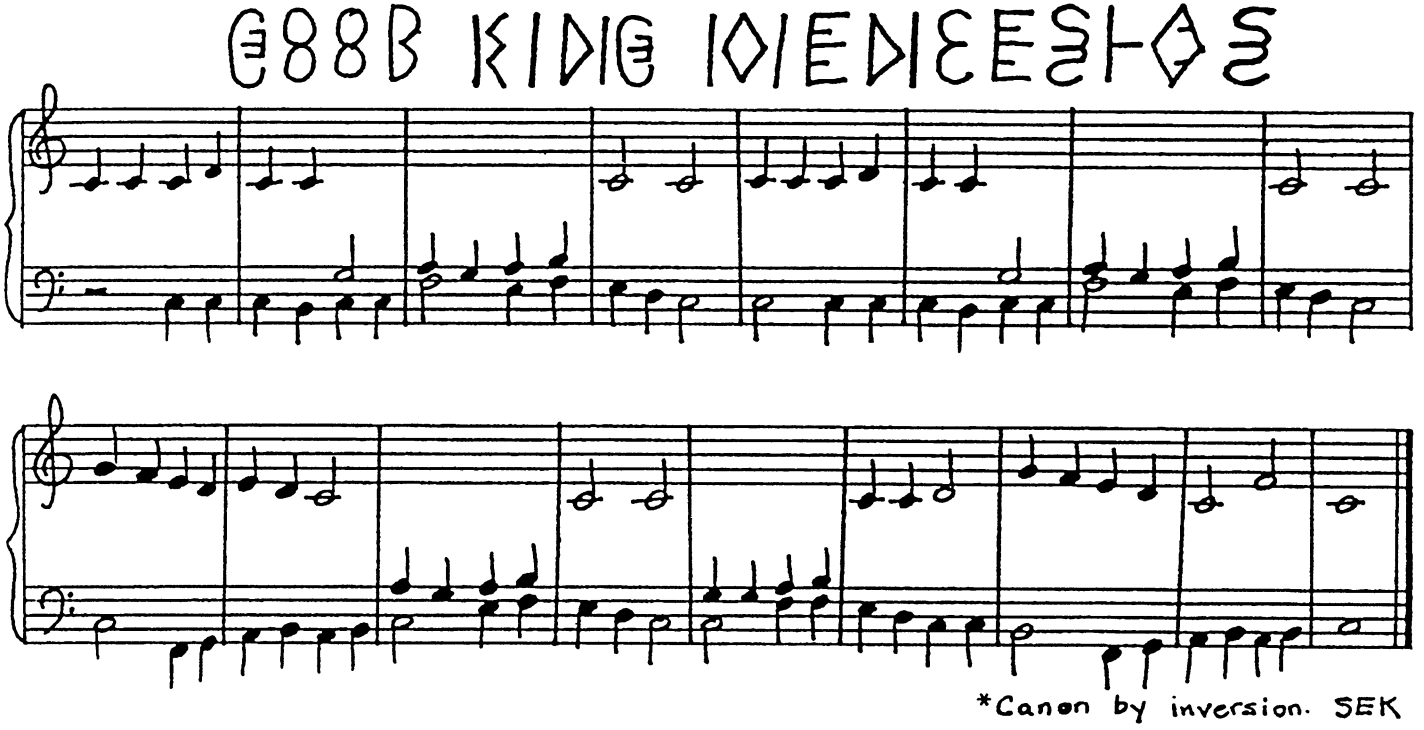


РИС. 4а. "Добрый король Венсеслас. Обратный канон".

ляет исключения. (Примером обращенного канона является "Good King Wenceslas" Скотта Кима, приведенный на рис. 4а.)

Пожалуй, самая причудливая из всех "копий" - "пятящаяся", в которой тема играется "задом наперед," с конца к началу. Канон, использующий этот прием, известен во многих языках под ласковым прозвищем "ракоход" или "крабий канон", поскольку он запечатлевает в музыке особенности походки этих милых созданий. Нет нужды говорить, что в Баховском *"Музыкальном приношении"* есть ракоход (крабий канон). Обратите внимание на то, что каждый тип "копии" полностью сохраняет информацию, заложенную в первоначальной теме; это значит, что эта тема может быть легко восстановлена по любой своей копии. Такая сохраняющая информацию трансформация часто называется *изоморфизмом;* в этой книге мы еще не раз обратимся к изоморфизмам разного рода.

Иногда бывает желательно ослабить строгость канонической формы. Немного отступив от точного копирования темы, можно достигнуть более полной гармонии. Некоторые каноны имеют к тому же "свободные" голоса, не повторяющие тему, а просто состоящие в приятном согласовании с "каноническими" голосами.

Каждый канон *"Музыкального приношения"* построен на вариации Королевской темы; при этом Бах выжимает все возможное из замысловатых приемов, описанных выше. Иногда композитор даже комбинирует несколько из них в развитии одной темы. Например, в одном из трехголосных канонов "Приношения" под названием "Canon per Augmentationem, contario Motu" средний голос является свободным и исполняет Королевскую тему, в то время как два других голоса канонически "танцуют" выше и ниже Королевской темы, используя приемы увеличения и обращения. Другой канон носит загадочное название "Quaerendo invenietis" ("Ищущий обрящет"). Все канонические головоломки Баха были решены; ответы на них нашел один из его учеников, Иоганн Филипп Кирнбергер. Однако читатель может попытаться найти и другие решения; очень вероятно, что возможности загадочных канонов Баха еще не исчерпаны до конца!

Теперь я должен вкратце объяснить, что такое фуга. Фуга похожа на канон тем, что основная мелодия и ее имитации исполняются несколькими голосами в различных тональностях, а также иногда в разном темпе, снизу вверх или от конца к началу. Однако фуга гораздо менее строга по форме, чем канон, что придает ей больший артистизм и эмоциональность. Безошибочной определяющей приметой фуги является её начало: один голос исполняет тему до конца. Затем вступает второй голос, четырьмя тонами выше или тремя тонами ниже. Первый голос в это время ведет дополнительную тему, подобранную так, чтобы дать ритмический, гармонический и мелодический контраст к основной теме. Последующие голоса вступают по очереди, исполняя основную тему, часто являющуюся аккомпанементом дополнительной темы; остальные голоса в это время занимаются тем, что, следуя прихотливой фантазии композитора, "украшают" фугу различными мелодиями. Когда все голоса "прибывают" к концу темы, правил больше не существует. Существуют, конечно, некоторые типичные приемы; но они не настолько стандартны, чтобы по ним, как по формулам, можно было бы строить фуги. Две фуги из *"Музыкального приношения"* — яркий пример композиций, которые никогда не могли бы быть "сочинены по формулам". В них есть нечто гораздо более глубокое, чем простая "фугообразность."

В целом, *"Музыкальное приношение"* - одно из высших достижений Баха в области контрапункта. Оно само по себе является одной большой интеллектуальной фугой, где переплетаются множество идей и форм и на каждом шагу встречаются шутливые иносказания и тонкие намеки. Это прекрасное создание человеческого ума, которым мы не устанем восхищаться. (Все произведение замечательно описано в книге Х. Т. Дэвида *"Музыкальное приношение" И. С. Баха"* (H.T.David, "J.S.Bach's Musical Offering").

Естественно растущий канон

Один из канонов *"Музыкального приношения"* особенно необычен. Это трехголосный канон под названием "Canon per tonos" ("Тональный канон"). Самый высокий голос исполняет Королевскую тему; два других голоса дают каноническую гармонизацию, основанную на второй теме, причем нижний голос ведет свою мелодию в до миноре (общая тональность всей фуги), а верхний - ту же мелодию, но на пять ступеней выше. Отличительным свойством этого канона является то, что в конце - или, вернее, когда нам *кажется,* что канон заканчивается - его тональность меняется с до минора на ре минор. Бах каким-то образом ухитряется *смодулировать* (поменять тональность) прямо под носом слушателей! Канон сконструирован таким образом, что его кажущийся финал неожиданно плавно переходит в начало; этот процесс можно повторить, придя на этот раз к тональности ми минор, которая в свою очередь оказывается началом! Эти последовательные модуляции уводят слушателя во все более далекие тональные "провинции", так что после нескольких из них он чувствует себя уже безнадеждо далеко от начальной тональности. Однако, чудесным образом, после шести модуляций мы возвращаемся все к тому же до минору! Все голоса теперь звучат ровно на октаву выше, чем в начале - пьеса может быть естественным образом прервана на этом месте. Вы можете подумать, что Бах именно это и намеревался сделать - однако Бах, несомненно, упивался возможностью продолжать этот процесс бесконечно. Может быть, поэтому он и написал на полях: "Пусть Королевская слава возрастает подобно этой модуляции." Чтобы подчеркнуть заложенную в описанном каноне возможность естественного бесконечного движения, я буду называть его "Естественно Растущий Канон".

В этом каноне Баха мы впервые сталкиваемся с примером *"Странных Петель"*. "Странная Петля" получается каждый раз, когда, двигаясь вверх или вниз по уровням иерархической системы, мы неожиданно оказываемся в исходном пункте. (В нашем примере это система музыкальных тональностей.) Иногда, описывая систему со Странной Петлей, я использую термин *Запутанная Иерархия*. В дальнейшем тема Странных Петель прозвучит ещё не раз. Иногда она будет спрятана, а иногда будет лежать на поверхности; иногда она будет проводиться слева направо, иногда - вверх ногами, а иногда - ракоходом. Мой совет читателю - "Quaerendo invenietis".

Эшер

Как мне кажется, самые яркие и впечатляющие зрительные реализации идеи Странных Петель представлены в работах голландского графика М.К. Эшера, жившего с 1898 по 1971 год. Эшер был создателем одних из самых интеллектуально стимулирующих рисунков всех времен. Многие из них берут свое начало

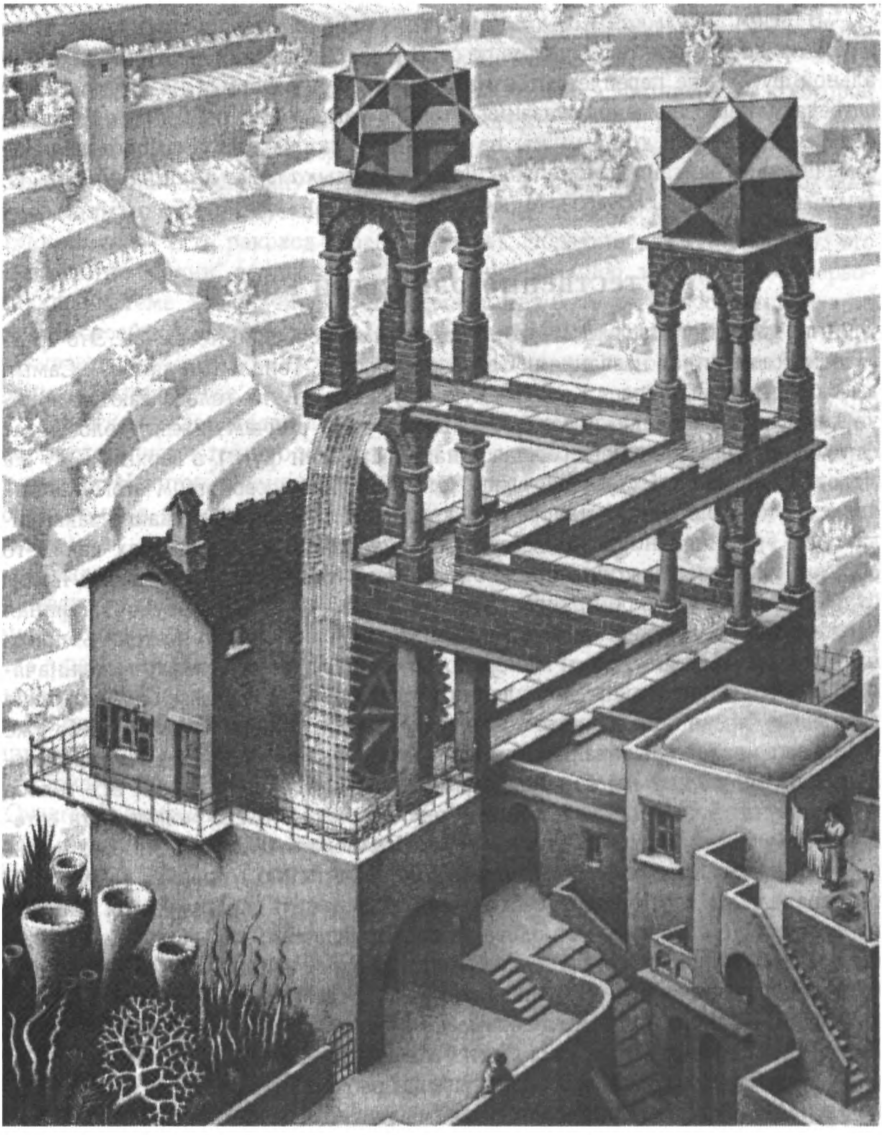


РИС. 5. М.К. Эшер. "Водопад" (литография, 1961).

в парадоксе, иллюзии или двояком значении. Среди первых поклонников графики Эшера оказались математики; это неудивительно, так как его рисунки часто основаны на математических принципах симметрии или структуры. Однако типичный рисунок Эшера представляет из себя нечто гораздо большее, чем только лишь симметрию или определенную структуру; часто в его основе лежит некая идея, представленная в художественной форме. В частности, Странная Петля - одна из наиболее часто повторяющихся в работах Эшера тем. Взгляните, например, на литографию *"Водопад"* (рис. 5) и сравните ее бесконечно спускающуюся шестиступенчатую Петлю с бесконечно поднимающейся

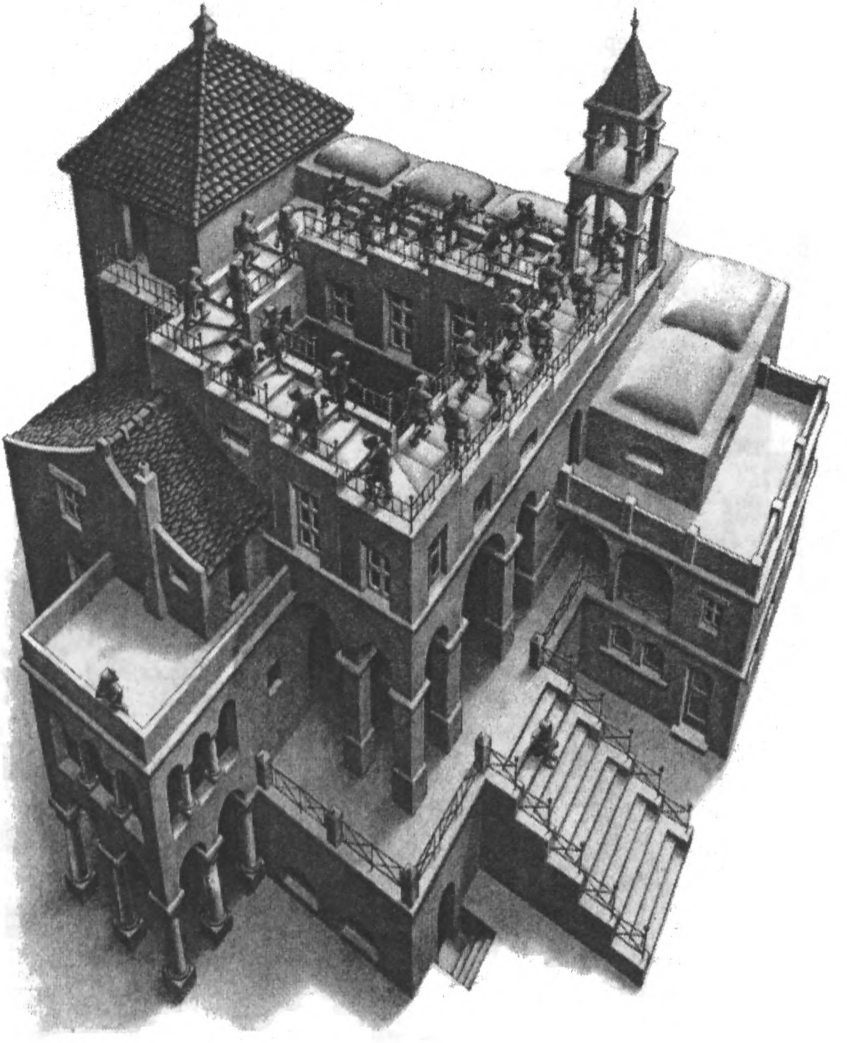


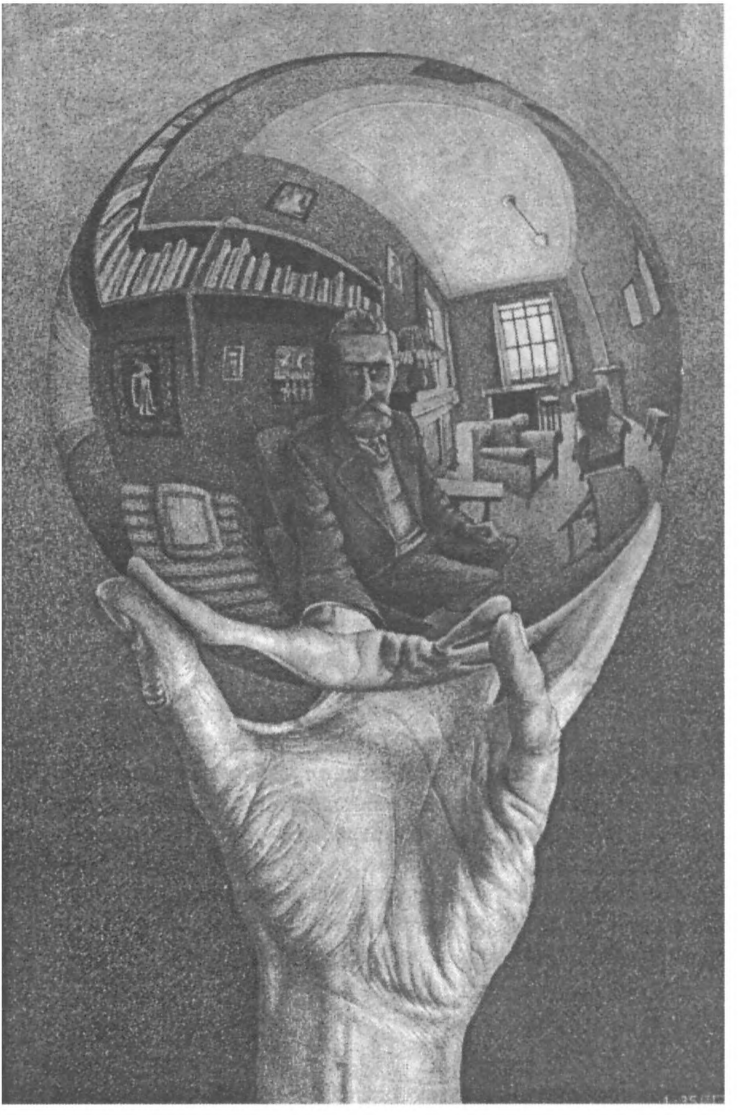
РИС. 6. М.К. Эшер. "Подъем и спуск" (литография, 1960).

шестиступенчатой Петлей "Тонального канона." Сходство поистине удивительное! Бах и Эшер проводят одну и ту же тему в двух различных "ключах": музыка и изобразительное искусство.

В работах Эшера встречаются различные типы Странных Петель; они могут быть расположены по порядку в зависимости от того, как туго они "затянуты". Литография *"Подъем и спуск"* (рис. 6), на которой монахи плетутся по лестнице, навсегда уловленные Петлей, является самой свободной версией, так как Петля здесь содержит множество ступеней.

Более "тугая" Петля представлена в *"Водопаде"*, который, как мы уже видели, содержит всего шесть ступеней. Читатель может возразить, что понятие "ступени" весьма неопределенно: к примеру, можно считать, что *"Подъем и спуск"* имеет не сорок восемь (ступеньки), а всего четыре (лестничные клетки) уровня.

РИС. 7. Автопортрет М. К. Эшера. Рука с зеркальным шаром (литография, 1935).



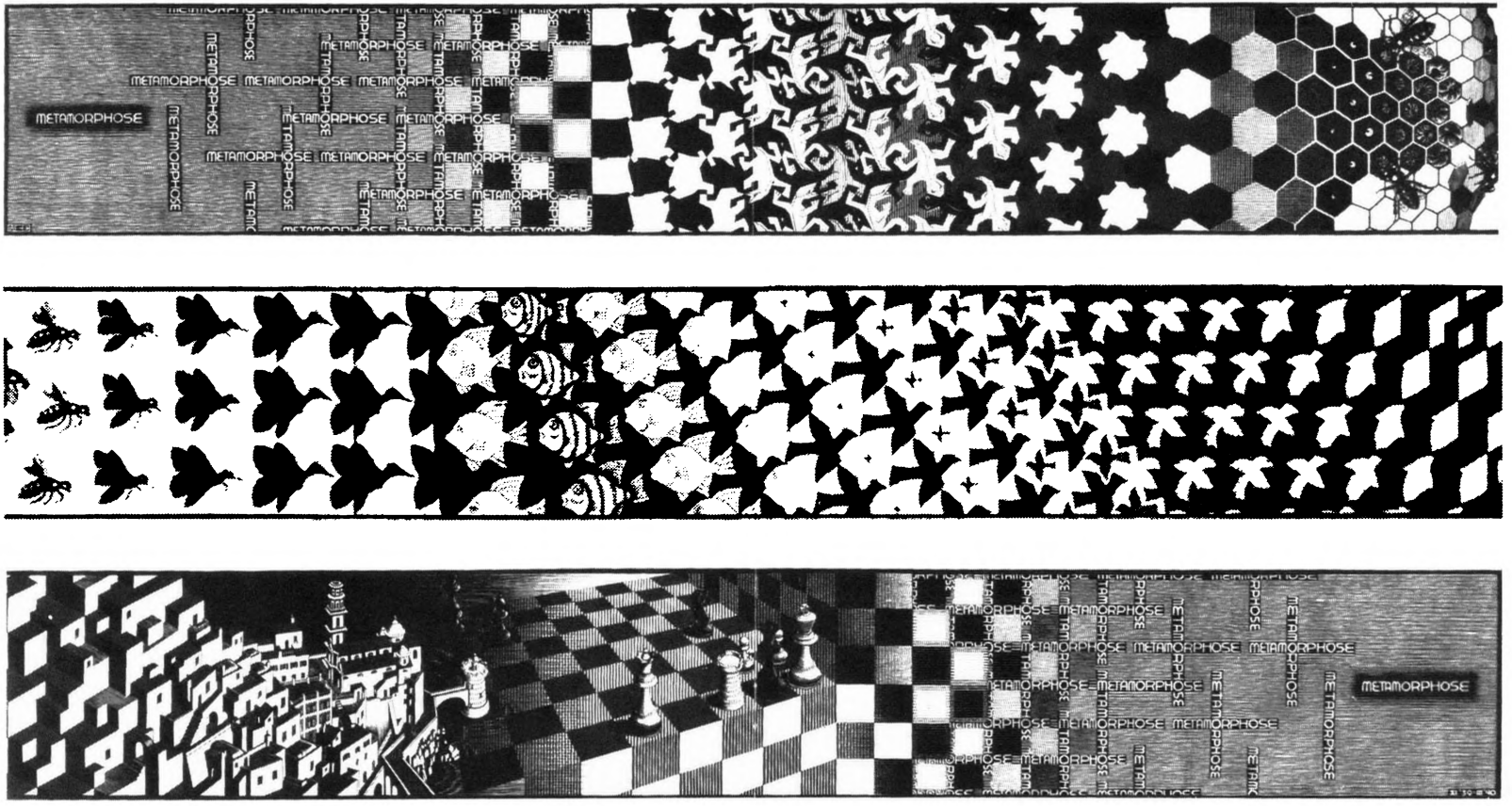


РИС. 8. М.К. Эшер. "Метаморфоза II". (гравюра на дереве, 19,5 x 400 см, 1939-1940).

Действительно, подсчету ступеней-уровней всегда свойственна некоторая неопределенность; это верно не только для картин Эшера, но и для любых многоступенчатых иерархических систем. Позже мы постараемся глубже понять причину этой неопределенности. Однако не будем отвлекаться! Если затянуть Петлю еще туже, мы получим замечательную картину *"Рисующие руки"* (рис. 135), на которой каждая из рук рисует другую - двуступенчатая Странная Петля. Наконец, самая тугая Петля представлена в *"Картинной галерее"* (рис. 142): это картина картины, содержащей саму себя. Или это картина галереи, содержащей саму себя? Или города, содержащего самого себя? Или молодого человека, содержащего самого себя? (Между прочим, иллюзия, лежащая в основе *"Подъема и спуска"* и *"Водопада"* была изобретена не Эшером, а английским математиком Роджером Пенроузом в 1958 году. Однако тема Странных Петель появилась в работах Эшера уже в 1948 году, когда он создал свои *"Рисующие руки."* *"Картинная галерея"* датируется 1956 годом.)

В концепции Странных Петель скрыта идея бесконечности, ибо что такое Петля, как не способ представить бесконечный процесс в конечной форме? Бесконечность играет важную роль во многих картинах Эшера. Копии какой-либо "темы" часто "вставлены" друг в друга, создавая зрительные аналогии с канонами Баха. Несколько таких структур можно увидеть на знаменитой Эшеровской гравюре *"Метаморфоза"* (рис. 8). Она немного напоминает "Естественно Растущий Канон": уходя все дальше и дальше от начального пункта, мы внезапно возвращаемся обратно к началу. В черепичных плоскостях *"Метаморфозы"* уже есть намек на бесконечность; однако другие картины Эшера являют еще более смелые образы бесконечного. На некоторых его рисунках одна и та же тема "звучит" на нескольких уровнях реальности. Скажем, один из планов легко узнается как фантастический, в то время как другой представляет реальность. Сама картина, возможно, содержит только эти два плана; однако само наличие подобной "двусмысленности" приглашает зрителя увидеть самого себя как часть еще одного плана. Сделав этот шаг, он уже околдован предложенной Эшером возможностью бесконечной последовательности планов, где для каждого данного уровня существует высший, более "реальный", и низший, более "фантастичный" уровни. Такая ситуация сама по себе является достаточно удивительной и пугающей. Однако что произойдет, если цепь уровней к тому же будет не линейная, а замкнутая саму на себя, образуя Петлю? Что тогда будет реальностью, а что фантазией? Гений Эшера заключается в том, что он не только придумал, но и сумел изобразить десятки полуреальных, полумифических миров, миров, полных Странных Петель, куда он приглашает войти Зрителя.

Гёдель

Во всех примерах Странных Петель, которые мы видели у Баха и Эшера, присутствует конфликт между конечным и бесконечным, конфликт, рождающий ощущение парадокса. Интуиция подсказывает, что здесь замешано нечто, связанное с математикой. В самом деле, не так давно - в нашем веке - было найдено математическое соответствие этого явления. Это открытие оказало огромное влияние на развитие логической мысли. Подобно Петлям Баха и Эшера, основанным на простых и привычных образах (музыкальная гамма, лестница),

открытие Странных Петель в математических системах, принадлежащее К. Гёделю, берет свое начало в простых и интуитивных идеях. В самой упрощенной форме открытие Гёделя сводится к переводу на язык математики одного из старинных философских парадоксов, так называемого *парадокса Эпименида* (или *парадокса лжеца*). Критский философ Эпименид был автором бессмертного суждения: "Все критяне - лжецы". В более прямой форме парадокс звучит так: "Я лгу" или "Это высказывание - ложь". В дальнейшем, говоря о парадоксе Эпименида, я буду иметь в виду последний вариант. Это суждение грубо нарушает обычное представление о том, что все суждения делятся на истинные и ложные, так как если мы на минуту представим, что оно истинно, то тут же увидим, что мы ошиблись, и на самом деле суждение ложно. Точно так же, из предпосылки ложности этого суждения вытекает, что оно должно быть истинным. Попробуйте сами!

Парадокс Эпименида является Странной Петлей "в одну ступеньку", так же, как *"Картинная галерея"* Эшера. Но какое отношение имеет он к математике? В этом как раз и заключается открытие, сделанное Гёделем. Он попытался использовать математические рассуждения для анализа самих же математических рассуждений. Идея заставить математику заняться "самоанализом" оказалась необычайно продуктивной; *теорема Гёделя о неполноте,* пожалуй, самое важное её следствие. То, что эта теорема утверждает, и то, как это утверждение в ней доказывается, это разные вещи, которые мы подробно рассмотрим в дальнейшем. Саму теорему можно сравнить с жемчужиной, а метод доказательства - с устрицей, её скрывающей. Мы восхищаемся сияющей простотой жемчужины; устрица же является сложным живым организмом, в чьем нутре зарождается эта таинственно простая драгоценность.

Теорема Гёделя впервые увидела свет как "теорема VI" в его статье 1931 года "О формально неразрешимых суждениях в *"Principia Mathematica"* и родственных системах, I". Теорема утверждает следующее:

> Каждому ω-непротиворечивому рекурсивному классу *формул* k соответствует рекурсивный *символ классов* r такой, что ни v Gen r ни Neg (v Gen r) не принадлежат к Flg (κ), где v - *свободная переменная* r.

В оригинале это было написано по-немецки; читатель, возможно, думает, что с тем же успехом можно было бы это на немецком и оставить. Постараемся привести перевод на более понятный язык:

> Все непротиворечивые аксиоматические формулировки теории чисел содержат неразрешимые суждения.

Это наша жемчужина.

В ней трудно увидеть Странную Петлю, потому что эта Петля спрятана в "устрице" - в доказательстве. Доказательство теоремы Гёделя о неполноте вращается вокруг автореферентного (описывающего самого себя) математического суждения, так же как парадокс Эпименида - вокруг такого суждения в языке. Говорить о языке, используя для этого сам язык, несложно; гораздо труднее вообразить, как может говорить само о себе математическое суждение о числах. На самом деле, уже для того, чтобы связать идею автореферентного суждения с теорией чисел, понадобился гениальный ум. Интуитивно придя к мысли о воз-

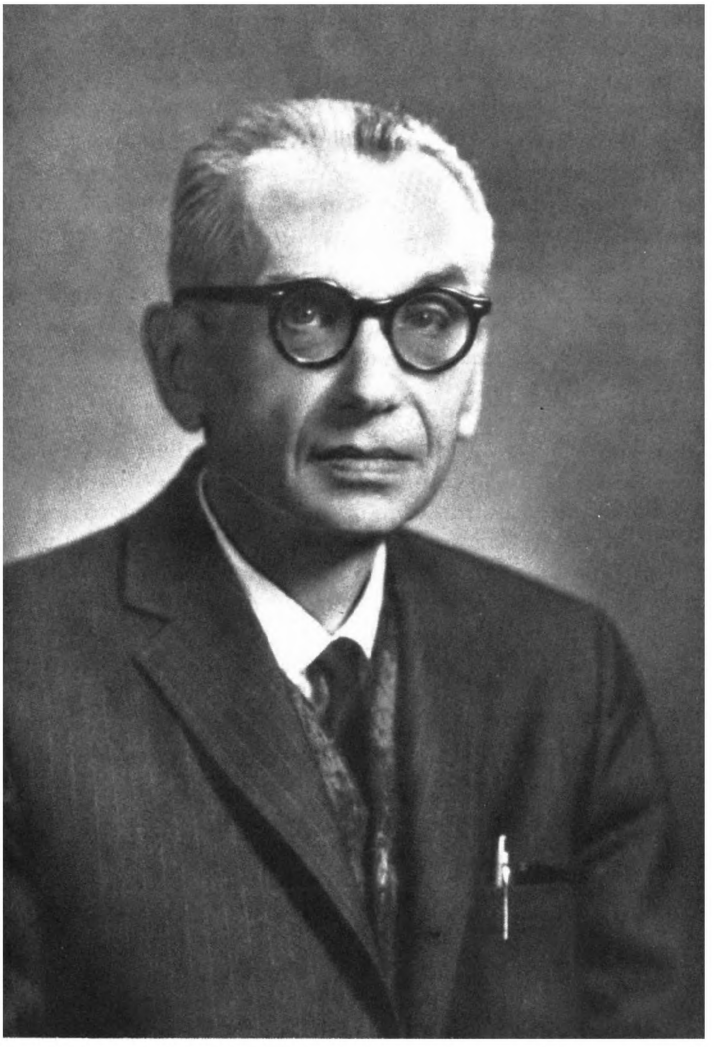


РИС. 9. Курт Гёдель.

можности такого суждения, Гёдель преодолел одну из основных трудностей. Само же создание автореферентного суждения было делом техники, раздуванием костра из блистательной искры мгновенного прозрения.

Мы остановимся на теореме Гёделя в последующих главах; но чтобы покуда не оставить читателя в полной тьме, я несколькими штрихами обрисую суть идеи в надежде на то, что это заставит вас задуматься. Для начала уясним, в чем здесь основная трудность. Математические суждения описывают свойства целых чисел (мы будем говорить здесь о суждениях теории чисел). Ни целые числа, ни их свойства не являются сами по себе суждениями. Суждения теории чисел не говорят ничего *про* суждения теории чисел; они не более как суждения теории чисел. В этом и заключается проблема; однако Гёдель сумел увидеть глубже того, что лежит на поверхности.

Гёдель предположил, что суждение теории чисел могло бы быть *о* суждении теории чисел (возможно даже о себе самом), если бы сами числа могли обозначать суждения. Иными словами, в центре его построения находится идея *кода*. В этом коде, обычно именуемом "Гёделевой нумерацией", символы и последовательности символов обозначаются числами. Таким образом, любое суждение теории чисел, будучи последовательностью специальных символов, получает Гёделев номер, что-то вроде телефонного номера или номерного знака машины. В дальнейшем, для ссылки на данное суждение используется соответствующий Гёделев номер. С помощью этого кодирующего трюка суждения теории чисел приобретают двоякое значение: они могут быть поняты как суждения теории чисел, а так же как *суждения о суждениях* теории чисел.

После того, как Гёдель изобрел эту кодирующую схему, ему пришлось разработать в деталях способ перевода парадокса Эпименида на формальный язык теории чисел. Конечный результат "пересадки" Эпименида на формальную почву звучит так: "Это суждение теории чисел не имеет доказательства" (вместо "Это суждение теории чисел ложно"). Эта формулировка может создать немалую путаницу, так как "доказательство" для многих является весьма приблизительным понятием. В действительности, труды Гёделя были лишь частью долгих поисков, предпринятых математиками в надежде выяснить, что же такое доказательства. Необходимо помнить тот факт, что доказательства являются таковыми только *внутри жестких систем* теорем. В Гёделевской работе такой жесткой системой, к которой относится слово "доказательство", является огромный труд Бертрана Рассела и Альфреда Норта Уайтхеда *"Principia Mathematica"* [*"Основания математики"*], опубликованный между 1910 и 1913 годами. Следовательно, Гёделево высказывание Г должно бы звучать более правильно как

Это суждение теории чисел не имеет доказательств
в системе *"Оснований математики"*.

Заметим, между прочим, что Гёделево высказывание Г само по себе не является теоремой Гёделя, так же как высказывание Эпименида не является замечанием "Высказывание Эпименида - парадокс". Теперь мы можем установить, какой эффект произвело открытие Г. В то время как высказывание Эпименида создает парадокс, потому что оно не является ни истинным, ни ложным, Гёделево высказывание Г - истинно, хотя и не доказуемо в системе *"Оснований математики"*. Из этого следует замечательный вывод: система *"Оснований математики"* неполна, так как существуют истинные суждения теории чисел, не доказуемые методами самой теории (эти методы доказательства оказываются слишком "слабыми".)

"Основания математики" явились первой, но далеко не последней жертвой удара. Выражение "и родственные системы" в заглавии Гёделевой статьи говорит о многом. Если бы результат, полученный Гёделем, указывал бы только на дефект в работе Рассела и Уайтхеда, другие математики могли бы попытаться исправить ошибки в "Основаниях математики" и "перехитрить" теорему Гёделя. Однако это оказалось невозможным: теорема Гёделя была приложима ко *всем* аксиоматическим системам, ставившим своей целью то же, что и система Рассела и Уайтхеда. Для различных систем подходил один и тот же основной трюк. Короче, Гёдель показал, что понятие "доказуемости" уже, слабее понятия истинности вне зависимости от того, какую аксиоматическую систему мы выбираем.

Таким образом, теорема Гёделя произвела электризующий эффект на логиков, математиков и философов, заинтересованных в основах математики, поскольку она показала, что ни одна установленная система, какой бы сложной она не была, не может отразить всей сложности целых чисел: 0, 1, 2, 3... Современный читатель, возможно, не окажется от этого в таком замешательстве, как читатели 1931 года, так как за прошедшее время наша культура впитала теорему Гёделя вместе с революционными идеями теории относительности и квантовой механики, и широкая публика получила доступ к этим концепциям, поражающим и дезориентирующим мышление даже в смягченном прослойкой переводов (а зачастую и затемненном этими переводами) виде. Сейчас идея "ограничивающих" результатов витает в воздухе; тогда, в 1931 году, она была как гром с ясного неба.

Математическая логика: краткий обзор

Чтобы полностью оценить теорему Гёделя, необходим определенный контекст. Я попытаюсь здесь дать обзор истории математической логики до 1931 года на нескольких страницах - невозможная задача! (Хорошее изложение истории этого предмета читатель может найти у Делонга, Нибоуна, или Нагеля и Ньюмена). Все началось с попытки механизировать мыслительный процесс логических рассуждений. Обратите внимание, что умение мыслить всегда рассматривалось как отличительная черта человека; на первый взгляд, желание механизировать самую человеческую черту кажется парадоксальным. Тем не менее, уже древние греки знали, что логическое мышление - структурный процесс, до некоторой степени управляемый определенными законами. Эти законы можно описать. Аристотель систематизировал силлогизмы, а Эвклид - геометрию; однако с тех пор прошло много веков до того, как в изучении логического мышления снова наступила эра прогресса.

Одним из важнейших открытий геометров девятнадцатого столетия были различные геометрии, равно имеющие право на существование. Под *геометрией* здесь понимается теория, описывающая свойства абстрактных точек и линий. До этого считалось, что геометрия - это система, кодифицированная Эвклидом; она могла иметь незначительные недостатки, которые могли быть со временем исправлены. Таким образом, любой прогресс в этой области означал исправление и дополнение Эвклида. Это убеждение была разбито вдребезги, когда несколько математиков почти одновременно открыли неэвклидову геометрию - открытие, потрясшее математический мир, поскольку оно сильно поколебало бытовавшее мнение, что математика изучает реальную действительность. Ка-

ким образом в одной и той же реальности могли существовать различные типы точек и линий? Сегодня решение этой дилеммы может быть очевидно даже для некоторых далеких от математики людей, но в то время она посеяла панику в математических кругах.

Позже в девятнадцатом веке английские логики Джордж Буль и Август де Морган пошли значительно дальше Аристотеля в кодификации строго дедуктивных рассуждений. Буль даже назвал свою книгу *"Законы мысли"*, что, безусловно, было некоторым преувеличением; однако его попытки внесли серьезный вклад в общие усилия. Льюис Кэрролл был очарован механическими методами рассуждений и изобрел множество головоломок, решавшихся с помощью этих методов. Готтлоб Фреге в Йене и Джузеппе Пеано в Турине работали над соединением формальных рассуждений с изучением чисел и множеств. Дэвид Гильберт в Геттингене трудился над более строгой, чем у Эвклида, формализацией геометрии. Все эти усилия были направлены на выяснение вопроса о том, что же такое "доказательство".

Между тем, в классической математике тоже происходили интересные события. В 1880-х годах Георг Кантор развил теорию о различных типах бесконечности, известную под именем *теории множеств*. Теория Кантора была глубока и красива, но шла вразрез с интуицией; вскоре на свет появилось целое семейство парадоксов, основанных на теории множеств. Ситуация была не из приятных. Только математики начали оправляться от удара, нанесенного по математическому анализу парадоксами, связанными с теорией пределов, как попали из огня в полымя из-за нового, еще худшего набора парадоксов!

Самый известный из них - парадокс Рассела. По всей видимости, большинство множеств не являются элементами самих себя: скажем, множество моржей - это не морж; множество, содержащее только одного члена, Жанну д'Арк, само не является Жанной (множество не человек!), и так далее. В этом смысле, большинство множеств совершенно заурядны. Однако существуют такие "самозаглатывающие" множества, которые содержат самих себя, как, например, множество всех множеств, или множество всех вещей за исключением Жанны Д'Арк, и тому подобные. Ясно, что множества могут быть только одного из этих двух типов - либо заурядные, либо самозаглатывающие - и ни одно множество не может входить сразу в два класса. Однако ничто не мешает нам изобрести множество R всех заурядных множеств. На первый взгляд, R кажется довольно заурядным изобретением, но вам придется пересмотреть свое мнение, если вы спросите себя, является ли множество R самозаглатывающим или заурядным. Вы придете к следующему ответу: R не является ни тем, ни другим, так как любой из этих двух ответов приводит к парадоксу. Попробуйте и убедитесь сами!

Но если R не заурядное и не самозаглатывающее, тогда что же оно такое? По меньшей мере, ненормальное. Однако такой уклончивый ответ никого не удовлетворял. Тогда люди стали пытаться докопаться до основ теории множеств; при этом они задавали себе следующие вопросы: "В чем заключается ошибка нашего интуитивного понимания понятия "множество"? Можно ли создать строгую теорию множеств, которая бы не противоречила нашей интуиции и в то же время исключала бы парадоксы?" Здесь, так же как и в теории чисел и в геометрии, проблема заключалась в том, чтобы примирить интуицию с формальными, аксиоматическими системами логических рассуждений.

Удивительный вариант парадокса Рассела, называющийся парадоксом Грел-

линга, получается, если вместо множеств использовать прилагательные. Разделите все прилагательные русского языка на две категории: те, которые описывают самих себя, *"самоописывающие"*, ("пятисложное", "шелестящий," "пренеестественнейший" и т. п.), и те, которые таким свойством не обладают ("съедобный", "двусложный", "кратчайший"). Рассмотрим теперь прилагательное "несамоописывающий". К какому классу оно относится? Попробуйте ответить!

У всех этих парадоксов есть общий виновник: автореферентность, или "странопетельность". Таким образом, если наша цель - избавиться от всех парадоксов, то почему бы нам не попытаться избавиться от автореферентности и тех условий, которые ее порождают? Это не так легко, как кажется, так как иногда бывает трудно найти, где именно происходит автореференция. Иногда она бывает распределена по Странной Петле в несколько ступеней, как в следующей расширенной версии парадокса Эпименида, напоминающей Эшеровские *"Рисующие руки"*:

> Следующее высказывание ложно.
> Предыдущее высказывание истинно.

Вместе эти высказывания производят такой же эффект, как первоначальный парадокс Эпименида; однако взятые по отдельности они безобидны и даже полезны. Ни одно из них не может нести ответственности за Странную Петлю; виновато их объединение, то, как они указывают друг на друга. Точно так же каждый взятый по отдельности кусок *"Подъема и спуска"* совершенно правилен; невозможно лишь подобное соединение этих кусков в одно целое. Видимо, существуют прямой и косвенный типы автореферентности; если мы считаем, что в автореферентности - корень зла, то мы должны найти способ избавиться сразу от обоих типов.

Изгнание Странных Петель

Рассел и Уайтхед считали именно так: их труд "Основания математики" ("ОМ") был титаническим усилием, направленным на изгнание Странных Петель из логики, теории множеств и теории чисел. В основе их системы лежала следующая идея. Множество "низшего" типа могло иметь своими элементами лишь "предметы", а не множества. На следующей ступени стояли множества, которые могли содержать предметы или множества первого типа. Вообще, любое данное множество могло содержать лишь множества низшего типа или предметы. Каждое множество принадлежало к определенному типу. Ясно, что никакое множество не могло содержать самого себя, так как оно оказалось бы тогда принадлежащим к более высокому типу, чем его собственный. В такой системе существуют лишь обыкновенные множества; более того, наш старый знакомец, множество R, теперь вообще не считается множеством, так как оно не принадлежит ни к одному конечному типу! По всей видимости, эта *теория типов*, которую мы также могли бы именовать "теорией уничтожения Странных Петель", преуспела в избавлении теории множеств от парадоксов - но только ценой введения искусственной иерархии и запрета на определенный тип множеств, такой, например, как множество всех "заурядных" множеств. Интуитивно это идет вразрез с нашим представлением о множествах.

Теория типов справилась с парадоксом Рассела, но ничего не предприняла

в отношении парадоксов Эпименида или Греллинга. Для тех, чей интерес не шел дальше теории множеств, этого было достаточно; однако людям, заинтересованным в уничтожении парадоксов вообще, казалось необходимым создание подобной иерархии в языке, чтобы изгнать оттуда Странные Петли. На первой ступеньке такой иерархии стоял бы *предметный язык*, на котором возможно говорить лишь об определенной сфере предметов, но нельзя говорить о самом предметном языке, обсуждать его грамматику или какие-либо высказывания: для этого понадобился бы *метаязык*. (Опыт двух различных лингвистических уровней знаком любому, кто изучал иностранные языки.) В свою очередь, чтобы говорить о метаязыке, потребовался бы метаметаязык, и так далее. Каждое высказывание должно было принадлежать к определенному уровню иерархии. Таким образом, если бы мы не могли найти для данного высказывания места в иерархической структуре, мы должны были бы считать такое высказывание бессмысленным и как можно скорее выбросить его из головы.

Можно попытаться проанализировать таким образом двуступенчатую петлю Эпименида, приведенную выше. Первое высказывание, поскольку оно говорит о втором, должно быть уровнем выше последнего; однако точно такое же рассуждение применимо и ко второму высказыванию! Поскольку это невозможно, оба высказывания "бессмысленны". Точнее, они вообще не могут существовать в системе, основанной на строгой иерархии языков. Это предупреждает возникновение любых версий парадокса Эпименида или Греллинга. (К какому уровню принадлежит "самоописывающий"?)

В теории множеств, имеющей дело с абстракциями, далекими от повседневной жизни, стратификация теории типов еще приемлема, хотя и выглядит натянутой. Когда же дело доходит до языка, важнейшей и ежедневно употребляемой части нашей жизни, такая стратификация кажется абсурдом. Трудно поверить, что, разговаривая, мы скачем вверх и вниз по иерархии языков. Довольно обычное высказывание, такое как, например, "В этой книге я критикую теорию типов", было бы дважды запрещено в подобной системе. Во-первых, оно упоминает "эту книгу", которая должна бы упоминаться только в "метакниге", и во-вторых, оно упоминает обо мне - существе, о котором я не должен бы говорить вообще! Этот пример показывает, насколько нелепо выглядит теория типов в повседневном контексте. В данном случае, лекарство хуже самой болезни: метод, используемый этой теорией, чтобы избавиться от парадоксов, заодно объявляет бессмыслицей множество вполне правильных конструкций. Эпитет "бессмысленный", кстати, был бы приложим к любому обсуждению теории лингвистических типов (и в частности, к данному параграфу), так как ясно, что никакое из них не может принадлежать ни к одному из уровней - ни к предметному, ни к метаязыку, ни к метаметаязыку, и т. д. Таким образом, сам акт обсуждения теории оказывался бы ее грубейшим нарушением!

Конечно, мы могли бы попытаться защитить подобные теории, обговорив, что они имеют дело только с формальными языками, а не с повседневным, обыкновенным языком. Может, оно и так, но тогда такие теории оказываются чисто академическими и имеют дело с парадоксами только тогда, когда те возникают в специальных, "сделанных по заказу" системах. К тому же, стремление уничтожить парадоксы любой ценой, особенно ценой создания чрезвычайно искусственных формализмов, придает слишком много значения плоской последовательности и логичности и слишком мало - тому причудливому и замысловатому, что придает вкус жизни и математике. Вне сомнения, стараться быть последователь-

ным важно, но когда это старание приводит к созданию удивительно неуклюжих и уродливых теорий, становится ясно, что здесь что-то не в порядке.

В начале двадцатого века, проблемы подобного типа в основах математики вызвали живой интерес к кодификации методов логического мышления. Математики и философы начали сомневаться в том, что даже самые конкретные теории, такие, как теория чисел, построены на прочном фундаменте. Если парадоксы могли возникнуть в теории множеств, основанной на простых интуитивных понятиях, то почему бы им не проникнуть и в другие области математики? А что, если логические парадоксы, такие как парадокс Эпименида, свойственны математике в целом, и, таким образом, ставят всю ее под сомнение? Подобные проблемы тревожили в первую очередь тех - а их было немало - кто твердо верил в то, что математика - лишь один из разделов логики (или, наоборот, что логика - лишь один из разделов математики). Уже сам этот вопрос, "являются ли математика и логика отдельными и непохожими дисциплинами?", вызывал горячие споры.

Изучение самой математики получило название *метаматематики* или, иногда, *металогики*, поскольку математика и логика тесно переплетены. Важнейшей задачей метаматематиков было определение природы математических рассуждений. Что является законным методом рассуждений и что - незаконным? Поскольку рассуждения велись на каком-либо "естественном языке", скажем, французском или латинском, всегда были возможны двусмысленные и неясные толкования. Одно и то же слово может иметь разные значения для разных людей, вызывать различные образы, и так далее. Хорошей и важной идеей казалось установление единой нотации, с помощью которой велись бы все математические рассуждения, так чтобы два математика всегда могли договориться о том, верно ли предложенное доказательство. Эта задача потребовала бы кодификации всех общепринятых методов человеческих рассуждений, по крайней мере постольку, поскольку они приложимы к математике.

Последовательность, полнота, и программа Гильберта

Такая кодификация являлась основной идеей системы "*Оснований математики*" ("ОМ"), авторы которой задались целью вывести всю математику из логики, причем без малейших противоречий! Многие восхищались их грандиозным трудом, но никто не был уверен в том, что 1) методы Рассела и Уайтхеда действительно описывают всю математику и 2) эти методы достаточно последовательны и корректны. Действительно ли при следовании этим методам *никогда и не при каких условиях* не могло возникнуть парадоксов?

Этот вопрос особенно тревожил знаменитого немецкого математика (и метаматематика) Дэвида Гильберта, кто поставил перед математиками (и метаматематиками) всего мира следующую задачу: со всей строгостью доказать, возможно, при помощи самих методов Рассела и Уайтхеда, что эти методы, во-первых, непротиворечивы и во-вторых, полны (иными словами, что в системе "ОМ" может быть выведено любое истинное высказывание). Эта задача весьма непростая, и ее можно критиковать за некоторую "порочную кругообразность": как можно пытаться доказать какие-либо методы рассуждения, пользуясь этими же методами? Это все равно, что пытаться поднять самого себя на воздух за шнурки от собственных ботинок. (Кажется, нам-таки никуда не деться от этих Странных Петель!)

Гильберт, разумеется, полностью отдавал себе отчет в этой дилемме; однако он надеялся, что доказательство полноты и непротиворечивости удастся найти с помощью только небольшой группы так называемых "финитных" методов рассуждения, признаваемых большинством математиков. В этом смысле Гильберт надеялся, что математикам все же удастся "поднять самих себя на воздух за шнурки ботинок", доказав правильность *всех* математических методов путем использования лишь нескольких из них. Эта цель может показаться слишком эзотерической, однако именно она занимала умы многих великих математиков в первые тридцать лет двадцатого столетия.

Однако в тридцать первом году Гёдель опубликовал работу, подорвавшую основы Гильбертовой программы. Эта работа показала не только наличие незаполнимых "дыр" в аксиоматической системе, предложенной Расселом и Уайтхедом, но и то, что ни одна аксиоматическая система не может породить все истинные высказывания теории чисел, если она не является противоречивой! Наконец, Гёдель показал, насколько тщетна надежда доказать непротиворечивость системы "ОМ": если бы такое доказательство было найдено только при помощи методов, используемых в "ОМ" - и это одно из самых удивительных следствий Гёделевской работы - сами "ОМ" оказались бы противоречивы!

Последний иронический штрих: для доказательства теоремы Гёделя о неполноте потребовалось внедрить парадокс Эпименида прямо в сердце "Оснований математики" - бастиона, считавшегося недоступным для Странных Петель! Хотя Геделева Странная Петля и не разрушила "Оснований математики", она сделала их гораздо менее интересными для математиков, доказав иллюзорность цели, первоначально поставленной Расселом и Уайтхедом.

Баббидж, компьютеры, искусственный разум...

Как раз когда работа Гёделя вышла в свет, мир был накануне создания электронных цифровых компьютеров. Идея механических счетных машин носилась в воздухе уже давно. В семнадцатом веке Паскаль и Лейбниц разработали машины для выполнения установленных операций: сложения и умножения. К сожалению, эти машины не имели памяти и не были, в современном понимании этого слова, программируемыми.

Первым человеком, понявшим, какой огромный счетный потенциал заключают в себе машины, был лондонец Чарльз Баббадж (Charles Babbage, 1792-1871), фигура, словно сошедшая со страниц "Пиквикского клуба". При жизни он был известен более всего тем, что вел энергичные кампании по очистке Лондона от "нарушителей спокойствия", в первую очередь, шарманщиков.

Эти паразиты любили подразнить Баббаджа и исполняли для него "серенады" в любой час дня и ночи, а он, в ярости, гнал их вдоль по улице. Сегодня мы признаем, что Баббадж был человеком, обогнавшим свое время лет на сто: он не только изобрел основные принципы современных компьютеров, но и был первым борцом за охрану окружающей среды от шума.

Его первое изобретение, "разностная машина", могла вычислять математические таблицы многих типов по "методу разностей". Однако, прежде чем была создана первая модель "РМ", Баббаджем завладела идея гораздо более революционная: его "аналитическая машина". Довольно нескромно, Баббадж писал: "Я пришел к этой мысли таким сложным и запутанным путем, какой. возможно, впервые прошел человеческий ум".[4] В отличие от созданных ранее машин, "АМ"

должна была иметь "склад" (память) и "фабрику" (считающее и принимающее решения устройство). Оба устройства должны были быть построены из тысяч цилиндров, сцепленных самым сложным и причудливым образом. Баббадж представлял себе числа, влетающие и вылетающие из "фабрики" под контролем некоторой *программы*, содержащейся в перфорированных картах - на эту идею его натолкнул ткацкий станок Жаккара, изготовлявший при помощи подобных карт удивительно сложные узоры. Подруга Баббаджа графиня Ада Лавлейс, дочь Байрона, женщина незаурядного таланта и горькой судьбы, поэтично прокомментировала: "Аналитическая машина ткет алгебраические узоры, наподобие того, как станок Жаккара ткет узоры из цветов и листьев". К сожалению, использование графиней настоящего времени вводит читателя в заблуждение: "АМ" так никогда и не была построена, и Баббадж умер горько разочаровавшимся человеком.

Леди Лавлейс не менее, чем Баббадж, отдавала себе отчет в том, что, пытаясь создать аналитические машины, человечество флиртовало с искусственным разумом - в особенности, если эти машины способны "укусить себя за хвост" (так Баббадж описывал Странную Петлю, получавшуюся, когда его машина "залезала внутрь себя" и меняла заложенную в нее программу). В 1842 году она написала в своих мемуарах[5], что аналитическая машина "может воздействовать не только на цифры, но и на другие вещи". В то время, как Баббадж мечтал о создании шахматного или "крестико-ноликового" автомата, леди Лавлейс предположила, что если записать на цилиндры машины тона и гармонии, то она могла бы "создавать искусно сделанные научные музыкальные композиции любой сложности и длины". Впрочем, там же она объясняет: "Аналитическая машина не претендует на создание чего-то нового: она может делать только то, что мы умеем ей приказать". Верно поняв, какая мощь заложена в механических вычислениях, она, тем не менее, оставалась скептически настроенной по отношению к механическому разуму. Однако могла ли она, со всей своей проницательностью, предположить, какие возможности откроются, когда человечество подчинит себе электричество?

В нашем веке пришло время для компьютеров, превзошедших самые смелые мечты Паскаля, Лейбница, Баббаджа или леди Лавлейс. В 1930-х и 1940-х годах были разработаны и построены первые "блестящие электронные головы". Это послужило катализатором к соединению трех ранее совершенно различных областей науки: теории аксиоматических рассуждений, изучения механических вычислений и исследований по психологии человеческого разума. В те же годы гигантскими скачками двигалась вперед теория компьютеров. Эта теория была тесно связана с математикой. Фактически, теорема Гёделя имеет параллель в теории вычислений: Алан Тюринг открыл существование неизбежных "дыр" в возможностях даже самого могучего компьютера. Словно в насмешку, как раз когда делались эти довольно мрачные прогнозы, строились новые компьютеры, чьи возможности росли на глазах, далеко превосходя самые смелые предсказания их создателей. Баббадж, сказавший однажды, что он с радостью отдал бы остаток жизни за возможность вернуться на три дня лет через пятьсот, чтобы получить возможность ознакомиться с наукой будущего, возможно, потерял бы дар речи от удивления уже через сто лет после своей смерти, пораженный как новыми машинами, так и их неожиданными ограничениями.

В начале 1950-х годов казалось, что до механического разума - рукой подать; однако за каждой преодоленной вершиной вставала новая, препятствуя

созданию по-настоящему думающей машины. Возможно ли, что это упорное отдаление цели имело глубинные причины?

Никто не знает, где пролегает граница между разумным и не-разумным поведением; в самом деле, возможно, что само предположение о существовании четкой границы звучит глупо. Однако мы с уверенностью можем перечислить основные критерии разума:

гибко реагировать на различные ситуации;
извлекать преимущество из благоприятного стечения обстоятельств;
толковать двусмысленные или противоречивые сообщения;
оценивать различные элементы данной ситуации по степени их важности;
находить сходство между ситуациями, несмотря на возможные различия;
находить разницу между ситуациями, несмотря на возможное сходство;
создавать новые понятия, по-новому соединяя старые;
выдвигать новые идеи.

Здесь мы сталкиваемся с кажущимся парадоксом. Компьютеры, по определению, являются самыми негибкими, безвольными и послушными приказам существами. Несмотря на свою быстроту, они, тем не менее, сама бессознательность. Как же, в таком случае, можно запрограммировать разумное поведение? Не является ли уже само это предположение кричащим противоречием? Одна из основных идей этой книги - показать, что это вовсе не противоречие. Одна из основных целей этой книги - побудить каждого читателя встретиться с кажущимся парадоксом во всеоружии, попробовать его на вкус, вывернуть его наизнанку, разобрать его на части, пошлепать в нем, как ребенок в луже, чтобы в результате читатель смог взглянуть по-новому на кажущуюся неприступной пропасть между формальным и неформальным, одушевленным и неодушевленным, гибким и негибким.

Это и составляет предмет исследований науки об искусственном интеллекте (ИИ). Работа специалистов по ИИ кажется странной и удивительной именно потому, что они разрабатывают строго формальные правила, говорящие негибким машинам, как стать гибкими.

Что же это за правила такие, могущие описать всю сложность поведения разумных существ? Безусловно, это должны быть правила самых разных уровней: "простые" правила, "метаправила" для модификации "простых", "метаметаправила" для модификации метаправил, и так далее. Гибкость нашего разума зависит именно от огромного количества правил и сложности их иерархии. Некоторые ситуации вызывают стереотипные реакции, для которых годятся "простые" правила. Другие ситуации представляют собой комбинации из стереотипных ситуаций; тут нужны правила, говорящие, какие из "простых" правил приложимы к данной ситуации. Некоторые ситуации вообще не поддаются классификации - следовательно, требуются правила для изобретения новых правил ... и т. д., и т. п. Без сомнения, Странные Петли, правила, изменяющие сами себя, находятся в самом сердце разума. Иногда сложность нашего разума кажется нам настолько поразительной, что у нас опускаются руки перед задачей понять и описать его; тогда нам кажется, что никакие, даже самые замысловатые иерархические правила не способны управлять поведением разумных существ.

...и Бах

В 1754 году, четыре года спустя после смерти И. С. Баха, лейпцигский теолог Иоганн Микаэль Шмидт написал в своем труде о музыке и о душе следующие достойные внимания строки:

> Не так давно из Франции сообщили, что там сделана была статуя, способная исполнить несколько пьес на Fleuttraversiere; статуя эта подносит флейту к губам и затем ее опускает, двигает глазами и т. д. Однако никто еще не изобрел образа, который бы думал, желал, сочинял или делал бы что-либо отдаленно подобное. Пусть любой, кто желает в этом убедиться, обратится к последним фугам Баха, которому мы уже воздали почести ранее. (Эти фуги были выгравированы на меди, но не были закончены, так как этому помешала слепота композитора.) Пусть увидит наблюдатель, какое искусство содержится в этой музыке-еще более он будет поражен чудесным Хоралом, который был записан под диктовку слепого Баха: "Wenn wir in höchen Nöthen seyn". Я уверен, что наблюдателю вскоре понадобится душа, ежели он желает прочувствовать всю содержащуюся в этой музыке красоту или, более того, исполнить эту музыку и составить суждение об авторе. Все аргументы чемпионов Материализма должны рассыпаться в прах лишь от одного этого примера.[6]

Скорее всего, под главным "чемпионом Материализма" здесь имеется в виду не кто иной как Жюльен Оффрой де Ламеттри, придворный философ Фридриха Великого, автор книги "Человек как машина" и материалист до мозга костей. С тех пор прошло более двухсот лет, но битва между сторонниками Иоганна Микаэля Шмидта и Жюльена Оффроя де Ламеттри все еще в полном разгаре. В этой книге я надеюсь дать читателю некоторую перспективу этой битвы.

"Гёдель, Эшер, Бах"

Эта книга построена необычно - как контрапункт между Диалогами и Главами. С помощью такой структуры я смог вводить новые понятия дважды: каждое из них сначала представлено в метафорической форме в диалоге, что дает читателю конкретные зрительные образы; эти образы затем служат интуитивным фоном для более серьезного, абстрактного обсуждения того же понятия. Многие Диалоги создают поверхностное впечатление, что я говорю о какой-то определенной идее, когда на самом деле я имею в виду совсем иную идею, тщательно замаскированную.

Сначала единственными действующими лицами моих Диалогов были Ахилл и Черепаха, пришедшие ко мне от Зенона из Элеи через посредство Льюиса Кэрролла. Зенон, изобретатель парадоксов, жил в 5 веке до н.э. Один из его парадоксов был аллегорией, в которой действовали Ахилл и Черепаха. История изобретения Зеноном этой счастливой парочки рассказана в первом Диалоге, "Трехголосная инвенция". В 1895 году Льюис Кэрролл воссоздал Ахилла и Черепаху для иллюстрации своего собственного нового парадокса о бесконечности. Парадокс Кэрролла, заслуживающий гораздо большей популярности, играет значительную роль в этой книге. В оригинале он называется "Что Черепаха сказала Ахиллу"- здесь он приведен как "Двухголосная инвенция".

Вскоре после того, как я начал писать Диалоги, каким-то образом они связались в моим воображении с музыкальными формами. Не помню того мо-

мента, когда это произошло; помню лишь, как однажды я в задумчивости написал "фуга" над текстом одного из ранних Диалогов. Идея привилась, и с тех пор я стал писать Диалоги, формально составленные по образцу различных композиций Баха. Это оказалось неплохой мыслью. Сам Бах часто напоминал своим ученикам, что различные части их композиций должны вести себя как "люди, беседующие друг с другом в избранном обществе". Возможно, что я вложил в этот совет более буквальный смысл, чем Бах; надеюсь все же, что результат оказался верен также и его духу. Особенно меня вдохновили некоторые поразительные аспекты Баховских композиций, которые так прекрасно описаны Менделем и Давидом в их книге "Баховская хрестоматия" (Mendel & David, "The Bach Reader"):

> Форма у Баха в основном опиралась на соотношения между отдельными частями, от полного сходства с одной стороны до повторения какого-либо одного композиционного принципа или просто мелодической переклички с другой стороны. Получившиеся композиции часто бывали симметричными, но это никоим образом не являлось необходимым следствием. Иногда соотношения между частями создают запутанный клубок, который можно распутать только путем детального анализа. Обычно, впрочем, несколько доминирующих черт позволяют сориентироваться с первого взгляда или прослушивания; хотя при дальнейшем изучении мы можем открыть для себя множество тонкостей, нас никогда не покидает чувство единства, связывающего каждое произведение Баха в одно гармоничное целое.[7]

Я решил попытаться сплести Бесконечную Гирлянду из этих трех прядей: Гёдель, Эшер, Бах. По началу я планировал написать эссе, центральной темой которого была бы теорема Гёделя о неполноте. Я думал, что у меня получится тоненькая брошюрка; однако мой проект стал расти, как снежный ком, и вскоре затронул Баха и Эшера. Некоторое время я не знал, выразить ли эту связь открыто или же оставить ее при себе как источник собственного вдохновения. В конце концов я понял, что Гёдель, Эшер и Бах для меня - только тени, отбрасываемые в разные стороны некой единой центральной сущностью. Я попробовал реконструировать этот центральный объект; результатом моей попытки явилась эта книга.

Трехголосная инвенция

Ахилл (греческий воин, самый быстроногий из смертных) и Черепаха стоят рядом на пыльной беговой дорожке; жара, палит солнце. Далеко в конце дорожки на высоком флагштоке висит большой прямоугольный ярко-красный флаг. В центре флага вырезана дыра в форме кольца, сквозь которую видно небо.

Ахилл: Что это за странный флаг там, на другом конце дорожки? Он чем-то напоминает мне гравюру моего любимого художника, Эшера.

Черепаха: Это флаг Зенона.

Ахилл: Не кажется ли вам, что дыра в нем похожа на отверстия в листе Мёбиуса на одной из картин Эшера? Могу поспорить, что с этим флагом что-то не в порядке.

Черепаха: В нем вырезано кольцо в форме нуля — любимого числа Зенона.

Ахилл: Но ведь в то время нуль еще не был изобретен! Он будет придуман неким индусским математиком только несколько тысяч лет спустя. Это доказывает, дорогая г-жа Ч, что подобный флаг невозможен.

Черепаха: Ваши доводы убедительны, Ахилл, и я должна согласиться, что такой флаг, действительно, не может существовать. Но все равно он замечательно красив, не правда ли?

Ахилл: В этом я не сомневаюсь.

Черепаха: Интересно, не связана ли его красота с его невозможностью? Не знаю, не знаю... У меня никогда не доходили лапы до анализа Красоты. Это Сущность с Большой Буквы, а у меня никогда не хватало времени на Сущности с Большой Буквы.

Ахилл: Кстати, о Сущностях с Большой Буквы — вы никогда не задавались вопросом о Смысле Жизни?

Черепаха: Бог мой, конечно же, нет!

Ахилл: Не спрашивали ли вы себя, зачем мы здесь и кто нас изобрел?

Черепаха: Ну, это совершенно другое дело. Нас изобрел Зенон (в чем вы сами скоро убедитесь); мы находимся здесь, чтобы бежать наперегонки.

Ахилл: Мы — наперегонки?.. Это возмутительно! Я, самый быстроногий из смертных — и вы, медлительная, как ... как... как Черепаха!

Черепаха: Вы могли бы дать мне фору.

Ахилл: Это была бы огромная фора.

Черепаха: Ну что же, я не возражаю.

Ахилл: Все равно я вас нагоню, раньше или позже — скорее всего, раньше.

Черепаха: А вот и нет, если верить парадоксу Зенона. Зенон надеялся с помощью нашего маленького соревнования доказать, что движение невозможно. По Зенону, движение происходит только в нашем воображении. Это значит, что Мир Изменяется Исключительно Иллюзорно. Он доказывает этот постулат весьма элегантно.

Ахилл: Ах, да. теперь я припоминаю: знаменитый коан мастера дзен-буддизма Дзенона... тьфу!.. Зенона, я имею в виду. Действительно, очень просто.

Черепаха: Дзен коан? Дзен мастер? О чем вы говорите?

Ахилл: Вот, послушайте... Два монаха спорили о флаге. Один сказал: "Этот

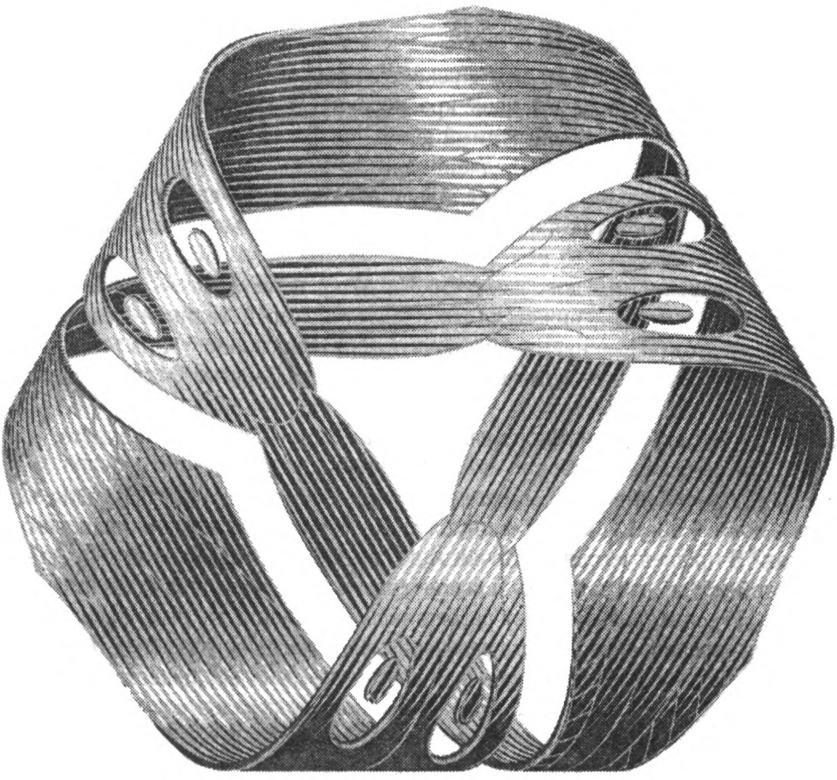


РИС. 10. М.К. Эшер. "Лист Мёбиуса I" (гравюра на дереве, отпечатанная с четырех блоков, 1961).

флаг движется." Другой возразил: "Нет, это ветер движется". В это время мимо проходил шестой патриарх, Зенон, который сказал монахам: "Не флаг и не ветер — движется ваша мысль!"

Черепаха: Что-то вы все путаете, Ахилл. Зенон вовсе не мастер дзен-буддизма. На самом деле, он греческий философ из города Элеи, лежащего на полпути между точками А и Б. Спустя столетия, его все еще будут славить как автора парадоксов движения. В центре одного из них — наше соревнование по бегу.

Ахилл: Вы меня совсем сбили с толку. Я отчетливо помню, как много раз повторял наизусть имена шести патриархов дзена: "Шестой патриарх — Зенон, шестой патриарх — Зенон..." (Внезапно поднимается теплый ветер.) Взгляните, госпожа Черепаха, как развевается флаг! Как приятно смотреть на волны, бегущие по его мягкой ткани. И кольцо, вырезанное в нем, развевается вместе с флагом!

Черепаха: Не смешите меня. Этот флаг в принципе невозможен, следовательно, он не может развеваться. Это движется ветер.

(В этот момент мимо идет Зенон.)

Зенон: День добрый! Приветствую вас! Что слышно?

Ахилл: Флаг движется!

Черепаха: Ветер движется!

Зенон: О мои дражайшие друзья! Прекратите ваши словопрения! Оставьте ваши разногласия! Поберегите ваше красноречие! Я разрешу ваш спор, не сходя с места. Эгей, и в такой чудный денек!

Ахилл: Этот тип явно дурака валяет.

Черепаха: Нет, подождите, Ахилл, давайте-ка его послушаем. О неизвестный господин, будьте так любезны поделиться с нами вашими соображениями по этому поводу.

Зенон: С превеликим удовольствием. Не ветер и не флаг — на самом деле, вообще ничто не движется, что следует из моей великой Теоремы. Она гласит: "Мир Изменяется Исключительно Иллюзорно." А из этой Теоремы вытекает еще более великая Теорема, Теорема Зенона: "Мир Ультранеподвижен."

Ахилл: Теорема Зенона? Вы, случаем, уж не Зенон ли из Элеи будете?

Зенон: Он самый, Ахилл.

Ахилл: (чешет голову в замешательстве): Откуда он знает, как меня зовут?

Зенон: Возможно ли убедить вас выслушать меня, чтобы вы поняли, почему это так? Я прошел сегодня от точки А до самой Элеи, только затем, чтобы найти кого-нибудь, кто согласился бы послушать мои тщательно отточенные доводы. Но все встречные сразу разбегались. Им, видите ли, было некогда. Вы не представляете себе, как это разочаровывает, когда встречаешь отказ за отказом... Однако простите меня — я совсем замучил вас пересказом моих неприятностей. Я прошу вас только об одном: не согласитесь ли вы ублажить старика-философа и уделить несколько минут — обещаю вам, всего лишь несколько минут — его экстравагантным теориям?

Ахилл: О, без сомнения! Сделайте милость, просветите нас! Я знаю, что говорю за обоих, так как моя приятельница, госпожа Черепаха, только что отзывалась о вас весьма уважительно и упоминала как раз о ваших парадоксах.

Зенон: Благодарю вас. Видите ли, мой Мастер, пятый патриарх, учил меня, что реальность всегда одна и та же, единая и неизменная. Все разнообразие, изменение и движение — не более, чем иллюзии наших органов чувств. Некоторые смеялись над его взглядами, но я могу доказать всю абсурдность их насмешек. Мои доводы весьма просты. Я покажу их на примере двух персонажей моего собственного изобретения: Ахилл (греческий воин, самый быстроногий из смертных) и Черепаха. В моем рассказе, прохожий убеждает их бежать наперегонки к флагу, развевающемуся на ветру в конце беговой дорожки. Предположим, что Черепаха, как гораздо более медленный бегун, получит фору, скажем, в пятьдесят локтей. Соревнование начинается. В несколько прыжков Ахилл добегает до того места, откуда стартовала Черепаха.

Ахилл: Ха!

Зенон: Теперь Черепаха впереди него лишь на пять метров. Ахилл вмиг достигает того места.

Ахилл: Хо-хо!

Зенон: Все же за этот миг Черепаха успела немного продвинуться вперед. В мгновение ока Ахилл покрывает и эту дистанцию.

Ахилл: Хи-хи-хи!

Зенон: Но и в это кратчайшее мгновение Черепаха чуточку продвинулась, и

опять Ахилл оказался позади. Теперь вы видите, что если Ахилл хочет нагнать Черепаху, ему придется играть в эти "догонялки" БЕСКОНЕЧНО — а следовательно, он НИКОГДА ее не догонит!

Черепаха: Хе-хе-хе-хе!

Ахилл: Хм...хм...хм...хм...хм... Этот довод кажется мне неверным. Однако я никак не могу понять, в чем здесь ошибка.

Зенон: Хороша головоломочка? Это мой любимый парадокс.

Черепаха: Прошу прощения, Зенон, но мне кажется, что вы рассказали нам что-то не то. Через несколько веков этот ваш рассказ будет известен как парадокс Зенона "Ахилл и Черепаха"; он показывает — гм! — что Ахилл никогда не догонит Черепаху. Доказательство же того, что Мир Изменяется Исключительно Иллюзорно (а следовательно, Мир Ультранеподвижен) содержится в вашем "Дихотомическом Парадоксе", не так ли?

Зенон: Ах, какой стыд. Конечно же, вы правы. Это тот парадокс, где объясняется, что идя от А до Б, надо сначала пройти половину пути — но от этой половины также придется сначала пройти половину... и так далее. Оба эти парадокса очень похожи; честно говоря, я просто обыгрывал мою Великую Идею с разных сторон.

Ахилл: Могу поклясться, что эти аргументы содержат ошибку. Хотя я не вижу, где в них ошибка, зато прекрасно понимаю, что они не могут быть верными.

Зенон: Так вы сомневаетесь в правильности моих парадоксов? Отчего же вам самим не попробовать? Видите тот красный флаг в конце дорожки?

Ахилл: Невозможный, сделанный по гравюре Эшера?

Зенон: Тот самый. Как насчет того, чтобы вам с Черепахой пробежаться к флагу наперегонки? Конечно, ей надо будет дать приличную фору, скажем...

Черепаха: Как насчет пятидесяти локтей?

Зенон: Отлично — пусть будут пятьдесят локтей.

Ахилл: Я-то всегда готов.

Зенон: Вот и чудесно. Все это захватывающе интересно! Сейчас мы проверим мою строго доказанную Теорему на опыте! Госпожа Черепаха, будьте так добры, займите позицию на пятьдесят локтей впереди Ахилла.

(Черепаха продвигается на пятьдесят локтей ближе к флагу.)

Ну как, вы оба готовы?

Черепаха и Ахилл: Готовы!

Зенон: На старт... Внимание... Марш!

ГЛАВА I

Головоломка MU

Формальные системы

ОДНИМ ИЗ центральных понятий этой книги является понятие *формальной системы*. Формальные системы того типа, который я использую, были изобретены американским логиком Эмилем Постом в 1920-х годах; их часто называют *системами продукции* или *системами Поста*. Эта глава познакомит вас с одной из таких формальных систем. Надеюсь, что вам захочется хотя бы немного ее исследовать — чтобы вас заинтересовать, я придумал небольшую головоломку.

Головоломка формулируется просто: "Можете ли вы получить **MU**?" Для начала вам будет дана некая строчка (последовательность букв).* Чтобы не мучить вас неизвестностью, сообщу эту строчку сразу — это будет MI. Кроме этого, вам будут даны правила, с помощью которых вы сможете превращать одну строчку в другую. Вы можете использовать любое правило, применимое в данный момент; при этом, если таких правил несколько, у вас имеется свободный выбор. Именно в этот момент игра с формальной системой ближе всего подходит к искусству. Само собой, главное требование игры — следование правилам. Это ограничение может быть названо "требованием формальности". Возможно, что в данной главе нам не придется подробно на нем останавливаться. Однако, как бы удивительно это вам не казалось, работая с формальными системами последующих глав, вы увидите, что вам частенько захочется нарушать требование формальности, если у вас раньше не было навыка работы с подобными системами.

Наша формальная система — назовем ее *системой **MIU*** — использует лишь три буквы: **M**, **U**, **I**. Это означает, что единственными строчками системы **MIU** будут те, которые используют только эти буквы. Ниже приводятся некоторые строчки системы **MIU**:

MU
UIM
MUUMUU
UIIUMIUUIMUIIUMIUUIMUIIU

Однако, хотя все эти строчки и правильны, вы еще не можете ими распоряжаться. Пока у вас имеется единственная строчка — **MI**. Вы можете расширить вашу "коллекцию" путем применения правил. Первое правило нашей системы:

---

*Далее в книге, говоря о строчках, мы будем использовать следующие знаки: когда строчка будет напечатана тем же шрифтом, как и окружающий ее текст, она будет заключена в простые или двойные кавычки. Знаки препинания, принадлежащие тексту, будут, как того требует логика, вне кавычек. Например, первая буква этой фразы — "Н", в то время, как первая буква "этой фразы" — "э". Однако, когда строчка будет напечатана другим шрифтом или латинским алфавитом, кавычки использоваться не будут — за исключением тех случаев, когда это будет абсолютно необходимо для ясности. Например, первая буква stola — s.

ПРАВИЛО I: Если у вас есть строчка, кончающаяся на **I**, вы можете прибавить **U** в конце.

Кстати, надо отметить, если вы уже сами об этом не догадались, что в понятии "строчка" важен определенный порядок букв. Например, **MI и IM** — две разные строчки. Строчка символов совсем не то же самое, что "мешок" с символами, где порядок символов не играет никакой роли.

Второе правило нашей системы:

ПРАВИЛО II: Если у вас имеется *Mx*, вы можете прибавить к вашей коллекции *Mxx*.

Поясним это правило на нескольких примерах.

Из **MIU** вы можете получить **MIUIU**.
Из **MUM** вы можете получить **MUMUM**.
Из **MU** вы можете получить **MUU**.

Таким образом, буква *x* означает здесь любую строчку; однако, после того, как вы выбрали определенную строчку, вам придется держаться вашего выбора до тех пор, пока вы не используете снова то же правило — тогда вы можете сделать новый выбор. Обратите внимание на третий пример. Он показывает, каким образом вы можете получить новую строчку из **MU** — но сначала вам необходимо иметь в вашей коллекции **MU**! Хочу добавить еще одно, последнее замечание, касающееся буквы "*x*": она не является частью формальной системы в том смысле, как буквы "**M**", "**I**" и "**U**". Тем не менее, нам нужен способ говорить о строчках системы вообще — и в этом нам помогает "*x*", символизирующий любую произвольную строчку. Если в вашей коллекции оказывается строчка, содержащая "*x*", это значит, что вы где-то ошиблись, так как в строчках системы **MIU** эта буква не встречается.

Третье правило нашей системы:

ПРАВИЛО III: Если в какой-либо строчке встречается **III**, вы можете получить новую строчку, где вместо **III** будет **U**.

Примеры:

Из **UMIIIMU** вы можете получить **UMUMU**.
Из **MIIII** вы можете получить **MIU** (а также **MUI**).
Из **IIMII** вы не можете, применяя правило III, получить ничего нового. (Все три **I** должны стоять подряд.)

Ни в коем случае нельзя думать, что это правило можно применять в обратном порядке, как в следующем примере:

Из **MU** можно получить **MIII**. <= Это неверно.

Все правила читаются только в одном направлении, слева направо.

Последнее правило нашей системы:

ПРАВИЛО IV: Если в какой-либо строчке встречается последовательность **UU**, вы можете ее опустить.

Из **UUU** можно получить **U**.
Из **MUUUIII** можно получить **MUIII**.

Теперь у вас есть все, что нужно, чтобы попытаться вывести **MU**. Не волнуйтесь, если у вас не будет получаться; просто попробуйте поиграть с системой и постарайтесь схватить суть головоломки **MU**. Надеюсь, что вы получите удовольствие!

Теоремы, аксиомы и правила

Ответ на головоломку MU вы найдете дальше в тексте. Сейчас для нас важен сам процесс поиска решения. Возможно, что вы уже попытались это сделать; если так, то теперь у вас оказалась целая коллекция строчек. Подобные строчки, выведенные путем применения правил, называются *теоремами*. Термин "теорема", разумеется, широко используется в математике и имеет там совсем другое значение: какое-либо утверждение на естественном языке, доказанное с помощью строгих рассуждений (например, Теорема Зенона о "невозможности" движения или Теорема Эвклида о бесконечном количестве простых чисел). Однако в формальных системах теоремы — не утверждения, а лишь строчки символов. Такие теоремы не *доказываются*, а просто *производятся* автоматически при помощи неких типографских правил. Чтобы подчеркнуть это важное отличие, в дальнейшем, говоря о "теоремах" в обыденном значении, я буду писать это слово с заглавной буквы: Теорема — это утверждение на каком-либо естественном языке, которое было доказано с помощью логических рассуждений. Слово "теорема", написанное с маленькой буквы, будет употребляться в техническом значении: теорема — это строчка, выводимая в какой-либо формальной системе. В этих терминах головоломка **MU** состоит в том, чтобы выяснить, является ли **MU** теоремой системы **MIU**.

В начале этой главы я "подарил" вам теорему **MI**. Такая "дареная" теорема называется *аксиомой*. Также и в этом случае, техническое значение этого слова отличается от повседневного. Формальная система может иметь ноль, одну, несколько и даже бесконечное множество аксиом. Далее в книге приводятся примеры формальных систем всех трех видов.

Каждая формальная система обладает набором правил обращения с символами, таких, как четыре правила системы **MIU**. Подобные правила называются *порождающими правилами* или *правилами вывода*; в дальнейшем я буду пользоваться обоими терминами.

И, наконец, последний термин — *вывод*. Ниже приводится вывод теоремы **MUIIU**:

(1) **MI**	аксиома
(2) **MII**	из (1) по правилу II
(3) **MIIII**	из (2) по правилу II
(4) **MIIIIU**	из (3) по правилу I
(5) **MUIU**	из (4) по правилу III
(6) **MUIUUIU**	из (5) по правилу II
(7) **MUIIU**	из (6) по правилу IV

Выводом теоремы называется последовательное, шаг за шагом, объяснение того, как можно получить данную теорему согласно правилам формальной си-

стемы. Понятие вывода основывается на понятии доказательства, являясь, однако, лишь его дальним родственником. Было бы странным утверждать, что мы *доказали* строчку **MUIIU**; скорее, мы ее *вывели*.

Внутри и снаружи системы

Большинство читателей, пытаясь решить головоломку **MU**, начинает выводить теоремы наобум и смотрят, что при этом получается. Вскоре, однако, они замечают, что полученные теоремы обладают некими свойствами; в этот момент в работу включается разум. Возможно, что пока вы не вывели несколько теорем, для вас не было очевидным, что все они будут начинаться с **M**. В какой-то момент вы заметили некую закономерность и смогли ее объяснить, исходя из правил: они таковы, что каждая новая теорема наследует первую букву предыдущей. В результате первые буквы всех теорем восходят к первой букве нашей единственной аксиомы **MI** — и это доказательство того, что все теоремы системы **MIU** должны начинаться с **M**.

То, что произошло, очень важно. Это указывает на одно из различий между человеком и машиной. Было бы возможно — и даже весьма нетрудно — запрограммировать компьютер на вывод теорем системы **MIU**; мы можем включить в программу команду, велящую машине не останавливаться, пока она не выведет **U**. Читатель уже знает, что компьютер, запрограммированный таким образом, не остановится никогда.

В этом нет ничего удивительного. Но что, если бы вы попросили вывести **U** одного из ваших приятелей? Вы не удивились бы, если бы он через некоторое время подошел к вам, жалуясь, что он никак не может избавиться от **M**, и что эти поиски — сумасбродная затея.

Даже не очень сообразительный человек не может не заметить закономерности в том, что он делает; эти наблюдения помогают ему лучше понять поставленную перед ним задачу. Компьютерная программа, которую мы только что упомянули, этого сделать не может.

Когда я сказал, что этот факт показывает различие между человеком и машиной, я имел в виду следующее: компьютер *возможно* запрограммировать таким образом, что тот никогда не заметит даже самых очевидных закономерностей в том, что он делает; человеку, однако, свойственно подмечать определенные закономерности в его занятиях. Все это читатель, конечно, знал и раньше. Если вы возьмете калькулятор, нажмете на 1, прибавите 1, снова прибавите 1, и будете делать то же самое еще много раз подряд, калькулятор никогда не научится делать этого сам; однако любой человек очень быстро заметил бы схему в ваших действиях. Еще один простой пример: автомобиль, как бы долго и хорошо его не водили, никогда не научится избегать аварий и никогда не выучит даже самые частые маршруты своего хозяина.

Таким образом, различие в том, что машина *может* не делать наблюдений, в то время как для человека это невозможно. Заметьте, что я не говорю, что *вообще никакие* машины не способны делать сложных наблюдений; я имею в виду лишь некоторые из них. Я также не хочу сказать, что все люди способны делать сложные наблюдения; на самом деле, многие из них весьма ненаблюдательны. Но машины, в отличие от людей, могут быть сделаны *совершенно* ненаблюдательными. На самом деле, большинство машин, созданных до сих пор, весьма близки к полной ненаблюдательности; именно поэтому, многие

считают, что отсутствие наблюдательности — одна из основных характеристик машин. Например, говоря о "механической" работе, мы не имеем в виду, что люди не могут с ней справиться; мы хотим сказать, что только машина способна безропотно проделывать такую работу снова и снова.

Прыжки за пределы системы

Человеческому интеллекту свойственно умение, выпрыгивая за пределы системы, смотреть на то, что он делает, со стороны; при этом он ищет — и часто находит — какую-либо схему, закономерность. В то же время, сказав, что разум способен взглянуть на свою работу со стороны, я не говорю, что он делает это всегда. Зачастую, однако, для этого бывает достаточно лишь небольшого толчка. Например, человеку, читающему книгу, может захотеться спать. Вместо того, чтобы дочитать книгу до конца, он, скорее всего, отложит ее в сторону и потушит свет. При этом он "выходит из системы"; нам это кажется вполне естественным. Другой пример: человек А смотрит телевизор. В комнату входит человек Б и показывает явное неудовольствие ситуацией. Человек А может решить, что он понимает, в чем дело, и попытаться исправить положение, выходя из данной системы (той программы телевизора, которую он смотрел) и переключая телевизор на другой канал в поисках лучшей передачи. Б, однако, может иметь в виду более радикальный "выход из системы" — а именно, вообще выключить телевизор! В некоторых случаях только редкие личности могут заметить систему, управляющую жизнью многих людей — систему, никогда раньше таковой не считавшуюся. Подобные личности зачастую посвящают жизнь тому, чтобы убедить остальных, что система действительно существует, и что из нее необходимо выйти!

Насколько хорошо можно научить компьютер выскакивать за пределы системы? Я приведу пример, в свое время удививший многих наблюдателей. Не так давно на шахматном чемпионате среди компьютеров; у одной из программ (самой слабой) оказалась необычайная особенность — сдаваться задолго до конца партии. Она не была хорошим игроком, зато умела увидеть, когда позиция становилась безнадежной, и сдаться в этот момент, вместо того, чтобы ждать, пока другая программа пройдет через скучную процедуру матования. Хотя та программа проиграла все свои партии, она сделала это с шиком, удивив многих местных знатоков шахмат. Таким образом, если мы определим здесь "систему" как "делать ходы шахматной партии", ясно, что та программа имела сложную, заранее запрограммированную способность выходить из системы. С другой стороны, если вы считаете, что "системой" в данном случае является "все то, что компьютер запрограммирован делать", несомненно, что та программа вовсе не умела выходить из системы.

Изучая формальные системы, очень важно отличать работу *внутри* системы от наших наблюдений *над* системой. Наверное, подобно большинству читателей, вы начали работу над головоломкой **MU** внутри системы; однако в какой-то момент ваше терпение истощилось и вы вышли из системы, пытаясь проанализировать результаты вашей работы и понять, почему вам до сих пор не удалось получить **MU**. Возможно, вы смогли ответить на этот вопрос; это — пример размышления о системе. Вероятно, в какой-то момент вы вывели **MIU**; это — пример работы внутри системы. Я не хочу сказать, что эти два метода совершенно несовместимы; напротив, я уверен, что любой человек до определенной степени способен одновременно работать внутри системы и размыш-

лять над тем, что он делает. Более того, в человеческих делах часто почти невозможно точно отделить работу внутри системы от ее анализа; жизнь состоит из такого количества сложных, переплетенных между собой систем, что подобное деление вообще кажется слишком большим упрощением. Однако сейчас для нас важно четко сформулировать простые идеи, чтобы в дальнейшем мы могли опираться на них при анализе более сложных систем. Именно поэтому я рассказываю вам о формальных системах; кстати, нам пора вернуться к обсуждению системы **MIU**.

Режим M, Режим I, Режим U.

Головоломка **MU** была сформулирована таким образом, чтобы читатель некоторое время работал внутри системы, выводя теоремы. В то же время, ее формулировка не обещала, что, оставаясь внутри системы, он сможет добиться результата. Таким образом, система **MIU** предполагает некоторое колебание между двумя режимами работы. Эти режимы можно разделить, используя два листа бумаги: на одном из них вы работаете "в качестве машины", заполняя лист теоремами; на другом вы работаете "в качестве мыслящего существа" и можете делать все, что вам подскажет смекалка: использовать русский язык, записывать идеи, работать в обратном порядке, использовать иксы, сжимать несколько шагов в один, менять правила системы, чтобы посмотреть, что из этого выйдет — короче, все, что придет вам в голову. Вы можете заметить, что числа 3 и 2 играют важную роль в системе, так как I сокращаются группами по 3, а **U** — группами по 2; кроме того, правило II позволяет удвоение букв (кроме **M**). На втором листе бумаги у вас могут содержаться какие-то размышления по этому поводу. Позже мы еще вернемся к этим двум способам работы с формальными системами; мы будем называть их механический режим (способ **M**) и интеллектуальный режим (способ I). Каждой букве системы **MIU** соответствует один из режимов. В дальнейшем я опишу последний режим — ультра-режим (режим **U**), свойственный дзен-буддистскому подходу к вещам. Подробнее об этом через несколько глав.

Алгоритм разрешения

Работая над этой головоломкой, вы, вероятно, заметили, что она включает правила двух противоположных типов: *удлиняющие* и *укорачивающие*. Два правила (I и II) позволяют нам удлинять строчки (естественно, лишь строго определенным образом); два других правила позволяют укорачивать строчки (опять же, следуя строгому закону). Кажется, что порядок применения этих правил можно бесконечно варьировать; таким образом, возникает надежда, что рано или поздно мы придем к искомой строчке **MU**. Возможно, нам придется создать для этого гигантскую строчку и затем сокращать ее, пока не останутся только два символа; или, того хуже, нам придется попеременно удлинять и сокращать, удлинять и сокращать, и так далее. При этом успех не гарантирован. На самом деле, мы уже заметили, что получить **U** вообще невозможно, даже если бы мы удлиняли и сокращали строчки до второго пришествия.

Тем не менее, кажется, что с **MU** ситуация иная, чем с **U**. Наше заключение о том, что **U** вывести невозможно, основывалось на очевидном свойстве этой строчки: она не начинается с **M**, как все остальные теоремы. Иметь такой

простой способ отличать не-теоремы весьма удобно. Однако кто может поручиться, что подобный способ укажет нам *все* не-теоремы? Вполне возможно, что существует множество начинающихся с **M** строчек, которые, тем не менее, невыводимы. Это означало бы, что проверка "по первой букве" указывает нам только на ограниченное количество не-теорем, оставляя "за бортом" все остальные. Однако существует возможность найти некий более сложный метод проверки, точно говорящий нам, какие строчки могут быть выведены с помощью данных правил, а какие — нет. Тут перед нами возникает вопрос: что мы подразумеваем под словом "проверка"? Читателю может быть не совсем понятно, какой смысл задаваться этим вопросом и почему он столь важен в данном контексте. Приведу пример такой "проверки", которая, как кажется, идет вразрез с самим смыслом этого слова.

Представьте себе джинна, в распоряжении которого имеется все время на свете. Джинн тратит это время на вывод теорем системы **MIU**. Делает он это весьма методично, скажем, следующим образом:

Шаг 1: Приложить все подходящие правила к аксиоме **MI**.
Это дает две новые теоремы: **MIU**, **MII**.
Шаг 2: Приложить все подходящие правила к теоремам, полученным в шаге 1. Это дает три новые теоремы: **MIIU**, **MIUIU**, **MIIII**.
Шаг 3: Приложить все подходящие правила к теоремам, полученным в шаге 2. Это дает пять новых теорем: **MIIIIU**, **MIIUIIU**, **MIUIUIUIU**, **MIIIIIIII**, **MUI**.

.
.
.

Следуя этому методу, рано или поздно мы выведем каждую теорему системы, так как правила применяются во всех мыслимых комбинациях. (См. рис. 11) Все удлиняющие и укорачивающие трансформации, упомянутые выше, со временем будут осуществлены.

Неясно, однако, как долго нам придется ждать появления той или иной строчки, поскольку теоремы расположены согласно длине их вывода. Это не очень-то полезное расположение, в особенности, если вы заинтересованы в какой-то определенной строчке (например, **MU**) и при этом не знаете не только того, какой длины ее вывод, но даже того, существует ли этот вывод вообще.

Теперь давайте взглянем на обещанную "проверку теоремности":

> Ждите, пока данная строчка будет выведена; когда это случится, вы будете знать, что это — теорема. Если же этого не случится никогда, вы можете быть уверены, что данная строчка — не теорема.

Это звучит нелепо, так как здесь имеется в виду, что мы согласны ждать ответа до скончания веков. Таким образом, мы опять подошли к вопросу о том, что может считаться "проверкой". Прежде всего, нам необходима гарантия, что мы получим ответ за ограниченный промежуток времени. Такая проверка теоремности, которая завершается в конечный отрезок времени, называется *алгоритмом разрешения* для данной формальной системы.

Когда у вас имеется алгоритм разрешения, все теоремы системы приобретают конкретную характеристику. С первого взгляда может показаться, что правила и аксиомы формальной системы сами по себе характеризуют ее теоремы

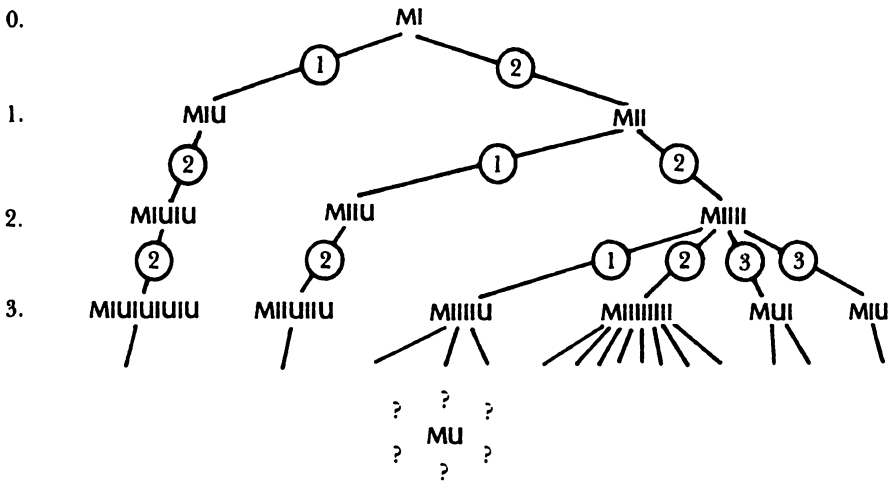


РИС. 11. Систематически построенное "дерево" всех теорем системы ***MIU****. N-ный уровень внизу содержит теоремы, для вывода которых понадобилось ровно N шагов. Номера в кружках говорят нам, с помощью какого правила была получена данная теорема. Растет ли на этом дереве* ***MU****?*

не менее полно, чем алгоритм разрешения; однако проблема здесь заключается в слове "характеризуют". Безусловно, как правила вывода, так и аксиомы системы **MIU** косвенно характеризуют строчки, являющиеся теоремами; еще более косвенно они характеризуют строчки, теоремами *не* являющиеся. Однако косвенная характеристика часто недостаточна. Если кто-нибудь утверждает, что он имеет в своем распоряжении характеристику всех теорем, но при этом тратит бесконечное время, чтобы установить, что данная строчка не является теоремой, вы, скорее всего, подумаете, что в его характеристике чего-то не хватает — она недостаточно конкретна. Именно поэтому так важно установить, есть ли в данной системе алгоритм разрешения. Положительный ответ будет означать, что вы всегда можете проверить, является ли данная строчка теоремой; при этом, какой бы длинной проверка ни была, она *непременно придет к концу*. В принципе, проверка — такой же простой, механичесткий, конечный и верный процесс, как установление того, что первая буква строчки — **M**. Алгоритм разрешения — это "лакмусовая бумажка" для установления теоремности!

Кстати, одним из требований формальной системы является наличие алгоритма разрешения для аксиом: каждая формальная система должна иметь свою лакмусовую бумажку для определения аксиомности. Таким образом, у нас не будет проблем по крайней мере в начале работы. Разница между множеством аксиом и множеством теорем в том, что первые всегда имеют алгоритм разрешения, в то время как последние могут его и не иметь.

Уверен, что вы согласитесь, что, когда вы начали работать с системой **MIU**, вам пришлось столкнуться именно с этой проблемой. Вам была известна единственная аксиома системы и простые правила вывода, косвенно характеризующие теоремы — и все же было неясно, каковы последствия этой характеристики. В частности, было совершенно непонятно, является ли **MU** теоремой.

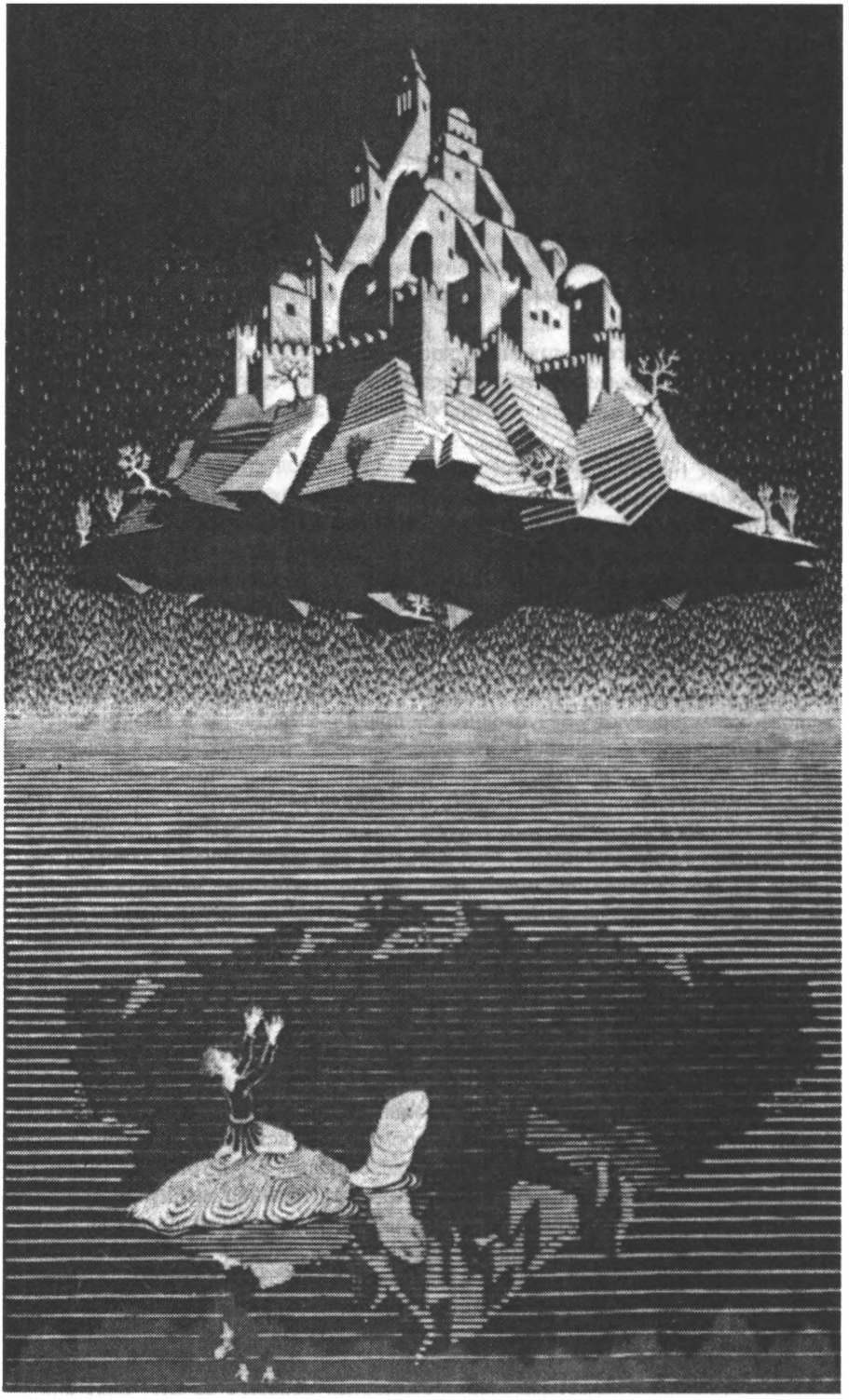


РИС. 12. М.К. Эшер. "Воздушный замок" (гравюра на дереве), 1928.

Двухголосная инвенция

ИЛИ

Что Черепаха сказала Ахиллу

(записано Льюисом Кэрроллом[1])

Ахилл перегнал Черепаху и с комфортом уселся отдыхать на ее широкой спине.

"Так вам все же удалось добежать до финиша?" — сказала Черепаха. "Несмотря на то, что дистанция состояла из бесконечного ряда отрезков? Я-то думала, какой-то умник доказал, что это невозможно сделать?"

"Это ВОЗМОЖНО сделать", — сказал Ахилл: "И я это СДЕЛАЛ! *Solvitur ambulando*. Видите ли, дистанции постоянно УМЕНЬШАЛИСЬ..."

"А если бы они постоянно УВЕЛИЧИВАЛИСЬ?" — перебила Черепаха, — "Что тогда?"

"Тогда бы меня здесь еще не было," — скромно ответил Ахилл, — "А Вы уже успели бы обежать несколько раз вокруг света."

"Вы весьма великодушны, Ахилл. Вы меня просто подавили... я хочу сказать, придавили, поскольку вы нешуточный тяжеловес. А теперь, не угодно ли вам послушать про такую беговую дорожку, о которой большинство людей воображают, что могут преодолеть ее в два-три шага, когда на самом деле она состоит из бесконечного числа расстояний, где каждое последующее больше предыдущего?"

"С превеликим удовольствием," — ответствовал греческий воин, доставая из шлема (в те дни мало кто из греческих воинов мог похвастаться карманами) огромный блокнот с карандашом. "Приступайте к своему рассказу, да говорите, пожалуйста, помедленнее — ведь стенография еще не изобретена!"

"Этот прекрасный Первый Постулат Эвклида..." — пробормотала мечтательно Черепаха, — "вы восхищаетесь Эвклидом?

"Страстно! Постольку, конечно, поскольку можно восхищаться трудом, который будет опубликован лишь через несколько столетий..."

"Давайте, в таком случае, рассмотрим первые два пункта его доводов, и выводы, которые из них следуют. Будьте так любезны, запишите их к себе в блокнот — для удобства обозначим их A, B и Z:

(A) Вещи, равные одному и тому же, равны между собой.
(B) Две стороны этого треугольника суть вещи, равные одному и тому же.
(Z) Две стороны этого треугольника равны между собой.

Читатели Эвклида согласятся, я думаю, что Z логически следует из A и B, так что тот, кто согласен с истинностью A и B, ДОЛЖЕН считать истинным и Z?"

"Несомненно! Уж с ЭТИМ-то легко согласится любой старшеклассник — как только старшие классы будут изобретены, каких-нибудь пару тысяч лет спустя."

"И если какой-нибудь читатель не принимает A и B за истинные, он, тем

не менее, должен согласиться с тем, что ВЗЯТАЯ ЦЕЛИКОМ, эта последовательность имеет смысл?"

"Без сомнения, такого читателя можно вообразить. Он мог бы сказать: 'Я принимаю за истинное Гипотетическое Утверждение, что ЕСЛИ A и B истинны, то Z должно быть тоже истинно.' Такой читатель поступил бы мудро, если бы он оставил Эвклида и занялся футболом".

"А что, если какой-нибудь другой читатель сказал бы: 'Я принимаю за истинные A и B, но НЕ Гипотетическое Утверждение'?"

"Наверное, и такой читатель мог бы существовать. Ему, впрочем, тоже было бы лучше заняться футболом."

"И никакой из этих читателей ПОКА не обязан соглашаться с тем, что логически Z должно быть истинно?"

"Совершенно верно," — кивнул Ахилл.

"Теперь представьте на минуту, что я — тот второй читатель, и попробуйте логически заставить меня признать, что Z истинно."

"Черепаха, играющая в футбол, была бы..." — начал Ахилл.

"...совершеннейшей аномалией, конечно," — торопливо перебила Черепаха. "Не будем отвлекаться; сначала давайте разберемся с Z, а потом уж поговорим о футболе!"

"Я должен заставить вас принять Z, не так ли?" — задумчиво пробормотал Ахилл. "И вы утверждаете, что принимаете A и B, но тем не менее не принимаете Гипотетическое Утверждение ..."

"Назовем его C", — вставила Черепаха.

"Но вы не принимаете

(C) Если A и B истинны, следовательно Z должно быть истинно."

"Именно это я и утверждаю," — сказала Черепаха.

"В таком случае я должен попросить вас согласиться с C."

"Я, пожалуй, уважу вашу просьбу, как только вы занесете ее в свой блокнот. Кстати, что у вас там еще записано?"

"Только несколько заметок на память," — сказал Ахилл, нервно шурша страницами: "несколько заметок о ... о сражениях в которых я отличился!"

"Здесь полно чистых страниц, как я погляжу!" — радостно заметила Черепаха. "Нам понадобятся ВСЕ они, до последней странички!" (Ахилл содрогнулся.) "Теперь пишите за мной:

(A) Вещи, равные одному и тому же, равны между собой.
(B) Две стороны этого треугольника суть вещи, равные одному и тому же.
(C) Если A и B истинны, следовательно Z должно быть истинно.
(Z) Две стороны этого треугольника равны между собой."

"Вы должны бы называть последнее утверждение D, а не Z, поскольку оно прямо следует за первыми тремя. Если вы принимаете A, B, и C, вам ПРИДЕТСЯ принять Z."

"Почему это мне 'придется'?"

"Потому что Z ЛОГИЧЕСКИ следует из них. Если A, и B, и C истинны, Z ДОЛЖНО быть истинно. С этим-то вы, надеюсь, не станете спорить?"

"Если A, и B, и C истинны, Z ДОЛЖНО быть истинно," — в раздумьи

повторила Черепаха. Это еще одно Гипотетическое Утверждение, не правда ли? И если я его не приму, я все еще могу считать истинными A, B и C, но не принимать Z, не так ли, мой друг?"

"Пожалуй, что и так," — согласился простодушный герой, — "хотя такое упрямство было бы просто феноменально. Все же, это событие ВОЗМОЖНО. А раз так, я должен попросить вас принять еще одно Гипотетическое Утверждение."

"Прекрасно! Я согласен принять и это Утверждение, как только вы его запишете. Мы назовем его D.

(D) Если A, и B, и C истинны, Z ДОЛЖНО быть истинно.

Уже записали?"

"Записал, записал!" — радостно воскликнул Ахилл, вкладывая карандаш в футляр. "Наконец-то мы пришли к концу нашей воображаемой беговой дорожки! Теперь, когда вы принимаете A, и B, и C, и D, вы, КОНЕЧНО, принимаете и Z."

"Неужели?" — спросила Черепаха с невинным видом. Давайте-ка это выясним. Я принимаю A, и B, и C, и D. Что, если я ВСЕ ЕЩЕ отказываюсь принять Z?"

"Тогда госпожа Логика возьмет вас за горло и ЗАСТАВИТ!" — торжествующе ответил Ахилл. "Логика скажет вам: 'У вас нет выхода. Теперь, когда вы согласились с A, и B, и C и D, вы ОБЯЗАНЫ согласиться с Z!' Так что у вас нет выбора, как видите."

"То, что произносит госпожа Логика, уж конечно стоит того, чтобы быть ЗАПИСАНО," — сказала Черепаха. "Так что, пожалуйста занесите и это в ваш блокнот. Мы назовем это

(E) Если A и B и C и D истинны, Z должно быть истинным."

До тех пор, пока я не согласилась с ЭТИМ утверждением, я не обязана принимать Z за истинное. Теперь вы видите, что это совершенно НЕОБХОДИМЫЙ шаг?"

"Вижу, вижу..." — сказал Ахилл, и в его голосе явственно послышались грустные нотки.

В этот момент рассказчику пришлось покинуть счастливую парочку, так как ему срочно нужно было в банк. Он снова попал в те места только через несколько месяцев. Доблестный герой Ахилл все еще восседал на спине долготерпеливой Черепахи и писал в своем блокноте, который уже почти заполнился, а Черепаха говорила: "Записали последний шаг? Если я не сбилась со счета, у нас набралось уже 1001. Осталось всего каких-нибудь несколько миллионов... Зато подумайте только, какую ОГРОМНУЮ пользу наша беседа принесет Логикам Девятнадцатого Века!

"Не думаю, что кто-нибудь из них сможет разобраться во всей этой чепухе", — отвечал усталый воин, в отчаянии пряча лицо в ладонях. "Сделайте милость, разрешите мне позаимствовать каламбур, который в девятнадцатом столетии придумает знакомая Алисы, ваша кузина Черепаха Квази, и переименовать вас в г-жу Чепупаху."

"Ахиллес, бедняга, вы видно совсем устали, такую вы несете ахиллею... по этому поводу, я, пожалуй, позволю себе каламбур, до которого моя кузина Черепаха Квази не додумается, и переименую вас в Ахинесса."

ГЛАВА II

Содержание и форма в математике

ЭТА ДВУХГОЛОСНАЯ ИНВЕНЦИЯ оказалась для моих героев вдохновляющей идеей. Так же, как Льюис Кэрролл позволил себе вольное обращение с Ахиллом и Черепахой Зенона, я позволил себе некоторые вольности с Ахиллом и Черепахой Льюиса Кэрролла. У Кэрролла одни и те же события повторяются снова и снова, каждый раз на более высоком уровне; это замечательная аналогия Баховского Естественно Растущего Канона. Если лишить диалог Кэрролла его блестящего остроумия, в нем останется глубокая философская проблема: *подчиняются ли слова и мысли каким-либо формальным правилам?* Это и есть основной вопрос, на который пытается ответить моя книга.

В этой и следующей главах мы рассмотрим несколько новых формальных систем; это поможет нам лучше понять саму идею *формальной системы.* Когда вы дочитаете эти две главы до конца, у вас должно сложиться неплохое представление о мощности формальных систем и о том, почему они представляют интерес для математиков и логиков.

Система "pr"

В этой главе мы будем рассматривать *систему* ***pr***. Ни математики, ни физики ею не заинтересуются; признаться, она — всего лишь мое собственное изобретение. Система **pr** интересна лишь постольку, поскольку она хорошо иллюстрирует многие идеи, играющие в этой книге важную роль. В этой системе три символа:

p r -

— буквы **p** и **r** и тире.

Система **pr** имеет бесконечное множество аксиом. Поскольку мы не можем записать их все, мы должны придумать какой-нибудь метод их описания. На самом деле, нам нужно не просто описание этих аксиом; нам нужен способ, позволяющий узнать, является ли данная последовательность символов аксиомой. Простое описание аксиом охарактеризовало бы их полностью, но недостаточно сильно; именно в этом была проблема с описанием теорем системы **MIU**. Мы не собираемся возиться в течении неопределенного — возможно, бесконечного — времени, чтобы определить, является ли некая строчка символов аксиомой. Нам необходимо такое определение аксиом, которое предоставит в наше распоряжение надежный алгоритм разрешения, устанавливающий аксиоматичность любой строчки, состоящей из символов **p**, **r** и тире.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: *x***p-r***x*- является аксиомой, когда *x* состоит только из тире.

Обратите внимание, что каждый из этих двух *x*-ов замещает одинаковое число тире. Например, --**p**-**r**--- является аксиомой. Само выражение '*x***p**-**r***x*-', разумеется, не аксиома, так как *x* не принадлежит системе **pr**; оно, скорее, походит на форму, в которой отливаются все аксиомы данной системы. Такая "форма" называется *схемой аксиом*.

Система **pr** имеет только одно правило вывода:

ПРАВИЛО: Пусть *x*, *y* и *z* — строчки, состоящие только из тире. Пусть *x***p***y***r***z* является теоремой. Тогда *x***p***y*-**r***z*- также будет теоремой.

Пусть, например, *x* будет '--', *y* — '---' и *z* — '-'. Правило говорит нам:

Если --**p**---**r**- является теоремой, то --**p**----**r**-- также будет теоремой.

Это утверждение типично для правил вывода: оно устанавливает связь между двумя строчками, не сообщая нам ничего о том, является ли каждая из них по отдельности теоремой.

Очень полезное упражнение — попытаться найти разрешающий алгоритм для теорем системы **pr**. Это нетрудно — после нескольких попыток вы, скорее всего, найдете решение. Попробуйте!

Разрешающий алгоритм

Надеюсь, что вы уже попытались найти решение. Во-первых, хотя это и кажется очевидным, я хотел бы заметить, что каждая теорема системы **pr** имеет три отдельных группы тире, и что разделяющими элементами являются **p** и **r**, именно в таком порядке. (Это можно доказать, основываясь на аргументах "наследственности", так же, как мы смогли доказать, что теоремы системы **MIU** всегда должны начинаться с **M**.) Это означает, что уже сама форма такой строчки как --**p**--**p**--**p**--**r**-------- исключает ее из числа теорем.

Читатель может подумать, что, подчеркивая фразу "уже сама форма", автор поступает довольно глупо: что еще может быть в такой строчке, кроме формы? Что, кроме ее формы, может играть какую-либо роль в определении особенностей данной строчки? Совершенно ясно, что ничего больше! Однако имейте в виду, читатель, что по мере того, как мы будем углубляться в обсуждение формальных систем, понятие "формы" будет становиться все сложнее и абстрактнее и нам придется все чаще задумываться о значении самого этого слова. Во всяком случае, мы будем называть *"правильно составленной строчкой"* любую строчку следующей структуры: группа тире, одно **p**, вторая группа тире, одно **r**, завершающая группа тире.

Вернемся к алгоритму разрешения. Для того, чтобы данная строчка считалась теоремой, первые две группы тире в сумме должны давать третью группу тире. Так, например, --**p**--**r**---- является теоремой, так как 2 плюс 2 равняется 4, в то время как --**p**--**r**- теоремой не является, так как 2 плюс 2 не равняется 1. Чтобы понять, почему этот критерий верен, взгляните сначала на схему аксиом. Очевидно, она производит только такие аксиомы, которые удовлетворяют критерию сложения. Теперь обратитесь к правилу вывода. Если первая строчка удовлетворяет критерию сложения, то же условие необходимо будет выполняться и во второй строчке. И, наоборот, если первая строчка не удовлетворяет

критерию сложения, не будет удовлетворять ему и вторая строчка. Это правило превращает критерий сложения в наследственное качество теорем; каждая теорема передает его своим "отпрыскам". Это показывает, почему критерий сложения верен.

Кстати, в системе **pr** есть некое свойство, позволяющее нам с уверенностью сказать, что данная система имеет разрешающий алгоритм, еще до того, как мы нашли критерий сложения. Это свойство заключается в том, что система **pr** не усложнена встречными *укорачивающими* и *удлиняющими* правилами; в ней имеются лишь удлиняющие правила. Любая формальная система, которая говорит нам, как получать более длинные теоремы из более коротких, но никогда не говорит нам обратного, должна иметь алгоритм разрешения для своих теорем. Представьте себе, что вам дана какая-либо строчка. Прежде всего, проверьте, является ли эта строчка аксиомой (я предполагаю, что у нас имеется алгоритм разрешения для аксиом, иначе наше предприятие было бы безнадежным). Если это аксиома, то, следовательно, по определению она является теоремой, и проверка на этом заканчивается. Предположим теперь, что наша строчка — не аксиома. В таком случае, чтобы быть теоремой, она должна была быть получена из более короткой строчки путем применения одного из правил. Перебирая правила одно за другим, вы всегда можете установить, какие из них были использованы для получения данной строчки, а также какие более короткие строчки предшествуют ей на "генеалогическом древе". Таким образом, проблема сводится к определению того, какие из новых, более коротких строчек являются теоремами. Каждая из них, в свою очередь, может быть подвергнута такой же проверке. В худшем случае, нам придется проверить огромное количество все более коротких строчек. Продолжая продвигаться таким образом назад, вы медленно, но верно приближаетесь к источнику всех теорем: схеме аксиом. Строчки не могут укорачиваться бесконечно; в один прекрасный момент вы либо установите, что одна из новых коротеньких строчек является аксиомой, либо застрянете на строчках, которые, не являясь аксиомами, тем не менее, не поддаются дальнейшему сокращению. Таким образом, системы, имеющие лишь удлиняющие правила, не особенно интересны; по-настоящему любопытны лишь системы, где взаимодействуют удлиняющие и укорачивающие правила.

Снизу вверх *vs.* сверху вниз

Метод, описанный выше, можно назвать нисходящим алгоритмом разрешения; сравним его с восходящим алгоритмом, описание которого я сейчас приведу. Он весьма напоминает метод, используемый джинном для производства теорем в системе **MIU**; однако он несколько осложнен присутствием схемы аксиом. Мы возьмем что-то вроде корзины, куда будем бросать теоремы по мере их рождения.

(1а) Бросьте в корзину самую простую (**-p-r--**) из возможных теорем.
(1б) Приложите правило вывода к предмету в корзине и положите в корзину результат.
(2а) Положите в корзину следующую по простоте аксиому.
(2б) Приложите правило в каждому имеющемуся в корзине предмету и бросьте в корзину результаты.

(3а) Положите третью по простоте аксиому в корзину.
(3б) Приложите правило к каждому имеющемуся в корзине предмету и бросьте в корзину результаты.

И т.д., и т. п.

Ясно, что, действуя таким образом, вы не можете пропустить не одной теоремы системы **pr**. С течением времени корзина будет наполняться все более длинными теоремами; это — следствие отсутствия сокращающих правил. Таким образом, если вы желаете проверить, является ли данная строчка (например, **--p---r-----**) теоремой, вам придется следуя шаг за шагом, бросать в корзину все новые теоремы и сравнивать их с данной строчкой. Если таковая обнаружится, значит, это — теорема. Если же в какой-то момент вы заметите, что все, что попадает в корзину, длиннее искомой строчки, можете прекратить поиски — это не теорема. Такой разрешающий алгоритм называется восходящим, так как он исходит из основы, фундамента системы — аксиом. Предыдущий алгоритм разрешения, наоборот, спускался сверху, приближаясь к фундаменту системы.

Изоморфизмы порождают смысл

Теперь мы подошли к центральному вопросу данной главы — и книги в целом. Возможно, у вас уже мелькнула мысль, что теоремы pr напоминают сложение. Строчка **--p---r-----** является теоремой, потому что 2 плюс 3 равняется 5. Может быть, вы даже подумали, что теорема **--p---r-----** не что иное как записанное необычной нотацией утверждение, означающее, что 2 плюс 3 равняется 5. На самом деле я нарочно выбрал буквы **p** и **r**, чтобы напомнить вам о словах "плюс" и "равняется". Так что же, строчка **--p---r-----** на самом деле означает '2 плюс 3 равняется 5'?

Что заставляет нас думать подобным образом? Мне кажется, что в этом виноват замеченный нами *изоморфизм* между системой **pr** и сложением. Во введении термин "изоморфизм" был определен как трансформация, сохраняющая информацию. Теперь мы можем далее углубиться в это понятие и рассмотреть его в иной перспективе. Слово "изоморфизм" приложимо к тем случаям, когда две сложные структуры могут быть отображены одна в другой таким образом, что каждой части одной структуры соответствует какая-то часть другой структуры ("соответствие" здесь означает, что эти части выполняют в своих структурах сходные функции). Такое использование слова "изоморфизм" восходит к более точному математическому понятию.

Обнаружить изоморфизм между двумя известными ему структурами — большая радость для математика. Часто это открытие изумительно и неожиданно, как гром с ясного неба. Осознание изоморфизма между двумя хорошо известными структурами — большой шаг вперед по дороге познания, и я считаю, что именно это порождает *значения* в человеческом мозгу. Для полноты картины заметим, что поскольку изоморфизмы бывают самых различных типов, иногда не совсем ясно, когда же мы в действительности имеем дело с изоморфизмом. Таким образом, слову "изоморфизм", как и вообще всем словам, присуща некая расплывчатость, что является одновременно и достоинством, и недостатком.

В данном случае, у нас имеется великолепный прототип для понятия "изоморфизм". Во первых, у нас есть "низший уровень" нашего изоморфизма — соответствие между частями двух структур:

p ⇐⇒ плюс
r ⇐⇒ равняется
\- ⇐⇒ один
-- ⇐⇒ два
--- ⇐⇒ три
и т. д.

Подобное соответствие между словами и символами называется *интерпретацией*.

Во-вторых, на более высоком уровне, у нас имеется соответствие между истинными утверждениями и теоремами. Заметим, однако, что это соответствие высшего уровня не может быть осознано, пока мы не выберем интерпретации для символов. Исходя из этого, правильнее будет говорить о соответствии между истинными суждениями и интерпретированными теоремами. В любом случае, мы установили соответствие между двумя порядками — нечто типичное для изоморфизма.

Когда вы имеете дело с формальной системой, о которой ничего не знаете и в которой желаете найти скрытое значение, ваша задача — интерпретировать символы таким образом, чтобы установить соответствие между истинными высказываниями и теоремами. Возможно, что сначала вам придется искать наугад, прежде чем вы найдете набор слов, подходящий для ассоциации с символами системы. Эта процедура весьма напоминает попытки расшифровать секретный код или прочитать надпись на незнакомом языке, как, например, критский линейный B: единственный возможный путь состоит в использовании метода проб и ошибок, а также "разумных" догадок. Когда вы найдете правильный, "значащий" вариант, внезапно все приобретает смысл, и работа начинает идти во много раз быстрее. Очень скоро все встает на свои места. Счастливое волнение, испытываемое при этом исследователем, хорошо описано Джоном Чадвиком в его книге "Расшифровка линейного языка B" (John Chadwick, *The Decipherment of Linear B*).

Однако мало кому приходится расшифровывать формальные системы, найденные в раскопках древних цивилизаций. Больше всего с формальными системами имеют дело математики (а в последнее время также лингвисты, философы и некоторые другие ученые); они придерживаются определенной интерпретации в формальных системах, которые они изучают и используют. Эти специалисты пытаются создать такую формальную систему, теоремы которой изоморфно отражали бы какие-либо фрагменты действительности. В этом случае выбор символов так же важен, как выбор типографских правил вывода. Задумав систему **pr**, я очутился как раз в таком положении. Читателю, вероятно, уже понятно, почему я выбрал именно такие символы. Теоремы системы pr не случайно изоморфны сложению; это получилось потому, что я искал способ представить сложение типографским путем.

Интерпретации значащие и незначащие

Вы можете выбрать интерпретации, отличные от моей. При этом не обязательно, чтобы каждая теорема оказывалась истинной. Однако какой смысл в такой

интерпретации, при которой, скажем, все теоремы оказывались бы ложными? Еще более бессмысленной выглядит интерпретация, при которой теоремы вообще никоим образом не соотносятся с критериями истинности или ложности. Нам придется поэтому различать два типа интерпретации формальных систем. Во-первых, мы можем говорить о *незначащей* интерпретации, которая не устанавливает никакой изоморфной связи между теоремами системы и реальностью. Подобных интерпретаций сколько угодно; годится любой случайный выбор. Возьмем, например, такую интерпретацию:

p ⇐⇒ лошадь
r ⇐⇒ счастливая
- ⇐⇒ яблоко

Теперь строчка **-p-r--** приобретает новую интерпретацию: "Яблоко лошадь яблоко счастливая яблоко яблоко". Это поэтическое выражение, пожалуй, может понравиться лошадям и даже показаться им наилучшей интерпретацией строчек данной системы. Однако в такой интерпретации весьма мало "осмысленности": теоремы системы звучат ничуть не истинней и не лучше, чем не-теоремы. Утверждение "счастливая счастливая счастливая яблоко лошадь" (соответственно, **rrr-p**) доставит нашей лошадке точно такое же удовольствие, как и любая интерпретированная теорема.

Другой тип интерпретации может быть назван *значащим*. В такой интерпретации, теоремы и истины совпадают — то есть, между теоремами и фрагментами реального мира существует изоморфизм. По этой причине мы будем различать *интерпретацию* и *значение*. Интерпретацией **p** могло бы быть любое слово, но 'плюс' кажется мне единственным *значащим* вариантом. Короче, наиболее вероятно, что значение '**p**' — 'плюс', хотя этот символ может иметь миллион различных интерпретаций.

Активные и пассивные значения

Возможно, что прочитавшие внимательно эту главу найдут самым важным в ней следующий факт: система **pr**, по всей видимости, заставляет нас признать, что *поначалу абстрактные символы неизбежно приобретают некое значение, по крайней мере, если мы находим какой-либо изоморфизм.* Однако между значением в формальных системах и значением в языке есть важное различие. Различие это заключается в том, что, выучив значение какого-либо слова, мы составляем затем новые предложения, основанные на этом значении. В определенном смысле значение становится *активным*, так как оно порождает новые правила создания предложений. Это означает, что наше владение языком не является законченным продуктом: правил производства предложений становится все больше по мере того, как мы выучиваем новые значения. С другой стороны, в формальных системах теоремы предопределены правилами вывода. Мы можем выбирать "значения", основанные на изоморфизме (если таковой удается найти) между теоремами и истинными утверждениями. Однако это еще не разрешает нам по своему усмотрению прибавлять новые теоремы к уже имеющимся в системе. Именно об этом предупреждало нас в первой главе правило формальности.

В системе **MIU**, разумеется, у нас не возникает искушения выйти за пре-

делы четырех правил, так как мы не собираемся искать в ней никаких интерпретаций. Однако здесь, в нашей новой системе, мы можем соблазниться новоприобретенным "значением" каждого символа и решить, что строчка

--p--p--r--------

является теоремой. По крайней мере, у нас может появиться такое *желание;* однако это не меняет того факта, что эта строчка — не теорема. Было бы грубой ошибкой думать, что она "должна" быть теоремой, только лишь потому, что 2 плюс 2 плюс 2 плюс 2 равняется 8. Более того, было бы неверно приписывать этой строчке вообще какое бы то ни было значение, поскольку она не является правильно построенной, в то время как наша интерпретация полностью выводится из наблюдения над правильно построенными строчками.

В формальной системе значение должно оставаться *пассивным;* мы можем прочитывать каждую строчку в зависимости от значения символов, ее составляющих, но нам не позволено создавать новые теоремы, основываясь на значениях, которые мы придаем этим символам. Интерпретированные формальные системы находятся на границе между системами без значения и системами со значением. Мы можем считать, что их строчки что-то *выражают,* но это является не более как следствием формальных особенностей данной системы.

Double-entendre!

А теперь я хочу рассеять ваши иллюзии по поводу того, что мы нашли единственно правильное значение для символов системы **pr**. Рассмотрим следующее соотношение:

p ⇐⇒ равняется
r ⇐⇒ отнятое от
- ⇐⇒ один
-- ⇐⇒ два
и т. д.

Теперь **--p---r-----** приобретает новое значение: '2 равняется 3 отнятым от 5'. Разумеется, это истинное утверждение; более того, в новой интерпретации все теоремы системы будут истинны. Новая интерпретация ровно настолько же осмыслена, насколько и прежняя. Ясно, что глупо спрашивать, какое из двух значений является истинным *на самом деле.* Любая интерпретация истинна, если только она аккуратно отражает определенный изоморфизм с действительностью. Когда какие-либо аспекты действительности (в данном случае, сложение и вычитание) изоморфны между собой, одна и та же система может быть изоморфна обоим этим аспектам и в результате иметь два пассивных значения. Тот факт, что одни и те же символы могут иметь различные значения, чрезвычайно важен. В нашем примере это могло показаться вам тривиальным, или любопытным, или вообще неинтересным; однако когда мы вернемся к этой теме в более сложном контексте, читатель увидит, какое богатство идей она заключает.

Подведем итоги тому, что мы сказали о системе **pr**. В каждой из двух значащих интерпретаций, любая правильно построенная строчка соответствует какому-либо грамматическому высказыванию. Некоторые из этих высказыва-

ний окажутся истинными, некоторые — ложными. В любой формальной системе *правильно построенными строчками* являются те, которые, будучи проинтерпретированы символ за символом, порождают грамматические высказывания. (Безусловно, это зависит от самой интерпретации, но обычно мы уже имеем в виду какую-то одну из них.) Среди правильно построенных строчек некоторые являются теоремами. Теоремы определяются схемой аксиом и правилом вывода. Моей целью, когда я придумывал систему **pr**, являлась имитация сложения: каждая теорема, интерпретированная определенным образом, выражает истинный пример сложения; наоборот, каждое уравение сложения двух целых положительных чисел может быть записано в форме строчки, оказывающейся теоремой. Эта цель была достигнута. Таким образом, заметьте, что все ошибочные примеры сложения, такие, как, например, 2 плюс 3 равняется 6, соответствуют правильно построенным строчкам, которые, однако, не являются теоремами.

Формальные системы и действительность

Это был наш первый пример того, как формальная система может быть основана на фрагменте действительности и точно отображать его в том смысле, что теоремы этой системы изоморфны истинным утверждениям данной части действительности. Однако надо иметь в виду, что действительность и формальные системы не зависят друг от друга. Никто не обязан знать об изоморфизме между ними. Каждая из этих систем существует сама по себе: 1 плюс 1 равняется 2, независимо от того, знаем ли мы, что **-p-r--** является теоремой; с другой стороны, **-p-r--** является теоремой, независимо от того, соотносим ли мы ее с примером сложения.

Читатель может спросить, помогает ли создание этой (или любой другой) формальной системы узнать что-либо новое об области ее интерпретации. Выучили ли мы какие-нибудь новые примеры сложения путем производства пр-теорем? Разумеется, нет; однако мы узнали что-то новое о самом процессе сложения, а именно, что оно легко может быть имитировано с помощью типографского правила, управляющего абстрактными символами. Это пока не удивительно, так как сложение — весьма простое понятие. Всем известно, что суть сложения может быть "уловлена" скажем, при наблюдении за вращающимися шестеренками кассового аппарата.

Ясно, что мы затронули лишь самые начатки формальных систем; естественно, возникает вопрос, какие именно фрагменты действительности могут быть отражены при помощи набора бессмысленных символов, управляемых формальными законами? Может ли вся реальность быть превращена в формальную систему? В очень широком смысле кажется, что на этот вопрос можно ответить положительно. Мы можем предположить, например, что вся действительность — это не более чем весьма сложная формальная система. Ее символы находятся не на бумаге, а в трехмерном вакууме (пространстве); это элементарные частицы, из которых устроена вселенная. (Мы предполагаем здесь, что материя не делится до бесконечности, и что, таким образом, выражение "элементарные частицы" имеет смысл.) "Типографские правила" такой формальной системы — законы физики, которые, учитывая положение и скорость всех частиц в данный момент, говорят нам, какие изменения произойдут, и каковы будут новая скорость и положение частиц в "следующий" момент. Таким образом, теоремами этой огромной фор-

мальной системы являются все возможные конфигурации частиц во все времена истории вселенной. Единственной аксиомой здесь является (или являлось) первоначальное положение всех частиц в "начале времен". Однако это концепция столь грандиозна, что представляет лишь сугубо теоретический интерес; к тому же, достижения квантовой механики (и других областей физики) вносят некие сомнения даже и в чисто теоретическую ценность этой идеи. Проблема сводится к вопросу, функционирует ли вселенная по законам детерминизма; этот вопрос пока остается открытым.

Математика и манипуляция символами

Вместо того, чтобы иметь дело с такой огромной картиной, возьмем в качестве нашей "действительности" математику. Тут мы сталкиваемся с серьезным вопросом: можем ли мы быть уверены в точности нашей формальной системы, моделирующей какую-либо область математики, в особенности, если мы еще не изучили данную часть математики вдоль и поперек? Предположим, что цель формальных систем — дать нам новые знания по данной дисциплине. Каким образом мы узнаем, что интерпретация каждой теоремы истинна? Для этого пришлось бы доказать, что между формальной системой и данной частью математики существует полный изоморфизм. С другой стороны, подобное доказательство возможно только в том случае, если нам с самого начала уже известны все истинные утверждения данной дисциплины!

Представьте себе, что в.каких-то раскопках мы обнаружили некую таинственную формальную систему. Вероятно, мы опробовали бы несколько интерпретаций, пока не наткнулись бы на такую, в которой каждая теорема была бы истинной и каждая не-теорема — ложной. Однако мы можем проверить это лишь на ограниченном количестве случаев, в то время как теорем, скорее всего, бесконечное множество. Можно ли утверждать, что все теоремы выражают истину в данной интерпретации, если нам еще не известно все и о формальной системе, и об области ее интерпретации?

В таком же положении мы оказываемся, когда пытаемся при помощи типографских символов формальной системы описать фрагмент действительности, представленный натуральными числами (то-есть, неотрицательными целыми числами: 0, 1, 2,...), . Попробуем понять отношение между тем, что мы называем "истиной" в теории чисел, и тем, к чему мы можем придти путем манипуляции символами.

Для начала посмотрим, какие основания у нас существуют для того, чтобы называть одни утверждения теории чисел истинными, а другие — ложными? Сколько будет 12 умножить на 12? Любой знает, что 144. Однако многие ли из тех, кто уверенно дает этот ответ, когда-либо рисовали прямоугольник размером 12 x 12 и подсчитывали составляющие его квадратики? Большинство людей считают, что эта процедура совсем не нужна. Вместо нее в доказательство своей правоты они предлагают несколько значков на бумаге, вроде тех, что показаны ниже:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 144 \end{array}$$

Это и будет "доказательством". Почти все верят, что если посчитать квадратики, получится 144; мало кто когда-либо усомнился в этом результате.

Конфликт между двумя точками зрения становится еще заметнее, когда мы рассматриваем такую проблему, как нахождение произведения 987654321 x 123456789. Прежде всего, практически невозможно построить прямоугольник нужного размера; но хуже всего то, что, даже если бы нам и удалось таковой построить и армии людей потратили бы столетия на подсчет квадратиков, все равно конечному результату поверил бы разве что особенно доверчивый человек. Слишком велика вероятность того, что кто-нибудь обязательно что-то напутал. Возможно ли, в таком случае, узнать ответ? Да, если вы доверяете символическому процессу манипуляции числами при помощи некоторых простых законов. Этот процесс объясняют детям как способ нахождения верного ответа; при этом мало кто из них видит, какой смысл скрывается за этим арифметическим трюком. Правила, маневрирующие цифрами при умножении, основаны на нескольких основных свойствах сложения и умножения, которые считаются верными для всех чисел.

Основные законы арифметики

Свойства, которые я имею в виду, можно пояснить на следующем примере. Представьте, что вы выкладываете несколько палочек

/ // // // / /

и начинаете их считать. В то же время кто-то подсчитывает эти же палочки, начиная с другого конца. Читателю, вероятно, понятно, что результат получится одинаковый. Результат подсчета не зависит от того, как этот подсчет делается. Было бы бессмысленно пытаться доказать это предположение о свойствах сложения, настолько оно первично: либо вы его понимаете, либо нет — но в последнем случае вам не поможет никакое доказательство.

Из этого предположения вытекают свойства коммутативности и ассоциативности сложения (первое заключается в том, что $b + c = c + b$ во всех случаях; второе — в том, что $b + (c + d) = (b + c) + d$ во всех случаях). То же предположение приводит нас к свойствам коммутативности и ассоциативности в умножении; достаточно представить множество кубиков, собранных вместе таким образом, что они составляют большое прямоугольное твердое тело. Коммутативность и ассоциативность умножения означают, что как бы вы ни поворачивали это тело, количество кубиков в нем не изменится. Эти предположения невозможно проверить во всех случаях, так как количество комбинаций бесконечно. Мы принимаем их как данное и верим в них (если мы вообще когда-нибудь о них задумываемся) так глубоко, как только можно во что-либо верить. Количество монет у нас в кармане не меняется оттого, что при ходьбе они перемещаются и бренчат; количество наших книг не изменится, если мы упакуем их в коробку, бросим коробку в багажник машины, отъедем на 100 километров, распакуем коробку и поставим книги на новую полку. Все это — часть того, что мы понимаем под словом *число*.

Встречаются люди, которые, столкнувшись с формулировкой какого-либо очевидного факта, находят удовольствие в том, что тут же пытаются доказать обратное. Я сам такой Фома Неверующий: записав свои примеры с палочками,

деньгами и книгами, я сразу выдумал ситуации, в которых эти примеры перестают быть правильными. Вы, возможно, сделали то же самое. Все это я говорю к тому, чтобы показать, что числа как математическая абстракция весьма отличны от чисел, которые мы употребляем в повседневной жизни.

Все мы любим изобретать поговорки, которые, нарушая основные законы арифметики, иллюстрируют некие более глубокие "истины": "1 да 1 равно 1" (любовники) или "1 плюс 1 плюс 1 равно 1" (святая Троица). Можно легко найти изъяны в подобных "формулах" — скажем, показав, что употребление знака "плюс" в них неверно. Так или иначе, подобных высказываний множество. По забрызганному дождем оконному стеклу сползают две капли; у самой рамы они сливаются в одну. Значит ли это, что 1 + 1 = 1? Из одного облака рождаются два; не доказательство ли это той же идеи? Отличить случаи, в которых мы можем говорить о сложении, от тех, где нам нужно какое-то другое понятие, не так-то просто. Размышляя об этом, мы, возможно, додумаемся до таких критериев, как разделение объектов в пространстве и их четкое отличие друг от друга. Но как подсчитать идеи? Или количество газов в атмосфере? Во многих источниках можно встретить высказывания типа: "В Индии 17 языков и 462 диалекта". В точных утверждениях такого рода есть нечто странное, так как сами понятия "язык" и "диалект" довольно расплывчаты.

Идеальные числа

В повседневном мире числа часто ведут себя плохо. Однако у людей имеется врожденное, пришедшее из древности чувство, что этого быть не должно. В абстрактном понятии числа, взятого вне связи с подсчетом бусинок, диалектов или облаков, есть нечто чистое и точное; должен существовать способ говорить о числах, не примешивая к ним глупую повседневность. Твердые правила, управляющие идеальными числами, являются основой арифметики, в то время как их следствия лежат в основе теории чисел. При переходе от чисел как объектов повседневной жизни к числам как объектам формальной системы возникает следующий важный вопрос: возможно ли заключить всю теорию чисел в рамки одной формальной системы? Действительно ли числа так чисты, ясны и регулярны, что их природа может быть полностью описана правилами какой-либо формальной системы? Картина "Освобождение", одно из самых прекрасных произведений Эшера, иллюстрирует этот удивительный контраст между формальным и неформальным и поразительную зону перехода между ними. Действительно ли числа свободны, как птицы? Страдают ли они, уловленные в тесную клетку формальной системы? Существует ли магическая зона перехода между числами, используемыми в повседневной жизни, и числами, написанными на бумаге?

Говоря о свойствах натуральных чисел, я имею в виду не только такие свойства, как, скажем, сумма определенной пары чисел. Ее легко можно подсчитать; никто из нас, выросших в двадцатом веке, не сомневается в возможности механизации таких процессов, как подсчет, сложение, умножение, и т. д. Я имею в виду такие свойства чисел, исследованием которых занимаются математики и для познания которых не достаточно, даже теоретически, никакого подсчета. Рассмотрим классический пример: утверждение "существует бесконечно много простых чисел". Прежде всего, не существует такого метода подсчета, который мог бы доказать или опровергнуть это утверждение. Лучшее, что мы



РИС. 13. М.К. Эшер. "Освобождение" (литография, 1955).

можем сделать, — это затратить некоторое время на подсчет простых чисел и заключить, что их действительно имеется "целая куча". Однако никакой подсчет не скажет нам того, конечно или бесконечно количество простых чисел; любой подсчет всегда останется неполным. Это утверждение, называющееся "Теорема Эвклида" (обратите внимание на заглавную "Т"), совсем не очевидно. Однако со времен Эвклида все математики считают его истинным. В чем же дело?

Доказательство Эвклида

Дело в том, что этот факт следует из неких *рассуждений*. Давайте проследим за этими рассуждениями. Рассмотрим вариант доказательства Эвклида, показывающий, что какое бы число мы ни взяли, всегда найдется большее простое число. Возьмем число N. Перемножим все положительные целые числа, начиная с 1 и кончая N; иными словами, найдем факториал N (он пишется "N!") Полученный результат делится на все числа, меньшие чем N. Если прибавить 1 к N!, то результат

не будет делиться на 2 (так как при делении на 2 получится 1 в остатке);
не будет делиться на 3 (так как при делении на 3 получится 1 в остатке);
не будет делиться на 4 (так как при делении на 4 получится 1 в остатке);
.
.
.
не будет делиться на N (так как при делении на N получится 1 в остатке);

Другими словами, если N!+1 и делимо на какое-то число, кроме самого себя и единицы, оно делимо только на числа, большие, чем N. Следовательно, либо N!+1 само простое число, либо его простые делители больше N. В любом случае, мы показали, что должно существовать простое число, большее N, и что, следовательно, количество простых чисел бесконечно.

Кстати, этот последний шаг называется *обобщением*; мы еще встретимся с этим понятием в более сложном контексте. Оно заключается в том, что, начав наши рассуждения с какого-либо числа N, мы указываем, что N может быть любым числом — следовательно, наше доказательство носит общий характер.

Эвклидово доказательство типично для так называемой "реальной математики". Оно просто, точно и изящно и иллюстрирует тот факт, что несколько коротких шагов могут увести нас весьма далеко от начального пункта. В нашем случае, таким начальным пунктом являлись основные идеи о свойствах умножения, деления, и так далее. Короткие шаги — это этапы рассуждения. Хотя каждый отдельный шаг кажется очевидным, конечный результат таковым не является. Нам никогда не удастся проверить, верно ли это утверждение Эвклида; однако мы верим в его истинность, поскольку мы верим в логические рассуждения. Если вы принимаете эти рассуждения, вам не остается выхода; раз вы согласились выслушать Эвклида, вам придется согласиться с его выводом. Этот отрадный факт означает, что математики всегда могут придти к согласию по поводу того, какие утверждения считать "истинными", а какие — "ложными".

Это доказательство — пример упорядоченного процесса мысли. Каждое утверждение соотносится с предыдущим неоспоримым образом; именно поэто-

му мы говорим скорее о "доказательстве", чем об "очевидном свидетельстве". Целью математики всегда являлось нахождение строгого доказательства какого-либо неочевидного утверждения. Сам факт строгого соотношения шагов доказательства указывает на то, что должна существовать определенная схема, связывающая эти утверждения в одно логическое целое. Об этой схеме лучше всего рассуждать при помощи специального нового лексикона, состоящего из символов, годных только для описания утверждений о числах. Таким образом, мы сможем рассмотреть версию доказательства в "переводе". Это будет набор утверждений, строго соотносящихся между собой; причем эти отношения всегда можно описать. Утверждения, поскольку они записаны компактными, стилизованными символами, выглядят как определенные *структуры*. Другими словами, при прочтении вслух мы видим, что эти утверждения говорят о числах и их свойствах; записанные же на бумаге, они выглядят как абстрактные структуры. Таким образом, последовательно, строка за строкой прочитанная схема доказательства начинает казаться постепенной трансформацией структур по определенным типографским правилам.

Минуя бесконечность

Хотя Эвклид доказывает, что *каждое* число обладает определенным свойством, он, тем не менее, не рассматривает в отдельности каждый из бесконечно многих случаев. Для этого он использует выражения типа "каким бы числом N ни было", или "неважно, какое N мы возьмем". Мы могли бы перефразировать доказательство, используя фразу "все N". Умело обращаясь с подобными выражениями, мы всегда можем избежать возни с бесконечным количеством утверждений. Вместо этого мы будем иметь дело лишь с двумя-тремя понятиями, например, такими, как слово "все". Сами по себе конечные, они воплощают в себе бесконечность и поэтому позволяют нам обойти такое препятствие, как необходимость доказывать бесконечное количество фактов.

Мы используем слово "все" по-разному, что определено нашим мыслительным процессом: существуют правила, которым подчиняется наш выбор. Возможно, что мы не сознаем этого и утверждаем, что руководствуемся *значением* слова; однако это лишь иносказание, выражающее все ту же идею: наше мышление подчиняется определенным негласным законам. Всю жизнь мы используем слова как часть определенных структур; но, вместо того, чтобы называть эти структуры "правилами", мы приписываем их возникновение и развитие "значениям" слов. Это открытие было решающим шагом на пути формализации теории чисел.

Рассмотрев доказательство Эвклида более внимательно, мы увидели бы, что оно складывается из многих крохотных, почти бесконечно малых шагов. Если бы мы записали их одно за другим, доказательство показалось бы невероятно сложным. Оно кажется нам легче, когда несколько шагов складываются на манер телескопа и составляют одно-единственное предложение. Если бы мы рассмотрели это доказательство, как в замедленной съемке, перед нами предстали бы отдельные "секции". Другими словами, деление может идти лишь до определенного предела, за которым мы сталкиваемся с "атомной" природой мыслительных процессов. Доказательство может быть разбито на серию крохотных, но отдельных этапов; рассмотренные "издалека", они сливаются в непрерывный поток. В главе VIII я приведу пример такой "атомизации" доказатель-

ства, и вы увидите, какое множество шагов в нем участвует. Возможно, что это вас не удивит. В мозгу у Эвклида, когда он изобретал свое доказательство, работали миллионы нейронов, многие из которых давали сотни импульсов в секунду. Чтобы произнести одно-единственное предложение, в мозгу задействованы сотни тысяч нейронов. Если мысли Эвклида были настолько сложны, логично ожидать, что его доказательство также состоит из огромного количества шагов! (Хотя, скорее всего, прямой связи между нейронной активностью мозга и доказательством в нашей формальной системе не существует, они, тем не менее, сравнимы по своей сложности — словно природа желает сохранить сложность доказательства бесконечного множества простых чисел, несмотря на то, что это доказательство представлено в таких различных системах.)

В последующих главах мы разработаем такую формальную систему, которая (1) включает стилизованный лексикон, способный выразить все высказывания о натуральных числах и (2) имеет правила, соответствующие всем необходимым типам рассуждений. При этом возникает вопрос, сравнима ли мощность подобных формальных правил (по крайней мере, в сфере теории чисел) с мощностью тех правил, которыми мы регулярно пользуемся в наших мыслительных процессах. Иными словами, существует ли теоретическая возможность, используя формальную систему, достичь уровня наших мыслительных способностей?

Соната для Ахилла соло

Звонит телефон - Ахилл берет трубку.

Ахилл: Алло, Ахилл слушает.

Ахилл: А, здравствуйте, г-жа Черепаха. Как дела?

Ахилл: Кривошея и чихиллит? Что такое чихи... - а, теперь понимаю. Будьте здоровы!.. Что и говорить, неприятная комбинация. Как это вы ухитрились такое подцепить?

Ахилл: И долго вы ее так продержали?

Ахилл: Еще на самом сквозняке - не удивительно, что вам в шею надуло!

Ахилл: Что же вас заставило так долго там проторчать?

Ахилл: Многие из них удивительные? Какие, например?

Ахилл: Фантасмагорические чудища? Что вы имеете в виду?

Ахилл: И вам не страшно было в такой компании?

Ахилл: Гитара? Вот странно - откуда взялась гитара среди этих диковинных созданий. Кстати, вы играете на гитаре?

Ахилл: Ах, для меня это одно и то же.

Ахилл: Вы правы: удивительно, как это я сам до сих пор не заметил, в чем разница между гитарой и скрипкой. Кстати о скрипках: не хотите ли вы

РИС. 14. М.К. Эшер. "Мозаика II" (литография, 1957).



заглянуть ко мне и послушать сонату для скрипки соло вашего любимого композитора, И. С. Баха? Я только что купил отличную запись. Поразительно, как это Баху удалось, используя одну-единственную скрипку, создать такую интересную вещь.

Ахилл: Головная боль тоже? Бедняжка... Пожалуй, вам лучше лечь в постель и постараться заснуть.

Ахилл: Понятно. Овец считать уже пробовали? Где-то у меня была целая картотека подобных трюков - говорят, они здорово помогают от бессоницы.

Ахилл: Ах, да. Я отлично понимаю, что вы имеете в виду - я это тоже пробовал. Может быть, если уж эта задачка так застряла у вас в голове, вы поделитесь ею со мной, чтоб и я мог попробовать свои силы?

Ахилл: Слово, внутри которого встречаются подряд буквы "Р", "Т", "О", "Т", "Е'... Г-м-м... Как насчет "ретотра"?

Ахилл: Ах, какой стыд... Конечно вы правы - я опять все перепутал. К тому же в слове "реторта" эти буквы все равно идут задом наперед.

Ахилл: Уже несколько часов? Хорошенькую вы мне задали задачку... Где вы откопали такую дьявольскую головоломку?

Ахилл: Вы имеете в виду, что он только делал вид, что размышляет над эзотерическими буддистскими проблемами, когда на самом деле он пытался придумать сложные словесные головоломки?

Ахилл: Ага! Улитка знала, чем он занимается. Как же вам удалось с ней переговорить?

Ахилл: Вы знаете, я как-то слышал похожую головоломку. Хотите, я вам ее задам? Или это еще хуже вас отвлечет?

Ахилл: Согласен - хуже уже вряд ли будет. Так вот: какое слово начинается с "КА" и кончается на "КА"?

Ахилл: Очень остроумно - но это нечестно. Я совершенно не это имел в виду!

Ахилл: Согласен, это слово выполняет условие; но все равно это какое-то дегенеративное решение.

Ахилл: Абсолютно верно! Как вам удалось так быстро найти ответ?

Ахилл: Это - еще один пример того, какой полезной может оказаться картотека трюков от бессоницы. Прекрасно! Но я все еще блуждаю в потемках с вашей задачкой о "РТОТЕ".

Ахилл: Поздравляю - теперь вам, может быть, удастся заснуть. Скажите же мне решение!

Ахилл: Вообще-то я не люблю подсказок, но на этот раз ладно, валяйте.

Ахилл: Не понимаю. Что вы имеете в виду под "рисунком" и "фоном"?

Ахилл: Разумеется, я знаком с "Мозаикой II". Я знаю ВСЕ работы Эшера. В конце концов, это мой любимый художник! Кстати, репродукция "Мозаики II" висит прямо у меня перед носом.

Ахилл: Всех черных зверей? Конечно, вижу!

Ахилл: Верно: их "негативное пространство" - то, что остается свободным - определяет белых зверей.

Ахилл: А, так вот что вы называете "рисунком" и "фоном"! Но какое отношение это имеет к головоломке о "Р-Т-О-Т-Е"?

Ахилл: Это для меня слишком сложно... Теперь и у меня начинает болеть голова; пойду, пожалуй, поищу мою спасительную картотеку, может быть она мне поможет забыться сном.

Ахилл: Вы хотите зайти сейчас? Но я думал...

Ахилл: Ну что ж, хорошо. А я пока постараюсь решить эту задачку с помощью вашей подсказки о рисунке и фоне и моей головоломки.

Ахилл: С удовольствием сыграю их для вас.

Ахилл: Вы изобрели о них теорию?

Ахилл: В сопровождении какого инструмента?

Ахилл: В таком случае, как странно, что он не записал также и партию клавесина, и не опубликовал их в таком виде.

Ахилл: А, понимаю - нам предоставляется выбор: слушать ее с аккомпанементом или без оного. Но откуда мы знаем, как он должен звучать?

Ахилл: Да, вы правы - наверное, лучше всего оставить эту работу воображению слушателя. Согласен - может быть, у Баха в мыслях вообще не было никакого аккомпанемента. Действительно, эти сонаты и так звучат замечательно.

Ахилл: Точно. Ну, до скорого.

Ахилл: Пока, г-жа Ч.

ГЛАВА III

Рисунок и фон

Простые и составные числа

ТО, ЧТО некоторые понятия можно выразить при помощи простых манипуляций типографскими символами, кажется довольно странным. До сих пор мы передали таким образом лишь понятие сложения, и это, возможно, не показалось нам удивительным. Предположим, однако, что мы захотим создать формальную систему с теоремами вида **P***x*, где *x* было бы строчкой, состоящей из тире. Количество этих тире должно было бы выражаться простым числом. Так, **P**--- было бы теоремой, в то время как **P**--- теоремой бы не являлось. Как это может быть выражено с помощью типографских операций? Сначала необходимо точно определить, что мы имеем в виду под "типографскими операциями". Полное описание было дано в системах **MIU** и **pr**, так что сейчас мы ограничимся только списком наших возможностей:

(1) читать и узнавать любое из конечных множеств символов;
(2) записывать любой из символов, принадлежащий такому множеству,
(3) повторять любой из этих символов в другом месте;
(4) стирать любой из этих символов;
(5) проверять, одинаковы ли два символа;
(6) сохранять и использовать список ранее выведенных теорем.

Список получился немного повторяющимся, но это не столь важно. Главное то, что он позволяет только самые тривиальные операции, намного проще, чем операция отличения простого числа от не простого. Как же, в таком случае, мы сможем совместить несколько операций и создать такую формальную систему, в которой простые числа отличались бы от составных?

Система ur

Первым шагом может стать решение более простой, но сходной задачи. Мы можем попытаться придумать систему, похожую на систему **pr**, но которая вместо сложения представляла бы умножение. Назовем ее системой **ur** (u = 'умноженное на'). Предположим, что *X, Y, Z* , соответственно, — это количество тире в строчках *x, y,* з. (Обратите внимание, что я специально делаю упор на различии между строчкой, и количеством тире, которое эта строчка содержит.) Мы хотим, чтобы строчка *x***u***y***r***z* была теоремой только в том случае, когда *X,* умноженное на *Y,* равняется *Z*. Например, --**u**---**r**------ должно быть теоремой, так как 2, умноженное на 3, равняется 6, в то время как --**u**--**r**--- теоремой быть не должно. Систему **ur** так же просто описать, как и систему **pr**. Для этого нужны всего лишь одна аксиома и одно правило вывода:

СХЕМА АКСИОМ: *x***u**-**r***x* является аксиомой, когда *x* — строчка, состоящая из тире.

ПРАВИЛО ВЫВОДА: Предположим, что *x*, *y*, и *z* — строчки тире, и что *x***u***y***r***z* — старая теорема. Тогда *x***u***y*–**r***z*x будет новой теоремой.

Ниже приводится вывод теоремы --**u**---**r**------:

(1) --**u**–**r**--	(аксиома)
(2) --**u**--**r**----	(по правилу вывода, используя (1) в качестве старой теоремы)
(3) --**u**---**r**------	(по правилу вывода, используя (2) в качестве старой теоремы)

Обратите внимание, что количество тире в средней строке возрастает на единицу каждый раз, когда мы применяем правило вывода; таким образом, мы можем предсказать, что если мы хотим получить теорему с десятью тире в середине, нам придется применить правило вывода девять раз подряд.

Уловление Составности

Умножение (немного более сложное понятие, чем сложение) теперь уловлено нами в сети типографских правил, подобно птицам в Эшеровском "Освобождении". А как же насчет простых чисел? Следующий план кажется неплохим: используя систему **ur**, определить новое множество теорем вида S*x*, которые характеризуют *составные числа*.

ПРАВИЛО: Предположим, что *x*, *y*, *z* — строчки тире. Если *x*–**u***y*–**r***z* является теоремой, то S*z* также будет теоремой.

Это означает, что *Z* (число тире в *z*) является составным, если оно — произведение двух чисел, больших единицы (а именно, X+1– число тире в *x*– и *Y*+1 — число тире в *y*–). Я объясняю вам это новое правило в "интеллектуальном режиме", поскольку вы, как существо мыслящее, желаете знать, почему такое правило существует. Если бы вы работали исключительно в "механическом режиме", вам бы не понадобились никакие объяснения, так как работающие в режиме M следуют правилам чисто механически, никогда не задавая вопросов, и при этом совершенно счастливы!

Поскольку вы работаете в режиме I, вы будете склонны забывать о различии между строчками и их интерпретацией. Ситуация может стать довольно запутанной, как только вы обнаружите смысл в символах, которыми вы манипулируете. Вам придется бороться с собой, чтобы не решить, что строчка '---' — то же самое, что число 3. Требование формальности, казавшееся совершенно очевидным в главе I, здесь становится весьма каверзным и приобретает первостепенную важность. Именно оно не дает вам спутать режим I с режимом M; иными словами, оно не позволяет вам смешивать арифметические факты с типографскими теоремами.

"Нелегальная" характеристика простых чисел

Весьма соблазнительно от теорем типа S сразу перескочить к теоремам типа P, путем введения следующего правила:

ПРЕДЛОЖЕННОЕ ПРАВИЛО: Предположим, что *x* — строчка тире. Если S*x* *не является* теоремой, то P*x* *является* теоремой.

Роковая ошибка здесь заключается в том, что проверка "нетеоремности" S*x* — не типографская операция. Чтобы узнать наверняка, что MU — не теорема MIU, нам пришлось бы *выйти из системы;* в такую же ситуацию мы попадаем и с Предложенным Правилом. Оно подрывает сами основы формальных систем тем, что предлагает вам действовать неформально, вне системы. Типографская операция (6) позволяет вам рассматривать предварительно выведенные теоремы; однако Предложенное Правило отсылает вас к гипотетической "таблице не-теорем". Чтобы получить подобную таблицу, вам придется работать *вне системы,* показывая, почему некоторые строчки не могут быть получены в данной системе. Конечно, может оказаться, что существует *другая* формальная система, в которой "таблица не-теорем" может быть получена чисто типографскими способами. На самом деле, наша цель — найти именно такую систему. Однако Предложенное Правило — не типографское, а посему нам придется от него отказаться.

Это настолько важный момент, что мы остановимся на нем поподробнее. В нашей *системе S* (включающей систему **ur** и правила, определяющие теоремы типа S) у нас есть теоремы вида S*x*, где *x,* как обычно, обозначает строчку тире. В ней имеются также не-теоремы вида S*x*. Говоря о не-теоремах, я имею в виду именно эту разновидность, хотя, конечно, существует множество не-теорем в виде неправильно сформированных строчек: **u u -S r r** и пр. Между теоремами и не-теоремами есть следующая разница: количество тире в первых — составное число, во вторых — простое. К тому же, все теоремы похожи по форме, так как все они выведены при помощи одного и того же набора типографских правил. Можем ли мы сказать, что в этом смысле все не-теоремы также имеют что-то общее в форме? Ниже приводится список теорем типа S, без их вывода. Число в скобках указывает на количество тире в соответствующей теореме.

S---- (4)
S------(6)
S-------- (8)
S--------- (9)
S----------(10)
S------------(12)
S-------------- (14)
S---------------(15)
S----------------(16)
S------------------(18)

.
.
.

"Дырки" в этом списке как раз и являются не-теоремами. Есть ли у них какая-то общая "форма"? Можно ли предположить, что лишь постольку, поскольку они являются пробелами в неком упорядоченном списке, они обладают какими-то общими чертами? И да, и нет. Нельзя отрицать, что у них есть общие типографские черты; вопрос в том, правомочно ли называть эти черты "формой". Дело в том, что дырки определены только негативно: они представляют из себя то, что осталось от позитивно определенного списка.

Рисунок и фон

Это напоминает известное разграничение между рисунком и фоном в живописи. Когда предмет или "положительное пространство" (например, человеческая фигура, буква или натюрморт) рисуется внутри рамки, неизбежным следствием этого является появление на картине дополняющей формы, также называющейся "фоном", или "негативным пространством". В большинстве картин отношение между фоном и рисунком почти не играет роли; как правило, художник в основном занят рисунком. Однако иногда его внимание привлекает также и фон.

Существуют замечательные шрифты, обыгрывающие это различие между рисунком и фоном. Послание, написанное таким шрифтом, приводится ниже. На первый взгляд это просто несколько клякс; но если вы посмотрите на них издали, попристальнее, то увидите семь букв на этом РИСУНКЕ (специальным шрифтом, так, что черный фон, создающий белые буквы, похож на кляксы.)



РИС. 15.

Такой же эффект производит мой рисунок "Знак из дыма" (рис. 139). Продолжая в том же ключе, попробуйте решить следующую задачку: возможно ли нарисовать такую картину, чтобы слова были как на рисунке, так и в фоне?

Давайте условимся различать между двумя типами рисунков: *курсивно рисуемыми* и *рекурсивными* (эти термины не являются общеупотребительными — их придумал я сам). В *курсивно рисуемом* рисунке фон является лишь побочным продуктом. В *рекурсивном* рисунке, наоборот, фон может рассматриваться как отдельный самостоятельный рисунок. Обычно художник делает это вполне сознательно. Приставка "ре" здесь выражает тот факт, что как рисунок, так и фон могут быть нарисованы курсивно, то есть, такая картина "двукурсивна". Любой контур на рекурсивном рисунке — это обоюдоострый меч. М. К. Эшер был мастером подобных картин; взгляните, например, на его великолепную рекурсивную гравюру "Птицы" (рис. 16).

Различие здесь не такое строгое, как в математике; кто может с уверенностью утверждать, что некий фон не является в то же время и рисунком? При достаточно внимательном рассмотрении, любой фон не лишен собственного интереса. В этом смысле любой рисунок можно назвать рекурсивным. Однако, вводя эти термины, я имел в виду нечто другое. Существует естественное, интуитивное понятие узнаваемых форм. Являются ли и рисунок и фон узнаваемыми формами? Если да, то такой рисунок рекурсивен. Посмотрев на фон большинства контурных рисунков, вы обнаружите, что в нем трудно признать какую-либо форму. Это доказывает, что

> Существуют узнаваемые формы, чье негативное пространство не является никакой узнаваемой формой.



РИС. 16. М.К. Эшер. "Деление пространства при помощи птиц" (из блокнота 1942 года).

Или, выражаясь более технично

Существуют курсивно рисуемые рисунки, которые не рекурсивны.

На рис. 17 показано решение предложенной выше головоломки, принадлежащее Скотту Киму; я называю это решение "рисунок РИСУНОК–РИСУНОК". На какую бы часть — белую или черную — вы не посмотрели, вы увидите только "ФИГУРЕ" (=английское "РИСУНОК"), и никакого "ФОНА". Великолепный образчик рекурсивного рисунка! Черные области этого хитроумного рисунка можно охарактеризовать двумя способами:

(1) *как негативное пространство* белых областей;
(2) *как видоизмененные копии* белых областей (полученные путем их окраски и сдвига каждой белой области).



РИС. 17

(В данном случае обе характеристики эквивалентны; для большинства черно-белых рисунков это не так.) В главе VIII, создавая Типографскую Теорию Чисел (ТТЧ), мы будем надеяться, что нам удастся охарактеризовать множество всех ложных утверждений аналогичными способами:

(1) как *негативное пространство* множества всех теорем ТТЧ;
(2) как *модифицированные копии* множества всех теорем ТТЧ (полученные путем отрицания каждой теоремы ТТЧ).

Однако этой надежда окажется напрасной, так как:

(1) среди множества всех не-теорем существуют некоторые истинные утверждения;
(2) вне множества всех отрицаний теорем, существуют некоторые ложные утверждения.

Отчего так получается, вы увидите в главе XIV; а пока можете поразмыслить над графическим изображением данной ситуации (Рис. 18).

Рисунок и фон в музыке

Аналогию с понятием рисунка и фона можно также найти и в музыке. Примером может служить различие между мелодией и аккомпанементом: мелодия всегда на первом плане, тогда как аккомпанемент в каком-то смысле второстепенен. Поэтому нам кажется удивительным, когда мы узнаем мелодии на "низшем" уровне музыкального произведения. Для пост-барочной музыки это редкое явление — обычно гармонии там не выходят на первый план. Но в барочной музыке — и прежде всего, у Баха — все уровни "работают" в качестве "рисунка". В этом смысле баховские композиции могут быть названы рекурсивными.

В музыке есть еще одно различие между рисунком и фоном — ударные и безударные такты. Если вы начнете отмечать ритм счетом "раз-и, два-и, три-и...", большинство нот мелодии придутся на числа, а не на "и". Иногда, однако, мелодия бывает нарочно смещена на "и", чем достигается интересный эффект. Это происходит, например, в нескольких фортепианных этюдах Шопена. Тот же прием можно найти у Баха, в особенности, в сонатах и партитурах для скрипки соло и в сюитах для виолончели соло. В этих композициях Баху удается поместить несколько мелодий одновременно на разных уровнях. Иногда он достигает этого эффекта, заставляя солирующий инструмент играть дублировки — две ноты сразу. В других случаях, однако, он помещает один голос на ударные такты, а другой — на безударные, так что слух различает две разные мелодии, вплетающиеся одну в другую и гармонически сочетающиеся. Нет нужды говорить, что Бах не останавливается на этом уровне сложности...

Рекурсивно счетные и рекурсивные множества

Перенесем понятие рисунка и фона обратно в область формальных систем. В нашем примере роль позитивного пространства играют теоремы типа S, а роль негативного пространства — строчки, в которых количество тире выражается простым числом. Пока что единственный способ, который нам удалось найти

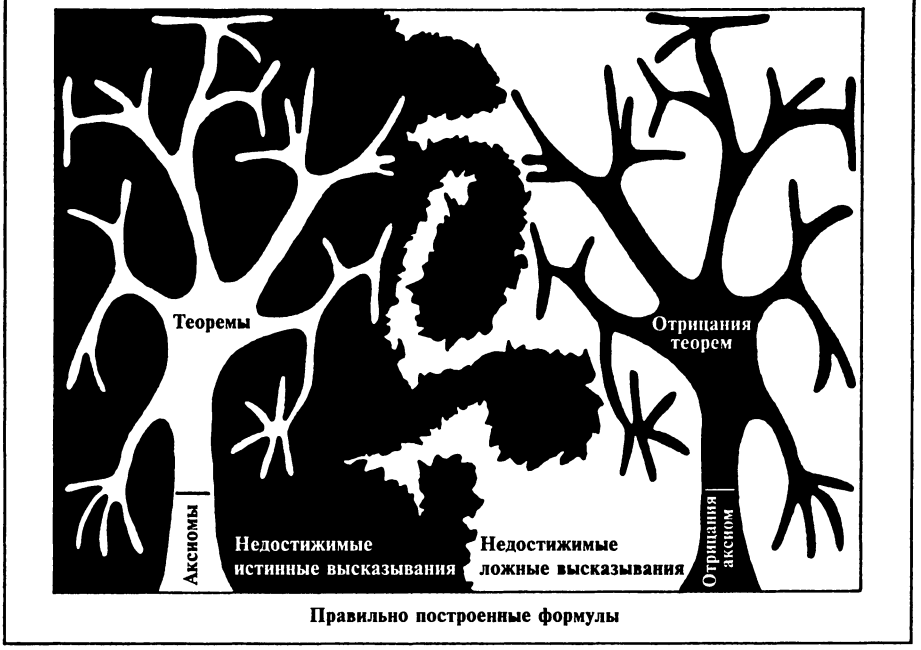


РИС. 18. Эта диаграмма отношений между различными классами строчек ТТЧ весьма богата зрительным символизмом. Самый большой прямоугольник — множество всех строчек ТТЧ. Следующий прямоугольник — все правильно построенные строчки ТТЧ. Внутри него находится множество всех предложений *ТТЧ. Именно на этом уровне начинают происходить интересные вещи. Множество теорем изображено в виде дерева, чей ствол — множество* аксиом. *Символ дерева был выбран из-за того, что оно растет "рекурсивно": новые ветви (теоремы) вырастают из старых. Пальцеобразные ветви проникают во все уголки области, представляющей множество истинных высказываний; однако они не могут занять эту область целиком. Граница между областями истинных и ложных высказываний представляет собой изломанную "береговую линию", которая, как бы близко вы ее не рассматривали, всегда имеет еще более мелкие уровни структуры, и, таким образом, не поддается описанию каким-либо конечным методом. (См. книгу Мандельбродта "Фракталы"* [B.Mandelbrodt, Fractals]). *Отраженное дерево справа представляет отрицания теорем: все они ложны, но вкупе они не в состоянии заполнить всю область ложных высказываний.* [Рисунок автора.]

для выражения простых чисел типографским путем, это негативное пространство. Существует ли какой-нибудь способ выразить простые числа в виде позитивного пространства, то есть в виде множества теорем некой системы?

Интуиция подсказывает разным людям разные ответы. Я отчетливо помню, как был озадачен и заинтригован, заметив разницу между негативной и позитивной характеристиками. Я был совершенно уверен в том, что не только про-

стые числа, но и вообще любое негативно определяемое множество чисел может быть определено позитивно. Интуитивное обоснование моей уверенности заключалось в следующем вопросе: *"Как это возможно, чтобы рисунок и фон не содержали совершенно одинаковой информации?"* Мне казалось, что они представляют собой одну и ту же информацию, закодированную двумя разными способами. А что думаете по этому поводу вы, читатель?

Выяснилось, что я был прав насчет простых чисел, но ошибался в остальном. Тогда это меня поразило и продолжает поражать и по сей день. Оказывается, что:

> существуют такие формальные системы, чье негативное пространство (множество не-теорем) не является позитивным пространством никакой другой формальной системы.

Как выяснилось, этот результат сравним по глубине с Теоремой Гёделя — так что неудивительно, что моя интуиция не могла принять его сразу. Подобно математикам начала двадцатого века, я считал мир формальных систем и натуральных чисел более предсказуемым, чем он оказался в действительности. Выраженное более техническим языком, это утверждение звучит так:

> Существуют рекурсивно счетные множества, не являющиеся рекурсивными.

Выражение "рекурсивно счетные" (часто сокращаемое как р.с.) — математическое соответствие нашему художественному понятию "курсивно рисуемые", а *рекурсивный* — соответствие "рекурсивным". Множество строчек является р.с., когда все они могут быть выведены путем применения типографских правил — например, множество теорем типа S или множество теорем системы **MIU**; на самом деле, это определение приложимо ко множеству теорем любой формальной системы. Оно сравнимо с понятием о "рисунке" как о "множестве линий, которые могут быть произведены в соответствии с художественными правилами (что бы это последнее не означало!). А "рекурсивное множество" подобно рисунку, чей фон, в свою очередь, также является рисунком — в таком случае не только рисунок, но и его дополнение будут р. с.

Из этого вытекает следующий результат:

> Существуют такие формальные системы, у которых нет типографского алгоритма разрешения.

Из чего это следует? Очень просто. Типографский алгоритм разрешения — это метод, отличающий теоремы от не-теорем. Он позволяет нам выводить не-теоремы систематически, идя по списку *всех* строчек и отбрасывая те, что не являются теоремами. Эту процедуру можно назвать типографским методом вывода множества не-теорем. Однако из предыдущего утверждения (которое мы пока принимаем на веру) следует, что для *некоторых* формальных систем это невозможно.

Предположим, что мы нашли множество R ('R' — рисунок) натуральных чисел, которое мы можем вывести каким-либо формальным путем — вроде множества составных чисел. Предположим, что его дополнением является множество F ('F' — фон) — простые числа. Вместе взятые, R и F дают все нату-

ральные числа. Мы знаем правило, позволяющее вывести все числа множества R; для чисел множества F такого правила не существует. Важно, что если числа R выводятся исключительно *в возрастающем порядке,* то мы всегда можем охарактеризовать F. Трудность заключается в том, что многие р.с. множества прозводятся при помощи таких методов, которые выводят элементы в произвольном порядке, так что не известно, появится ли какое-либо число, до сих пор пропускаемое, если подождать еще чуть-чуть.

На вопрос "Все ли рисунки рекурсивны?" мы ответили отрицательно. Теперь мы видим, что придется ответить отрицательно и на аналогичный вопрос математиков: "Все ли множества рекурсивны?" Имея это в виду, давайте вернемся к этому расплывчатому понятию "формы". Обратимся снова к нашим множествам R — рисунки и F — фон. Легко согласиться с тем, что все числа во множестве R имеют какую-то общую "форму" — но можно ли сказать то же самое о числах множества F? Странный вопрос. С самого начала имея дело с бесконечным множеством всех натуральных чисел, весьма сложно прямо и четко определить "дырки", остающиеся в списке после изъятия оттуда неких чисел. Таким образом, возможно, что на самом деле у этих дырок нет никаких общих характеристик "формы". Неясно, стоит ли вообще использовать здесь такое соблазнительное словечко как "форма". Может быть лучше не определять этого понятия, оставив ему некую интуитивную гибкость.

Вот вам еще одна головоломка, над которой вы можете поразмыслить в связи с изложенным выше. Можете ли вы охарактеризовать следующее множество чисел (или его негативное пространство)?

1 3 7 12 18 26 35 45 56 69 ...

Чем данная последовательность напоминает рисунок РИСУНОК–РИСУНОК?

Простые числа в качестве рисунка, а не фона

Как же насчет формальной системы для вывода простых чисел? Как это сделать? Способ состоит в том, чтобы, не останавливаясь на умножении, обратиться прямо к неделимости, представив ее позитивно. Ниже дана схема аксиом и правило вывода теорем, представляющих понятие числа, не являющегося делителем других чисел [ND = не делитель.]

СХЕМА АКСИОМ: $x\,y\,\mathrm{ND}x$, где x и y — строчки тире.

Например, −−−−−ND−−, где x заменен на '−−' и y — на '−−−'.

ПРАВИЛО: Если $x\,\mathrm{ND}y$ является теорема, то $x\,\mathrm{ND}x\,y$ также будет теоремой.

Приложив это правило дважды, вы можете вывести теорему

−−−−−ND−−−−−−−−−−−

которая интерпретируется как "5 не делитель 12". Однако −−−ND−−−−−− не является теоремой. В чем будет ошибка, если вы попытаетесь вывести эту строчку?

Чтобы определить, что данное число простое, у нас должны быть какие-то сведения о его свойствах неделимости. В частности, мы хотим знать, что это число не делится на 2, 3, 4, и т. д., до числа, меньшего его на единицу. Однако в формальных системах мы не можем позволить себе таких расплывчатых формулировок как "и так далее". Здесь нужна исчерпывающая точность. Нам бы хотелось иметь возможность сказать на языке системы: "число *Z свободно от делителей* до *X*" [SOD = свободно от делителей], имея в виду, что не одно число между 2 и *X* не является делителем *Z*. Это можно сделать, но здесь есть небольшой трюк. Если хотите, можете попытаться найти его.

Решение заключается в следующем:

ПРАВИЛО: Если $--\mathrm{ND}z$ является теоремой, то $z\mathrm{SOD}--$ также будет теоремой.

ПРАВИЛО: Если $z\mathrm{SOD}x$ и $x-\mathrm{ND}z$ являются теоремами, то $z\mathrm{SOD}x$ также будет теоремой.

Эти два правила, в совокупности, характеризуют понятие *свободы от делителей*. Все что нам нужно, это указать, что простые числа — это числа, свободные от делителей, включая число на единицу меньшее их самих:

ПРАВИЛО: Если $z-\mathrm{SOD}z$ является теоремой, то $\mathrm{P}z-$ также будет теоремой.

Не будем забывать, что 2 — тоже простое число!

АКСИОМА: $\mathrm{P}--$

Вот и все, что нам необходимо. Принцип формального выражения "просточенности" заключается в том, что существует метод проверки, не требующий никакого отступления назад. Вы всегда двигаетесь вперед, проверяя данное число на делимость — сначала на 2, потом на 3, и так далее. Именно эта "монотонность" или однонаправленность — отсутствие игры между укорачивающими и удлиняющими правилами — позволила нам уловить суть простых чисел. И именно этой потенциальной сложностью формальных систем, могущих вместить сколько угодно взаимодействий между движением вперед и назад, объясняются такие ограничивающие результаты как Теорема Гёделя и Проблема Остановки Тюринга, как и тот факт, что не все рекурсивно счетные множества рекурсивны.

Акростиконтрапунктус

Ахилл: Хорошая у вас коллекция бумерангов, я такой нигде не видал!

Черепаха: Обыкновенная, не преувеличивайте, пожалуйста. У любой Черепахи можно увидеть коллекцию ничуть не хуже.

Ахилл: Феноменально! Вы, Черепахи, никогда не перестанете удивлять меня своей любовью к собиранию бумерангов.

Черепаха: Шутить изволите? Да страсть к коллекционированию этого оружия у нас в крови. А сейчас, не угодно ли пройти в гостиную?

Ахилл: Только после Вас, как обычно, госпожа Черепаха. *(Следуя за Черепахой, Ахилл входит в гостиную и направляется в угол комнаты.)* Я вижу, что у вас также неплохое собрание пластинок. Какую музыку вы предпочитаете?

Черепаха: Актуальный вопрос. Видите ли, хотя я всегда была и остаюсь поклонницей Баха, должна признаться, что сейчас я увлекаюсь довольно необычной музыкой.

Ахилл: Да? Что же это за музыка?

Черепаха: Такая, о которой вы, скорее всего, никогда не слыхали. Я называю ее "разбивальная музыка".

Ахилл: Едва ли не самая поразительная вещь, которую я слыхал от вас за последнее время. Что значит это необычное название?

Черепаха: Рада удовлетворить ваше любопытство. Эта музыка — для разбивания патефонов.

Ахилл: О ужас!

Черепаха: Вы полагаете?

Ахилл: С ума сойти! Воображаю, как вы, пританцовывая с кувалдой в руке, сокрушаете один патефон за другим под звуки "Битвы при Виттории" Бетховена.

Черепаха: Какое у вас образное мышление! Должна вас разочаровать: эта музыка не совсем то, что вы предполагаете. Однако ее истинная природа тоже любопытна. Могу дать вам кое-какие разъяснения...

Ахилл: Интересно... Я весь внимание!

Черепаха: Йоркширский мой приятель, старый Краб (вы с ним, часом, не знакомы?) пришел ко мне однажды с визитом...

Ахилл: Архибольшая умница, этот Краб. Я много о нем наслышан, но сам с ним никогда не встречался. Уверен, что знакомство со стариком принесло бы мне немалое удовольствие.

Черепаха: Конечно, он личность незаурядная. Надо бы мне устроить вашу встречу; может быть, мы все как-нибудь увидимся в парке на прогулке. Думаю, что вы понравитесь друг другу!

Ахилл: Расчудесная идея! Буду ждать этого с нетерпением... Однако мы отклонились от темы: вы, кажется, хотели объяснить мне, что такое разбивальная музыка?

Черепаха: Ох, да, чуть не забыла. Так вот, пришел, значит, Краб ко мне в гости. Вы, наверное, слыхали, что у него всегда была страсть ко всяческим машинкам и приспособлениям; в то время он прямотаки сходил с ума по патефонам. Он тогда только что приобрел свой первый патефон и, будучи наивным и доверчивым покупателем, поверил во всю ту белиберду, что нам обычно говорят усердные клерки в надежде сбыть свой товар. На этот раз клерк объявил, что понравившийся Крабу патефон может верно воспроизве-

сти любой звук. Короче говоря, Краб уверился в том, что он купил Идеальный Патефон.

Ахилл: Само собой разумеется, вы с этим не согласились.

Черепаха: Точно, но он заупрямился и твердил, что его проигрыватель может воспроизвести какие угодно мелодии. Спорить не было толку, и каждый остался при своем мнении. Вскоре, однако, я опять пришла к Крабу в гости, на этот раз не с пустыми руками: я принесла с собой запись песни моего собственного сочинения. Песня называется "Меня нельзя воспроизвести на Патефоне №1."

Ахилл: Идея неординарная, ничего не скажешь! Это вы ему в подарок принесли?

Черепаха: Конечно. Я предложила ему прослушать мое сочинение на его новом патефоне, и он с радостью согласился. Он поставил пластинку и включил патефон; но после первых же тактов бедный аппарат завибрировал, затрясся и вдруг — БА-БАХ! — разбился на мельчайшие кусочки, разлетевшиеся по всей комнате. Натурально, пластинка тоже разбилась вдребезги...

Ахилл: О, Боже!.. Какой удар для бедняги. Что-то было не в порядке с патефоном?

Черепаха: Ничего. Абсолютно ничего. Просто он не мог воспроизвести мелодию моей песни — эти звуки вызвали в нем такую сильную вибрацию, что он разбился.

Ахилл: Так значит, это все же был не Идеальный Патефон. А ведь клерк ему такого наговорил...

Черепаха: Разве вы, Ахилл, верите всему тому, что говорят продавцы? Неужели вы так же наивны, как старый Краб?

Ахилл: Абсолютно нет! Краб гораздо наивнее. Я-то знаю, что все торговцы — известные пройдохи и надувалы. Поверьте, я не вчера родился!

Черепаха: Представьте себе тогда, что тот клерк мог несколько преувеличить выдающиеся качества нового приобретения Краба. Скорее всего, его патефон вовсе не идеальный, а значит, не может воспроизвести любые звуки.

Ахилл: Увы, кажется, так оно и есть... Но как вы объясняете тот удивительный факт, что именно ваша запись оказалась той самой "невоспроизводимой" мелодией?

Черепаха: Ничего удивительного; я сделала это специально. Перед тем, как снова отправиться к Крабу, я пошла в магазин, продавший ему патефон и спросила, где эта модель была сделана. Узнав адрес, я послала на фабрику запрос и со следующей почтой получила полное описание патефона Краба. Я работала, не покладая лап, проанализировала всю конструкцию, и мне удалось найти именно ту мелодию, которая, если ее сыграть вблизи от этого патефона, разобьет его вдребезги!

Ахилл: Какое коварство! Зачем вы мне все это выложили... Значит, вы сами записали эту музыку, да еще и принесли эту подлую штуку ему в подарок!

Черепаха: Точно, вы угадали, мой проницательный друг! Однако это еще не конец. Краб не поверил, что его патефон оказался не Идеальным...

Ахилл: Упрямец!

Черепаха: Совершенно верно! Он отправился в магазин, где приобрел себе еще один патефон, значительно дороже. На этот раз клерк пообещал вернуть ему деньги в удвоенном размере, если тот найдет

хотя бы один звук, который новый патефон не сможет воспроизвести.

Ахилл: Блестящая идея! Выходит, Краб ничем не рисковал...

Черепаха: Ловкий трюк, это верно. Так вот, Краб тут же похвастался мне своим приобретением; старик был вне себя от радости, и я пообещала ему придти в гости и посмотреть его очередное любимое детище.

Ахилл: Естественно, перед тем как выполнить обещание, вы снова написали на фабрику и с учетом конструкции нового патефона Краба скомпоновали еще одну вредительскую мелодию, на этот раз под названием "Меня нельзя воспроизвести на патефоне №2"?

Черепаха: Совершенно верно! Вижу, что вы вполне прониклись моей идеей...

Ахилл: Так что же случилось на этот раз?

Черепаха: Я поставила мою запись и, как вы сами можете догадаться, история повторилась: и патефон, и пластинка разлетелись вдребезги.

Ахилл: Щелчок по Крабьему самолюбию изрядный! Тут уж ему, конечно, пришлось признать, что Идеальных Патефонов в природе не существует?

Черепаха: Если бы... На самом деле он решил, что следующий патефон наверняка окажется "выигрышным билетом", а поскольку у него теперь была куча денег, он...

Ахилл (перебивает): Еще раз пошел в магазин... Постойте-ка: ведь он бы мог вас запросто перехитрить, купив посредственный патефон, не воспроизводящий с достаточной точностью никакую, в том числе и разбивальную, музыку. Тогда вам пришлось бы спасовать...

Черепаха: Соблазнительная мысль... Однако она противоречит первоначальной идее: иметь патефон, на котором можно воспроизвести даже его собственную разбивальную мелодию (что, естественно, невозможно).

Ахилл: Конечно. Теперь я понимаю, в чем здесь загвоздка. Любой достаточно качественный патефон (назовем его X), который сможет воспроизвести разбивальную музыку, от нее же и погибнет! Значит, патефон X не совершенный. Избежать подобной участи может только какой-нибудь плохонький патефон, который, однако, уже по определению не будет Идеальным! Любой патефон будет непременно "увечен" в том или ином смысле, а значит, все они дефектны!

Черепаха: Разумеется, они не идеальны, но почему вы называете их "дефектными"? Никакой патефон не способен сделать все то, чего бы нам от него хотелось. Уж если говорить о дефектах, то изъян не в самих патефонах, а в наших представлениях о том, на что они способны. Краб, к примеру, был полон самых фантастических надежд...

Ахилл: Искать Идеальный патефон — неблагодарное занятие. Купит ли Краб высококачественный или посредственный аппарат, он все равно проигрывает. Бедняга, мне его искренно жаль!..

Черепаха: В таком духе наш "поединок" с Крабом продолжался еще несколько раундов, пока Краб не раскусил принципа моих композиций. Тогда старик попытался меня перехитрить. Он послал фабрикантам описание патефона своего изобретения, который они и изготовили по его чертежам. Краб назвал свое детище "Патефон Омега" — этот аппарат был намного сложнее чем все предыдущие.

Ахилл: А, понимаю: у него вообще не было движущихся частей... Может быть, он был сделан из ваты? Или...

Черепаха: Если вы будете пытаться угадать, то мы просидим здесь до завтра. Позвольте вам помочь: "Омега" имела встроенную телекамеру, сканирующую любую пластинку, перед тем как поставить ее на патефон. Эта камера была подключена к компьютеру, который, в свою очередь, устанавливал по форме дорожек, что за музыка записана на данной пластинке.

Ахилл: Тривиальной эту конструкцию не назовешь, но пока мне все понятно. Однако как же Омега использовала полученную информацию?

Черепаха: Интереснейшим образом: компьютер при помощи сложных вычислений устанавливал, какой эффект данная мелодия произведет на патефон. Если музыка оказывалась "опасной", Омега делала что-то поистине удивительное: она меняла структуру частей патефона, перестраиваясь на ходу! Только сделавшись неуязвимой для данной разбивальной мелодии, Омега включала свой патефон и проигрывала пластинку.

Ахилл: Могу себе представить, как вы разочаровались: ведь это означало, что вашим проделкам пришел конец!

Черепаха: Я удивлена, Ахилл, что вы так считаете. Видимо, вы не слишком хорошо знакомы с теоремой Гёделя о неполноте.

Ахилл: ... гммм... Чьей теоремой?

Черепаха: Имя ее создателя — Гёдель. Суть теоремы заключается в том, что...

Ахилл (перебивает): Гёдель? Не слыхал... Послушайте, я уверен, что все это захватывающе интересно, но я, право, предпочел бы услыхать продолжение истории о разбивальной музыке. Мне думается, что я могу сам угадать ее конец...

Черепаха: Рада вашей проницательности. Вы, вероятно, думаете, что Краб победил?

Ахилл: А как же! Признайтесь, что вам пришлось трусливо капитулировать. Не так ли?

Черепаха: Ей-Богу, Ахилл, ну и засиделись мы с вами! Уж полночь близится... Я с удовольствием пообщалась бы с вами еще, но у меня уже глаза слипаются .

Ахилл: То-то я чувствую, что и меня в сон клонит... Пойду я, пожалуй. (Направляется к двери, но внезапно поворачивает обратно.) Однако какой я забывчивый! Принес вам маленький презент и чуть не унес его обратно домой. (Протягивает Черепахе небольшой аккуратный сверток.)

Черепаха: Стоило ли беспокоиться... Благодарю! *(Нетерпеливо распаковывает пакет.)*

Ахилл: Безделушка, право слово...

Черепаха: Ах... (Срывает последнюю обертку и на свет появляется изящный стеклянный бокал.) Какая прелесть! Как вы узнали, что я прямотаки с ума схожу по стеклянным бокалам?

Ахилл: Разве? Не имел ни малейшего понятия, но я рад, что вам понравилось.

Черепаха: Обворожительно! Послушайте, если вы умеете хранить секреты, я вам кое-что расскажу. Я пытаюсь найти Идеальный Бокал, так сказать, Генерал-бокал, Гроссмейстер-бокал, чья форма не имела бы ни малейшего изъяна. Представляете, если бы ваш подарок,

назовем его Бокал Г, оказался бы искомым сокровищем! Сделайте милость, поделитесь: где вы отыскали это чудо?

Черепаха: Частная коллекция, друг мой, частная коллекция — а больше того, не обессудьте, я вам открыть не могу: секрет! Могу, ежели желаете, сообщить, кому принадлежал сей бокальчик.

Черепаха: Не томите душу, говорите!

Ахилл: Имейте терпенье, друг мой. Слыхали ли вы когда-нибудь о знаменитом коллекционере бокалов по имени И.С. Бах?

Черепаха: Мало кто не слышал хотя бы однажды этого блестящего имени; но позвольте, я впервые слышу, что И. С. Бах занимался коллекционированием!

Ахилл: Артистичные натуры часто бывают весьма разносторонни. Конечно, Бах был в первую очередь известен не как коллекционер, однако это занятие было его излюбленным хобби, хотя почти ни одна душа об этом не знает. Этот бокальчик — его последнее приобретение.

Черепаха: Клянусь небом, это удивительно! Последнее приобретение? Если это так, то ему цены нет! Но почему вы так уверены, что бокал Г действительно принадлежал Баху?

Ахилл: Рассмотрите-ка его на свет: видите, внутри выгравирована надпись B-A-C-H?

Черепаха: О, вижу, вижу. Убедительно, ничего не скажешь. Поразительная вещь... (аккуратно ставит Бокал Г на полку). Кстати, знаете ли вы, что каждая буква в имени BACH — это также название музыкальной ноты?

Ахилл: Странно, как же это возможно? Я знаю, что во многих языках ноты обозначаются буквами, но там используются буквы только от A до G.

Черепаха: Точно, в большинстве стран так оно и есть. Однако на родине Баха, в Германии, система немного другая. Например, нота "си" будет по-немецки "H", а "си бемоль" — "B". Так, си-бемоль минорная месса Баха по-немецки называется "H-moll Mess. Понимаете?

Ахилл: Изрядная путаница... Подождите-ка. Нота "си" по-немецки "H", а си бемоль — "B"... Значит, само имя Баха — мелодия?

Черепаха: Хотя это и странно, но так оно и есть! На самом деле, Бах незаметно включил эту мелодию в одну из сложнейших композиций "Искусства фуги", финальный "Контрапункт". Это была последняя фуга, написанная Бахом.

Ахилл: О, какое совпадение! Последний бокал, последняя фуга... Продолжайте, друг мой, прошу вас...

Черепаха: Милейший Ахилл, наберитесь терпения; берите пример с нас, Черепах... На чем, бишь, я остановилась? Когда я слушала "Контрапункт" впервые, я понятия не имела, какой будет финал. Внезапно, без малейшего предупреждения, музыка оборвалась. Затем — мертвая тишина... Я тут же поняла, что как раз в тот момент композитор умер. Этот миг, неописуемо печальный, так на меня подействовал, что я почувствовала себя совершенно разбитой. Так или иначе, B-A-C-H — последняя тема этой фуги и она спрятана внутри произведения. Бах никому не сказал об этом, но, зная эту мелодию, ее можно найти без труда. Ах, Ахилл, сколько существует ловких способов спрятать тайные послания в музыке...

Ахилл: Хитроумные уловки для этого есть и в поэзии. Поэты часто прибегали к похожим трюкам; теперь, к сожалению, это вышло из моды.

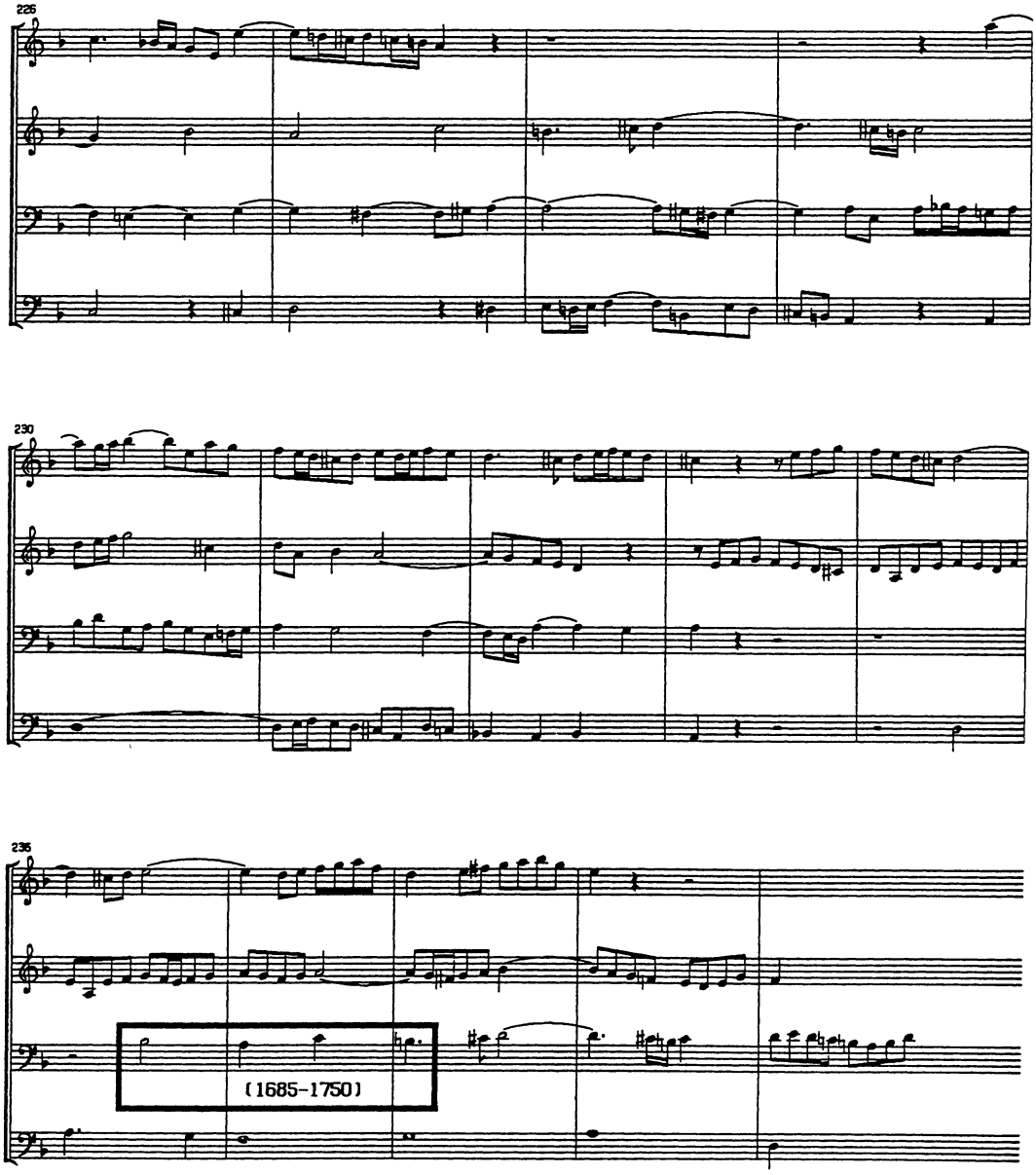


РИС. 19. Последняя страница "Искусства фуги" Баха. На подлиннике рукой сына композитора, Карла Филиппа Эммануэля, написано: "NB: Во время исполнения этой фуги, в тот момент когда прозвучала мелодия B-A-C-H, композитор скончался." (На рисунке мелодия B-A-C-H взята в рамку). Пусть последняя страница Баховского "Контрапункта" послужит здесь как эпитафия. [Ноты отпечатаны при помощи компьютерной программы СМУТ, разработанной Дональдом Бирдом в Индианском университете США.]

Скажем, Льюис Кэрролл частенько прятал слова и имена в первых буквах строк своих стихов. Поэма, скрывающая таким образом какое-нибудь послание, называется "акростих."

Черепаха: Осведомлены ли вы, Ахилл, о том, что Бах тоже иногда писал акростихи?

Ахилл: Фантастическая разносторонность!

Черепаха: Широкие интересы у него были, ничего не скажешь! Но странного тут ничего нет: ведь контрапункт и акростих, с их скрытым смыслом, имеют очень много общего. Большинство акростихов прячут только одно послание, однако может существовать и акростих, так сказать, "с двойным дном," где первое послание, в свою очередь, является акростихом для второго. Можно представить себе и "контракростих", где секретное послание надо читать справа налево. Бог мой, да эта форма представляет почти неограниченные возможности! Более того, кто сказал, что акростихи — область исключительно поэтов? Их может сочинять кто угодно, даже диалогики.

Ахилл: Так, так... Дело логики? Значит, мне это будет трудновато. Я с Госпожой Логикой не в ладах.

Черепаха: Ахилл, вы опять все перепутали. Я сказала не "дело логики," а "диалогики," то есть сочинители диалогов. Гммм... (Чешет лапой за ухом с задумчивым видом.)

Ахилл: Друг мой, я по глазам вижу, что вы еще что-то замышляете...

Черепаха: Так, пустяки... Я подумала: а что если какой-нибудь диалогик задумает написать один из своих диалогов в форме акростического контрапункта, в честь И. С. Баха? Маловероятно, конечно, чтобы такая странная идея пришла кому-нибудь в голову... Все же, в таком случае, какое имя будет правильнее зашифровать: его собственное или Баховское? Впрочем, зачем нам волноваться о таких пустячных материях, пусть этот вопрос решает тот, кто задумает написать подобный диалог!.. Вернемся лучше к нашему "музыкальному" имени: знаете ли вы, что мелодия B-A-C-H, если ее сыграть снизу вверх и задом наперед, звучит точно также, как оригинал?

Ахилл: Если ее сыграть снизу вверх? Не понимаю. Задом наперед, это ясно: H-C-A-B- но снизу вверх? Вы, вероятно, меня разыгрываете?

Черепаха: Разрешите вам продемонстрировать; сейчас, только принесу скрипку... *(Идет в соседнюю комнату и возвращается со старинным инструментом.)* Сейчас я вам, скептику, сыграю эту мелодию задом наперед, вверх тормашками, шиворот навыворот и в любом виде, в каком вашей душеньке будет угодно... Ну что ж, начнем... (*Кладет на пюпитр ноты "Искусства фуги"и открывает их на последней странице.*) Вот он, последний "Контрапунктус" и вот она, последняя тема.

(*Черепаха начинает играть: B-A-C- ... но когда она пытается взять финальное "H", внезапно, без малейшего предупреждения, резкий звук бьющегося стекла грубо прерывает ее игру. Черепаха и Ахилл оборачиваются как раз вовремя, чтобы успеть увидеть, как крохотные блестящие осколки осыпаются дождем с полки, где только что стоял Бокал Г. Затем — мертвая тишина...*)

ГЛАВА IV

Непротиворечивость, полнота и геометрия

Смысл явный и неявный

В главе II мы видели пример того, как смысл — по крайней мере, в относительно простом контексте формальных систем — рождается из изоморфизма между управляемыми правилами символами и вещами реального мира. В большинстве случаев, чем сложнее изоморфизм, тем больше "техники" — как аппаратуры, так и программного обеспечения — бывает необходимо, чтобы извлечь смысл из символов. Если изоморфизм очень прост (или хорошо нам знаком), то есть соблазн считать, что смысл, который мы замечаем, выражен явно. Мы видим смысл, не замечая изоморфизма. Один из самых ярких тому примеров — человеческий язык. Люди часто приписывают значения самим словам, абсолютно не осознавая существования сложного "изоморфизма", эти значения порождающего. Эту ошибку совершить нетрудно; она состоит в том, что значение приписывается скорее *объекту* (слову), чем *связи* между данным объектом и реальностью. Вы можете сравнить это с наивным представлением о том, что шум является необходимым побочным эффектом столкновения двух предметов. Это, разумеется, неверно: если два предмета столкнутся в вакууме, столкновение будет совершенно бесшумным. Здесь ошибка также заключается в том, что шум приписывается исключительно столкновению, и при этом игнорируется роль *среды,* переносящей звук от столкнувшихся предметов к уху.

Выше я использовал слово "изоморфизм" в кавычках, чтобы показать, что его здесь надо понимать с долей скептицизма. Символические процессы, лежащие в основе человеческого языка, настолько неизмеримо сложнее символических процессов в формальных системах, что, если мы хотим по-прежнему считать, что значение — порождение изоморфизмов, то нам придется принять более гибкое определение изоморфизма, чем то, каким мы пользовались до сих пор. Мне кажется, что именно понимание природы изоморфизма, стоящего за значением, — ключ к загадке человеческого сознания.

Явный смысл "Акростиконтрапунктуса"

Все это было подготовкой к обсуждению "Акростиконтрапунктуса" — исследованию уровней его значения. В Диалоге есть как явный, так и неявный смысл. Самое явное значение — та история, которая в нем рассказана. Это "явное" значение, строго говоря, крайне *неявно* — ведь мозгу приходится проделать невероятно сложную работу, чтобы, основываясь на черных значках на бумаге, понять происходящие в этой истории события. Несмотря на это, мы будем считать эти события явным значением Диалога, предполагая, что любой русскоязычный читатель, извлекая смысл из значков на бумаге, использует более или менее одинаковый "изоморфизм".

И все же, я хотел бы сделать явное значение истории еще более явным. Сначала немного о пластинках и патефонах. Обратите внимание на то, что дорожки на пластинке имеют два уровня значения. Первый уровень — музыка. Но что же такое музыка — последовательность колебаний в воздухе или последовательность эмоциональных реакций в человеческом мозгу? И то и другое, скажете вы. Но для того, чтобы эти эмоции возникли, сначала необходимы колебания. Колебания "извлекаются" из звуковых дорожек при помощи патефона — относительно несложного устройства. На самом деле, вы можете сделать то же самое, ведя по дорожкам булавкой. После этого ухо превращает колебания в реакции слуховых нейронов мозга, которые, в свою очередь, трансформируют линейную последовательность вибраций в схему взаимодействующих эмоциональных откликов. Схема эта настолько сложна, что мне придется, вопреки желанию, воздержаться от ее обсуждения здесь. Так что давайте пока считать, что звуки в воздухе — это "Первый Уровень" значения звуковых дорожек.

Что же является "Вторым Уровнем" их значения? Это та вибрация, которая возникает в патефоне. Поэтому Второй Уровень значения зависит от цепи *двух* изоморфизмов:

(1) изоморфизм между произвольным узором звуковых дорожек и колебаниями воздуха;
(2) изоморфизм между произвольными колебаниями воздуха и вибрацией патефона.

Эта цепь двух изоморфизмов изображена на рис. 20. Обратите внимание, что изоморфизм 1 порождает Первый Уровень значения. Второй Уровень значения — менее явный, чем Первый, поскольку он порожден двумя изоморфизмами. Именно Второй Уровень значения является виновником того, что патефон разбивается. Интересно то, что рождение Первого Уровня значения немедленно влечет за собой рождение Второго Уровня значения — один уровень невозможен без другого. Таким образом, именно неявное значение пластинки "атаковало" и разрушило патефон.

Те же комментарии приложимы и к бокалу. Разница лишь в том, что здесь имеется еще один уровень изоморфизма — соответствие между музыкальными нотами и буквами алфавита — который мы будем называть "транскрипцией". За ней следует "перевод": превращение музыкальных нот в звуки, после чего вибрация действует на бокал точно так же, как она действовала на серию все усложняющихся патефонов.

Неявные значения "Акростиконтрапунктуса"

Что же можно сказать о неявных значениях Диалога? (Множественное число не случайно — в Диалоге их несколько.) О самом простом из них мы уже упомянули выше — события в двух частях Диалога приблизительно изоморфны: патефон становится скрипкой, Черепаха — Ахиллом, Краб — Черепахой, звуковые дорожки — выгравированным автографом, и т. д. После того, как вы заметили этот простой изоморфизм, вы можете продвинуться дальше. Обратите внимание, что в первой половине истории Черепаха — виновник всех проказ, в то время как во второй половине она — жертва. Ее же собственный метод обратился против нее! Не напоминает ли это вам об "атаке" на патефон пласти-

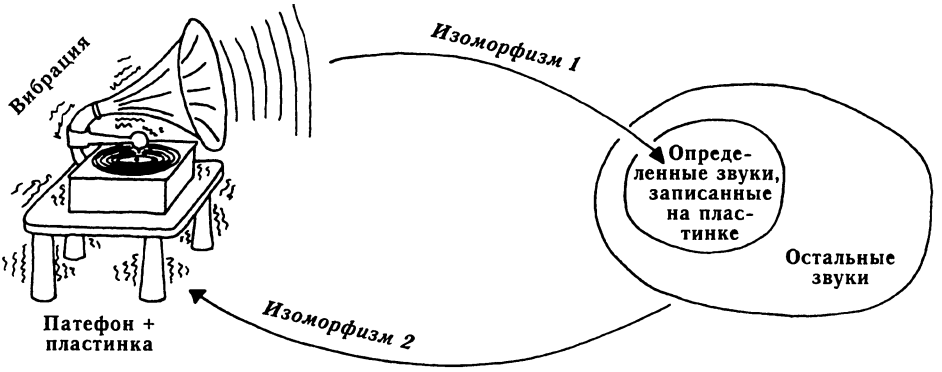


РИС. 20. Наглядное обьяснение принципа, лежащего в основе Теоремы Гёделя: два тесно связанных изоморфизма, дающие неожиданный эффект бумеранга. Первый — от звуковых дорожек к звуку, получаемый при помощи патефона. Другой — знакомый всем нам, но обычно оставляемый без внимания — от звука к вибрации патефона. Обратите внимание на то, что второй изоморфизм существует независимо от первого: не только музыка, играемая на патефоне, но и вообще все звуки вблизи от него вызывают в нем вибрацию. Перефразировка Теоремы Гёделя звучит так: для любого патефона существуют такие пластинки, которые нельзя на нем проигрывать, так как это косвенно способствует разрушению патефона. [*Рисунок автора.*]

нок, которые на нем проигрывают, или о надписи на бокале, явившейся "виновницей" его гибели, или о Черепахиной коллекции бумерангов? Безусловно. Это — история о "плевках против ветра" на двух уровнях:

Первый уровень: "самоатакующие" бокалы и пластинки;
Второй уровень: "самоатакующий" дьявольский метод Черепахи, использующий для "самоатаки" неявные значения.

Таким образом, мы можем установить изоморфизм между двумя уровнями истории, сравнив то, как пластинки и бокалы, подобно бумерангам, "замыкаются" сами на себя и в результате гибнут, с тем, как предательский метод Черепахи оборачивается против нее самой. Рассматриваемая таким образом, сама история — пример "самоатак", которые в ней обсуждаются. Поэтому мы можем считать, что "Акростиконтрапунктус" косвенно говорит о себе самом, в том смысле, что его структура изоморфна событиям, которые в нем происходят. (Совершенно так же, как пластинки и бокал косвенно "говорят" о себе самих путем соседствующих изоморфизмов между игрой и вызыванием вибрации.) Конечно, можно прочитать Диалог, не замечая этого изоморфизма; тем не менее, он там присутствует.

Соответствие между "Акростиконтрапунктусом" и Теоремой Гёделя

Читатель, возможно, уже чувствует некоторое головокружение — однако это еще только цветочки, а ягодки впереди. (На самом деле, некоторые уровни неявного значения даже не будут здесь затронуты — если пожелаете, можете попробовать докопаться до них сами.) Я написал этот Диалог в основном для того, чтобы проиллюстрировать Теорему Гёделя, которая, как я уже говорил во введении, зависит от двух различных уровней значения высказываний теории чисел. Каждая из двух половин Диалога — "изоморфная копия" Теоремы Гёделя. Поскольку это сложное соответствие — центральная идея диалога, я попытался представить его на следующей диаграмме.

патефон	⇐⇒	система аксиом теории чисел
патефон низкого качества	⇐⇒	"слабая" система аксиом
качественный патефон	⇐⇒	"сильная" система аксиом
"совершенный" патефон	⇐⇒	полная система для теории чисел
"схема устройства" патефона	⇐⇒	аксиомы и правила формальной системы
пластинка	⇐⇒	строчка формальной системы
"проигрываемая" пластинка	⇐⇒	теоремы формальной системы
"непроигрываемая" пластинка	⇐⇒	не-теоремы формальной системы
звук	⇐⇒	истинное высказывание теории чисел
воспроизводимый звук	⇐⇒	интерпретированная теорема системы
невоспроизводимый звук	⇐⇒	истинное высказывание, не являющееся теоремой
название песни: "Меня нельзя воспроизвести на патефоне X"	⇐⇒	неявное значение строчки Гёделя: "Меня нельзя вывести в формальной системе X"

На этой диаграмме приводится основа изоморфизма между Теоремой Гёделя и "Акростиконтрапунктусом". Не волнуйтесь, если вы пока не вполне понимаете суть Теоремы Гёделя — мы дойдем до нее только через несколько глав! Однако, прочитав этот Диалог, вы уже до некоторой степени прониклись духом этой Теоремы, даже если это и произошло незаметно для вас самих. Теперь я оставляю вас, читатель, с тем, чтобы вы попытались найти другие типы неявных значений в "Акростиконтрапунктусе". "Quaerendo invenietis!"

"Искусство фуги"

Несколько слов об "Искусстве фуги"... Написанное в последний год жизни Баха, оно состоит из восемнадцати фуг, основанных на одной и той же теме. По-видимому, создание "Музыкального приношения" вдохновило Баха еще на

один цикл фуг, на этот раз с менее сложной исходной темой, где он решил показать все возможности этой формы. Простую тему "Искусства фуги" Бах обыгрывает множеством разных способов. Большинство фуг четырехголосные; их сложность и глубина выражения постепенно возрастают. Ближе к концу фуги достигают такой степени сложности, что кажется невероятным, что композитору удается поддерживать этот уровень. Однако это ему удается ... до последнего "Контрапункта".

"Искусство фуги" (а также жизнь композитора) были прерваны следующими обстоятельствами: Бах, у которого в течение многих лет были проблемы со зрением, наконец решился на операцию. Операция прошла неудачно, и Бах ослеп. Однако это не остановило его от работы над монументальным проектом, целью которого было описание всех возможностей искусства полифонической композиции; одной из важных черт проекта было использование многих тем. В композицию, которая была задумана как предпоследняя, Бах включил собственное имя, закодированное в третьей теме. Однако сразу после этого его здоровье так ухудшилось, что работу над любимым проектом пришлось прекратить. Несмотря на болезнь, Баху удалось продиктовать своему зятю финальную хоральную прелюдию, о которой Форкель, биограф композитора, написал следующее: "Когда я исполняю эту прелюдию, я всегда бываю глубоко тронут духом набожного смирения и веры; не могу сказать, чего мне не хватало бы больше: этого Хорала, или окончания последней фуги."

Незадолго до смерти к Баху неожиданно вернулось зрение. Через несколько часов после этого с ним случился удар, и десять дней спустя он скончался, оставив загадку неполноты своего "Искусства фуги". Не связано ли это с тем, что Бах использовал там автореференцию?

Проблемы, связанные с Гёделевским результатом

Черепаха утверждает, что никакой достаточно мощный патефон не может быть совершенен — то есть способен воспроизвести любые звуки, записанные на пластинке). Гёдель утверждает, что никакая достаточно мощная формальная система не может быть совершенна — то есть способна представить любое истинное высказывание в виде теоремы. Так же, как и в случае с патефонами, это кажется дефектом только тогда, когда мы предъявляем слишком высокие требования к возможностям формальных систем. Однако для математиков начала столетия подобные завышенные требования были обычным делом; в то время во всемогуществе логических рассуждений никто не сомневался. Доказательство обратного было найдено в 1931 году. Тот факт, что в любой достаточно сложной формальной системе истинных утверждений больше, чем теорем, называется "неполнотой" этой системы. Удивительно то, что методы рассуждения, используемые Гёделем в его доказательстве, по-видимому, невозможно заключить в рамки формальных систем. С первого взгляда кажется, что Гёделю впервые удалось выразить необычайно глубокую и важную разницу между человеческой логикой и логикой машины. Это загадочное несоответствие между мощью живых и неживых систем отражено в несоответствии между понятием "истинности" и понятием "теоремности"; таков возможный романтический взгляд на эту ситуацию.

Модифицированная система pr и противоречивость

Чтобы взглянуть на ситуацию более реалистично, нам необходимо глубже понять, почему и каким образом смысл выражается в формальных системах при помощи изоморфизма. (Мне кажется, что на самом деле это приводит к еще более романтическому взгляду на вещи.) Итак, сейчас мы приступаем к изучению некоторых новых для нас аспектов отношения между значением и формой. Первым делом, давайте создадим новую формальную систему, чуть-чуть изменив нашу старую знакомую, систему пр. Добавим к ней еще одну схему аксиом, сохранив при этом как старую схему, так и единственное правило вывода.

СХЕМА АКСИОМ II: Если x является строчкой тире, то $x\mathbf{p}-\mathbf{r}x$ будет аксиомой.

Ясно, что как $--\mathbf{p}-\mathbf{r}--$, так и $--\mathbf{p}-\mathbf{r}---$ будут теоремами новой системы. Однако они интерпретируются, соответственно, как "2 плюс 1 равняется 2" и "2 плюс 2 равняется 3". Легко увидеть, что такая система будет содержать массу ложных высказываний (если считать строчку высказыванием). Таким образом, наша новая система *противоречива по отношению к окружающему миру.*

Как говорится, беда не приходит одна: в новой системе есть также и *внутренние* проблемы. Она содержит высказывания, противоречащие друг другу, такие как $-\mathbf{p}-\mathbf{r}--$ (старая аксиома) и $-\mathbf{p}-\mathbf{r}-$ (новая аксиома). Это означает, что наша система противоречива также и в другом смысле — внутренне.

Так что же, лучше совсем отказаться от новой системы?

Ни в коем случае! Я нарочно описал эти "противоречия" в "лапшевешательном" стиле, изложив довольно туманные аргументы с уверенностью, призванной запутать читателя. Вполне возможно, что вы уже заметили ошибки в моих рассуждениях. Основная ошибка состоит в том, что я безоговорочно принял для новой системы ту же интерпретацию, что была верна для прежней системы. Вспомните, что мы тогда остановились на словах "плюс" и "равняется" только потому, что в такой интерпретации символы действовали изоморфно понятиям, с которыми мы их сравнивали. Когда мы изменяем правила системы, этот изоморфизм неизбежно страдает. С этим ничего не поделаешь. Таким образом, проблемы, на которые я жаловался в предыдущих абзацах, могут рассеяться как дым, *как только мы найдем подходящую интерпретацию для некоторых символов новой системы.* Обратите внимание, что я сказал "некоторых"- совсем не обязательно в каждом случае менять интерпретацию *всех* символов. Некоторые из них могут сохранить прежнее значение, в то время как другие изменятся.

Снова непротиворечивость

Предположим, например, что мы интерпретируем по-новому лишь символ r, оставляя все остальные символы без изменения; в частности, символ **r** будет означать "больше или равно". Теперь наши "противоречивые" теоремы $-\mathbf{p}-\mathbf{r}-$ и $-\mathbf{p}-\mathbf{r}--$ звучат совершенно безобидно: "1 плюс 1 больше или равно 1" и "1 плюс 1 больше или равно 2". Мы одновременно избавились от противоречий (1) с окружающим миром и (2) внутри системы. К тому же, наша новая интерпре-

тация *значима,* в то время как прежняя не имела смысла. Я имею в виду, что она не имела смысла в новой системе — в нашей первоначальной системе **pr** она работала превосходно. Пытаться же использовать ее в новой системе так же глупо, как использовать интерпретацию "лошадь-яблоко-счастливая" в старой системе **pr**.

История эвклидовой геометрии

Несмотря на мои попытки застать вас врасплох и сбить с толку, этот урок по интерпретации символов при помощи слов, возможно, не показался вам слишком трудным, как только вы поняли, в чем тут дело. Действительно, это несложно. Однако это было одним из глубочайших прозрений математики девятнадцатого века! Все началось с Эвклида, который около 300 года до нашей эры собрал и систематизировал все, что было известно о геометрии в то время. Получившийся труд оказался таким солидным, что в течение более чем двух тысячелетий он практически считался библией геометрии — одна из наиболее "долголетних" работ! Почему так получилось?

Основная причина в том, что Эвклид был основоположником *строгости* в математических рассуждениях. Его "Элементы" начинаются с простых понятий, определений и так далее; при этом постепенно накапливается множество результатов, организованных таким образом, что каждый данный результат строго основан на предыдущих. В результате, работа имела определенный план, архитектуру, делавшую ее мощной и прочной.

Однако эта архитектура весьма отличалась от, скажем, архитектуры небоскреба. (См. рис. 21.) В последнем случае, сам факт того, что небоскреб стоит и не падает, доказывает, что его структура "правильна". С другой стороны, в книге по геометрии, где предполагается, что каждое утверждение логически следует из предыдущих, одно ошибочное доказательство не вызовет видимого краха всей структуры. Перекладины и подпорки здесь не физические, а абстрактные. На самом деле, в Эвклидовых "Элементах" доказательства были построены из весьма капризного материала, полного скрытых ловушек. Этим материалом был человеческий язык. Как же в таком случае быть с архитектурной мощью "Элементов"? Верно ли, что они основаны на прочной структуре, или же в ней есть некие изъяны?

Каждое слово, которое мы произносим, имеет определенный смысл, диктующий нам, как это слово использовать. Чем обычнее слово, тем больше ассоциаций связано с ним и тем глубже укоренилось в нас его значение. Таким образом, когда кто-то пытается дать определение какому-либо употребительному слову, в надежде на то, что все мы с этим определением согласимся, обычно происходит следующее: вместо того, чтобы принять данное нам определение, мы, по большей части бессознательно, предпочитаем руководствоваться ассоциациями, хранящимися на "складе" нашего мозга. Я упоминаю об этом потому, что именно с такой проблемой столкнулся Эвклид, пытаясь дать определения таких обыденных слов как "точка", "прямая линия", "круг" и так далее. Как можно определить нечто, о чем у каждого уже есть вполне сформировавшаяся идея? Единственный способ заключается в том, чтобы указать, что ваше слово — технический термин, который не должно путать с обычным, повседневным словом. Необходимо подчеркнуть, что связь с обычным значением слова здесь лишь кажущаяся. Эвклид этого не сделал, так как он был убежден в том, что

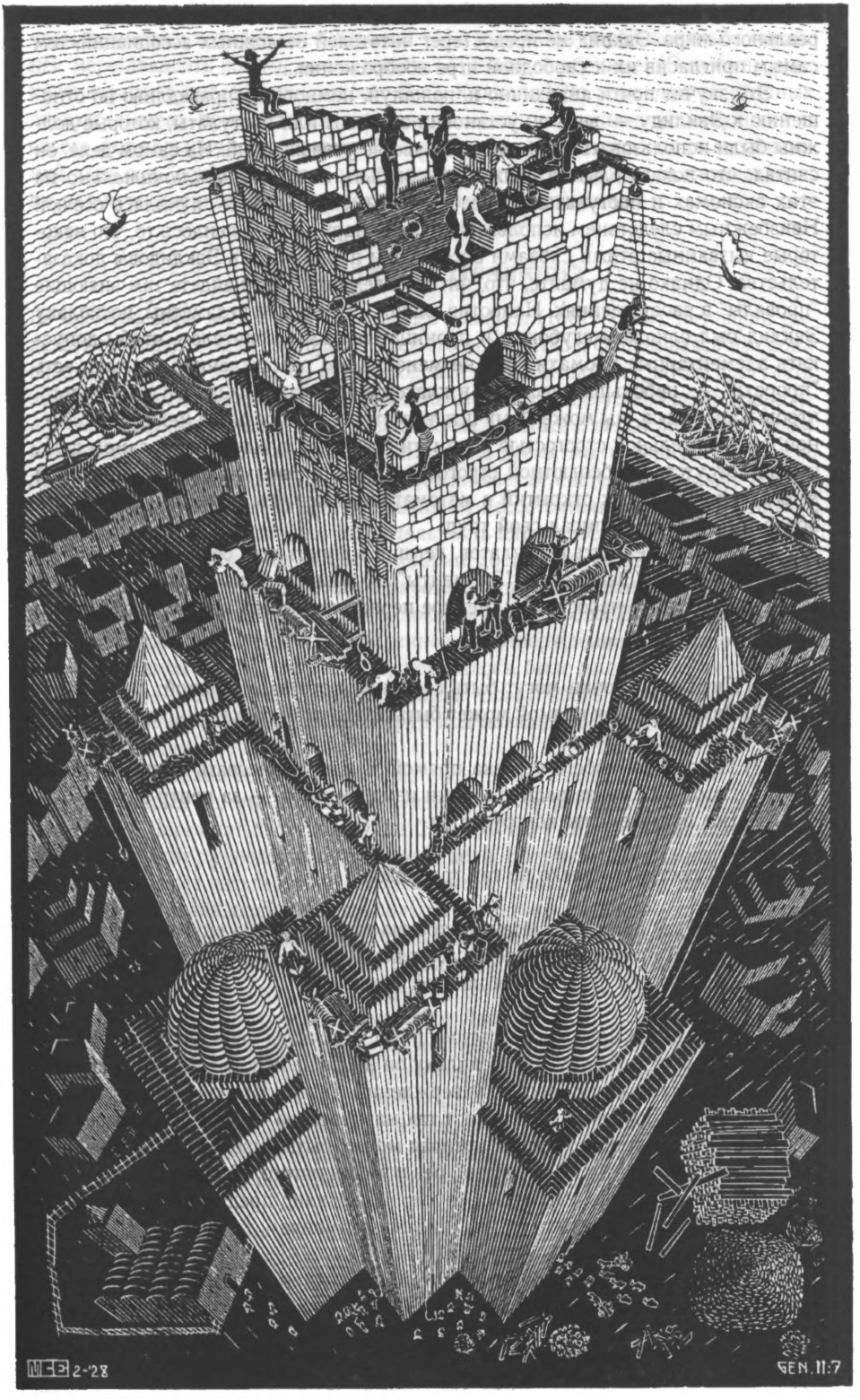


РИС. 21. М.К. Эшер. "Вавилонская башня" (гравюра на дереве, 1928).

точки и прямые в его "Элементах" были, на самом деле, точками и прямыми реального мира. Эвклид не предостерег читателей от ложных ассоциаций, тем самым пригласив их к свободной игре воображения...

Это звучит почти анархично и, пожалуй, немного несправедливо по отношению к Эвклиду — ведь он установил аксиомы или постулаты, которые должны были использоваться при доказательстве утверждений. На самом деле, он считал, что доказательства должны были быть основаны *исключительно* на этих аксиомах и постулатах. К несчастью, именно здесь и случилась осечка! Неизбежным следствием использования ординарных слов явилось то, что некоторые вызванные этими словами ассоциации проникли и в Эвклидовы доказательства. Однако не думайте, что, читая "Элементы", вы найдете там зияющие "провалы" в рассуждениях. Напротив, ошибки там почти незаметны, поскольку Эвклид был слишком глубоким и проницательным мыслителем, чтобы допускать элементарные промахи. Тем не менее, в его рассуждениях все-таки есть "прорехи" — небольшие дефекты в классическом труде. Однако вместо того, чтобы жаловаться, мы можем выучить кое-что новое о разнице между абсолютной и относительной строгостью математических рассуждений. На самом деле, именно отсутствие абсолютной строгости в работе Эвклида явилось причиной многих плодотворных открытий в математике более чем через две тысячи лет после того, как он написал свой труд.

Эвклид привел пять постулатов, легших в фундамент бесконечного небоскреба геометрии (Эвклидовы "Элементы" составили лишь первые несколько сотен этажей этого небоскреба). Четыре первые постулата кратки и элегантны:

(1) Любые две точки могут быть соединены отрезком прямой;
(2) Любой отрезок прямой может быть продолжен бесконечно и превращен в прямую линию;
(3) На основе любого отрезка прямой можно нарисовать круг, принимая этот отрезок за радиус и один из его концов — за центр круга;
(4) Все прямые углы конгруэнтны.

Пятый постулат далеко не так грациозен:

(5) Если две прямые пересекают третью так, что сумма внутренних углов с одной стороны меньше двух прямых углов, то это прямые рано или неизбежно пересекутся на этой стороне.

Хотя Эвклид нигде не сказал об этом прямо, он считал свой пятый постулат в каком-то смысле хуже других, поскольку он нигде не использовал его в доказательстве первых двадцати восьми утверждений. Таким образом, мы можем сказать, что эти утверждения составляют так называемую "геометрию четырех постулатов" — ту часть геометрии, которая может быть выведена на основе первых четырех постулатов "Элементов", без помощи пятого. (Ее также часто называют *абсолютной геометрией*.) Безусловно, Эвклид предпочел бы найти доказательство этого "гадкого утенка", но за неимением такового, утенка пришлось принять на веру...

Ученики Эвклида также были не в восторге от пятого постулата. В течение многих лет несказанное количество математиков посвящало несказанное число

лет своей жизни попыткам доказать, что сам пятый постулат — всего лишь часть геометрии четырех постулатов. К 1763 году были опубликованы по крайней мере двадцать восемь доказательств — и все ошибочные! (Они были раскритикованы в диссертации некоего Г. С. Клюгеля.) Во всех этих ошибочных доказательствах присутствовала путаница между повседневной интуицией и строго формальными свойствами. Пожалуй, можно сказать, что на сегодняшний день эти "доказательства" не представляют интереса ни для математиков, ни для историков; однако имеются и некоторые исключения.

Многоликий Неэвклид

Во времена Баха жил некий Джироламо Саккери (1667–1733), питавший надежду освободить труд Эвклида от всех его недостатков. Основываясь на своих работах в области логики, он решил подойти к доказательству пятого постулата по-новому: предположим, что мы принимаем за истинное утверждение, *обратное данному постулату*. Теперь попробуем работать *с этим утверждением* в качестве пятого постулата. Через некоторое время мы наверняка придем к противоречию. Поскольку никакая математическая система не может содержать противоречия, тем самым мы докажем несостоятельность нашего пятого постулата — а следовательно, состоятельность пятого постулата Эвклида. Необязательно вдаваться в подробности истории; достаточно сказать, что Саккери с большой изобретательностью начал работать над "Саккерианской геометрией", выводя одно утверждение за другим, пока ему не надоело. В один прекрасный день он решил, что очередное выведенное им утверждение "противно самому понятию прямой линии". Это, как ему показалось, было именно тем, чего он так долго искал — желанным противоречием! Сразу после этого, незадолго до смерти, Саккери опубликовал свой труд под названием "Эвклид, освобожденный от недостатков".

Этим он лишил себя большей доли посмертной славы, так как не подозревал, что открыл то, что стало позже известно под именем "гиперболической геометрии". Через пятьдесят лет после Саккери, Ж. Г. Ламберт повторил ту же попытку, на этот раз подойдя еще ближе к цели. Наконец, через сорок лет после Ламберта и через пятьдесят лет после Саккери, *неэвклидова геометрия* была признана как новая, полноправная область геометрии. На доселе прямой дороге математики появилась развилка. В 1928 году неэвклидова геометрия одновременно, по одному из необъяснимых совпадений, была открыта венгерским математиком Яношем (Иоганном) Больяйем, которому тогда был двадцать один год, и тридцатилетним русским, Николаем Лобачевским. По иронии судьбы, в том же году великий французский математик Адриен-Мари Лежандр решил, что он нашел доказательство пятого постулата Эвклида. Его рассуждения весьма напоминали рассуждения Саккери.

Кстати, отец Яноша, Фаркаш (или Волфганг) Больяй, близкий друг великого Гаусса, также вложил много сил в попытку доказать Пятый постулат. В письме к своему сыну он пытался отговорить того от подобных занятий:

> Не пытайся пробовать этот подход к параллельным линиям. Я прошел этот путь до самого конца. Я пережил эту бездонную ночь, погасившую всякий свет и радость в моей жизни. Молю тебя, оставь науку о параллельных прямых в покое. Я думал, что жертвовал собой во имя истины. Я был готов стать мучеником, который освободил бы геометрию от ее недостатков и, очищенную, возвратил бы ее человечеству.

> Я предпринял огромный, чудовищный труд; мои создания — неизмеримо лучше, чем у моих предшественников. И все же я не смог добиться полного удовлетворения. Поистине, si paullum a summo discessit, vergit ad imum. Убедившись, что ни один смертный не может достичь дна этой темной бездны, я повернул обратно, безутешный, жалея себя и все человечество... Я проплыл мимо всех рифов этого дьявольского мертвого моря, всегда возвращаясь со сломанной мачтой и разодранными в клочья парусами. Именно в это время у меня испортился характер и в жизни моей началась осень. Я легкомысленно поставил на карту мое счастье и саму мою жизнь — aut Caesar aut nihil. [1]

Однако позже, убежденный, что его сын действительно чего-то достиг, Фаркаш настоятельно советовал ему опубликовать свои результаты, правильно предвидя такую частую в науке проблему одновременности:

> Когда для определенных вещей пришло время, они появляются в разных местах, подобно тому, как фиалки появляются на свет ранней весной. [2]

Насколько верным это оказалось в случае с неэвклидовой геометрией! В Германии сам Гаусс и еще несколько человек одновременно набрели на неэвклидовы идеи. Среди них были адвокат Ф. К. Швайкарт, который в 1818 году послал Гауссу письмо с описанием новой "астральной" геометрии, племянник Швайкарта Ф. А. Тауринус, который занимался неэвклидовой тригонометрией и Ф. Л. Вахтер, студент Гаусса, который умер в 1817 году в возрасте двадцати пяти лет, успев получить несколько глубоких результатов в неэвклидовой геометрии.

Ключом к неэвклидовой геометрии являлось "принятие всерьез" постулатов, на которых основаны такие геометрии как геометрия Саккери или Ламберта. Постулаты Саккери кажутся "отвратительными самой природе понятия прямой линии" только в том случае, если вы не можете освободиться от предвзятого мнения о том, что называть "прямой линией". Однако если вы можете отказаться от подобных идей и считать, что "простая линия" — это то, что удовлетворяет новым постулатам, то ваша точка зрения радикально изменится.

Неопределяемые понятия

Эти рассуждения, вероятно, уже начинают звучать знакомо. В частности, они возвращают нас к теме системы **pr** и ее варианта, где символы приобретали пассивное значение, зависящее от их роли в теоремах. Особенно интересен был символ **r**, поскольку его "значение" изменилось, когда мы прибавили новую схему аксиом. Совершенно так же *значения понятий "точка," "линия" и т.д. могут определяться множеством теорем (или постулатов), в которых они встречаются*. Очень важно, что открыватели неэвклидовой геометрии это осознали. Они нашли различные неэвклидовы геометрии, по-разному отрицая пятый постулат Эвклида и изучая последствия этого. Строго говоря, они (как и Саккери) не отрицали пятого постулата прямо; вместо этого они отрицали эквивалентный, так называемый параллельный постулат:

> Через точку, лежащую вне прямой, можно провести одну и только одну прямую, не пересекающуюся с первой прямой, сколько бы мы их не продолжали.

В таком случае мы говорим, что вторая линия параллельна первой. Предполагая, что таких линий вообще не существует, вы входите в облать *эллипти-*

ческой геометрии; утверждая же, что таких прямых существует *по крайней мере две,* вы оказываетесь в *гиперболической геометрии.* Говоря об этих вариантах, мы все еще используем термин "геометрия" поскольку в них присутствует основной элемент — абсолютная геометрия или геометрия четырех постулатов. Именно это "ядро" позволяет нам считать, что эти варианты — описания свойств некого геометрического пространства, хотя это пространство не так легко интуитивно представить, как обычное.

На самом деле, эллиптическую геометрию нетрудно представить зрительно. Все "точки", "линии" и т. д. должны быть частью поверхности обыкновенной сферы. Давайте условимся писать "ТОЧКА" когда имеется в виду технический термин, и "точка" — когда речь идет о повседневном значении. Мы можем сказать что ТОЧКА состоит из пары диаметрально противоположных точек на поверхности сферы. ЛИНИЯ — это большой круг на сфере (круг, центр которого, как и центр экватора, совпадает с центром самой сферы). В этой интерпретации утверждения эллиптической геометрии, хотя и содержат такие слова как "ТОЧКА" и "ЛИНИЯ", описывают происходящее на сфере, а не на плоскости. Обратите внимание, что две ЛИНИИ всегда пересекаются в диаметрально противоположных точках — а значит, в одной ТОЧКЕ! И, точно так же как две ЛИНИИ определяют ТОЧКУ, две ТОЧКИ определяют ЛИНИЮ.

Считая, что значения таких слов как "ТОЧКА" и "ЛИНИЯ" в полностью зависят от утверждений, в которых эти слова встречаются, мы делаем шаг к полной формализации геометрии. Эта полуформальная версия еще употребляет множество слов русского языка в их обыденном значении (*"и", "если", "имеет", "соединяет"* и т. п.); однако такие слова как "ТОЧКА" и "ЛИНИЯ" своего обыденного значения здесь лишены — поэтому мы называем их *неопределяемые понятия.* Неопределяемые понятия, такие как **p** и **r** системы **pr**, в каком-то смысле определены *косвенно,* — совокупностью всех утверждений, в которых они встречаются, — скорее чем прямо, в некоем определении.

Можно было бы утверждать, что полное определение неопределяемых понятий находится только в постулатах, так как там уже содержатся все вытекающие из них утверждения. Подобная точка зрения означала бы, что постулаты являются косвенными определениями всех неопределяемых понятий, поскольку те получают определение через какие-либо другие понятия.

Возможность множественных интерпретаций

Полная формализация геометрии означала бы, что каждый термин превратился бы в неопределяемое понятие, то есть стал бы "бессмысленным" символом какой-либо формальной системы. Я заключил слово "бессмысленный" в кавычки, поскольку, как вы знаете, символы автоматически приобретают различные пассивные значения, зависящие от теорем, в которых эти символы встречаются. Однако обнаружат ли люди эти значения — это уже другой вопрос, так как для этого необходимо найти такое множество понятий, которое может быть связано изоморфизмом с символами данной формальной системы. По идее, желая формализовать геометрию, мы обычно уже имеем в виду определенную интерпретацию для каждого символа, так что пассивные значения оказываются уже встроеными в систему. Именно это я и сделал с символами **p** и **r**, когда придумывал систему **pr**.

Но ведь могут существовать и другие пассивные значения, которые, в принципе, возможно подметить — только до сих пор еще никто этого не сделал! Например, первоначальная система **pr** допускала довольно неожиданную интерпретацию **r** как "равняется" и **p** как "отнятое от". Хотя это довольно тривиальный пример, он неплохо передает суть идеи о том, что символы могут иметь множество значимых интерпретаций; искать их — дело наблюдателя!..

Все, что мы до сих сказали, может быть сведено к понятию "непротиворечивости". Мы начали с введения формальной системы, которая, на первый взгляд, не толоко находилась в противоречии с внешним миром, но и имела внутренние противоречия. Однако через несколько минут нам пришлось взять эти "обвинения" обратно и признать свою ошибку; оказывается, дело было в том, что мы выбрали неудачную интерпретацию для символов системы. Изменив интерпретацию, мы вернули системе ее непротиворечивость! Становится ясно, что непротиворечивость — не свойство формальных систем как таковых, но зависит от интерпретации, предложенной для данной системы. Совершенно так же не является свойством формальных систем как таковых и противоречивость.

Разные виды непротиворечивости

Все это время мы говорили о "непротиворечивости" и "противоречивости", не давая определений этим понятиям. При этом мы опирались на старый добрый здравый смысл. Давайте теперь точно определим, что имеется в виду под *непротиворечивостью* формальной системы (вместе с ее интерпретацией). Это означает, что каждая теорема, будучи интерпретирована, становится истинным утверждением. С другой стороны, если среди интерпретированных теорем найдется хоть одно ложное утверждение, мы говорим о *противоречивости* данной системы.

Это определение говорит нам о противоречивости по отношению к внешнему миру — а как насчет *внутренних* противоречий? По идее, система была бы внутренне противоречива, если бы она содержала по крайней мере две теоремы, чьи интерпретации были бы несовместимы друг с другом, и непротиворечива, если бы все теоремы были совместимы между собой. Рассмотрим, например, формальную систему, имеющую только следующие три теоремы: ЧвЗ, ЗвЭ и ЭвЧ. Если Ч интерпретируется как "Черепаха", З — как "Зенон", Э — как "Эгберт" и *х***в***у* — как *х* всегда выигрывает в шахматы у *у*", то мы имеем следующие интерпретированные теоремы:

Черепаха всегда выигрывает в шахматы у Зенона.
Зенон всегда выигрывает в шахматы у Эгберта.
Эгберт всегда выигрывает в шахматы у Черепахи.

Эти утверждения нельзя назвать несовместимыми, хотя они и описывают довольно странную компанию шахматистов. Таким образом, в этой интерпретации формальная система, в которой эти три строчки являются теоремами, внутренне непротиворечива, хотя на самом деле ни одна из ее теорем не является истинной! Внутренняя непротиворечивость требует от теорем не того, чтобы все они были истинными, а лишь того, чтобы все они были *совместимы* друг с другом.

А теперь давайте предположим, что *х***в***у* интерпретируется как "*х* был изобретен *у*". Тогда у нас было бы:

Черепаха была изобретена Зеноном.
Зенон был изобретен Эгбертом.
Эгберт был изобретен Черепахой.

В этом случае неважно, какие из отдельных высказываний истинны — а может быть, вообще нельзя установить, какие из них истинны и какие ложны. Однако мы можем с уверенностью сказать, что *все три высказывания* не могут быть истинными *одновременно*. Таким образом, данная интерпретация делает систему внутренне противоречивой. Противоречие здесь зависит не от интерпретации заглавных букв, а от интерпретации **в** и от того, как заглавные буквы передвигаются по кругу вокруг **в**. Следовательно, можно говорить о внутренней противоречивости, не интерпретируя *всех* символов системы. (В данном случае хватило интерпретации одного-единственного символа.) Возможно, что интерпретировав достаточное количество символов, мы уже ясно увидим, что никакая дальнейшая интерпретация не сделает все теоремы истинными. Дело здесь, однако, не только в истине, а в возможности. Все три теоремы оказались бы ложными, если бы мы интерпретировали заглавные буквы как имена реальных персонажей; однако мы называем систему внутренне противоречивой по другой причине. Мы основываем наше суждение на интерпретации буквы **в** в сочетании с кругообразностью. (Еще кое-что об этом "авторском треугольнике" вы найдете в главе XX.)

Гипотетические миры и непротиворечивость

Мы привели два взгляда на непротиворечивость: первый утверждает, что система вместе с ее интерпретацией *непротиворечива по отношению к внешнему миру,* когда любая из ее интерпретированных теорем оказывается истинной. Другой говорит нам, что система вместе с ее интерпретацией *внутренне непротиворечива,* когда все ее теоремы, будучи интерпретированы, *совместимы друг с другом.* Эти два типа непротиворечивости тесно связаны. Чтобы определить, совместимы ли друг с другом несколько высказываний, мы пытаемся представить себе такой мир, в котором все они могут быть истинными одновременно. Таким образом, внутренняя непротиворечивость зависит от непротиворечивости с внешним миром — только теперь "внешний мир" может быть *любым воображаемым миром,* вместо того, в котором мы живем. Однако это весьма неопределенное и неудовлетворительное заключение. Что составляет такой "воображаемый мир"? В конце концов, возможно вообразить и такой мир, в котором три героя изобретают друг друга по очереди. Или нет? Возможно ли вообразить мир, в котором есть квадратные круги? Или мир, в котором действительны законы Ньютона, а не законы относительности? Возможно ли вообразить такой мир, в котором что-то было бы одновременно зеленым и не зеленым? Или мир, в котором животные не сделаны из клеток? Мир, в котором Бах сымпровизировал восьмиголосную фугу на тему короля Фридриха Великого? В котором комары умнее людей? В котором Черепахи умеют играть в футбол и говорить? Разумеется, Черепаха, говорящая о футболе, была бы аномалией...

Некоторые из этих миров кажется легче вообразить, чем другие, так как некоторые из них включают *логические* противоречия — например, зеленый и не зеленый — в то время как другие кажутся, за неимением лучшего слова, возможными; сюда, например, относятся Бах, импровизирующий восьмиголос-

ную фугу, или животные, состоящие не из клеток. Или даже такие миры, в которых законы физики отличаются от наших... Пожалуй, можно сказать, что имеются разные типы непротиворечивости. Например, самым широким был бы "логически непротиворечивый" класс, так как для вхождения в него не существует никаких ограничений, кроме логических. Система является *логически непротиворечивой,* когда никакие из ее двух теорем, будучи интерпретированы как суждения, прямо не противоречат одна другой; *математически непротиворечивой,* когда интерпретированные теоремы не нарушают законов математики и *физически непротиворечивой,* когда интерпретированные теоремы совместимы с законами физики. За этим следует биологическая непротиворечивость и так далее. В биологически непротиворечивой системе может существовать теорема, интерпретация которой — суждение "Шекспир написал оперу", но не теорема, интерпретируемая как "Существуют неклеточные животные ". Подобные причудливые типы противоречивости никто не изучает, так как их весьма сложно различить. Какая именно противоречивость заключена в задаче о трех героях, изобретающих друг друга по кругу? Логическая? Физическая? Биологическая? Литературная?

Обычно граница между интересным и неинтересным проводится между физической и математической непротиворечивостью. (Разумеется, эту линию проводят сами математики и физики — компания, которую вряд ли можно назвать беспристрастной!..) Это значит, что при рассмотрениии формальных систем "учитываются" два типа противоречивости — математическая и логическая. В соответствии с этим критерием мы еще не нашли такой интерпретации, в которой тройка теорем ЧвЗ, ЗвЭ, ЭвЧ была бы противоречива. Для этого мы могли бы интерпретировать **в** как "больше чем". Как насчет Ч, З, и Э? Они могут быть интерпретированы, например, как 0, 2 и 11, соответственно. Обратите внимание, что таким образом две теоремы оказываются истинными, и одна — ложной. Если бы мы интерпретировали З как 3, у нас получилось бы две ложных и одна истинная теорема. Однако в обоих случаях система была бы противоречива. На самом деле неважно, какое значение мы придаем Ч, З и Э, если мы не выходим за пределы натуральных чисел. Здесь мы опять сталкиваемся со случаем, когда, для того чтобы обнаружить внутреннюю противоречивость, необходима лишь *частичная* интерпретация символов системы.

Включение одной формальной системы в другую

Предыдущий пример, в котором были интерпретированы только некоторые из символов, чем-то напоминает занятия геометрией на натуральном языке, когда мы используем некоторые слова как неопределяемые понятия. В таком случае слова делятся на два класса: те, чье значение неизменно и четко определено, и те, чье значение меняется до тех пор, пока система не станет непротиворечивой. (Последние и являются неопределяемыми понятиями). Такой подход к геометрии требует, чтобы слова первом класса уже имели определения, приобретенные вне геометрии. Эти слова формируют скелет системы, ее глубинную структуру, которая может быть затем наполнена различным материалом (эвклидова или неэвклидова геометрия).

Формальные системы часто строятся именно по такому последовательному или иерархическому типу. Например, можно придумать Формальную Систему I, с правилами и аксиомами, дающими некие пассивные значения ее

символам. Эта Формальная Система I включается в более широкую систему с большим количеством символов — Формальную систему II. Поскольку правила и аксиомы Формальной Системы I являются частью Формальной Системы II, пассивные значения символов Формальной Системы I остаются в силе и формируют жесткий скелет, играющий важную роль в определении пассивных значений новых символов Формальной Системы II. Вторая система может, в свою очередь, являться скелетом для третьей системы, и так далее. Может также существовать система (например, абсолютная геометрия) которая *частично* дает пассивные значения своих неопределяемых понятий и которая может быть дополнена правилами и аксиомами, *далее* ограничивающими эти значения. Именно это и происходит в случае эвклидовой геометрии в сравнении с неэвклидовой.

Уровни стабильности в зрительном восприятии

Подобным иерархическим образом мы приобретаем новые знания, расширяем наш словарный запас или воспринимаем незнакомые предметы. Это особенно интересно, когда мы пытаемся понять картины Эшера, скажем, такие, как "Относительность" (рис. 22), где часто встречаются совершенно невозможные образы. Можно предположить, что в таком случае мы должны пытаться интерпретировать картину снова и снова, пока не найдем непротиворечивой интерпретации — однако мы поступаем совершенно иначе. Мы сидим перед картиной, заинтригованные лестницами, ведущими во всех воображаемых направлениях, и людьми, идущими по одной и той же лестнице в противоречащих друг другу направлениях. Лестницы являются тем "островком уверенности", на котором мы основываем нашу интерпретацию всей картины. Увидев в них знакомый предмет, мы пытаемся затем установить, как они связаны друг с другом. На этом этапе мы сталкиваемся с проблемой. Однако если бы мы попытались отказаться от своих взглядов и поставить под сомнение сами "островки уверенности", то столкнулись бы с трудностями иного рода. Мы никак не можем "перерешить" то, что лестницы — это лестницы. Не рыбы, кнуты или руки, а именно лестницы. (На самом деле, выход у нас все-таки есть: можно оставить все линии картины вообще без интерпретации, как "бессмысленные символы" формальной системы. Этот путь — пример "способа U", или отношения дзенбуддизма к символизму.)

Таким образом, иерархическая природа нашего восприятия заставляет нас видеть либо сумасшедший мир, либо кучу бессмысленных линий. Так же можно проанализировать и многие другие картины Эшера, опирающиеся на какие-либо стандартные формы, соединенные нестандартным образом. Когда зритель видит парадокс на высшем уровне, уже поздно возвращаться и пытаться поменять исходные интерпретации объектов нижнего уровня. Разница между рисунками Эшера и неэвклидовой геометрией заключается в том, что в последней возможно найти значимые интерпретации для неопределяемых понятий таким образом, что система становится понятной, в то время как в первой конечный результат несовместим с нашей концепцией мира, как бы долго мы не рассматривали картину. Конечно, можно придумать такие гипотетические миры, в которых Эшеровские события могут произойти... но эти миры подчинялись бы законам биологии, физики, математики и даже логики на одном уровне, одновременно нарушая их на другом уровне. Что за странные миры! (Примером

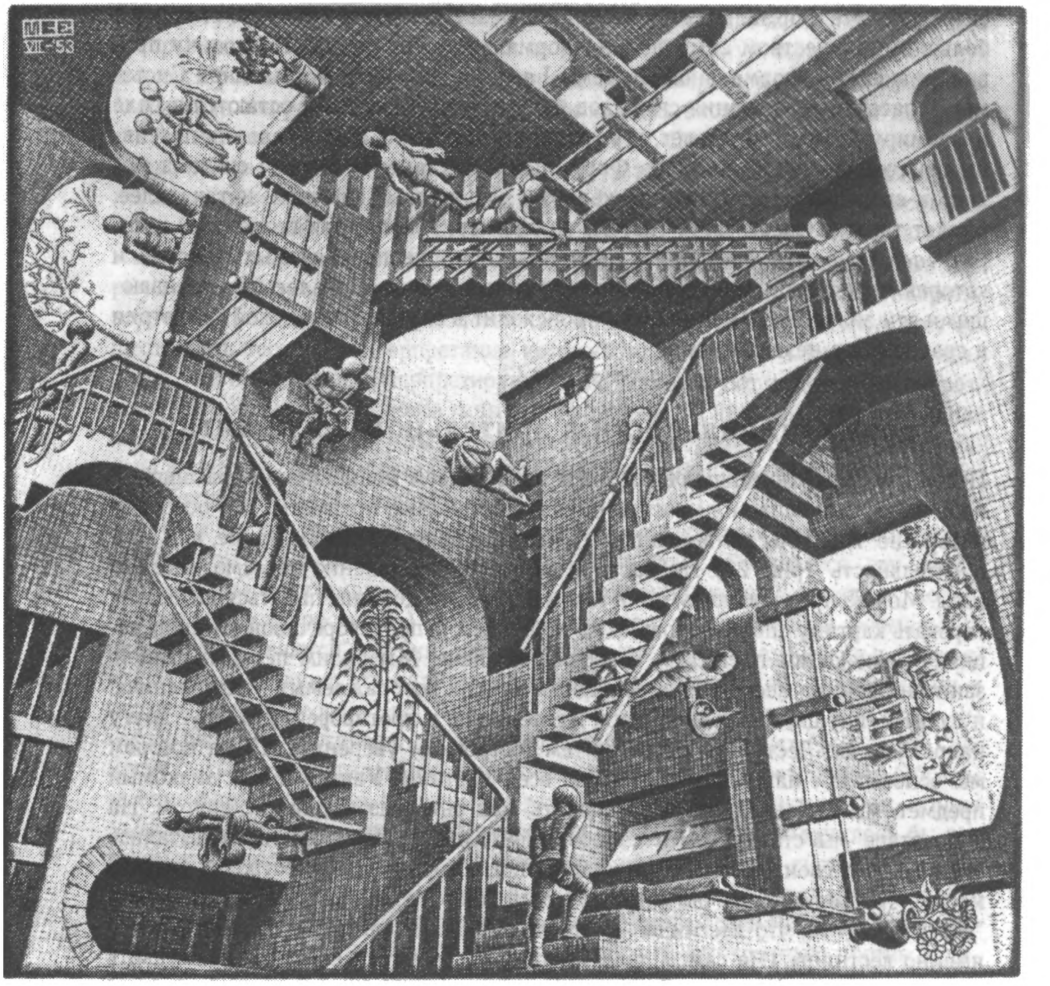


РИС. 22. М.К. Эшер. "Относительность" (литография, 1953).

этого может служить "Водопад" (рис. 5), где вода подчиняется нормальным законам гравитации, в то время как природа пространства идет вразрез с законами физики.)

Одинакова ли математика во всех возможных мирах?

До сих пор мы подчеркивали тот факт, что *внутренняя* непротиворечивость формальной системы (взятой вместе с ее интерпретацией) требует наличия некоего *возможного* мира, в котором все интерпретированные теоремы были бы истинны; единственным ограничением этого мира было бы то, что математика и логика работали бы в нем так же, как и в нашем мире. С другой стороны,

внешняя непротиворечивость — непротиворечивость с внешним миром — требует того, чтобы все теоремы были бы истинны в *реальном* мире. В том случае, когда мы хотим создать непротиворечивую формальную систему, теоремы которой интерпретировались бы как математические суждения, разница между этими двумя типами непротиворечивости, по всей видимости, должна исчезнуть, поскольку мы только что сказали, что *математика во всех воображаемых мирах такая же, как и в нашем мире.* Таким образом, во всех возможных мирах 1+1 должно равняться 2; в любом мире должно быть бесконечно много простых чисел; прямые углы должны быть конгруэнтны и, разумеется, через точку, лежащую вне прямой должна проходить только одна прямая, параллельная данной...

Минуточку! Последнее — постулат параллельности, и утверждать, что он универсален, было бы ошибкой, как мы только что показали. Если бы постулат параллельности был верен во всех воображаемых мирах, то неэвклидова геометрия была бы невозможна! Это отбрасывает нас назад, в ту же ситуацию, в которой находились Саккери и Ламберт — безусловно, не лучший выход! *Что же, если не математика, является общим для всех воображаемых миров?* Может быть, логика? Или и она тоже находится "под подозрением"? Могут ли существовать миры, в которых противоречия — нормальное и обыденное явление, миры, где противоречия не являются противоречиями?

В каком-то смысле уже лишь потому, что мы изобрели подобное понятие, такие миры, действительно, возможны — однако в более глубоком смысле они также весьма невероятны. (Что уже само по себе маленькое противоречие.) Говоря серьезно, если мы хотим хоть как-то общаться, то, по видимости, нам придется установить некую общую базу, включающую логику. (Существуют системы верований, отрицающие подобную точку зрения за то, что она слишком логична. В частности, дзен-буддизм с одинаковой готовностью принимает как противоречия, так и непротиворечия. Это может показаться непоследовательным, но непоследовательность — органическая часть дзен-буддизма... ну что тут можно сказать?)

Является ли теория чисел одинаковой во всех возможных мирах?

Если мы допустим, что именно *логика* — одна и та же во всех возможных мирах (заметьте, что мы еще не определили, что такое логика — определение будет дано в последующих главах), будет ли этого достаточно? Возможно ли, что в каких-то мирах количество простых чисел не бесконечно? Не должны ли числа подчиняться одним и тем же законам во всех возможных мирах? Или же лучше вообще считать число неопределяемым понятием, как "ТОЧКА" или "ЛИНИЯ"? В этом случае, теория чисел раздвоилась бы, подобно геометрии, на стандартную и нестандартную. Тогда должно было бы существовать соответствие абсолютной геометрии, некая центральная теория, общая для всех теорий чисел, отличающая их, скажем, от теорий какао, бананов или резины. Большинство современных математиков считают, что такая центральная теория чисел существует- вкупе с логикой она является необходимой частью всех возможных миров. Эта сердцевина теории чисел, соответствующая абсолютной геометрии, называется *арифметика Пеано;* ее определение будет дано в главе VIII. Также уже точно установлено, что теория чисел действительно разветвляется

на стандартную и нестандартные версии. (Это прямое следствие Теоремы Гёделя.) В отличие от ситуации с геометрией, однако, количество "сортов" теории чисел бесконечно, что делает положение с ней значительно более сложным.

Для *практических* целей все теории чисел одинаковы. Иными словами, если бы конструкция мостов зависела бы от теории чисел (и в каком-то смысле так оно и есть), было бы совершенно неважно, что существует множество ее вариантов — в аспектах, касающихся реального мира, все теории чисел совпадают. Этого нельзя сказать о различных геометриях; например, сумма углов в треугольнике равняется 180 градусам только в эвклидовой геометрии- она больше в эллиптической геометрии и меньше — в гиперболической. Говорят, что однажды Гаусс попытался измерить сумму углов в огромном треугольнике, образованном вершинами трех гор, чтобы раз и навсегда определить, какой именно тип геометрии управляет нашей вселенной. Через сто лет Эйнштейн открыл теорию (общую теорию относительности), утверждающую, что геометрия вселенной определяется количеством материи, в ней содержащейся — таким образом, никакой тип геометрии не присущ пространству как таковому. Это значит, что на вопрос "какой тип геометрии является истинным?" природа дает двусмысленный ответ не только в математике, но и в физике. А как же насчет соответственного вопроса "какой тип теории чисел истинен?"? Мы вернемся к нему после детального разбора Теоремы Гёделя.

Полнота

Если непротиворечивость — это минимальное условие, при котором символы приобретают пассивные значения, то ее дополнение, *полнота* — максимальное признание этих пассивных значений. Непротиворечивость означает, что "все, что производит система, истинно"; полнота же, наоборот, утверждает, что "все истинные утверждения производятся данной системой". Точнее, мы не имеем в виду все истинные утверждения в мире, а только находящиеся в области, которую мы пытаемся воспроизвести в данной системе. Таким образом, более точное определение полноты следующее: "Каждое истинное утверждение, которое может быть выражено в нотации данной системы, является теоремой."

Непротиворечивость: когда каждая теорема, будучи интерпретирована, оказывается истинной (в каком-либо из возможных миров).

Полнота: когда все утверждения, которые истинны (в каком-либо из возможных миров) и выразимы в виде правильно сформированных строчек системы, являются теоремами.

Пример формальной системы, полной на своем скромном уровне — наша система **pr** в ее первоначальной интерпретации. Все правильные суммы двух положительных целых чисел представлены теоремами данной системы. Можно сказать то же самое по-другому: "Все правильные суммы двух положительных целых чисел *доказуемы* в данной системе." (Внимание: используя термин "доказуемые утверждения" вместо термина "теоремы", мы начинаем стирать границу между формальными системами и их интерпретациями. Это не страшно, если мы четко осознаем этот факт, а также то, что некоторые системы допуска-

ют множественные интерпретации.) Система **pr** в первоначальной интерпретации *полна*; она также *непротиворечива*, поскольку не содержит таких ложных утверждений, которые были бы — используем наш новый термин — доказуемы внутри системы.

Некоторые читатели могут возразить, что система вовсе не полна, так как она не включает сложения *трех* положительных целых чисел (например, 2+3+4=9), хотя оно и может быть записано в нотации системы (**--p---p----r----------**). Однако эта строчка не является хорошо сформированной и поэтому должна считаться такой же бессмысленной как и **prp---rpr**. Тройное сложение просто **не может быть выражено** в данной системе, поэтому полнота системы сохраняется.

Несмотря на полноту системы **pr** в данной интерпретации, эта система, безусловна, далека от того, чтобы полностью выразить понятие истины в теории чисел. Она, например, не может сказать нам, сколько всего простых чисел. Теорема Гёделя о неполноте говорит, что любая "достаточно мощная" система уже в силу своей мощности является неполной, в том смысле, что имеются хорошо сформированные строчки, которые выражают истинные утверждения теории чисел, не являясь при этом теоремами. (Иными словами, в теории чисел имеются истинные утверждения, не доказуемые внутри самой системы.) Системы типа **pr**, полные но не очень мощные, напоминают патефоны низкого качества — мы сразу видим, что они настолько несовершенны, что никак не могут сделать то, чего бы нам от них хотелось — а именно, сказать нам все о теории чисел.

Как интерпретация может создать или разрушить полноту

Что означает выражение, употребленное мною выше, что "полнота — это максимальное подтверждение пассивных значений"? Оно означает, что если система непротиворечива, но не полна, то существует несоответствие между символами системы и их интерпретациями. Система недостаточно мощна, чтобы оправдать данную интерпретацию. Иногда, если интерпретации немного "подправить", система может стать полной. Для иллюстрации этой идеи давайте взглянем на модифицированную систему **pr** (включая схему аксиом II) и на выбранную нами интерпретацию.

Изменив систему **pr**, мы изменили также и интерпретацию символа **r** с "больше" на "больше или равняется". Мы нашли, что измененная система **pr** в такой интерпретации непротиворечива; однако в новой интерпретации есть что-то сомнительное. Проблема весьма проста: теперь имеется множество истинных утверждений, не являющихся теоремами. Например, "2 + 3 больше или равняется 1" выражено не-теоремой --p---r-. Просто эта интерпретация слишком небрежна! Она не отражает того, что делают теоремы системы. В такой неряшливой интерпретации система **pr** неполна. Мы могли бы поправить дело одним из двух способов: (1) *прибавив к системе новые правила* и, таким образом, сделав ее более мощной и (2) *заменив интерпретацию на более аккуратную*. В данном случае, заменить интерпретацию кажется более разумной альтернативой. Вместо того, чтобы интерпретировать **r** как "больше или равняется", мы должны сказать "равняется или больше на 1". После такой модификации система пр становится как непротиворечивой, так и полной. И эта полнота подтверждает правильность нашей интерпретации.

Неполнота формализованной теории чисел

В теории чисел мы снова встретимся с неполнотой; но в этом случае, чтобы исправить ситуацию, нам придется пойти в другом направлении — сделать систему более мощной путем прибавления новых правил. Ирония здесь заключается в том, что каждый раз, когда мы прибавляем новое правило, мы думаем, что уж *теперь-то* система станет полной! Эта дилемма может быть проиллюстрирована с помощью следующей аллегории.

Представьте себе, что у вас есть патефон и пластинка, которой мы пока дадим пробное название "Канон на тему B-A-C-H". Однако, когда мы проигрываем запись на нашем патефоне, вибрации, производимые записью, создают сильные помехи, мешающие нам узнать мелодию. Следовательно, заключаем мы, *что-то* должно быть не в порядке — или пластинка, или наш патефон. Чтобы проверить качество *пластинки,* мы должны прослушать ее на патефоне товарища; а чтобы проверить качество *патефона,* нам придется проигрывать на нем пластинки товарища, и смотреть, соответствует ли музыка этикеткам на них. Если наш патефон выдержит экзамен, тогда мы заключим, что дефект был в пластинке; с другой стороны, если пластинка пройдет свое испытание, то мы решим, что дефект — в нашем патефоне. Однако каково будет наше заключение, если тест выдержат *оба?* Вспомните цепь двух изоморфизмов (рис. 20) и подумайте над ответом!

Маленький гармонический лабиринт

Черепаха и Ахилл проводят день в Кони Айленде, огромном парке аттракционов. Купив себе по палочке "сахарной ваты", они решают прокатиться на колесе обозрения.

Черепаха: Это мой любимый аттракцион. Кажется, что едешь так далеко — а на самом деле никуда не попадаешь!

Ахилл: Понятно, почему это вам так нравится. Вы уже пристегнулись?

Черепаха: Да, все ремни на месте. Поехали! Ур-ра!

Ахилл: Я вижу, вы сегодня предовольны.

Черепаха: И не без основания: моя тетушка-гадалка предсказала мне на сегодня необыкновенную удачу. Так что я вся трепещу в предвкушении.

Ахилл: Неужели вы верите в предсказания судьбы?

Черепаха: Вообще-то нет... но говорят, что они действуют, даже когда в них не веришь.

Ахилл: Ну, в таком случае, вам действительно повезло.

Черепаха: Ах, какой вид! Пляж, толпа, океан, город...

Ахилл: И правда, великолепно. Взгляните-ка на вертолет — вон там. Кажется, он летит в нашем направлении. На самом деле, он уже почти над нами.

Черепаха: Странно: оттуда свисает какая-то веревка... и она совсем близко к нам — можно ухватиться...

Ахилл: Смотрите-ка: на конце веревки огромный крюк и на нем — записка.

(Он протягивает руку и срывает записку. Колесо начинает опускаться.)

Черепаха: Ну как, что там написано? Можете разобрать?

Ахилл: Да... Здесь написано: "Приветик, друзья. Будете снова наверху — хватайтесь за крюк, и получите Сюрприз!"

Черепаха: Записка грубовата... но кто знает, к чему это может привести. Может, это начинается обещанное везенье. Давайте попробуем!

Ахилл: Давайте!

(Когда колесо снова начинает подниматься, они расстегивают свои ремни и на самой высокой точке хватаются за гигантский крюк. Внезапно веревка взлетает вверх, унося их к зависшему над их головами вертолету. Большая сильная рука втаскивает их внутрь.)

Голос: Добро пожаловать на борт, лопухи!

Ахилл: К-кто... кто вы такой?

Голос: Позвольте представиться: Гексахлорофен Ж. Удача, Знаменитый Похититель Детишек и Пожиратель Черепах — к вашим услугам!

Черепаха: Ой!

Ахилл (шепотом Черепахе): Вот так "Удача"! Не совсем то, на что мы надеялись... (Удаче): Гм-м-м... если я могу позволить себе смелость спросить: куда вы нас везете?

Удача: Хо-хо! На мою небесную кухню с полным элекрическим оборудовани-

ем, где я собираюсь приготовить вот этот лакомый кусочек (бросая плотоядный взгляд на Черепаху) — райский супчик получится, пальчики оближешь! И не сомневайтесь — я проделываю все это исключительно в усладу моему чревоугодию! Хо-хо-хо!

Ахилл: На это я могу сказать лишь то, что смех у вас довольно злодейский.

Удача (злодейски смеясь): Хо-хо-хо! За эти слова, мои дорогой друг, ты мне дорого заплатишь! Хо-хо!

Ахилл: Ах, господи! Интересно, что он имеет в виду?

Удача: Все очень просто: у меня для вас обоих уготовлена Ужасная Судьба! Погодите — вы у меня попляшете! Хо-хо- хо! Хо-хо-хо!

Ахилл: Ой, мамочка!..

Удача: Вот мы и приехали. Высаживайтесь, друзья, прямо в мою электрическую небесную кухню. *(Они заходят внутрь.)* Располагайтесь и чувствуйте себя как дома, пока я буду решать вашу судьбу. Вот моя спальня. Вот мой кабинет. Присаживайтесь и подождите меня — я недолго, только ножи наточу. Можете пока попробовать мои вина. Мое последнее приобретение — "Витаскин"; там что-то еще на этикетке понаписано, да только я языка не понимаю, так что я называю эту штуку просто: "Вытаскин". Вон та бутылочка, на лосьон смахивает... Я его еще сам не пробовал. Ну, я пошел. Хо-хо-хо! Черепаший супчик! Черепаший супчик! Мое любимое блюдо! (*Уходит.*)

Ахилл: Вытаскин! Давайте напьемся с горя!

Черепаха: Ахилл! Вы же уже выпили две кружки пива в парке! Да и как вы можете думать об этом в такой момент, именно когда нам необходима ясная голова?

Ахилл: А мне до лампочки... (*Поет.*) Шуме-ел камы-ы-ыш... о, миль пардон, я не должен петь подобных песен в присутствии дамы, да еще в такую ужасную минуту.

Черепаха: Боюсь, что наша песенка так и так спета.

Ахилл: Это еще бабушка надвое сказала. Давайте пока от нечего делать посмотрим, что за книги у нашего хозяина на полках. Ну и коллекция, только для посвященных: "Садовые головы, с которыми я был знаком", "Шахматы и верчение зонтиков — без труда", "Концерт для чечеточника и оркестра"... Гм-м-м.

Черепаха: Что это за открытая книжица лежит там на столе, рядом с додекаэдром и альбомом для рисования?

Ахилл: Эта? Она называется: "Занимательные приключения Ахилла и Черепахи или Вокруг света от кочки до кочки."

Черепаха: Довольно занимательное название.

Ахилл: Действительно — и приключение, на котором книга открыта, выглядит занимательно. Оно называется "Джинн и Настойка".

Черепаха: Гм-м-м... Интересно, почему. Может, попробуем почитать? Я буду читать за Черепаху, а вы — за Ахилла.

Ахилл: Согласен. Терять нам все равно нечего...

(Они начинают читать "Джинна и настойку".)

(Ахилл пригласил Черепаху в гости, посмотреть коллекцию гравюр его любимого художника, Эшера.)

Черепаха: Чудесные гравюры, Ахилл.

Ахилл: Я так и знал, что вам понравится. Какая ваша любимая гравюра?

Черепаха: Одна из моих любимых — "Выпуклое и вогнутое", где совмещаются два внутренне непротиворечивых мира. В результате получается составной, абсолютно невозможный мир. Противоречивые миры всегда забавно посетить, но жить там мне бы не хотелось.

Ахилл: "Забавно посетить?" Что вы имеете в виду? Как можно посетить противоречивые миры, если их вообще НЕ СУЩЕСТВУЕТ?

Черепаха: Прошу прощения — но разве мы только что не согласились, что на этой картине Эшера изображен противоречивый мир?

Ахилл: Да, но это же двухмерный мир, фикция, картинка. Этот мир посетить не удастся.

Черепаха: У меня есть свои способы...

Ахилл: Как же вам удается затолкать себя в плоский мир картины?

Черепаха: Для этого надо выпить стаканчик ПРОТАЛКИВАЮЩЕГО ЗЕЛЬЯ.

Ахилл: Что это за штука такая — проталкивающее зелье?

Черепаха: Это жидкость, обычно содержащаяся в маленьких керамических пузырьках; когда вы, глядя на картину, выпиваете немного, жидкость эта проталкивает вас прямо в мир картины. Люди, которые ничего не знают о свойствах проталкивающего зелья, часто бывают поражены тем, в какие ситуации они попадают.

Ахилл: А как насчет противоядия? Когда человек таким образом оказывается протолкнутым в картину, он что, так и остается там на всю жизнь?

Черепаха: Иногда это не такое уж большое несчастье... Но, разумеется, имеется другое зелье — на самом деле, это скорее что-то вроде бальзама ... или эликсира...

Черепаха: Она, кажется, имеет в виду "настойку".

Ахилл: Настойка?

Черепаха: Точно, именно это я и имела в виду! ВЫТАЛКИВАЮЩАЯ НАСТОЙКА, так она и называется. Если вы держите ее в правой руке, когда глотаете проталкивающее зелье, то она тоже оказывается протолкнутой в картину вместе с вами. Как только вы возжаждете быть вытолкнутым обратно в реальный мир, отхлебните немного выталкивающей настойки и — але-оп! — вы в реальном мире, точно на том же месте, где вы были, когда отведали проталкивающего зелья.

Ахилл: Все это звучит захватывающе интересно. А что получится, если принять выталкивающую настойку, не протолкнувшись предварительно в картину?

Черепаха: Я точно не знаю, Ахилл, но я бы не стала играть с этими странными жидкостями. Когда-то у меня был друг Фома, который мне не поверил и решил сделать именно это — и с тех пор никто о нем ничего не слыхал.

Ахилл: Жаль. А можно ли взять с собой бутылочку проталкивающего зелья?

Черепаха: О, конечно. Надо зажать ее в левой руке и она тоже оказывается протолкнутой в картину вместе с вами.

Ахилл: А если внутри этой картины окажется еще одна, и вы снова примете глоточек проталкивающего зелья?

Черепаха: Случится именно то, чего вы ожидаете: вы очутитесь внутри картины-в-картине.

Ахилл: И, наверное, тогда придется выталкиваться дважды, чтобы вытащить себя из вписанных друг в друга картин и вновь вернуться в реальную жизнь.

Черепаха: Совершенно верно. На каждое проталкивание приходится одно выталкивание, так как первое вводит вас в картину, а второе это действие отменяет.

Ахилл: Знаете, все это звучит подозрительно. Вы уверены, что вы говорите это не только с целью испытать пределы моей доверчивости?

Черепаха: Клянусь! Поглядите: вот тут, в кармане, у меня два пузырька. *(Засовывает руку в жилетный карман и вытаскивает два довольно больших пузырька без этикетки; слышно, как в них булькает жидкость, в одном красная, в другом — голубая.)* Ежели желаете, можем попробовать!

Ахилл: Э-э-э... ну ладно... может быть...

Черепаха: Ну и славно! Я так и думала, что вам захочется попробовать. Хотите протолкнуться в мир Эшеровского "Выпуклого и вогнутого?"

Ахилл: Ну, как вам сказать...

Черепаха: Значит, решено. Не забыть захватить с собой бутылочку настойки, чтобы мы смогли вытолкнуться обратно. Возьмете на себя эту ответственость, Ахилл?

Ахилл: Знаете, я немного нервничаю, и, если вы не возражаете, я предпочел бы, чтобы вы, с вашим опытом, управляли бы этой операцией.

Черепаха: Отлично. Итак...

(С этими словами Черепаха наливает две маленькие порции проталкивающего зелья, протягивает Ахиллу его стакан и зажимает в правой лапе пузырек с настойкой. Оба подносят стаканы к губам.)

Черепаха: Пей до дна!

(Они делают по глотку.)

Ахилл: Что за странный привкус!

Черепаха: К нему постепенно привыкаешь.

Ахилл: А у настойки такой же странный вкус?

Черепаха: Что вы, никакого сравнения! После первого же глотка вы чувствуйте такое удовлетворение, будто вы всю жизнь только о ней и мечтали.

Ахилл: Прямо не терпится попробовать!

Черепаха: Ну, Ахилл, где мы находимся?

Ахилл (оглядываясь): Мы в маленькой гондоле, скользим вниз по каналу! Я хочу сойти на берег. Синьор гондольер, остановите здесь, пожалуйста!

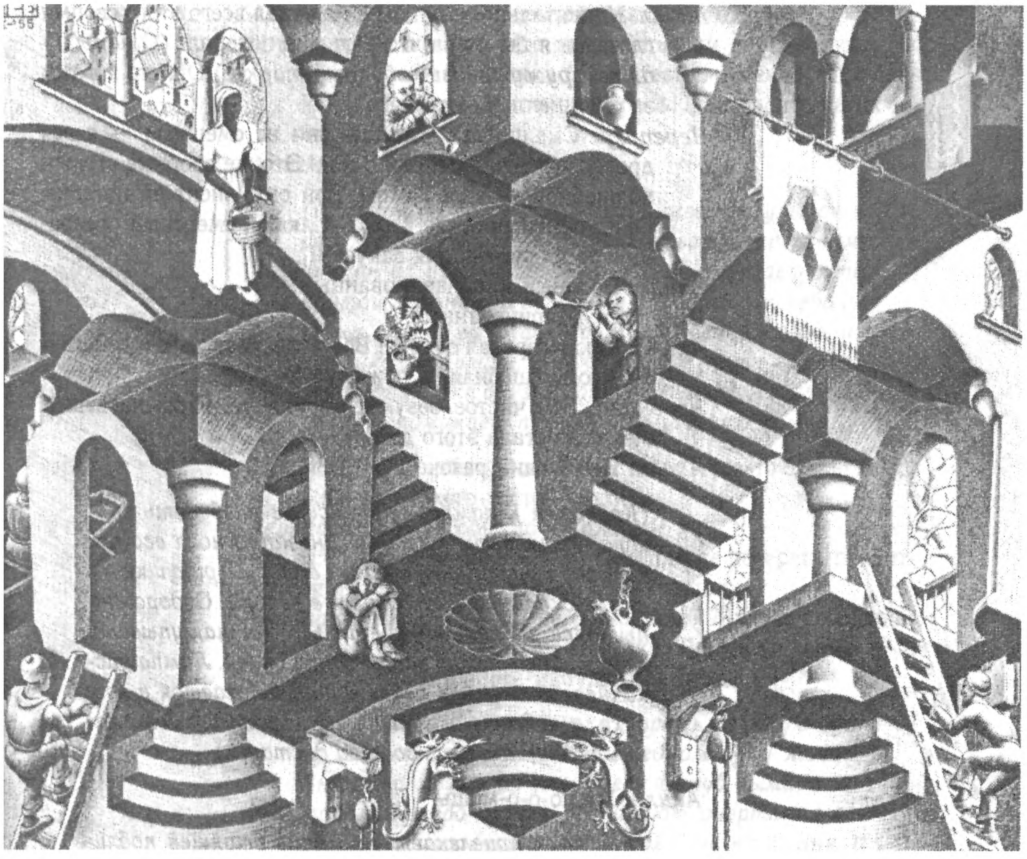


РИС. 23. М.К. Эшер. "Выпуклое и вогнутое" (литография, 1955).

(Гондольер не обращает на эту просьбу ни малейшего внимания.)

Черепаха: Он не понимает по-русски. Придется нам выпрыгивать на берег, пока гондола не вошла в этот ужасный "Туннель любви", прямо перед нами.

(Ахилл, слегка побледнев, выпрыгивает из гондолы с быстротой молнии и вытаскивает свою более медлительную спутницу.)

Ахилл: Что-то мне в этом названии определенно не по вкусу. Я очень рад, что нам удалось вовремя вылезти. Послушайте, а откуда вы так хорошо знаете эти места? Вы здесь уже бывали раньше?

Черепаха: Много раз, но я всегда попадала сюда из других картин Эшера. Знаете ли, позади рам они все соединены. Войдя в одну из картин, можно оттуда попасть в любую другую.

Ахилл: Удивительно! Если бы я не видел всего этого своими глазами, я бы ни за что в это не поверил. *(Они выходят наружу сквозь небольшую арку.)* Ой, что это там за смешная парочка ящериц?

Черепаха: Смешнные? Никакие они не смешные — я вся дрожу при одной мысли о них! Это же злобные стражи волшебной медной лампы. Вон она, висит на потолке. Одно прикосновение языка, и любой смертный превращается в огурчик для закуски!

Ахилл: Соленый или маринованный?

Черепаха: Маринованный.

Ахилл: Какая горькая судьба! Все-таки, если лампа действительно волшебная, я, пожалуй, рискну...

Черепаха: Это чистое безумие, мой друг. Я бы на вашем месте не стала этого делать.

Ахилл: Всего один разочек...

(Крадется к лампе, стараясь не разбудить спящую поблизости ящерицу. Внезапно нога его попадает в странную выемку в форме ракушки — Ахилл скользит и взлетает в воздух. Судорожно пытаясь за что-то уцепиться, он нащупывает лампу и хватается за нее одной рукой. Лампа раскачивается. Ахилл беспомощно болтается в воздухе, а взбешенные ящерицы шипят и высовывают языки, пытаясь до него достать.)

Ахилл: На по-о-о-мощь!

(Его крик привлекает внимание стоящей поблизости женщины — та сбегает с лестницы и будит спящего внизу мальчишку. Оценив ситуацию, он ободряюще улыбается Ахиллу и жестами показывает ему, что все будет в порядке. На странном гортанном наречии мальчишка кричит что-то двум трубачам, глядящим из окон. Они тут же начинают играть. Чудные мелодии сплетаются друг с другом, в необычном ритмическом узоре. Сонный паренек кивает в сторону ящериц, и Ахилл видит, что музыка действует усыпляюще и на них. Вскоре они вновь замирают. Тогда услужливый мальчишка зовет двух товарищей, взбирающихся по лестницам. Они составляют из лестниц что-то вроде моста. Повинуясь их настойчивым приглашающим жестам, Ахилл хватается за перекладины — но прежде он осторожно разгибает верхнее звено цепи, на которой висит лампа, и снимает ее. Потом он взбирается на лестничный мост и мальчики вытаскивают его на безопасное место. Благодарный воин поочередно обнимает каждого из них.)

Ахилл: Г-жа Черепаха, как мне их отблагодарить?

Черепаха: Я слыхала, что эти смельчаки неравнодушны к кофе — а там внизу, в городе, есть местечко, где подают несравненный кофе-экспресс. Пригласите-ка их на чашечку!

Ахилл: Это то что надо!

(С помощью комической серии жестов, улыбок и слов, Ахиллу удается растолоковать паренькам, что он их приглашает. Компания спускается по крутой лестнице в город. Они подходят к небольшому уютному кафе, усаживаются за один из столиков на улице, и заказывают пять чашечек экспресса. Пока друзья попивают кофе, Ахилл внезапно вспоминает про свою волшебную лампу.)

Ахилл: Чуть не забыл, г-жа Черепаха: лампа-то здесь! А что же в ней такого магического?

Черепаха: Да как обычно — джинн.

Ахилл: Что? Вы имеете в виду, что стоит ее потереть, появится джинн и исполнит все ваши желания?

Черепаха: Именно. А вы чего ожидали? Манны небесной?

Ахилл: Да это же просто фантастика! Любое желание, а? Я всегда мечтал о чем-нибудь подобном...

(Ахилл начинает тихонько тереть большую букву Л, выгравированную на медном боку лампы. Внезапно из лампы вырывается клуб дыма, в котором пятеро друзей различают очертания огромной призрачной фигуры, похожей на башню.)

Ахилл: Джинн!

Черепаха: Дух!

Фигура: Можно звать просто Гением... Приветствую вас, о высокочтимые друзья, и благодарю за спасение моей Лампы от злобной Ящеричной Парочки.

(С этими словами Гений подбирает Лампу и сует ее в карман, спрятанный в складках его длинного призрачного одеяния, струящегося из Лампы.)

В благодарность за ваш героический поступок, я хотел бы предложить вам, от лица моей Лампы, осуществить три ваших желания.

Ахилл: Потрясающе! Как вы думаете, г-жа Ч.?

Черепаха: Безусловно. Что ж, друг мой, говорите ваше первое желание.

Ахилл: Ух ты!.. Чего же мне пожелать? А, знаю: это пришло мне в голову еще когда я в первый раз читал "Тысячу и одну ночь" — эти немудреные сказочки, вставлены одна в другую наподобие матрешки. Я хочу иметь не три, а СТО желаний! Здорово, правда, г-жа Ч.? Никогда не

понимал, почему эти балбесы в сказках не догадываются попросить то же самое?

Черепаха: Может быть, сейчас вы поймете.

Гений: Мне очень жаль, Ахилл, но я не исполняю мета-желаний.

Ахилл: Мне бы хотелось знать, что такое мета-желание...

Гений: Но это уже мета-мета-желание, Ахилл, а их я тоже не могу исполнить.

Ахилл: Что-о? Ничего не понимаю...

Черепаха: Почему бы вам не выразить вашу просьбу как-нибудь по-другому?

Ахилл: Что вы имеете в виду? Почему по-другому?

Черепаха: Дело в том, что вы начинаете со слов "Мне бы хотелось..." Но, поскольку вы хотите получить информацию, почему бы вам просто не задать вопрос?

Ахилл: Ну хорошо, хотя я не совсем понимаю... Скажите, пожалуйста, мистер Гений, что такое мета-желание?

Гений: Это всего-навсего желание о желаниях. У меня нет права исполнять мета-желания. В моей власти только самые обыкновенные желания: ящик пива, скатерть-самобранка, готовая на все красотка, миллион долларов... Понимаете, что-нибудь простенькое. Но мета-желание — не могу. БОГ не велит.

Ахилл: БОГ? Кто такой БОГ? И почему он не велит вам исполнять мета-желания? Это кажется совсем легко по сравнению с желаниями, о которых вы только что упомянули.

Гений: Как вам сказать... На самом деле, это довольно сложно. Почему бы вам просто не загадать три желания? Или, для начала, хотя бы одно? Я, знаете ли, не могу сидеть тут у вас до скончания веков.

Ахилл: Ах, какое разочарование... А я-то так надеялся получить мои сто желаний.

Гений: Боже мой, как неприятно разочаровывать людей. К тому же, мета-желания — мой любимый вид желаний. Пожалуй, я могу постараться вам помочь. Это отнимет только одну минуточку...

(Гений вынимает из легких складок своей одежды почти такую же Лампу, какую он недавно положил в карман . На этот раз она не медная, а серебряная. На месте буквы "Л" на ней, помельче, выгравировано "МЛ.")

Ахилл: А это что такое?

Гений: Это моя Мета-Лампа.

(Он начинает тереть Мета-Лампу, из которой вырывается огромный клуб дыма. В дымных водоворотах вырисовывается гигантская призрачная

фигура, нависшая над ними подобно башне. На этот раз джинн оказывается женщиной.)

Мета-Гений: Я — Мета-Гений. Вы звали меня, о, высокочтимый Гений? Каково ваше желание?

Гений: Я хочу попросить вас, о Гений, и также БОГа, даровать мне исполнение специального желания: отмены ограничений на типы желаний на время одного Нетипового Желания. Можете ли вы это сделать?

Мета-Гений: Придется, разумеется, направить вашу просьбу по соответствующим каналам... Это отнимет только полминутки.

(Вдвое быстрее чем Гений, она вынимает из легких складок своего платья почти такую же Лампу, какую тот недавно положил в карман. На этот раз она не серебряная, а золотая. На месте букв "МЛ" на ней, помельче, выгравировано "ММЛ.")

Ахилл (его голос теперь звучит на октаву выше): Что это такое?

Мета-Гений: Это моя Мета-Мета-Лампа...

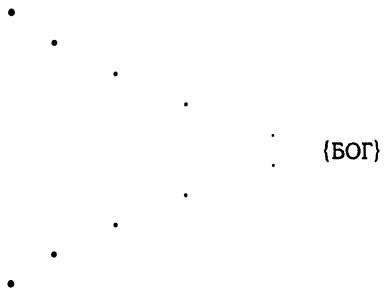
(Она начинает тереть Мета-Мета-Лампу и из нее вырывается огромный клуб дыма, в котором они различают смутные очертания фигуры, нависшей над ними, подобно башне.)

Мета-Мета-Гений: Я Мета-Мета-Гений. Вы звали меня, о Мета-Гений? Чего вы желаете?

Мета-Гений: Я хочу попросить вас, о Гений, и также БОГа, даровать мне исполнение специального желания: отмены ограничений на типы желаний, на время одного Нетипового Желания. Можете ли вы это сделать?

Мета-Мета-Гений: Придется, разумеется, направить вашу просьбу по соответствующим каналам... Это отнимет только четверть минутки.

(И, вдвое быстрее чем Мета-Гений, он достает из складок своего одеяния предмет, напоминающий золотую Мета-Мета-Лампу, с той разницей, что он сделан из...



(...втягивается обратно в Мета-Мета-Мета-Лампу, которую Мета-Мета-Гений прячет обратно в складки своего одеяния, вдвое медленнее, чем это делал Мета-Мета-Мета-Гений.)

Ваше желание исполнено, о Мета-Гений.

Мета-Гений: Благодарю вас, о Гений, и БОГ. *(И Мета-Мета-Гений, подобно всем высшим Гениям, исчезает в Мета-Мета- Лампе, которую Мета-Гений затем прячет в складках своего платья, вдвое медленнее, чем Мета-Мета-Гений.)* Ваше желание исполнено, Гений.

Гений: Благодарю вас, о Гений и БОГ. *(И Мета-Гений, подобно всем высшим Гениям, исчезает в Мета-Лампе, которую Гений затем прячет в складках его одеяния, вдвое медленнее, чем Мета-Гений.)* Ваше желание исполнено, Ахилл.

(Ровно минута прошла с тех пор, как он сказал: "Это отнимет только одну минуту.)

Ахилл: Благодарю вас, О Гений и БОГ.

Гений: Рад вам сказать, Ахилл, что вам даровано право ровно на одно Нетиповое Желание. Это может быть просто желание, или мета-желание, или мета-мета-желание — столько "мета", сколько вашей душеньке угодно — даже бесконечно много, ежели желаете.

Ахилл: Я вам бесконечно благодарен, Гений. Но вы задели мое любопытство. Прежде чем я скажу свое желание, не могли бы вы мне ответить, кто такой — или что такое — БОГ?

Гений: Нет ничего проще. "БОГ" — это сокращение. Оно расшифровывается так: "БОГ, Одолевающий Гения."

Слово "Гений" обозначает Гениев, Мета-Гениев, Мета-Мета-Гениев и т. д. Это Нетиповое слово.

Ахилл: Но... Но как БОГ может быть словом в своем собственном сокращении? Это совершенная бессмыслица!

Гений: Разве вы ничего не слыхали о рекурсивных сокращениях? Я думал, это общеизвестно. Видите ли, БОГ означает "БОГ, Одолевающий Гения", что, в свою очередь, может быть расширено: "БОГ, Одолевающий Гения, Одолевающий Гения", что также может быть расширено до "БОГ, Одолевающий Гения, Одолевающий Гения, Одолевающий Гения", что, в свою очередь, может быть расширено ... и так расширять его можно сколько угодно.

Ахилл: Но я так никогда не кончу!

Гений: Разумеется, нет. БОГа невозможно познать до конца.

Ахилл: Гм-м-м... Изрядная путаница. Что вы имели в виду, когда попросили Мета-Гения, а также БОГа, даровать исполнение специального желания?

Гений: Я обращался не только к Мета-Гению, но и ко всем Гениям выше нее. С помощью рекурсивного сокращения это делается просто. Услыхав мою просьбу, Мета-Гений передала ее своему БОГу. Так просьба достигла Мета-Мета-Гения, который, в свою очередь, направил ее Мета-Мета-Мета-Гению... Поднимаясь таким образом по инстанциям, просьба в конце концов достигает БОГа.

Ахилл: Понятно. Значит, БОГ сидит наверху лестницы Гениев?

Гений: Да нет же! Наверху ничего нет, так как никакого "верха" не существует. Именно поэтому БОГ — рекурсивное сокращение. БОГ — не какой-то последний Супер-Гений; это "башня" всех Гениев, находящихся над данным Гением.

Черепаха: Мне кажется, что в таком случае каждый Гений имеет свое представление о том, что такое БОГ, так как для каждого Гения БОГ — это множество высших Гениев, и нет двух таких Гениев, у которых это множество было бы одинаковым.

Гений: Вы совершенно правы — и поскольку я самый "низкий" Гений из всех, мое представление о БОГе самое возвышенное. Бедные высшие Гении — они воображают, что находятся ближе к БОГу. Какое кощунство!

Ахилл: Ух ты! Слишком все это сложно. Поистине, чтобы изобрести БОГа, нужны Гении...

Черепаха: Вы действительно верите всем этом сказкам о БОГе, Ахилл?

Ахилл: Ну конечно, верю. А вы что же, атеистка, г-жа Черепаха? Или агностик?

Черепаха: Не думаю. Может быть, я — мета-агностик.

Ахилл: Что-о-о? Ничего не понимаю.

Черепаха: Понимаете, если бы я была мета-агностиком, я

бы сомневалась в том, агностик ли я — но я не уверена, что я в этом сомневаюсь. Значит, я, наверное, мета-мета-агностик... Ну, ладно. Скажите мне, Гений, а случается ли какому-нибудь Гению ошибиться и перепутать путешествующее вверх или вниз по цепи послание?

Гений: Такое иногда случается; это самая распространенная причина того, что Нетиповые Желания не разрешаются. Видите ли, вероятность того, что путаница произойдет на каком-то ОПРЕДЕЛЕННОМ этапе, ничтожно мала — но когда у вас имеется цепь из бесконечного числа этапов, становится практически неизбежным, что ГДЕ-НИБУДЬ выйдет ошибка. На самом деле, как это ни странно, ошибок бывает бесконечное множество, хотя они и встречаются весьма редко.

Ахилл: Тогда это просто чудо, когда какое-нибудь Нетиповое Желание вообще бывает даровано.

Гений: Не совсем так. Большинство ошибок остается без последствий, а некоторые ошибки взаимоуничтожаются. Но иногда, хотя и довольно редко, причиной неисполнения Нетипового Желания может быть ошибка какого-то одного несчастного Гения. Когда такое происходит, виновник прогоняется сквозь бесконечный строй, и БОГ наказывает его шлепками. Это большое развлечение для шлепающих и к тому же совсем не больно для виновника. Вас бы позабавило это зрелище.

Ахилл: Было бы интересно посмотреть! Но это бывает только в том случае, когда не исполняется Нетиповое Желание?

Гений: Верно.

Ахилл: Гм-м-м... Кажется, я знаю, чего мне пожелать.

Черепаха: Да? Чего же?

Ахилл: Я бы хотел, чтобы мое желание не исполнилось!

(В этот момент происходит такое странное событие — да можно ли это вообще назвать "событием"? — что его невозможно описать; а значит, мы и пытаться не будем.)

Ахилл: Интересно, что означает этот загадочный комментарий?

Черепаха: Он относится к Нетиповому Желанию, исполнения которого попросил Ахилл.

Ахилл: Но он еще ничего не пожелал!

Черепаха: Напротив: он сказал: "Я хотел бы, чтобы мое желание не исполнилось," и Гений принял ЭТИ СЛОВА за желание.

(В этот момент в коридоре раздаются шаги; они медленно приближаются.)

Ахилл: Ой! Какой кошмар!

(Шаги останавливаются и затем начинают удаляться.)

Черепаха: Уф-ф!..

Ахилл: История продолжается, или это уже конец? Переверните-ка страницу и давайте проверим.

(Черепаха переворачивает страницу "Джинна и настойки", и они обнаруживают, что история продолжается.)

Ахилл: Эй! Что стряслось? Где мой Гений? Моя лампа? Моя чашка кофе-экспресса? Что случилось с нашими юными друзьями из Выпуклого и Вогнутого Миров? И что здесь делают все эти ящерицы?

Черепаха: Боюсь, что наш контекст был восстановлен неправильно.

Ахилл: Интересно, что означает этот загадочный комментарий?

Черепаха: Я имею в виду Нетиповое Желание, исполнения которого вы попросили.

Ахилл: Но я еще ничего не пожелал!

Черепаха: Напротив — вы сказали: "Я хотел бы, чтобы мое желание не исполнилось," и Гений принял ЭТИ СЛОВА за желание.

Ахилл: Ой! Какой кошмар!

Черепаха: Это называется ПАРАДОКС. Чтобы исполнить это Нетиповое Желание, надо отказать в его исполнении. В то же время отказать в его исполнении значило бы исполнить его!

Ахилл: Так что же произошло? Земля остановилась? Пространство закуклилось?

Черепаха: Нет — просто система отказала.

Ахилл: Что это значит?

Черепаха: Это значит, что мы оба мгновенно очутились в Лимбедламии.

Ахилл: Где?

Черепаха: Лимбедламия — страна прошедшей икоты и перегоревших лампочек. Это что-то вроде зала ожидания, где дремлют программы в ожидании компьютеров. Нельзя сказать, как долго мы пробыли в Лимбедламии — может быть, несколько минут, часов или дней, а может быть, и несколько лет.

Ахилл: Я не знаю, при чем здесь программы или компьютеры. Я знаю только то, что не успел загадать желания! Верните моего Гения обратно!

Черепаха: Мне очень жаль, Ахилл, но вы упустили свой шанс. Из-за вас отказала Система. Благодарите Бога, что мы вообще куда-то попали. Все могло быть гораздо хуже. Не имею ни малейшего понятия, где мы очутились...

Ахилл: Я знаю: это другая картина Эшера. Она называется "Рептилии".

Черепаха: Ага! Система попыталась запомнить как можно больше нашего контекста перед тем, как отказать; ей

удалось сохранить в памяти то, что мы находились в картине Эшера с ящерицами. Весьма похвально!

Ахилл: И взгляните: не наш ли это флакончик с Выталкивающей настойкой там на столе, рядом с ящеричным хороводом?

Черепаха: Безусловно, это он, Ахилл. Должна сказать, что нам действительно везет. Система обошлась с нами по-божески, вернув нам эту драгоценную жидкость!

Ахилл: Это верно. Теперь мы можем вытолкнуться из эшеровского мира и вернуться ко мне домой.

Черепаха: Интересно, что это за книги там, рядом с настойкой? *(Она берет книгу поменьше, открытую в середине.)* Эта книжица выглядит довольно занимательно.

Ахилл: Правда? Как она называется?

Черепаха: "Занимательные приключения Черепахи и Ахилла или Вокруг света от точки до точки." Интересно было было бы почитать немного.

Ахилл: Вы можете читать, если хотите, а я не собираюсь рисковать: какая-нибудь ящерица может запросто толкнуть флакон и разлить настойку. Я выпью свою порцию немедленно! *(Он бросается к столу и протягивает руку к пузырьку с настойкой; при этом он случайно толкает его. Пузырек падает со стола и катится.)* Ой! Г-жа Ч, смотрите! Я нечаянно столкнул настойку на пол и она покатилась ... к лестнице! Быстрее, а то свалится вниз!

(Но Черепаха погружена в свою книгу.)

Черепаха (бормочет): А? Эта история выглядит захватывающе.

Ахилл: Г-жа Ч, скорей, на помощь! Помогите поймать пузырек!

Черепаха: Что за шум?

Ахилл: Пузырек с настойкой: я столкнул его со стола, и сейчас он катится, и ... *(В этот момент пузырек достигает первой ступеньки и падает вниз...)* Ох! Что теперь делать? Г-жа Черепаха, вас это не волнует? Мы теряем настойку! Она только что свалилась с лестницы. Единственная наша надежда — перейти на другой этаж!

Черепаха: Перейти на другой рассказ? С превеликим удовольствием! Желаете ко мне присоединиться?

(Она начинает читать вслух; Ахилл застывает в нерешительности, не зная, что предпринять. Наконец он решает остаться и начинает читать за Черепаху.)

Ахилл: Как здесь темно, г-жа Ч. Я ничего не вижу. Ой! Я натолкнулся на стену. Осторожнее!

Черепаха: У меня есть пара тросточек. Вот, держи-

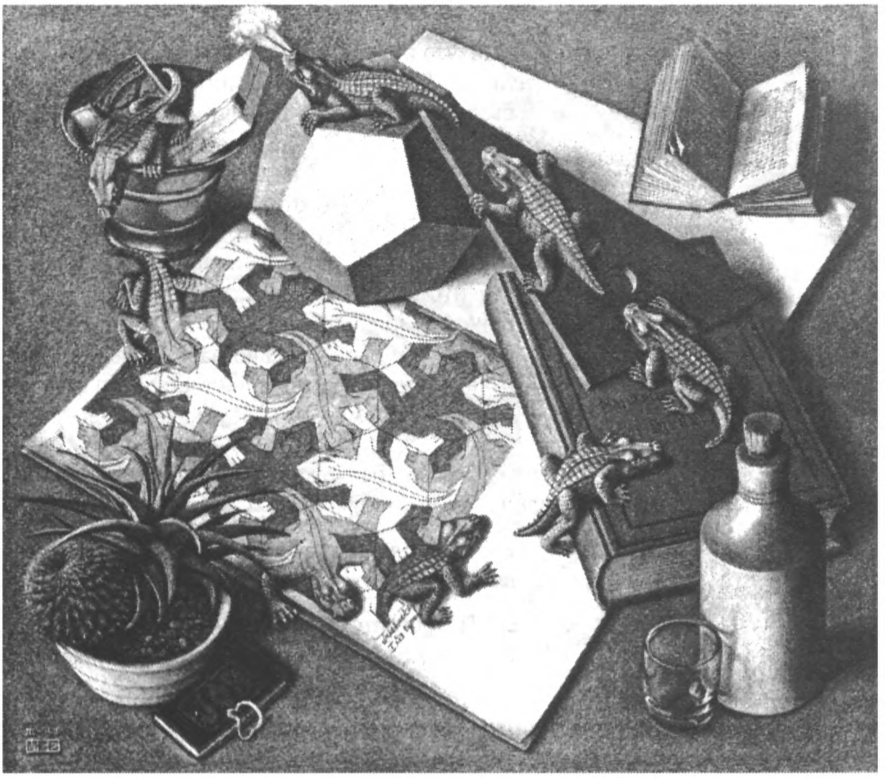


РИС. 24. М.К. Эшер. "Рептилии" (литография, 1943).

те одну. Вы можете прощупывать дорогу, чтобы ни с чем не сталкиваться.

Ахилл: Отличная идея. *(Он берет трость.)* Вам не кажется, что дорога слегка изгибается влево?

Черепаха: Да, пожалуй.

Ахилл: Интересно, где мы находимся. И увидим ли мы когда-нибудь дневной свет опять. Как жаль, что я вас послушался и проглотил эту штуковину "Выпей меня".

Черепаха: Уверяю вас, она совершенно безвредна. Я делала это много раз и никогда еще об этом не пожалела. Лучше расслабьтесь и постарайтесь получить удовольствие от того, что вы так чудесно уменьшились.

Ахилл: Уменьшился? Что вы со мной сделали, г-жа Черепаха?

Черепаха: Пожалуйста, не обвиняйте меня. Вы проделали все по вашему собственному желанию.

Ахилл: Так вы меня уменьшили? А вдруг лаби-

ринт, в котором мы находимся, такой крохотный, что кто-нибудь может на него наступить?

Черепаха: Лабиринт? Лабиринт? Может ли это быть? Неужели мы попали в знаменитый лабиринт ужасного Мажотавра?

Ахилл: Ой, мамочка! Что это такое?

Черепаха: Говорят — хотя я лично в это никогда не верила — что злобный Мажотавр создал миниатюрный лабиринт и сидит в углублении в центре, поджидая невинных жертв, затерявшихся в чудовищно запутанных переходах. Когда они, окончательно заблудившись, забредают в центр, он начинает над ними смеяться, да так громко, что засмеивает их до смерти!

Ахилл: О боже, не может быть!

Черепаха: Это только миф. Смелее, Ахилл!

(И храбрая парочка осторожно двигается вперед.)

Ахилл: Потрогайте эти стены. Они напоминают сморщенные жестяные листы — только все морщины разного размера.

(Чтобы подчеркнуть свои слова, он прикладывает конец трости к стене и идет вперед. Трость подпрыгивает на неровностях стены — длинный изогнутый коридор, в котором они находятся, наполняется странными звуками.)

Черепаха (встревоженно): Что это такое?

Ахилл: Это я веду тросточкой по стене.

Черепаха: Ох — я было подумала, что это рев кровожадного Мажотавра.

Ахилл: Я думал, вы сказали, что это все выдумки.

Черепаха: Конечно. Бояться совершенно нечего.

(Ахилл снова прикладывает трость к стене и идет вперед. При этом слышна музыка; звуки исходят из того места, где трость прикасается к стене.)

Черепаха: Ох, Ахилл, у меня дурное предчувствие — мне кажется, что этот Лабиринт не такой уж и миф.

Ахилл: Погодите-ка: что это заставило вас так внезапно передумать?

Черепаха: Слышите эту музыку? *(Чтобы лучше слышать, Ахилл опускает трость, и мелодия прекращается.)* Эй! Поставьте трость обратно! Я хочу послушать конец этой пьесы!



РИС..25. Критский лабиринт (Итальянская гравюра; школа Финигерры.) Из книги У. Г. Маттьюса "Лабиринты: их история и развитие" [W.H. Mattews, Mazes and Labyrinths. Their History and Development.]

(Ахилл, сбитый с толку, повинуется и музыка возобновляется.) Благодарю. Теперь я догадалась, где мы находимся.

Ахилл: Правда? Где же?

Черепаха: Мы идем по звуковой дорожке пластинки, лежащей в конверте. Ваша трость, скребущая по морщинам на стене, действует как иголка, бегущая по звуковой дорожке, позволяя нам слушать музыку.

Ахилл: Ох, нет, нет...

Черепаха: Что такое? Разве вы не радуетесь? Когда еще вы находились в таком интимном контакте с музыкой?

Ахилл: Как же я смогу выигрывать соревнования по бегу против людей в натуральную величину, если я теперь меньше блохи, г-жа Черепаха?

Черепаха: Ах, так вот что вас волнует? Право, Ахилл, стоит ли из-за этого беспокоиться...

Ахилл: Вы говорите так, что у меня создается впечатление, что вы вообще никогда не волнуетесь.

Черепаха: Не знаю, не знаю... Я уверена только в

одном: о чем я не жалею, так это о том, что я уменьшилась. В особенности тогда, когда нам грозит страшная опасность от чудовищного Мажотавра.

Ахилл: О ужас!.. Вы хотите сказать, что...

Черепаха: Боюсь, что да, Ахилл. Музыка выдала его с головой.

Ахилл: Каким же это образом?

Черепаха: Очень просто. Когда я услышала мелодию B-A-C-H в верхнем голосе, меня осенило: на звуковых дорожках, по которым мы идем, записано не что иное, как "Маленький гармонический лабиринт", одна из наименее известных органных пьес Баха. Она названа так из-за модуляций, таких частых, что от них начинает кружиться голова.

Ахилл: Ч-что — что это такое и с чем это едят?

Черепаха: Как вы знаете, большинство музыкальных произведений написано в какой-нибудь тональности — например, до мажор, как эта пьеса.

Ахилл: Я уже слышал это название раньше. Не правда ли, это значит, что до — та нота, на которой произведение должно заканчиваться?

Черепаха: Да, до — это что-то вроде ключа от дома, куда вы хотите попасть. Ключ бывает и в музыке.

Ахилл: Значит, сначала мы удаляемся от этого "дома", чтобы потом туда возвратиться?

Черепаха: Правильно. В музыкальных произведениях часто используются мелодии, уводящие в сторону от ключевой тональности. Мало-помалу нарастает напряжение, и слушатель начинает все сильнее скучать по "дому"- ему хочется вновь услышать ключевую тональность.

Ахилл: Таким образом, в конце пьесы я всегда буду чувствовать такое удовлетворение, как будто я всю жизнь желал услышать именно эти звуки?

Черепаха: Точно. Композитор использует свои знания о гармонической прогрессии, чтобы таким образом управлять нашими чувствами и пробудить в нас желание услышать ключевую тональность..

Ахилл: Понятно, но, кажется, вы собирались рассказать мне о модуляциях...

Черепаха: Ах, да. Один из важных приемов, которые композитор может использовать где-то в середине пьесы, называется модуляцией; это означает, что он устанавливает временную

"цель", отличную от конечного разрешения в ключевую тональность.

Ахилл: А-а-а... кажется, я понимаю. Вы имеете в виду, что определенная серия аккордов изменяет гармоническое напряжение таким образом, что я начинаю желать разрешения в новой тональности?

Черепаха: Именно так. Это усложняет ситуацию, поскольку, наряду с этим новым желанием, подсознательно вы все время ощущаете, что ваша конечная цель — ключевая тональность, в данном случае, до мажор. И когда временная цель бывает достигнута, то...

Ахилл (внезапно начиная возбужденно жестикулировать): О, послушайте только: какие восхитительные поднимающиеся вверх аккорды! Какой прекрасный конец у "Маленького гармонического лабиринта"!

Черепаха: Нет, Ахилл, это не конец, это просто —

Ахилл: Да нет, разумеется, это конец! Вот это да! Какой могучий финал! Какое облегчение! Вот разрешение так разрешение! Гениально! *(Поет):* Ля-ля-ля... *(И точно, в этот момент музыка прекращается; стен больше нет, и Черепаха с Ахиллом оказываются в открытом пространстве.)* Вот видите, музыка действительно кончилась. Ну, что я вам говорил?

Черепаха: Что-то здесь не так. Эта запись позорит музыкальный мир.

Ахилл: Почему это?

Черепаха: Я только что вам объяснил: Бах промодулировал здесь от до в ля, так что временной целью было услышать мелодию в ключе "ля". Это значит, что вы чувствуете сразу два желания: с одной стороны, вы ожидаете разрешения в "ля", а с другой стороны, вы все время помните, что конечная цель — триумфальное возвращение в до мажор.

Ахилл: Почему надо все время о чем-то помнить, когда слушаешь музыку? Разве музыка — только упражнение для ума?

Черепаха: Нет, конечно. Некоторые произведения весьма интеллектуальны, но большинство довольно просты. Обычно наше ухо или мозг делают все "расчеты" за нас, в то время как чувства решают, что именно нам хочется услышать. Нам не приходится думать об этом. Но в этой пьесе Бах проделывает разные трю-

ки, в надежде сбить слушателя с толку — и надо сказать, что в вашем случае, Ахилл, он вполне преуспел!

Ахилл: Вы хотите сказать, что я среагировал на разрешение во "второстепенной" тональности?

Черепаха: Правильно.

Ахилл: Все же я и сейчас уверен, что это был конец!

Черепаха: Именно этого эффекта Бах и добивался. Вы угодили прямиком в его ловушку. Это место написано так, что оно звучит как финал; но если вы внимательно следите за развитием гармонической прогрессии, вы увидите, что оно не в том ключе. Видимо, не только вы, но и та несчастная студия звукозаписи решила, что это конец, и записала только часть пьесы!

Ахилл: Какую недостойную шутку сыграл со мной старик Бах!

Черепаха: Как раз этого он и хотел — заставить вас заблудиться в его "Лабиринте". Видите ли, злодей Мажотавр — сообщник Баха. Если вы не остережетесь, он засмеет вас до смерти — а может быть, и меня вместе с вами!

Ахилл: Надо срочно уносить ноги отсюда! Скорее! Если мы побежим обратно по звуковым дорожкам, то выберемся из пластинки прежде, чем страшный Мажотавр нас обнаружит!

Черепаха: Ну нет, мое ухо слишком чувствительно, чтобы вынести странные аккорды, получающиеся, когда время обращается вспять!

Ахилл: Ах, г-жа Ч, как же мы выберемся отсюда, если мы не можем вернуться по нашим следам?

Черепаха: Хороший вопрос... *(Почти отчаявшись, Ахилл начинает бегать взад-вперед в темноте. Внезапно раздается сдавленный крик и затем — БА-БАХ! — глухой звук падения.)* Ахилл? С вами все в порядке?

Ахилл: Ничего особенного, только маленькая встряска: я свалился в какую-то ямину.

Черепаха: Вы угодили прямиком в логово Страшного Мажотавра! Постараюсь вас вытащить — нам надо удирать побыстрее!

Ахилл: Осторожнее, г-жа Ч — я совсем не хочу, чтобы и Вы тоже попали в западню...

Черепаха: Да не суетитесь вы, Ахилл. Все будет в порядке... *(Внезапно раздается сдавленный крик и затем — БА-БАХ! — глухой звук*

падения.)

Ахилл: Г-жа Ч, вы тоже упали? Не ушиблись?

Черепаха: Кроме моей гордости, ничего не пострадало.

Ахилл: Вот теперь мы действительно попали в переплет!

(Внезапно, в опасной близости от них, друзья слышат оглушительный хохот.)

Черепаха: Осторожно, Ахилл — тут дело нешуточное!

Мажотавр: Ха-ха-ха! Хи-хи-хи! Хо-хо-хо!

Ахилл: Я слабею на глазах, г-жа Ч...

Черепаха: Старайтесь не обращать внимания на его смех — это ваша единственная надежда.

Ахилл: Я сделаю все, что в моих силах — ах, если бы сейчас пропустить для храбрости рюмочку-другую ...

Черепаха: Мне кажется, я чувствую знакомый запах... Не вытаскин ли это?

Ахилл: И правда... откуда этот запах?

Черепаха: По-моему, это здесь... О! Я нашла целую бутыль! Это он и есть!

Ахилл: Вытаскин! Давайте напьемся с горя!

Черепаха: Надеюсь, что это не протолкин — они до того похожи, что их трудно различить.

Ахилл: Что вы сказали про Толкиена?

Черепаха: Я ничего подобного не говорила. У вас уже галлюцинации начинаются...

Ахилл: Б-батюшки мои! Надеюсь, что нет... Ну что же, поехали!

(И друзья начинают отхлебывать вытаскин (или протолкин?) — и вдруг — ХЛОП! Кажется, это-таки оказался вытаскин...)

Черепаха: Забавная история, ничего не скажешь. Вам понравилось?

Ахилл: Так, ничего себе... Интересно, выбрались ли они в конце концов из ямы страшного Мажотавра? Бедняга Ахилл, он так хотел опять стать большим.

Черепаха: Не беспокойтесь — они выбрались, и Ахилл снова вырос до своих обычных размеров. Вытаскин оказался весьма кстати...

Ахилл: Не знаю, не знаю... Единственное, в чем я сейчас АБСОЛЮТНО уверен. это в том, что нам не мешало бы найти нашу бутылочку с настойкой — у меня уже давно горло пересохло. И ничто так не утоляет жажду, как выталкивающая настойка.

Черепаха: Она к тому же известна своим тонизирующим

действием. Известны случаи, когда народ просто с ума по ней сходил. Например, когда в начале века продуктовая фабрика Шёнберга перестала производить джин с тоником и начала производство какао, вы не представляете себе, какой из-этого поднялся шум — настоящая какаофония!

Ахилл: Воображаю... Но давайте же искать настойку! Погодите — взгляните-ка на этих ящериц на столе! Не кажется ли вам, что в них есть что-то необычное?

Черепаха: Не вижу ничего особенного. А что такое?

Ахилл: Посмотрите: они вылезают из плоскости картины без помощи выталкивающей настойки! Как они это делают?

Черепаха: Разве я вам не говорила? Вы можете вылезти из картины, двигаясь перпендикулярно ее плоскости. Ящерки научились лезть НАВЕРХ, когда они хотят выбраться из двухмерного мира альбома.

Ахилл: Может быть, мы можем так же выбраться из этой картины Эшера наружу?

Черепаха: Разумеется — нужно только подняться уровнем выше. Хотите попытаться?

Ахилл: Все что угодно, только бы попасть домой! Я уже сыт по горло этими занимательными приключениями.

Черепаха: В таком случае, следуйте за мной наверх.

(И они поднимаются на один уровень.)

Ахилл: Хорошо быть снова у себя дома... Но постойте, здесь что-то не то! Это вовсе не мой дом — это ВАШ дом, г-жа Черепаха!

Черепаха: Вы правы — и я предовольна, так как перспектива тащиться от вас к себе домой мне совершенно не улыбалась. Я прямотаки валюсь с лап от усталости.

Ахилл: Что ж, я как раз не возражаю против небольшой прогулки; так что, мне кажется, все сложилось довольно удачно.

Черепаха: Я думаю! Вот это удача так удача!

ГЛАВА V

Рекурсивные структуры и процессы

Что такое рекурсия?

ЧТО ТАКОЕ РЕКУРСИЯ? То, что было проиллюстрировано в диалоге "Маленький гармонический лабиринт": вложенность схем одна в другую и варианты этой вложенности. Рекурсия — весьма общее понятие. (Рассказы внутри рассказов, фильмы внутри фильмов, картины внутри картин, матрешечки внутри матрешек (даже скобки внутри скобок!) — вот лишь несколько симпатичных примеров.) Однако читатель должен иметь в виду, что в этой главе термин "рекурсия" употребляется в ином значении, чем в главе III, и эти два значения связаны только косвенно. Эта связь должна проясниться к концу главы.

Иногда рекурсия приближается к парадоксу. Например, существуют *рекурсивные* определения. С первого взгляда может показаться, что в этом случае нечто определяется *через себя самоё*. Из этого получился бы если не парадокс, то порочный круг и бесконечное возвращение к началу. На самом деле, правильно сформулированное рекурсивное определение никогда не приводит ни к тому, ни к другому. Дело в том, что рекурсивные определения никогда не определяют предметы или идеи через них самих — вместо этого они используют *более простые версии* определяемого понятия. Чтобы вам стало понятнее, что я имею в виду, приведу несколько примеров рекурсивных определений.

Один из часто встречающихся типов рекурсии в повседневной жизни — это прекращение какого-либо дела на время, с тем, чтобы сделать более простое дело, зачастую того же типа, что и первое. Вот хороший пример. У директора фирмы на столе стоит сложный телефон, по которому ему могут звонить несколько человек одновременно. Директор разговаривает с А; в этот момент звонит Б. Директор спрашивает А, может ли тот подождать минутку. На самом деле, ему совершенно все равно, может ли А подождать, — он просто нажимает кнопку и переключается на разговор с Б. Тут звонит В. Теперь уже и Б приходится подождать. Так может продолжаться до бесконечности — однако не будем увлекаться. Предположим, разговор с В закончился; наш директор "выталкивается" обратно и продолжает беседу с Б. Между тем, на другом конце провода А в раздражении барабанит пальцами по столу и слушает сладенькие мелодии, передающиеся по телефону чтобы скрасить его ожидание... Самый простой случай был бы, если бы звонок Б закончился и директор наконец вернулся бы к А. Но может случиться, что когда он разговаривает с Б, звонит Д. Б снова оказывается "протолкнутым" в стек ждущих своей очереди. По окончанию разговора с Д директор вернется к Б, а затем к А. Разумеется, здесь он действует совершенно механически — я пытаюсь показать рекурсию в самой чистой форме.

Проталкивание, выталкивание и стек

В предыдущем примере я ввел основные термины, касающиеся рекурсии, по крайней мере так, как их понимают специалисты по компьютерам: проталкивание, выталкивание и *стек*. Все эти термины связаны между собой. Они вошли в обиход в конце 1950-х годов в составе ИПЛ, одного из первых языков для искусственного разума. Вы уже встречались с "проталкиванием" и "выталкиванием" в Диалоге; однако я объясню здесь эти термины еще раз. *Протолкнуть* означает прервать работу над очередным делом, при этом не забывая, на чем вы остановились, и начать работать над следующим заданием. Обычно говорят, что новое дело находится на "низшем уровне" по сравнению с предыдущим занятием. *Вытолкнуть* означает обратное: прекратить работу на одном уровне и вновь приняться за работу на высшем уровне, начав с того, на чем вы остановились.

Как же нам удается точно помнить, где мы были на каждом уровне? Для этого мы сохраняем нужную информацию в *стеке*. Таким образом, стек — это просто табличка, сообщающая нам 1) на чем было прервано каждое незаконченное занятие (на компьютерном жаргоне это называется "обратный адрес") и 2) какие факты нам надо знать о моменте, когда задание было прервано ("переменная связка"). Когда вы выталкиваетесь наверх, чтобы возобновить работу над чем-либо, именно стек восстанавливает ваш контекст, чтобы вы не потерялись. В примере с телефонными звонками стек сообщает вам, *кто* ждет вас на каждой линии и *в каком месте* беседа была прервана.

К слову сказать, происхождение терминов "проталкивать", "выталкивать" и "стек" восходит к образу сложенных один на другой подносов в кафетерии (*stack* по-английски — куча, стеллаж). Обычно внизу такой стопки помещается нечто вроде пружины, поддерживающей верхний поднос приблизительно на одном и том же уровне — так что каждый новый поднос "проталкивает" всю стопку вниз, в то время как при снятии одного подноса все стопка "выталкивается" наверх.

Еще один пример из повседневной жизни. Когда вы слушаете новости по радио, часто случается, что слово предоставляется иностранному корресподенту. "Говорит Адам Зайчиков из Минска, Беларусь. " Адам, в свою очередь, включает запись местного репортера, берущего у кого-то интервью: "С вами Иван Петровский; я нахожусь недалеко от того места, где совершилось ограбление банка. Предоставляю слово главе оперативной группы..." Теперь вы уже тремя уровнями ниже. Может случиться, что и тот, у кого берут интервью, тоже включит какую-то запись. Спускаться таким образом по уровням, слушая новости — дело весьма обычное; мы даже не всегда отдаем себе отчет в том, что сообщение на одном уровне прерывается. Наше подсознание следит за этим автоматически. Может быть, это так легко для нас потому, что уровни здесь сильно отличаются друг от друга. Если бы они были схожими, мы потеряли бы ориентацию в мгновение ока.

Пример более сложной рекурсии — наш Диалог. Ахилл и Черепаха присутствовали там на каждом из нескольких различных уровней. Иногда они читали историю, в которой сами были действующими лицами. Тут было легко запутаться, и приходилось напрягать все внимание, чтобы не потерять нить. "Так, посмотрим... *настоящие* Ахилл и Черепаха все еще наверху, в вертолете господина Удачи — *вторичные* сейчас находятся в картине Эшера — а теперь

они нашли ту книгу и начали читать; значит, Ахилл и Черепаха, блуждающие по звуковым дорожкам "Маленького гармонического лабиринта", — третичны. Стоп — я, кажется, пропустил один уровень..." Чтобы уследить за рекурсией в Диалоге, нам необходим сознательный мысленный стек, подобный такому, какой изображен ниже.

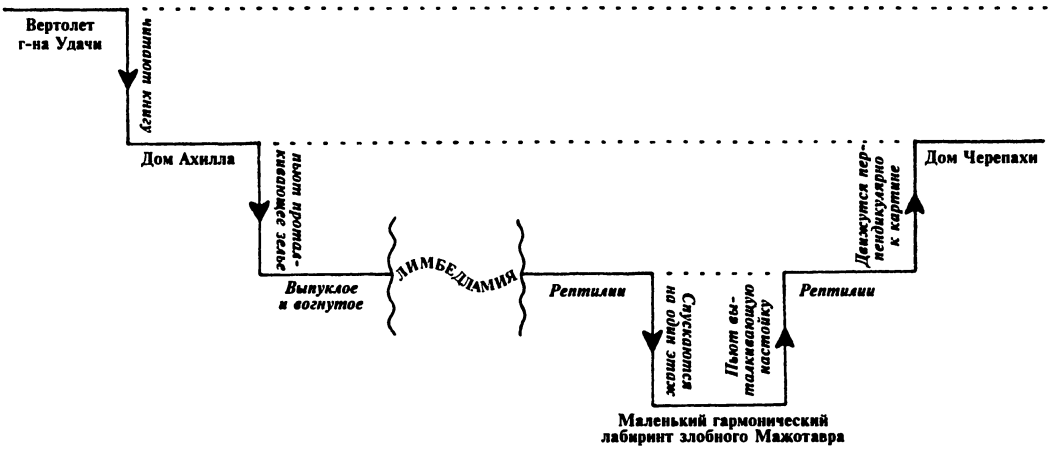


РИС. 26. Диаграмма структуры Диалога "Маленький гармонический лабиринт". Вертикальные спуски — проталкивание, подъемы — выталкивание. Обратите внимание, что диаграмма напоминает структуру абзацев в Диалоге. Из нее ясно следует, что угроза Удачи так никогда и не была выполнена — Ахилл и Черепаха остались висеть между небом и землей. Некоторые читатели, возможно, придут в отчаяние от этого недовытолкутого проталкивания, в то время как другие даже глазом не моргнут. В рассказе Баховский музыкальный лабиринт тоже был оборван слишком скоро — но Ахилл не заметил в этом ничего особенного. Нарастающее напряжение почувствовала только Черепаха

Стеки в музыке

Говоря о "Маленьком гармоническом лабиринте", мы должны обсудить следующую идею, которая косвенно упоминалась в диалоге: мы слушаем музыку рекурсивно — в частности, мы создаем мысленный стек ключей, и каждая новая модуляция проталкивает туда новый ключ. Если развить эту идею дальше, получится, что мы хотим услышать последовательность ключей в обратном порядке — выталкивая из стека ключи один за другим, пока не дойдем до основной тональности. Это, разумеется, преувеличение, но в нем есть доля правды.

Слушая музыку, любой сколько-нибудь музыкальный человек автоматически создает минимальный стек с двумя ключами. В этом "коротком стеке" содержатся основная тональность, а также ближайший "псевдоключ", тональность, в которой композитор "находится" в данный момент. (Иными словами, самый общий и самый "местный" ключи. Таким образом слушатель знает, когда достигается тоника, и испытывает от этого сильное чувство "удовлетворения". В отличие от Ахилла, он также чувствует разницу между *местным* разрешением напряжения — например, разрешением в псевдотонику — и *глобальным* разрешением. Псевдоразрешение нагнетает напряжение, вместо того, чтобы его

ослабить. Оно подобно иронической шутке — совсем как спасение Ахилла от ящериц, в то время как мы знаем, что на самом деле и он, и Черепаха все еще ожидают погибели от ножа месье Удачи.

Поскольку напряжение и разрешение — душа и сердце музыки, существует множество примеров на эту тему. Давайте взглянем на пару примеров из Баховской музыки. Бах написал много композиций в форме "ААББ": обе части пьесы повторяются дважды. Возьмем джигу из "Французскои сюиты #5", типичную для данной формы. Ее энергично введенная танцевальной мелодией тоника — соль. Вскоре, однако, модуляция в части А вводит тесно связанную с первоначальной тональность ре (доминанта). Когда часть А кончается, мы находимся в тональности ре. Может даже показаться, что пьеса заканчивается в ключе ре! (По крайней мере, так может подумать Ахилл.) Но тут случается странная вещь — мы внезапно прыгаем обратно к началу, снова в тональность соль, и снова слышим тот же переход в ре. Но тут случается странная вещь — мы внезапно прыгаем обратно к началу, снова в тональность соль, и снова слышим тот же переход в ре.

Затем следует часть Б. В результате тематического сдвига, мелодия здесь начинается с ре, словно ре являлось тоникой с самого начала — но в конце концов, мелодия модулирует обратно в соль; это означает, что мы выталкиваемся обратно в тонику, и что часть Б оканчивается именно так, как надо. Тут случается это забавное повторение, отбрасывая нас, безо всякого предупреждения, назад к ре, и затем возвращаясь к соль еще раз. Тут случается это забавное повторение, отбрасывая нас, безо всякого предупреждения, назад к ре, и затем возвращаясь к соль еще раз.

Психологический эффект, достигаемый этими переходами, то внезапными, то плавными, трудно описать. Магия музыки отчасти и заключается в том, что мы способны автоматически уследить за этими переходами. А может быть, это магия Баха, сумевшего внести такую грацию в эту сложную структуру, что мы даже не замечаем, что именно там происходит.

Баховский "Маленький гармонический лабиринт" — это пьеса, в которой композитор пытается запутать слушателя быстрой сменой ключей. Вскоре вы настолько сбиты с толку, что совершенно теряете ориентацию. Вы не знаете, где настоящая тоника, если только у вас нет абсолютного слуха или вы, подобно Тезею, не прибегаете к помощи друга, который, словно Ариадна, дал бы вам нить, ведущую к началу. В данном случае, такой нитью являлись бы ноты. Эта пьеса, наряду с Естественно Растущим Каноном, показывает, что у нас, как у слушателей музыки, отсутствуют надежные глубокие стеки.

Рекурсия в языке

Наш интеллектуальный стек, пожалуй, более надежен для работы с языком. Грамматическая структура всех языков включает весьма сложные схемы для проталкивания в стек; трудность фразы, разумеется, возрастает с количеством проталкиваний. Знаменитое немецкое явление "глагола-в-конце", о котором забавные истории о рассеянных профессорах, начинающих фразу, продолжающуюся все лекцию, и под завязку выдающих цепочку глаголов, в которой аудитория, давно потерявшая нить в этом стеке, не видит никакого смысла, часто рассказываются, представляет из себя прекрасный пример лингвистического проталкивания и выталкивания. Замешательство в аудитории, которое непра-

вильное выталкивание из стека, куда были сложены глаголы профессора, забавно вообразить, может произвести. Однако в повседневном немецком такие глубокие стеки почти никогда не встречаются; на самом деле, немцы частенько невольно нарушают правила, проталкивающие глагол в конец, с тем, чтобы избежать усилий, связанных с напряжением внимания в течение всей фразы. В любом языке имеются конструкции, где задействованы стеки, хотя обычно не такие впечатляющие, как в немецком. При этом всегда имеется возможность перефразировать предложение таким образом, чтобы уменьшить глубину стека.

Схемы рекурсивных переходов

Синтаксическая структура предложений хорошо подходит для метода описания рекурсивных схем и процессов — этот метод называется *Схемой Рекурсивных Переходов* (СРП). СРП представляет из себя диаграмму, показывающую различные пути для выполнения данного задания. Каждый такой путь состоит из нескольких *узлов* — маленьких квадратов, в которых что-то написано. Узлы соединены *ребрами*, или стрелками. Общее название данной СРП написано отдельно, слева от диаграммы, и в первом и последнем узле написано, соответственно, *начало* и *конец*. Остальные узлы содержат либо краткие инструкции, либо названия других СРП. Попав в определенный узел, вы должны либо выполнить указания, в нем написанные, либо перейти в указанную в нем СРП и работать уже там.

Возьмем простую СРП, под названием УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ, которая говорит нам, как создать определенную русскую фразу (см. рис. 27а). Двигаясь по схеме горизонтально, мы попадаем в *начало*, затем создаем прилагательное, затем — существительное, и затем приходим к *концу*. Например, "глупое мыло", или "неблагодарная закуска". Но ребра позволяют и другие возможности, например, повторить или совсем опустить прилагательное. Так мы можем сконструировать "молоко" или "огромная красная голубая зеленая зевота" и так далее.

Находясь в узле имя существительное, вы просите некий черный ящик под названием имя существительное выдать вам любое существительное с его склада. В компьютерной терминологии это называется *процедурой вызова*. Это означает, что вы временно передаете контроль некой *процедуре* (здесь, СУЩЕСТВИТЕЛЬНОМУ), которая 1) выполняет свою инструкцию (производит существительное) и 2) передает контроль вам обратно. В нашей СРП есть вызовы для двух таких процедур: имя существительное и ИМЯ ПРИЛАГАТЕЛЬНОЕ. Обратите внимание, что СРП УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ может, в свою очередь, быть вызвана из какой-либо другой СРП — например, ПРЕДЛОЖЕНИЕ. В этом случае, схема УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ произвела бы "глупое мыло" и вернулась бы на свое место в предложении, откуда она была вызвана. Эта ситуация напоминает примеры со вложенными один в другой телефонными звонками или фрагментами новостей, где вы возвращаетесь к прерванному занятию.

Однако, хотя мы и назвали это "схемой рекурсивных переходов", мы еще не привели примера настоящей рекурсии.

Рекурсия — и, по видимости, кругообразность — появляется тогда, когда мы переходим к такой СРП как СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ (Рис. 27б). Как вы заметили, любая дорожка к СВЕРХУКРАШЕННОМУ

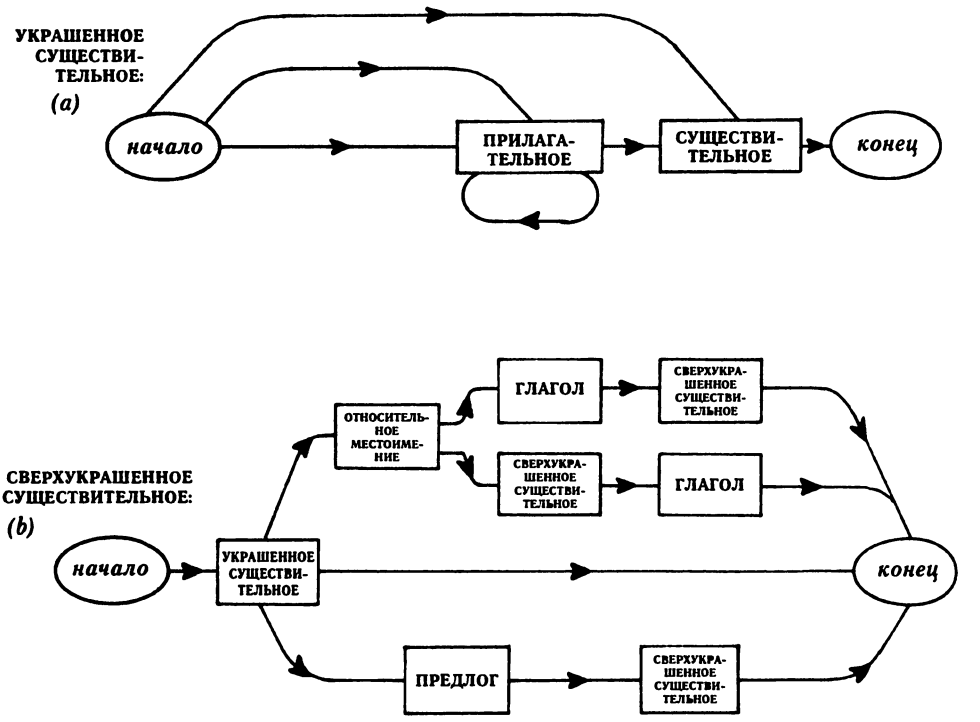


РИС. 27. Схема рекурсивных переходов для УКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО И СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО.

СУЩЕСТВИТЕЛЬНОМУ проходит через узел УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ — таким образом, у нас обязательно появится какое-либо существительное. Мы можем на этом закончить и прийти к ФИНИШУ с "молоком" или "огромной красной голубой зеленой зевотой". Но остальные три пути к финишу сами включают *рекурсивный* вызов СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО. Это выглядит как порочный круг — определение чего-либо в терминах его самого. Действительно ли это происходит? На этот вопрос мы ответим так: "Да, но это не страшно." Представьте, что в процедуре ПРЕДЛОЖЕНИЕ есть узел, вызывающий СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ, и мы попадаем именно в этот узел. Это означает, что мы прежде всего запоминаем (проталкиваем в стек) место этого узла внутри ПРЕДЛОЖЕНИЯ, чтобы знать, куда нам вернуться; после этого, мы переходим к самой процедуре СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ — мы должны найти способ его сконструировать. Предположим, что мы выбираем нижнюю из двух верхних дорожек:

УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ,
ОТНОСИТЕЛЬНОЕ МЕСТОИМЕНИЕ,
СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ,
ГЛАГОЛ.

Итак, за дело: сначала мы выдаем "на-гора" УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ: "странные бублики"; затем, относительное местоимение: "которые"...

теперь мы должны воспроизвести СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ — но ведь мы как раз и находимся в процессе создания СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО! Это верно, но вспомните наш пример с директором, которому позвонили в середине другого телефонного разговора. Он "отложил" первый разговор в стек и начал новую беседу так, словно ничего необычного не случилось. Давайте и мы сделаем так же.

Прежде всего запасемся обратным адресом: запишем в стек, в каком узле мы находились во время второго вызова СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО. Затем снова перейдем в начало схемы, словно ничего необычного не случилось. Теперь мы должны снова выбрать путь. Давайте, для разнообразия, попробуем пройти по нижней дорожке: УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ, ПРЕДЛОГ, СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ. Это значит, что сначала мы производим УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ (например, "пурпурная корова"), затем ПРЕДЛОГ (например, "без") ... и опять упираемся в рекурсию! Придется нам снова спуститься уровнем ниже — смотрите не споткнитесь! Чтобы избежать осложнений, давайте на этот раз выберем прямую дорогу: УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ (например, "рога"). Этот вызов тут же попадает в узел КОНЕЦ, что позволяет нам вытолкнуться на предыдущий уровень. Мы обращаемся к стеку за обратным адресом, который отсылает нас к фразе "пурпурная корова без". Закончив дела на этом уровне и попав в узел КОНЕЦ, мы выталкиваемся еще раз. Теперь нам необходим ГЛАГОЛ (например, "слопала"). На этом вызов СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО на высшем уровне заканчивается. У нас получилась фраза

"странные бублики, которые пурпурная корова без рогов слопала".

Когда мы вытолкнемся в последний раз, эта фраза будет передана наверх, к терпеливо ожидающей схеме ПРЕДЛОЖЕНИЕ.

Как видите, бесконечной регрессии не произошло, так как по крайней мере на одной из дорожек внутри СРП СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ мы не встретились с вызовом самого СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО. Конечно, мы могли бы упорствовать в выборе нижней дорожки внутри СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО — тогда бы нам никогда не удалось закончить работу, подобно тому, как нам не удалось полностью раскрыть сокращение БОГ. Однако если мы выбираем дорожки наугад, подобной бесконечной регрессии не случается.

"Спуск на дно" и гетерархии

Мы только что описали основные различия между круговыми и рекурсивными определениями — в последних всегда есть определенная часть без автореферентности. Таким образом, рано или поздно мы коснемся дна: наша цель — построение объекта, отвечающего определению — будет достигнута. Существуют и другие, менее прямые, чем самовызовы, пути для получения рекурсивности в СРП. Примером может служить картина Эшера "Рисующие руки" (рис. 135), где каждая процедура вызывает не саму себя, а другую. Например, можно представить СРП под названием ПРИДАТОЧНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ, вызывающую СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ, когда ей понадобится дополнение для переходного глагола — с другой стороны, высшая дорожка

СВЕРХУКРАШЕННОГО СУЩЕСТВИТЕЛЬНОГО может вызывать ОТНОСИТЕЛЬНОЕ МЕСТОИМЕНИЕ и затем ПРЕДЛОЖЕНИЕ каждый раз, когда нам потребуется придаточное предложение. Это пример *косвенной* рекурсии; он напоминает двухступенчатую версию парадокса Эпименида.

Нет нужды говорить, что может существовать также *трио* процедур, вызывающих одну другую по кругу — и так далее. Может существовать даже целая семья СРП, спутанных между собой и что есть силы вызывающих друг друга и самих себя. Программа со структурой, в которой нет "высшего уровня" или "монитора", называется *гетерархией* (в отличие от *иерархии*). Этот термин изобретен Уорреном Мак Каллохом, одним из первых кибернетиков, посвятивших себя изучению мозга и интеллекта.

Расширение узлов

Есть также и другая возможность представить СРП графически. Каждый раз, когда, двигаясь по одной из дорожек, вы попадаете в узел, вызывающий другую СРП, вы "расширяете" этот узел, заменяя его на уменьшенную копию требуемой СРП (см. рис. 28). После этого вы приступаете к исполнению этой уменьшенной СРП.

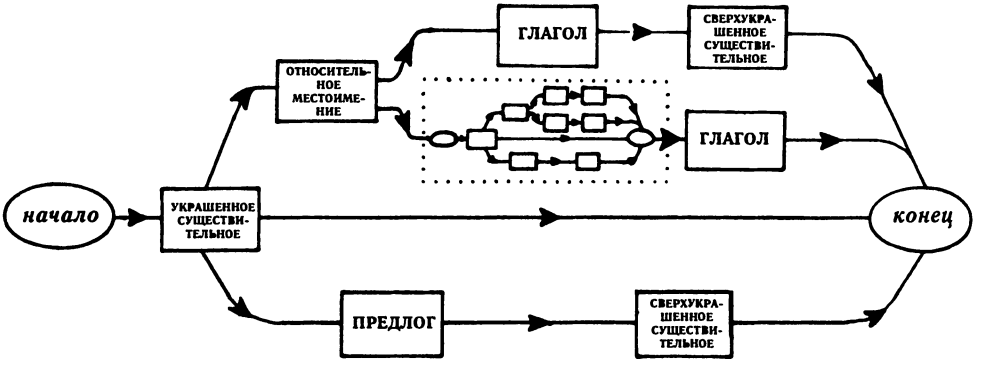


РИС. 28. СРП СВЕРХУКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ с одним рекурсивно расширенным узлом.

Выталкиваясь из расширенного узла, вы автоматически оказываетесь в нужном месте большой схемы. С другой стороны, находясь в маленькой схеме, вы можете конструировать внутри нее еще более миниатюрные СРП. Расширяя узлы по мере того, как вы в них попадаете, вы избегаете построения бесконечной схемы даже в том случае, когда СРП вызывает саму себя.

Расширение узлов немного напоминает замену буквы в аббревиатуре на то слово, которое она представляет. Сокращение БОГ рекурсивно, но его дефект — или преимущество — заключается в том, что мы должны все время расширять букву "Б" и, таким образом, она никогда не достигнет "дна". Однако когда СРП является частью настоящей компьютерной программы, в ней всегда есть по крайней мере одна дорожка, избегающая как прямой, так и косвенной рекурсивности. Поэтому бесконечного регресса там не бывает. Даже самая гетерар-

хическая программа рано или поздно заканчивается — иначе она вообще не работала бы! Она продолжала бы расширять узлы один за другим до скончания веков.

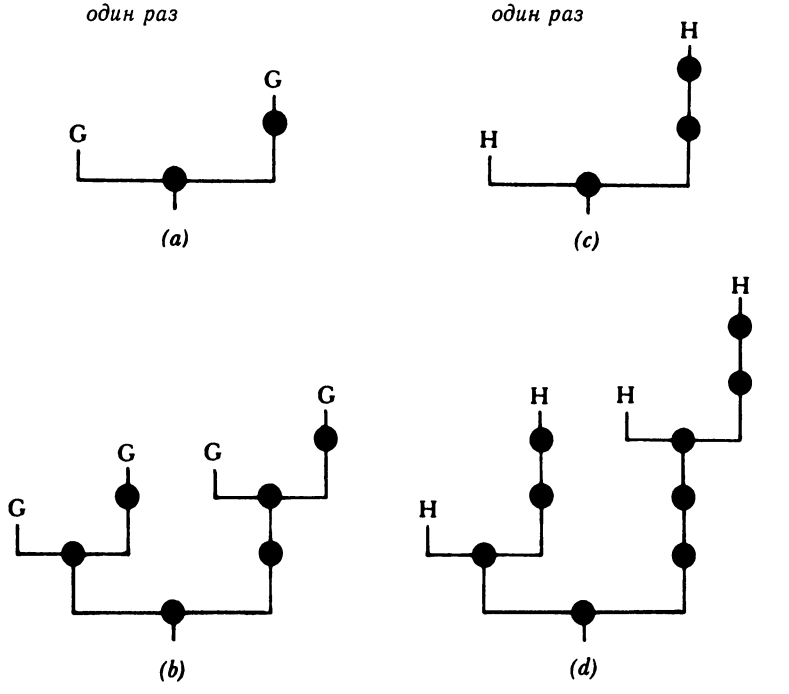
Диаграмма G и рекурсивные ряды

Бесконечные геометрические структуры могут быть определены именно так — как расширение узлов один за другим. Давайте попробуем определить бесконечную диаграмму — назовем ее "диаграммой G". Воспользуемся следующим условным обозначением: в двух узлах напишем просто букву 'G', которая, однако, будет представлять всю диаграмму G. На рис. 28 показана диаграмма G, использующая такую условную нотацию. Если мы захотим представить эту диаграмму более явно, мы должны расширить каждый узел, обозначенный буквой G, то есть *заменить его на уменьшенную копию той же диаграммы G* (см. рис. 29 б)). Эта версия диаграммы G "второго порядка" дает нам некоторое представление о том, как бы выглядела конечная, невыполнимая диаграмма G. На рис. 30 показана большая часть диаграммы G; все узлы пронумерованы снизу вверх и слева направо. Внизу добавлены два дополнительных узла под номерами 1 и 2. У этого бесконечного "дерева" есть некоторые весьма интересные математические свойства. Двигаясь по нему справа налево, мы получаем знаменитый *ряд чисел Фибоначчи:*

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

Этот ряд был открыт в 1202 году Леонардом из Пизы, сыном Боначчи — отсюда Филиус Боначчи или, сокращенно, Фибоначчи.

РИС. 29. *а) Диаграмма G, нерасширенная*
б) Диаграмма G, расширенная один раз
в) Диаграмма H, нерасширенная
г) Диаграмма H, расширенная один раз



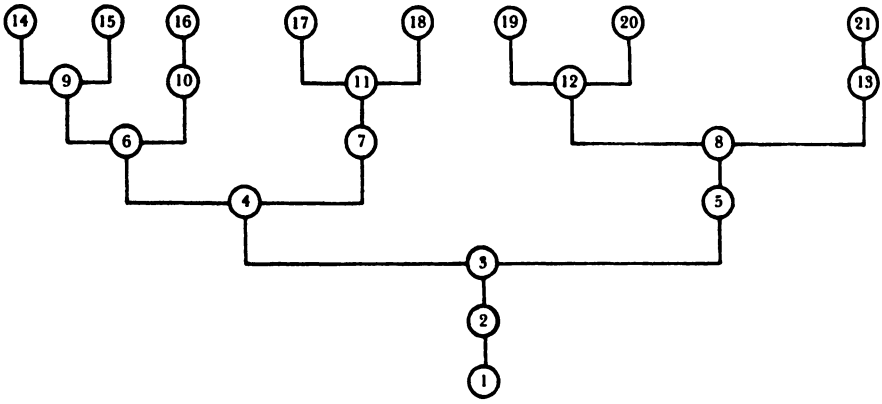


РИС. 30 Диаграмма G, расширенная далее. Узлы пронумерованы.

Это числа описываются рекурсивно при помощи следующей пары формул:

$$\text{FIBO}(n) = \text{FIBO}(n-1) + \text{FIBO}(n-2) \quad \text{for} \quad n > 2$$
$$\text{FIBO}(n) = \text{FIBO}(2) = 1$$

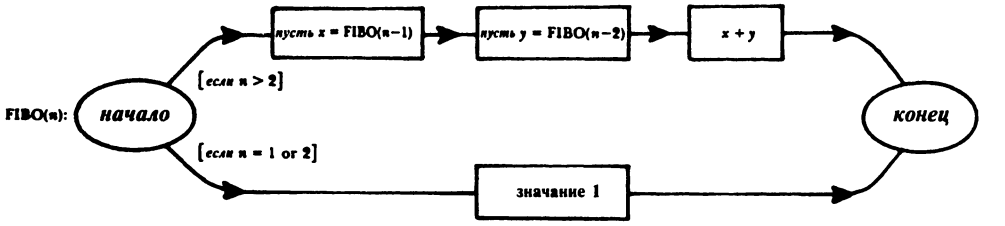


РИС. 31. СРП для чисел Фибоначчи

Таким образом, вы можете вычислить ФИБО(15) с помощью ряда рекурсивных вызовов описанной в этой схеме процедуры. Это рекурсивное определение касается дна, когда вы доходите до явно выраженных ФИБО(1) и ФИБО(2). Для этого надо пройти по схеме назад, к меньшим и меньшим значениям *n*. Пятиться раком довольно неудобно, вместо этого можно начать с ФИБО(1) и ФИБО(2) и идти вперед, складывая два предыдущих числа, пока вы не получите ФИБО(15). Так вам не придется следить за стеком.

Но это еще не самое интересное свойство диаграммы G! Ее структура может быть целиком закодирована в следующем рекурсивном определении:

$$G(n) = n - G(G(n-1)) \text{ для } n>0$$
$$G(0)=0$$

Каким образом эта формула G(n) отражает структуру дерева? Очень просто: если вы начнете строить дерево, помещая G(n) под *n* для всех значений *n*, у вас получится диаграмма G. На самом деле, именно так я и открыл эту диаграмму. Я занимался исследованием *функции G;* однажды, пытаясь ускорить вычисления, я решил представить уже имеющиеся у меня значения в форме дерева. К

моему удивлению оказалось, что это дерево обладает очень аккуратной геометрической рекурсивностью.

Еще более занимательным получается аналогичное дерево для функции H(n), имеющей на одно рекурсивное вложение больше, чем G:

$$H(n) = n - H(H(H(n-1))) \text{ для } n>0$$
$$H(0)=0$$

Таким образом, соответствующая диаграмма H косвенно определяется так, как показано на рис. 29 в). Правая ветвь отличается от G только тем, что в ней на один узел больше. И так далее, для любого количества вложений. Рекурсивные геометрические структуры проявляют замечательную регулярность, в точности соответствующую рекурсивным алгебраическим определениям.

Вопрос для любознательных читателей: представьте себе, что вы перевернули диаграмму G так, что у вас получилось ее зеркальное отображение. Номера узлов нового дерева возрастают теперь слева направо. Можете ли вы найти рекурсивное *алгебраическое* определение для такого "дерева-перевертыша"? Как насчет определения для перевертыша дерева H? И так далее?

Другая забавная задача включает пару рекурсивно сплетенных функций F(n) и M(n) — так сказать, супружеская парочка функций — определенных следующим образом:

$$F(n) = n - M(F(n-1))$$
$$\text{для } n>0$$
$$M(n) = n - F(M(n-1))$$
$$F(0)=1,\ M(0)=0$$

СРП для этих двух функций вызывают как друг друга, так и самих себя. Задача состоит в том, чтобы найти рекурсивные структуры диаграмм M и F. Они весьма просты и элегантны.

Хаотическая последовательность

Последний пример рекурсии в теории чисел приводит к небольшой загадке. Рассмотрим следующее рекурсивное определение функции:

$$Q(n) = Q(n - Q(n-1)) + Q(n - Q(n-2)) \quad \text{для } n>2$$
$$Q(1) = Q(2) = 1$$

Это напоминает определение Фибоначчи тем, что каждое новое значение является суммой двух предыдущих значений — но не *ближайших!* Вместо этого, два ближайших предыдущих значения указывают нам, *насколько далеко мы должны отступить,* чтобы найти числа, которые надо сложить для получения нового значения. Вот первые семнадцать чисел Q:

1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 10, 9, 10...

5 + 6 = 11 — новое значение

настолько надо продвинуться влево

Чтобы получить следующее число, надо продвинуться налево (считая от многоточия), соответственно, на 9 и 10 шагов; вы получите 5 и 6 (отмеченные стрелками). Их сумма — 11 — и дает новое значение: Q(18). Странный процесс: список уже известных чисел Q используется для расширения самого ряда. Получающаяся последовательность, мягко выражаясь, беспорядочна, и чем дальше мы продвигаемся, тем бессмысленнее она кажется. Это один из тех странных случаев, когда естественное определение приводит к весьма странному результату — хаос, полученный упорядоченным способом. При этом возникает вопрос: нет ли в кажущемся хаосе какого-то скрытого порядка? Разумеется, из определения следует, что некий порядок существует. Но интересно, есть ли иной способ определить данный ряд — если повезет, нерекурсивно?

Два удивительных рекурсивных графика

Чудес рекурсии в математике множество, и я не собираюсь здесь говорить о них подробно. Я остановлюсь лишь на двух особо интересных случаях с которыми мне пришлось столкнуться. Речь пойдет о двух графиках. Один из них — часть моих исследований по теории чисел. Другой возник в процессе моей работы над докторской диссертацией по физике твердых тел. Особенно поразительно то, что эти графики находятся в родстве между собой.

Первый (рис. 32) — график функции, которую я называю INT (x). Здесь она дана для x между 0 и 1. Чтобы найти x между любой другой парой чисел n и $n+1$, вы должны вычислить INT ($x-n$) и затем снова прибавить n. Как видите, структура этого графика прерывиста. Она состоит из бесконечного числа изогнутых кусочков, уменьшающихся ближе к краям. Если вы посмотрите на любой такой кусочек попристальнее, вы увидите, что перед вами — копия целого графика, только слегка изогнутая! Последствия этого удивительны; одним из них является то, что график INT состоит исключительно из копий себя самого, вложенных одна в другую до бесконечности. Если вы возьмете любую, сколь угодно малую часть графика, у вас окажется полная копия всего графика — на самом деле, бесконечное количество таких копий!

Вы можете подумать, что INT слишком эфемерна, чтобы существовать в действительности, поскольку она состоит лишь из копий самой себя. Ее определение выглядит слишком круговым.

Как начинается эта функция? Где ее "исток"? Это очень интересный вопрос. Важно отметить, что, описывая INT человеку, никогда не видевшему графика этой функции, недостаточно просто сказать, что она состоит из копий себя самой. Вторая, нерекурсивная часть описания должна содержать сведения о том, *где* эти копии лежат внутри графика и *каким образом* они деформированы по отношению к нему. Только взятые вместе, эти два аспекта INT определяют ее структуру. Точно так же, чтобы определить числа Фибоначчи, нам понадобились две строчки — одна, определяющая *рекурсию,* и другая, определяющая *дно* — первоначальные значения функции. Приведу конкретный пример: если вы замените одно из двух первоначальных значений на 3 вместо 1, то получите совершенно иную последовательность, известную под названием *ряда Лукаса:*

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123...

29 + 47 = 76

"дно"

то же рекурсивное правило,
как и для чисел Фибоначчи

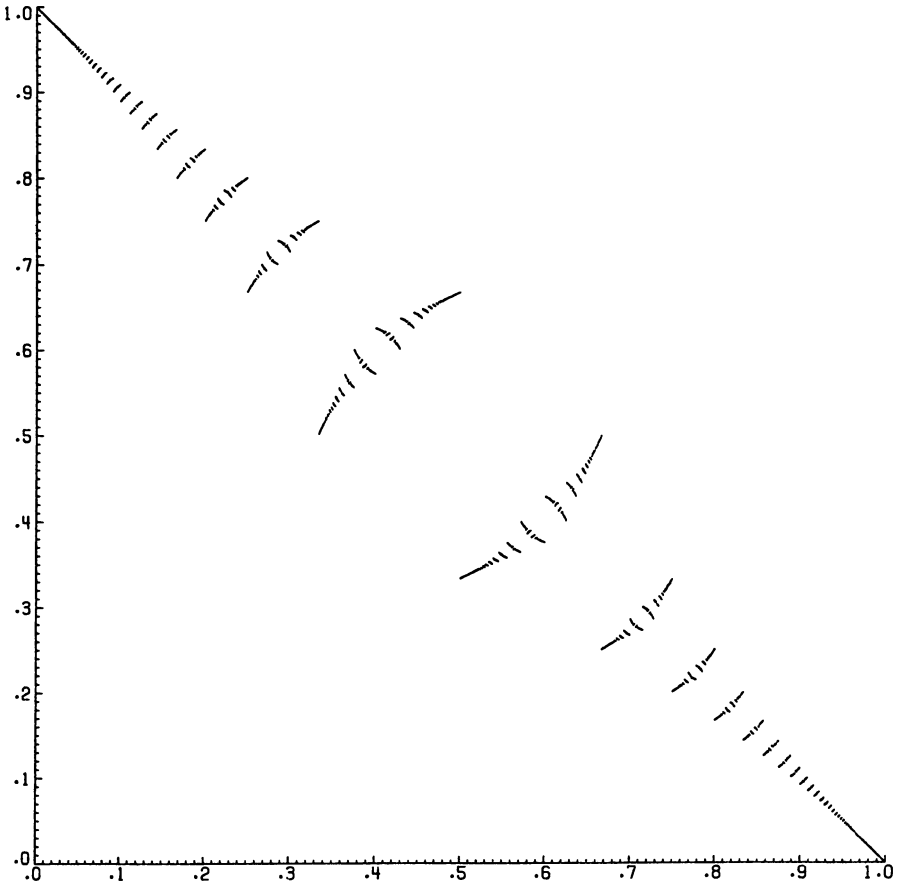


РИС. 32. График функции INT(x). В точках рациональных значений x функция прерывается.

В определении INT "дну" соответствует рисунок (рис. 33а)), состоящий из множества квадратов, указывающих, *где* находятся копии и *каким образом* они деформированы. Я называю это "скелетом" INT. Чтобы построить INT на основе скелета, вы должны действовать следующим образом. Сначала для каждого квадрата надо проделать две операции: (1) вложите туда уменьшенную и изогнутую копию скелета, следуя направлению изогнутой линии внутри; (2) сотрите квадрат-рамку и линию внутри него. Закончив этот процесс для каждого квадрата первоначального скелета, вы получите вместо одного большого скелета множество скелетов-"деток". Теперь тот же процесс повторяется уровнем ниже, для каждого скелета-детки. Затем то же самое повторяется еще раз, и еще, и еще... В пределе вы приближаетесь к точному графику INT, хотя никогда его не достигаете. Снова и снова вкладывая скелет графика внутрь себя самого, вы постепенно строите график "из ничего". Но, по сути, "ничто" не было таковым — оно было рисунком.

Поясним сказанное на еще более впечатляющем примере: вообразите, что

вы оставляете рекурсивную часть определения INT, но заменяете начальный рисунок, скелет. Вариант скелета показан на рис. 33б); также и здесь квадраты уменьшаются ближе к углам. Если вы начнете вкладывать этот скелет в себя самого снова и снова, вы получите основной график моей докторской диссертации, который я назвал Графиком G (рис. 34). (На самом деле, там также потребовались определенные сложные деформации, но основной идеей остается "самовложение".) Таким образом, График G — член семьи INT. Это дальний родственник, так как его скелет намного сложнее скелета INT; однако рекурсивные части их определений идентичны, и именно в этом заключается их родство.

Я не буду слишком долго держать вас в неведении относительно происхождения этих замечательных графиков. INT (сокращенное interchange — обмен) связан с проблемой непрерывных дробей, а еще точнее — "последовательностей ETA". В основе INT лежит идея о том, что знаки плюс и минус взаимозаменяемы для определенного вида непрерывных дробей. Отсюда следует то, что INT(INT(x))=x. Когда x рационально, ITN(x) также рациональна; квадратичные значения x дают квадратичные значения INT(x). Не знаю, верна ли эта тенденция для высших алгебраических степеней. Другим любопытным свойством INT является то, что в точках рациональных значений x функция разрывается скачками, в то время как в точках иррациональных значений x она непрерывна.

График G представляет собой сильно упрощенный ответ на вопрос "Какую энергию может иметь электрон в кристалле, помещенном в магнитное поле?" Это очень интересная проблема, так как она совмещает две фундаментальные физические ситуации: электрон в совершенном кристалле и электрон в однородном магнитном поле. Решения этих простых проблем хорошо известны и кажутся почти несовместимыми; тем интереснее выяснить, как природе удается их совместить. Оказывается, что ситуации "электрон в кристалле без магнитного поля" и "электрон в магнитном поле без кристалла" все-таки имеют одну общую черту: в обоих случаях электрон ведет себя периодично во времени. Когда две ситуации совмещаются, отношение их периодов является ключевым параметром, так как оно выражает возможные уровни энергии электронов. Однако свой секрет это отношение выдает только тогда, когда оно записано в форме непрерывной дроби.

График G показывает это распределение. Горизонтальные оси представляют энергию, вертикальные — упомянутое выше отношение временных периодов, которое мы называем "α". Внизу α равняется нулю, наверху — единице. Когда α равняется нулю, магнитное поле отсутствует. Каждый из составляющих график G сегментов — энергетическая полоса, представляющая возможные уровни энергии. Каждая из разномаштабных пустых полос, пересекающих график G, представляет районы запрещенных энергий. Одним из самых удивительных свойств графика G является то, что когда а рациональна (иными словами, может быть представлена в форме p/q), то существует ровно q таких пустых полос (хотя, когда q четно, две из них "целуются" в центре).

Когда α иррационально, полосы сжимаются до точек, бесконечное число которых разбросано по так называемому "множеству Кантора" — еще один рекурсивно определяемый объект, берущий начало в топологии.

У читателя может возникнуть вопрос, можно ли получить такую сложную структуру экспериментальным путем. Честно говоря, я бы сам удивился больше всех, если бы в результате какого-нибудь эксперимента получился График

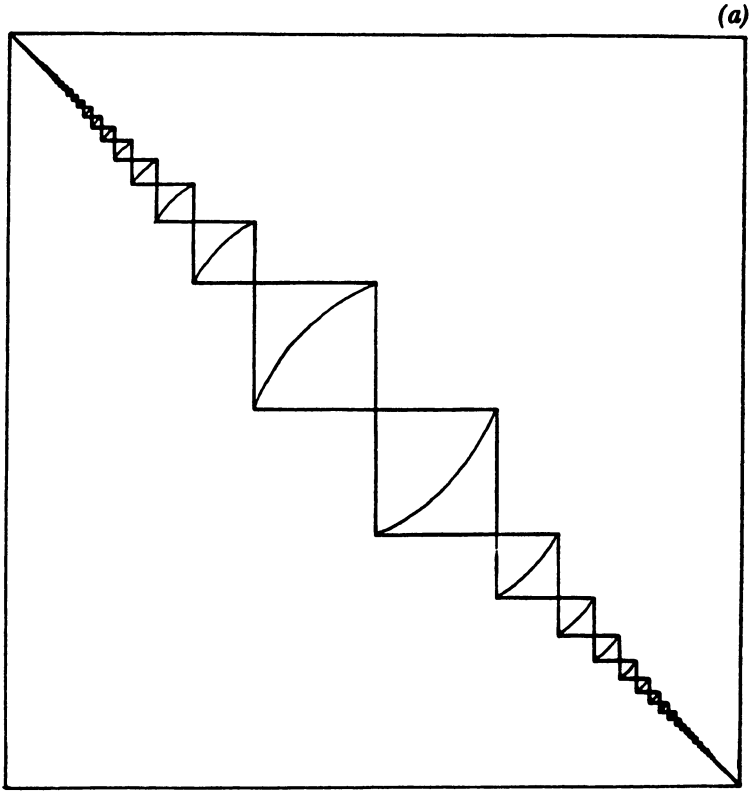
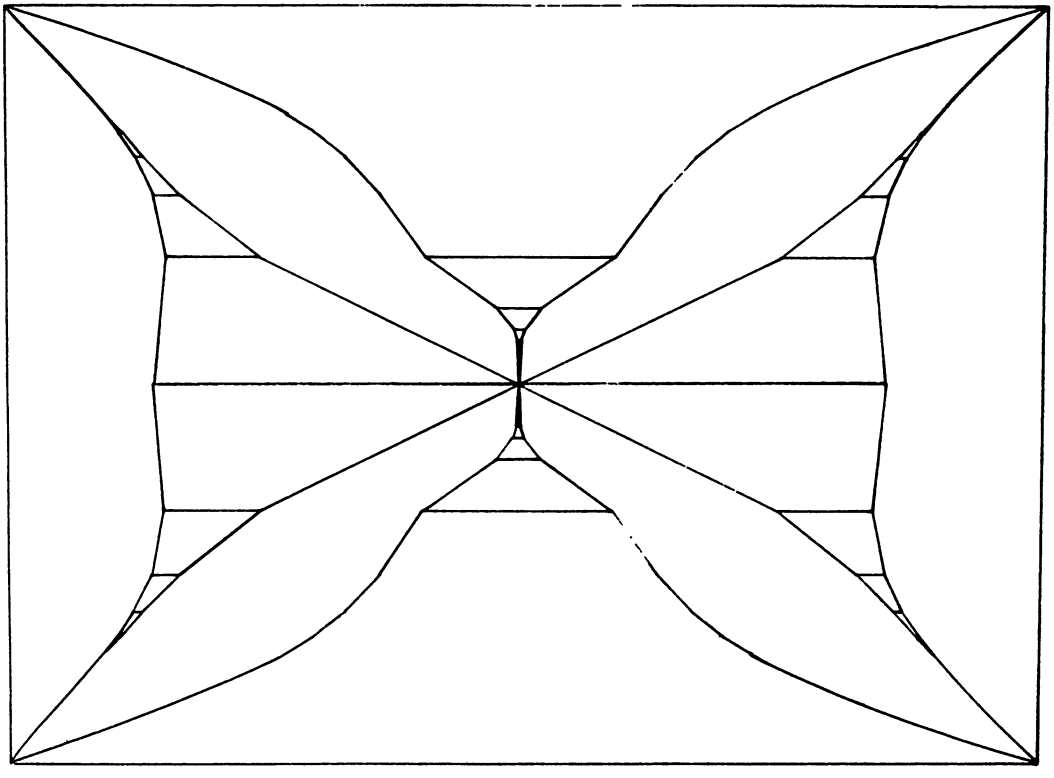


РИС. 33. а) Скелет, на базе которого путем рекурсивной замены строится INT.
б) Скелет, на базе которого путем рекурсивной замены строится график G.



G. График G "физичен" в том смысле, что он указывает, как можно математически подходить к менее идеальным физическим проблемам. Другими словами, График G принадлежит к области теоретической физики, а не указывает физикам-практикам на то, что они могут получить в результате экспериментов. Както раз один из моих друзей-агностиков, пораженный бесконечным количеством бесконечностей Графика G, именовал этот график "портретом Бога" — и это совсем не показалось мне богохульством.

Рекурсия на низшем уровне материи

Мы уже встретились с рекурсией в грамматике языков, видели рекурсивные геометрические деревья, тянущие свои ветви в бесконечность, и привели пример рекурсии в физике твердых тел. Теперь давайте взглянем еще на один способ рекурсивного устройства мира. Я имею в виду элементарные частицы: электроны, протоны, нейтроны и крохотные кванты электромагнитного излучения, называемые "фотонами". Мы увидим, что эти частицы в некотором роде "вставлены" друг в друга (это определено со всей строгостью только в релятивистской квантовой механике), и что это положение можно описать рекурсивно — может быть, даже с помощью какой-либо "грамматики".

Начнем с того, что если бы элементарные частицы не взаимодействовали друг с другом, мир был бы невероятно прост. В таком мире физики были бы наверху блаженства, так как там они могли бы с легкостью вычислить поведение всех частиц! (Конечно, при условии, что в таком мире существовали бы сами физики — что кажется весьма сомнительным.) Невзаимодействующие частицы называются *голыми,* и являются чисто гипотетическими — в реальном мире их не существует.

Теперь представьте себе, что мы "включаем" взаимодействия — частицы связываются между собой так же, как связаны между собой функции M и F или женатые пары. Эти реальные частицы называются *ренормализованными* — неуклюжий, но интересный термин. Теперь каждая частица определяется через совокупность всех других частиц, которые, в свою очередь, определяются через первую частицу, и так далее. Получается движение кругом и кругом, по бесконечной петле.

Давайте теперь перейдем на более конкретные темы и ограничимся двумя частицами — *электронами* и *фотонами.* Нам также придется включить сюда и античастицу электрона — *позитрон.* (Фотон является античастицей себя самого.) Вообразите себе скучный мир, в которой голый электрон желает добраться от точки A до точки B, как Зенон в моей "Трехголосной инвенции". Физик нарисовал бы такую картину:



Существует весьма простое математическое выражение, соответствующее этому отрезку и его конечным точкам. С его помощью, физик может понять поведение голого электрона на этой траектории.

Теперь давайте "включим" электромагнитное взаимодействие, так что элек-

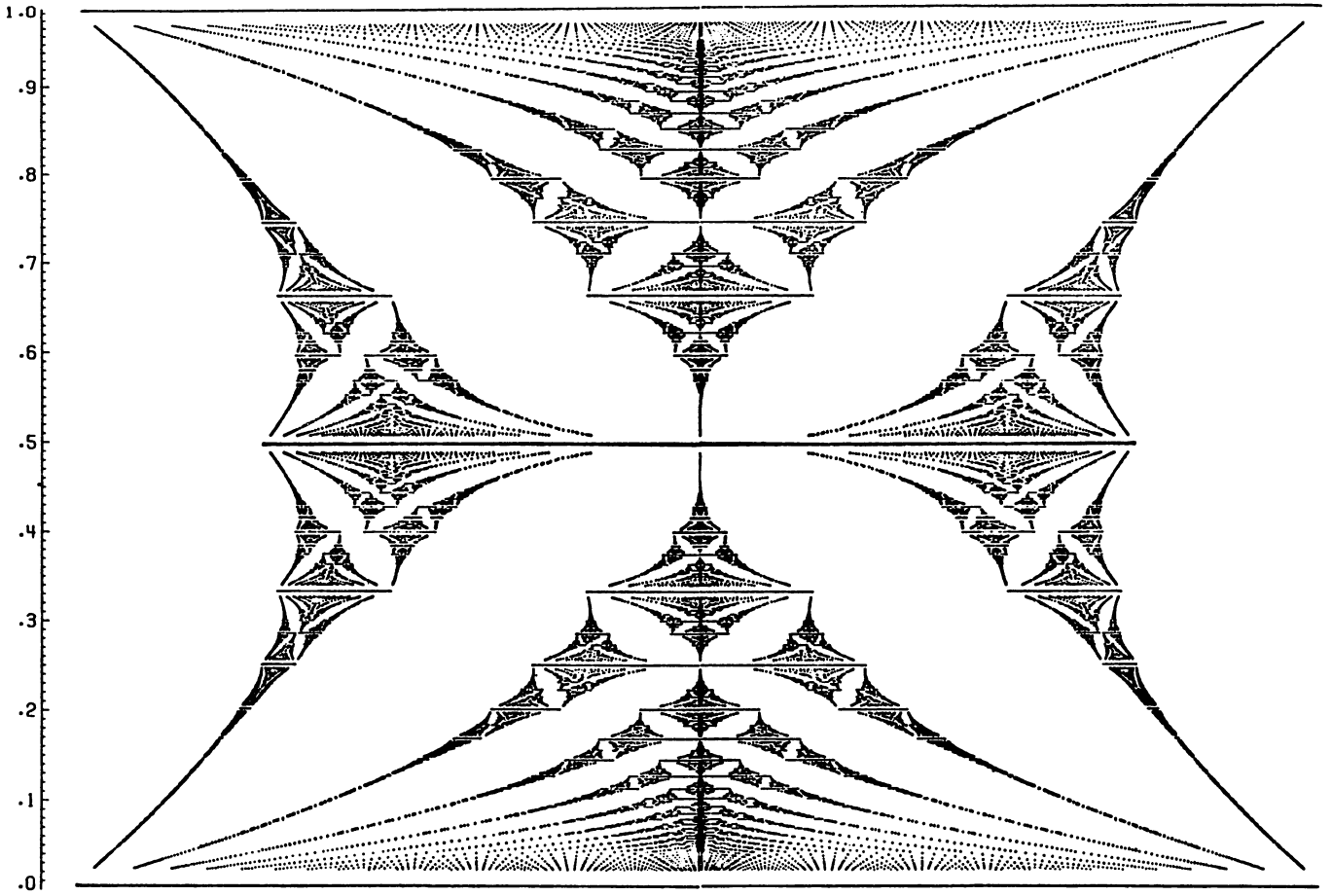


Рис. 34. График G: рекурсивный график, показывающий энергетические полосы для электронов в идеализированном кристалле, помещенном в магнитное поле. α, представляющая силу магнитного поля, изменяется вертикально от 0 до 1. Энергия показана на горизонтальной оси. Сегменты горизонтальных линий - разрешенные энергии электронов.

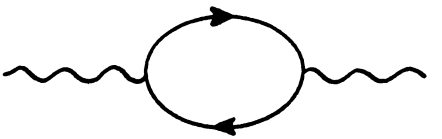
троны и фотоны начнут взаимодействовать. Хотя в этой сцене фотоны не участвуют, наше допущение будет иметь серьезные последствия даже для этой простой траектории. В частности, электроны теперь способны испускать и снова поглощать *виртуальные фотоны* — фотоны, рождающиеся и умирающие прежде, чем их заметят. Этот процесс выглядит так:



По мере того, как электрон распространяется, он может испускать и снова поглощать один фотон за другим, иногда вкладывая один фотон в другой, как показано на рисунке ниже:



Математические выражения, соответствующие этим диаграммам — так называемым "диаграммам Файнмана" — легко записать, но труднее вычислить, чем соответствующие выражения для голых электронов. Самое сложное то, что фотон — реальный или виртуальный — может на мгновение превратиться в пару электрон-позитрон. Между ними происходит аннигиляция, и, как по волшебству, первоначальный фотон появляется снова! Этот процесс показан на рисунке ниже:



Стрелка, указывающая направо, — электрон, налево — позитрон.

Как вы, наверно, догадались, эти виртуальные процессы могут вставляться один в другой до любой глубины. В результате может получиться довольно сложная диаграмма, такая, как показана на рис. 35. На данной диаграмме Файнмана один электрон входит слева в точке A, и после серии удивительных акробатических трюков выходит справа в точке B. Отсюда видно, что линии как электрона, так и фотона могут быть сколько угодно "украшены". Такую диаграмму чрезвычайно трудно вычислить.

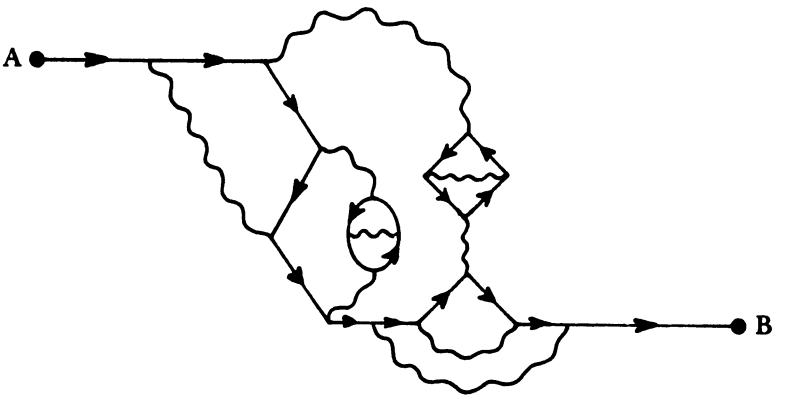


РИС. 35. Диаграмма Файнмана, показывающая распространение ренормализованного электрона от А до В. Время возрастает слева направо; это значит, что в тех местах, где стрелка указывает справа налево, электрон движется "обратно во времени". Или, говоря более интуитивно, антиэлектрон (позитрон) движется вперед во времени. Фотоны — свои собственные античастицы, и поэтому их линии не нуждаются в стрелках.

У этих диаграмм своя "грамматика", позволяющая воплотиться в жизнь только определенным картинкам. Например, ситуация, изображенная ниже, невозможна:



Вы можете возразить, что это не является "правильно-сформированной" диаграммой Файнмана. Грамматика, о которой мы говорим, берет начало в основных законах физики, таких, как сохранение энергии, сохранение заряда, и т. д. Подобно грамматикам человеческих языков, эта грамматика рекурсивна — в ней возможны структуры, вставленные одну в другую. Можно было бы нарисовать серию схем рекурсивных переходов, определяющих "грамматику" электромагнитных взаимодействий.

Когда голые электроны и голые фотоны вступают в подобные сложные, запутанные взаимодействия, результатом являются *ренормализованные* электроны и фотоны. Таким образом, чтобы понять, каким образом реальный, физический электрон распространяется от А до В, физик должен найти что-то вроде среднего арифметического для бесконечного множества всех возможных графиков, включающих виртуальные частицы. Что это, если не дзен-буддизм, да еще в превосходной степени?..

Таким образом, физическая — ренормализованная — частица включает (1) голую частицу и (2) путаницу виртуальных частиц, сложнейшим рекурсивным образом связанных между собой. Значит, существование каждой реальной частицы включает существование бесконечного множества других частиц, содержащихся в виртуальном "облаке", окружающем эту частицу, когда она движется. И, разумеется, каждая из виртуальных частиц в облаке несет с собой свое собственное виртуальное облако — и так далее, до бесконечности.

Физики, изучающие элементарные частицы, не в состоянии справиться с подобной сложностью; чтобы понять поведение электронов и фотонов, они используют приближения, принимающие во внимание только самые простые диаграммы Файнмана. К счастью, чем сложнее диаграмма, тем меньше ее значимость. Никто не знает, каким образом можно учесть все бесконечное множество возможных диаграмм, чтобы описать поведение полностью ренормализованного физического электрона. Однако, рассматривая сотни простейших диаграмм некоторых процессов, физики смогли правильно предсказать одну из величин (так называемый g-фактор муона) с точностью до девяти знаков!

Ренормализация происходит не только среди электронов и фотонов. Физики используют идею ренормализации каждый раз, когда они пытаются понять поведение любых взаимодействующих частиц. Так что протоны и нейтроны, нейтрино, пи-мезоны, кварки — все звери этого субатомного зверинца — все имеют голые и ренормализованные версии в физических теориях. И из миллиардов этих пузырей в пузырях состоят все штуковины и чепуховины мира.

Копии и схожесть

Давайте теперь снова взглянем на График G. Возможно, читатель помнит, что во введении мы говорили о разных формах канонов. Каждый тип канона использовал основную тему и копировал ее с помощью изоморфизма, или сохраняющей информацию трансформации. Иногда копии получались вверх ногами, иногда задом наперед, а иногда растянутые или сокращенные... В Графике G есть все эти типы трансформации, и даже больше. Отображение всего графика в его частях требует изменения размеров, искажения, отражения и так далее. И все же мы можем говорить о некоей основной тождественности, которую при определенном усилии можно заметить — особенно, если ваш глаз уже натренирован на INT.

Эшер использовал идею о частях объекта, являющихся копией самого этого объекта, в своей гравюре на дереве "Рыбы и чешуйки" (Рис. 36). Конечно, эти рыбы и чешуйки схожи только в том случае, если мы рассматриваем картину на достаточно абстрактном уровне. Каждый знает, что рыбьи чешуйки — вовсе не уменьшенные копии самой рыбы, так же как и клетки рыбы не являются ее крохотными копиями. Однако ДНК, содержащаяся в каждой из рыбьих клеток, и есть, в действительности, сильно уменьшенная "копия" самой рыбы — таким образом, гравюра Эшера правдивее, чем кажется.

Что именно делает всех бабочек "похожими" друг на друга? Отображение одной бабочки на другую не совпадает по клеткам; скорее, оно совпадает по функциональным органам, отчасти на макроскопическом и отчасти на микроскопическом масштабе. Вместо точных пропорций сохраняются функциональные отношения частей. Именно этот тип изоморфизма связывает между собой бабочек на гравюре Эшера "Бабочки" (рис. 37). То же верно и для более абстрактных бабочек Графика G, связанных между собой математическими отображениями одной функциональной части в другую. При этом полностью игнорируются пропорции линий, углы, и тому подобное.

Перенося это исследование схожести на еще более высокий уровень абстракции, мы можем спросить: "Что же делает схожими все картины Эшера?" Было бы смешно пытаться отобразить их, часть за частью, одну на другую. Удивительно то, что ответ содержится даже в самом крохотном фрагменте картины Эшера или композиции Баха. Подобно тому, как ДНК рыбы содержится внутри самого малюсенького кусочка этой рыбы, авторская "подпись" содержится в самом ма-



РИС. 36. М. К. Эшер. Рыбы и чешуйки. (Гравюра на дереве, 1959).

леньком кусочке его произведения. Для этого явления у нас нет другого обозначения, кроме расплывчатого и ускользающего понятия "стиля". Мы снова и снова сталкиваемся со "схожестью-внутри-различия" и с вопросом

Когда два предмета схожи между собой?

В этой книге мы вернемся к нему еще не раз и, рассмотрев его под всевозможными углами, увидим, насколько такой простой вопрос связан с природой разума.

То, что этот вопрос возник в главе, посвященной рекурсии, не случайно: рекурсия — это область, в которой схожесть-внутри-различия играет центральную роль. Рекурсия основана на "одном и том же" событии, происходящем одновременно на нескольких различных уровнях. При этом события на разных уровнях *не одинаковы* — скорее мы находим в них какую-либо общую черту, как бы они не различались. Например, в "Маленьком гармоническом лабиринте" истории на разных уровнях весьма отличны друг от друга, и их схожесть заключается лишь в двух фактах: (1) все они — истории и (2) во всех историях действуют Ахилл и Черепаха. В остальном, эти истории радикально отличаются одна от другой.



РИС. 37. М.К. Эшер. "Бабочки" (гравюра на дереве, 1950).

Программирование и рекурсия: модульность, петли, процедуры

Одна из основных способностей, необходимых в компьютерном программировании, — это умение заметить, когда два явления схожи в широком смысле, поскольку это ведет к *модуляризации* — разбиванию задачи на несколько естественных подзадач. Представьте, например, что вам надо исполнить одну за другой серию схожих операций. Вместо того, чтобы записывать каждую из них, мы можем написать *петлю* (или *цикл*), которая говорит компьютеру, что, выполнив некое множество операций, он должен вернуться к началу и повторять тот же процесс снова и снова, пока не будет выполнено некое условие. *Тело* петли — определенные повторяющиеся команды — не должно быть жестко установленным; в нем допустимы предсказуемые вариации.

Примером может служить несложная проверка того, является ли число N простым. Вначале вы делите число N на 2, потом на 3, 4, 5, и так далее, до N−1. Если N не делится ни на одно из этих чисел, то N — простое число.

Обратите внимание на то, что каждый шаг цикла здесь похож на другие, но не тождественен им. Заметьте также, что количество шагов варьируется в зависимости от N, поскольку петля постоянной длины не могла бы служить общей проверкой для простых чисел. Существуют два критерия для "прерывания" петли: (1) если N делится без остатка на какое-либо число, то петля прерывается и ответом будет "НЕТ"; (2) если мы достигли N−1 и N "выжило," не разделившись, то петля прерывается и ответом будет "ДА".

Основная идея петель такова: повторять серию родственных шагов до тех пор, пока не выполняется определенное условие. Иногда максимальное количество шагов в петле заранее известно, а иногда мы начинаем и ждем, пока петля прервется. Второй тип петель, который я называю *свободными,* опасен, поскольку условия для прерывания петли могут никогда не выполниться, в результате чего компьютер застрянет на так называемом "бесконечном цикле". Разница между *свободными* и *ограниченными петлями,* или *циклами,* является одним из важнейших понятий в теории вычислительной техники; этой теме будет посвящена глава "БлууП и ФлууП и ГлууП".

Петли могут быть также вложены одна в другую. Предположим, например, что мы хотим найти все простые числа от 1 до 5000. Для этого можно написать вторую петлю, повторяющую описанную проверку снова и снова, начиная с N=1 и кончая N=5000. Таким образом, у нашей программы будет структура "петли-в-петле". Хорошие програмисты обычно составляют программы именно в этом "стиле". Подобные вложенные петли встречаются в инструкциях для сборки простых предметов, а также в таких видах деятельности, как вязание и вышивание, где маленькие петли повторяются несколько раз внутри больших петель, которые, в свою очередь, тоже повторяются несколько раз... Результатом петли на нижнем уровне может быть всего пара стежков, в то время как петля на высшем уровне производит большую часть изделия.

В музыке также часто встречаются вложенные одна в другую петли — например, когда гамма (маленькая петля) проигрывается несколько раз, возможно, сдвинутая при этом выше или ниже. Последние части Пятого концерта Прокофьева и Второй симфонии Рахманинова содержат длинные пассажи, в которых разные инструменты одновременно проигрывают гаммы-петли в быстром, среднем и медленном темпе — эффект получается потрясающий. Гаммы Прокофьева идут вверх, гаммы Рахманинова — вниз. Выбор за вами!

Более широким, чем понятие петли, является понятие *подпрограммы* или процедуры, которое мы уже затронули. Группа операций при этом рассматривается как одно целое, носящее определенное название — например, процедура УКРАШЕННОЕ СУЩЕСТВИТЕЛЬНОЕ. Как мы видели в СРП, процедуры могут вызывать одна другую по имени — таким образом кратко описывается последовательность необходимых операций. Это — основа модульности в программировании. Разумеется, модульность существует также в качественных системах звуковоспроизведения, в мебели, в живых клетках и в человеческом обществе — везде, где есть иерархическая структура.

Чаще всего, нам нужна процедура, которая может варьироваться в зависимости от контекста. Такая процедура может согласовывать выбор действий с информацией, хранящейся в памяти, или же действовать согласно данному списку *параметров.* Иногда используются оба эти метода. В терминах СРП выбор последовательности действий называется *выбором пути.* СРП, улучшенная добавлением параметров и условий, контролирующих выбор путей внутри нее, называется Увеличенная Схема Переходов (УСП). Скорее всего, вы пред-

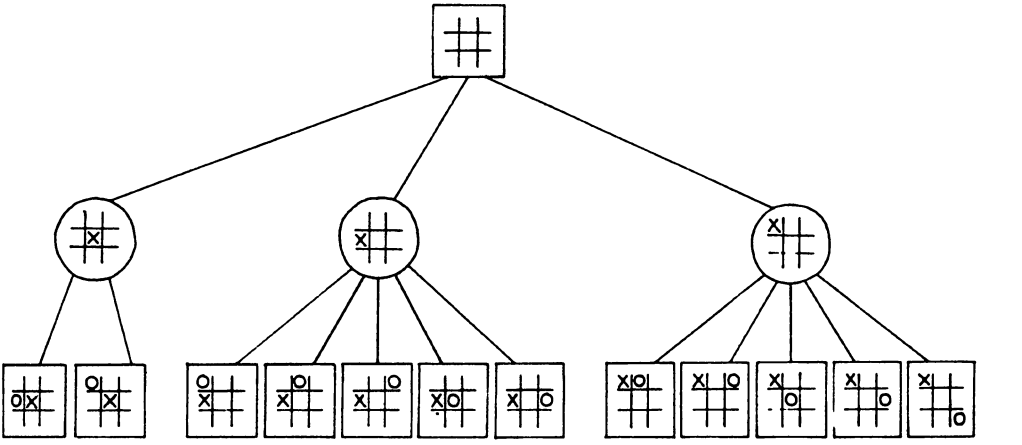
почтете УСП вместо СРП, если вам надо получить осмысленные русские предложения на основе набора слов; при этом базой служит грамматика, выраженная в УСП. Параметры и условия позволят вам ввести определенные семантические ограничения, запрещающие случайные соединения типа "неблагодарная закуска". Однако мы еще вернемся к этой теме в главе XVIII.

Рекурсия в шахматных программах

Классическим примером рекурсивной процедуры с параметрами может служить программа для выбора лучших ходов в шахматной партии. Лучшим ходом можно, по-видимому, считать тот, что оставляет противника в наихудшей ситуации. Таким образом, проверка лучшего хода весьма проста: представьте себе, что вы сделали ход ... а теперь мысленно переверните доску и оцените позицию с точки зрения вашего противника. Но каким образом оценивает позицию ваш противник? Он ищет *свой* лучший ход. Это значит, что он мысленно перебирает все возможные варианты и оценивает их, как ему кажется, с *вашей* точки зрения, надеясь, что вы найдете их опасными для себя. Обратите внимание, что мы определили "лучший ход" рекурсивно: то, что лучше для одного противника, хуже для другого. Рекурсивная процедура, занятая поисками лучшего хода, пробует один ход за другим и каждый раз *вызывает саму себя в качестве противника!* В этой роли она пробует следующий ход, и вызывает себя в качестве противника противника — то есть, снова себя самой.

Эта рекурсия может спуститься на несколько уровней — но рано или поздно она должна достичь дна! Как можно оценить позицию на доске, *не заглядывая вперед?* Для этого существуют несколько полезных критериев, таких как, например, количество фигур с обеих сторон, количество и тип фигур, находящихся под атакой, контроль над центром, и так далее. Оценивая позицию таким образом в начале, "на дне", рекурсивный генератор ходов может вернуться наверх и оценить позицию с точки зрения каждого отдельного хода. Таким образом, один из параметров в этом самовызове должен определить, на сколько ходов вперед просчитывать. Самый внешний вызов процедуры будет

РИС. 38. Разветвляющееся дерево ходов и контрходов в начале игры в крестики и нолики.



использовать некое установленное извне значение для этого параметра. После этого, каждый раз, когда процедура будет вызывать саму себя, параметр, указывающий на какое количество ходов вперед надо просчитывать каждый вариант, будет сокращаться на единицу. Таким образом, когда параметр достигнет нуля, процедура последует по другому пути и обратится к не-рекурсивной оценке.

В программах подобного "игрового" типа, каждый анализируемый ход порождает "дерево анализа вариантов", где сам ход является стволом, возможные ответы — основными ветвями, контр-ответы — ветвями потоньше, и так далее. На рис. 38 я показал простое дерево анализа, иллюстрирующее начало игры в крестики-нолики. Существуют способы, позволяющие избежать анализа каждой ветви до конца. В искусстве выращивания шахматных деревьев лидируют люди, а не компьютеры. Известно, что лучшие игроки просчитывают варианты на относительно небольшое число ходов, в сравнении с компьютером — и играют при этом намного лучше! В начале развития компьютерных шахмат считалось, что не пройдет и десяти лет, как компьютер (или программа) станет чемпионом мира. Однако, эта цель не достигнута и по сей день... Это может служить еще одним подтверждением очень рекурсивного

Закона Хофштадтера:
На любое дело требуется больше времени, чем казалось в начале,
даже если вы учитывали при этом закон Хофштадтера.

Рекурсия и непредсказухемость

В чем связь между рекурсивными множествами предыдущей главы и рекурсивными процедурами этой главы? Ответ на этот вопрос затрагивает понятие *рекурсивно перечислимых множеств*. Чтобы множество было р.п., оно должно быть получено на основе начальных точек (аксиом) при помощи повторного применения правил вывода. Таким образом, множество растет и растет, и каждый новый элемент так или иначе составлен из предыдущих — что-то вроде "математического снежного кома". Но ведь это и есть основа рекурсии: вместо явного определения нечто определяется через более простые версии себя самого. Числа Фибоначчи и Лукаса — превосходные примеры р.п. множеств, вырастающих из двух данных элементов до бесконечности путем применения рекурсивного правила. По соглашению, множество, чье дополнение также р.п., называется "рекурсивным".

Рекурсивное перечисление — это процесс, в котором новые элементы вырастают из старых при помощи определенных правил. В подобных процессах немало сюрпризов — например, непредсказуемость ряда Q. Может показаться, что подобные рекурсивно определенные ряды обладают некой врожденной возрастающей сложностью поведения — чем дальше вы идете, тем менее предсказуемы они становятся. Развивая эту идею, мы приходим к мысли, что достаточно сложная рекурсивная система может быть настолько мощной, что она в конце концов вырвется за пределы любой установленной заранее схемы. Но не это ли одно из основных свойств разума? Вместо того, чтобы рассматривать программы, просто *вызывающие* самих себя, нельзя ли попытаться создать изменяющиеся программы — программы, действующие на другие программы, улучшая, расширяя, обобщая и налаживая их? В самом сердце разума, возможно, лежит именно такой тип "переплетающейся рекурсивности".

Канон с интервальным увеличением

Ахилл и Черепаха только что доели превосходный ужин на двоих в лучшем китайском ресторане города.

Ахилл: Здорово вы управляетесь с палочками, г-жа Ч.

Черепаха: Приходится — я с детства питаю слабость к восточной кухню. Как насчет вас, Ахилл — вам понравилось?

Ахилл: Еще как! Я никогда раньше не пробовал китайской еды, и сегодняшний ужин был приятным знакомством с ней. А сейчас, если вы не торопитесь мы можем еще немного посидеть и поболтать.

Черепаха: Что ж, с удовольствием побеседую с вами, пока мы пьем чай. Официант!

(Подходит официант.)

Пожалуйста, принесите наш счет. И еще немного чая!

(Официант торопливо уходит.)

Ахилл: Вы можете понимать больше меня в китайской кухне, г- жа Ч, но могу поспорить, что о японской поэзии я знаю побольше вас. Читали ли вы когда-нибудь хайку?

Черепаха: Боюсь, что нет. Что это такое?

Ахилл: Хайку — это японская поэма, в которой семнадцать слогов. Правильнее сказать, что это мини-поэма, наводящая на размышление так же, как благоуханный розовый лепесток или покрытые росой кувшинки в пруду. Обычно хайку состоит из группы пяти слогов, затем — семи, и затем — снова пяти.

Черепаха: Такая краткость — всего семнадцать слогов — но где же здесь смысл?

Ахилл: Смысл живет также в голове читателя — не только в хайку.

Черепаха: Гм-м-м... Это утверждение наводит на размышления.

(Подходит официант со счетом, чайничком, полным чая, и парой печений "с сюрпризом" — бумажкой, на которой написана судьба едока.)

Премного благодарна. Еще чайку не желаете, Ахилл?

Ахилл: Пожалуй. Эти печеньица выглядят весьма аппетитно. *(Берет печенье, откусывает кусочек и начинает жевать.)* Эй — что эта за штуковина тут внутри? Клочок бумаги?

Черепаха: Это ваша судьба, Ахилл. Во многих китайских ресторанах вместе со счетом подают печенья с судьбой-сюрпризом, чтобы смягчить удар. Завсегдатаи китайских ресторанов обычно считают их не за печенья, а за посланцев судьбы. К несчастью, вы, кажется, проглотили кусочек своей судьбы. Что там написано, на оставшемся клочке?

Ахилл: Странно — все буквы сгрудились в кучу, нет никакого деления на слова. Может быть, это надо расшифровать? О, я понял: если расставить промежутки там, где надо, получится: "НИС КЛАДУН ИЛ АДУ". Поистине, адская бессмыслица! Может быть, это что-то вроде хайку, от которого я отъел большинство слогов.

Черепаха: В таком случае, ваша судьба теперь всего лишь 6/17 хайку. Веселенькие ассоциации все это вызывает. Колдуны, болота, черти, клады... Что и говорить, картинка унилая... унылая, я имею в виду. Это звучит как комментарий к новой форме искусства — 6/17 хайку. Можно мне взглянуть?

Ахилл (протягивая Черепахе узкий клочок бумаги): Конечно.

Черепаха: Но, Ахилл, в моей "расшифровке" получается нечто совершенно другое! Это вовсе не 6/17 хайку, а шестисложное послание — и вот что в нем написано: "НИ СКЛАДУ НИ ЛАДУ". Поистине, глубокий комментарий к этой новой форме искусства — 6/17 хайку!

Ахилл: Вы правы. Удивительно, что это послание содержит комментарий о самом себе!

Черепаха: Я только передвинула рамку чтения на единицу — сдвинула все промежутки между словами на один интервал.

Ахилл: Посмотрим, какая судьба выпала сегодня вам.

Черепаха (ловко разламывая печенье, читает): "Судьбу едока не печенье содержит, а его рука".

Ахилл: Ваша "судьба" тоже хайку, г-жа Черепаха — по крайней мере, в ней семнадцать слогов: 5-7-5.

Черепаха: Потрясающе! Я бы сама этого ни за что не заметила, Ахилл — такие вещи только вы подмечаете. То, что меня больше всего удивило, это сам текст послания; разумеется, его можно интерпретировать по-разному.

Ахилл: Наверное, мы все интерпретируем послания по-своему, когда с ними сталкиваемся...

(Лениво рассматривает чаинки на дне чашки.)

Черепаха: Подлить вам чаю?

Ахилл: Да, спасибо. Кстати, как поживает ваш товарищ, старый Краб? Я частенько о нем вспоминаю, с тех пор, как вы рассказали мне о его диковиной патефонной войне.

Черепаха: Я ему о вас кое-что рассказала, и ему тоже не терпится с вами встретиться. У него все в порядке; на днях он приобрел новую штуковину из серии проигрывателей: какой-то странный проигрыватель-автомат.

Ахилл: Расскажите-ка мне об этом поподробнее. Обожаю эти автоматы — кругом разноцветные огоньки, и когда опустишь монетку, машина играет глупые песни, которые так и окунают тебя в старое доброе прошлое...

Черепаха: Этот проигрыватель слишком велик, чтобы держать его дома, и Краб построил для него во дворе специальный навес.

Ахилл: Не представляю себе, почему он такой большой? Может, в нем огромная коллекция пластинок?

Черепаха: На самом деле, в нем всего одна запись.

Ахилл: Что? Проигрыватель-автомат с одной пластинкой? Это уже само по себе противоречие! Почему же он так велик? Может, его единственная пластинка — гигант двадцати футов в диаметре?

Черепаха: Да нет, пластинка самая обыкновенная.

Ахилл: Ах, г-жа Черепаха, не иначе как вы надо мной смеетесь. Ну скажите на милость, что это за автомат с единственной песней?

Черепаха: Кто сказал хотя бы слово о единственной песне?

Ахилл: Любой проигрыватель-автомат, с которым я когда-либо сталкивался, подчинялся фундаментальной аксиоме этих аппаратов: "одна пластинка, одна песня."

Черепаха: Этот автомат не таков, Ахилл. Единственная пластинка в нем расположена вертикально, и за ней находится небольшая, но сложная система рельсов, на которых подвешены проигрыватели. Когда вы нажимаете на пару кнопок, скажем, B-1, вы выбираете один из проигрывателей. Это пускает в действие механизм, и проигрыватель со скрипом отправляется по ржавым рельсам. Вскоре он прибывает к краю пластинки, и — щелк! — устанавливается в нужную позицию.

Ахилл: И тогда пластинка начинает вращаться, и раздается музыка, правда?

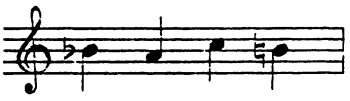
Черепаха: Не совсем. Пластинка остается неподвижной — вращается сам проигрыватель.

Ахилл: Я мог бы догадаться. Но каким же образом, если у вас только одна пластинка, вы можете выудить из этой сумасшедшей конструкции больше одной песни?

Черепаха: Я и сама спрашивала Краба об этом. Он посоветовал мне попробовать самой. Я нашла в кармане монетку (ее хватало на три песни), засунула ее в щель и нажала наугад: B-1, C-3, и V-10.

Ахилл: Значит, патефон B-1 поехал по рельсам, подкатился к вертикальной пластинке и стал вращаться?

Черепаха: Точно. Получилась довольно приятная музыка, основаная на знаменитой старой мелодии B-A-C-H, которую, я полагаю, вы еще помните...



Ахилл: Могу ли я ее забыть?

Черепаха: Это был патефон B-1. Когда мелодия закончилась, он отъехал назад, чтобы дать место патефону C-3.

Ахилл: Неужели C-3 заиграл другую мелодию?

Черепаха: Именно так.

Ахилл: А, понимаю. Он проиграл другую сторону пластинки, или, может быть, другую полосу на этой стороне.

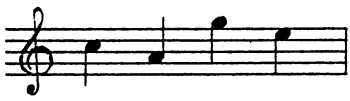
Черепаха: Нет, на этой пластинке дорожки только с одной стороны и на ней только одна полоса.

Ахилл: Ничего не понимаю. Получить разные песни из одной записи НЕВОЗМОЖНО!

Черепаха: Я тоже так думала, пока не увидела проигрыватель м-ра Краба.

Ахилл: Как звучала эта вторая песня?

Черепаха: Это-то как раз интересно: она была основана на мелодии C-A-G-E.



Ахилл: Но это совершенно иная мелодия!

Черепаха: Верно.

Ахилл: Кажется, Джон Кэйдж — это композитор, создатель авангардистской музыки? Мне кажется, я читал о нем в одной из моих книг хайку.

Черепаха: Точно. Многие его творения довольно известны, например, 4'33'' — трехчастная пьеса, состоящая из безмолвий разной длины. Она необыкновенно выразительна — если у вас есть вкус к подобным вещам.

Ахилл: Что ж, если бы я находился в шумном ресторане, я с удовольствием поставил бы 4'33" Кэйджа на музыкальном автомате. Это могло бы быть некоторым облегчением!

Черепаха: Правильно — кому хочется слушать звон тарелок и стук ножей? Эта пьеса пришлась бы весьма кстати еще в одном месте: в Павильоне Гигантских Кошек, во время кормления.

Ахилл: Вы намекаете на то, что Кэйджу место в зверинце? Что ж, если учесть, что его фамилия в переводе с английского значит "клетка"... Но вернемся к крабьему музыкальному автомату — я ничего не понимаю. Как могут на одной и той же записи быть сразу B-A-C-H и C-A-G-E?

Черепаха: Если вы посмотрите повнимательней, Ахилл, вы можете подметить, что между ними есть некоторая связь. Вот, взгляните: что у вас получится, если вы последовательно запишете интервалы мелодии B-A-C-H?

Ахилл: Ну-ка, посмотрим... Сначала она понижается на полтона, от B до A (я имею в виду немецкое B); затем поднимается на три полутона до C; и, наконец, опускается на полутон, до H. Получается следующая схема:

-1, +3, -1

Черепаха: Совершенно верно. А как насчет C-A-G-E?

Ахилл: Здесь мелодия сначала идет на три полутона вниз, потом поднимается на десять полутонов, и снова опускается на три полутона. Получается

-3, +10, -3

Очень похоже на первую мелодию, правда?

Черепаха: Действительно, похоже. В некотором смысле, у этох двух мелодий совершенно одинаковый "скелет". Вы можете получить C-A-G-E из B-A-C-H, умножив все интервалы на 3,5 и беря ближайшее целое число.

Ахилл: Вот это да! Это значит, что на звуковых дорожках записан только некий основной код, который разные проигрыватели интерпретируют по-разному?

Черепаха: Я не уверена — этот уклончивый Краб не посвятил меня во все детали. Но мне удалось услышать третью песню, произведенную на проигрывателе B-10.

Ахилл: И как она звучала?

Черепаха: Ее мелодия состояла из огромных интервалов: B-C-A-H.

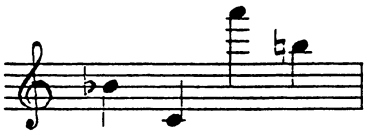


Схема в полутонах была такая:

-10, +33, -10

Эта мелодия получается из C-A-G-E, если снова умножить интервалы на 3,3 и округлить результаты до ближайшего целого числа.

Ахилл: Есть ли какое-то название у такого умножения интервалов?

Черепаха: Его можно назвать "интервальным увеличением". Оно похоже на прием ритмического увеличения темы канона. При этом длительность всех нот мелодии умножается на какое-либо постоянное число. В результате мелодия замедляется. Здесь же интересным образом расширяется диапазон мелодии.

Ахилл: Удивительно. Так что все три мелодии, что вы услышали, были интервальными увеличениями одной и той же схемы звуковых дорожек?

Черепаха: Таково мое заключение.

Ахилл: Забавно: когда мы увеличиваем B-A-C-H, у нас получается C-A-G-E, а когда мы опять увеличиваем C-A-G-E, то снова получаем B-A-C-H, только теперь он весь перевернут, словно B-A-C-H разнервничался, проходя через промежуточный этап C-A-G-E.

Черепаха: Поистине, глубокий комментарий к этой новой форме искусства — музыке Кэйджа.

ГЛАВА VI

Местонахождение значения

Когда одна и та же вещь не не похожа сама на себя?

В ПОСЛЕДНЕЙ ГЛАВЕ, мы сформулировали вопрос: "Когда две вещи похожи друг на друга?" В этой главе мы рассмотрим оборотную сторону этого вопроса: "Когда одна и та же вещь не похожа сама на себя?" Мы попытаемся выяснить, присуще ли значение самому сообщению или же оно всегда порождается взаимодействием разума (или механизма) с этим сообщением — как в предыдущем Диалоге. В последнем случае нельзя было бы сказать ни что значение находится в каком-то одном месте, ни что сообщение имеет некое универсальное или объективное значение — поскольку каждый наблюдатель привносил бы в каждое сообщение свое собственное значение. Но в первом случае значение имело бы постоянное место и было бы универсально. В этой главе я постараюсь показать универсальность по крайней мере некоторых сообщений, не утверждая этого для всех сообщений вообще. Как мы увидим, идея "объективности значения" некоего сообщения интересным образом соотносится с тем, насколько легко может быть описан разум.

Носители информации и обнаружители информации

Начну с моего любимого примера: отношения между пластинками, музыкой и проигрывателями. Мы привыкли к мысли о том, что пластинка содержит ту же информацию, что и музыкальное произведение, так как существуют проигрыватели, которые способны "читать" записи и превращать структуру звуковых дорожек в звуки. Иными словами, между звуковыми дорожками и звуками существует изоморфизм; проигрыватель — механизм, осуществляющий этот изоморфизм физически. Таким образом, естественно думать о пластинках как о *носителях информации* и о проигрывателях, как об *обнаружителях информации*. Другой пример этих понятий — система **pr**. Там "носителями информации" являлись теоремы, а ее "обнаружителем" была интерпретация, такая прозрачная, что для извлечения информации из теорем нам не понадобились никакие электронные машины.

Эти два примера наводят на мысль, что изоморфизмы и декодирующие механизмы (то есть, обнаружители информации) всего лишь "проявляют" информацию, уже имеющуюся в структуре сообщения и только ждущую своего часа, чтобы быть извлеченной. Отсюда следует, что в любой структуре есть некая информация, которую *возможно* извлечь, так же как и информация, которую извлечь *нельзя*. Но что именно означает фраза "извлечь информацию"? С какой силой нам позволено ее "вытягивать"? В некоторых случаях, приложив достаточно усилий, удается извлечь очень глубоко запрятанную ин-

формацию. На самом деле, извлечение информации может потребовать настолько сложных операций, что вам может показаться, что вы вкладываете больше информации, чем извлекаете.

Генотип и фенотип

Рассмотрим пример генетической информации, содержащейся в двойной спирали дезоксирибонуклеиновой кислоты (ДНК). Молекула ДНК — генотип — превращается в физический организм — фенотип — путем весьма сложного процесса, включающего выработку белков, воспроизведение ДНК, воспроизведение клеток, постепенное различение типов клеток, и т. д. Процесс превращения генотипа в фенотип — эпигенез — представляет собой пример наиболее запутанной из запутанных рекурсий; мы уделим ему все внимание в главе XVI. Эпигенез зависит от множества сложнейших химических реакций и петель обратной связи. К тому времени, когда создание организма закончено, его физические характеристики не имеют ни малейшего сходства с его генотипом.

Тем не менее, считается, что физическая структура организма восходит к его ДНК — и только к ней. Впервые это подтвердили эксперименты Освальда Авери, проведенные в 1944 году; с тех пор собрано много убедительных данных в пользу этой идеи. Эксперименты Авери показали, что из множества молекул только ДНК обладает свойством передавать наследственные качества. Можно изменить другие молекулы в организме, например, белки, но эти изменения не будут переданы последующим поколениям. Однако когда меняется ДНК, изменения наследуются всеми последующими поколениями. Эти эксперименты доказали, что единственный способ изменить инструкции по построению нового организма заключается в изменении его ДНК; из этого, в свою очередь, следует, что эти инструкции должны быть закодированы где-то в структуре ДНК.

Изоморфизмы экзотические и прозаические

По-видимому, приходится заключить, что, структура ДНК содержит информацию о структуре фенотипа — иными словами, эти структуры *изоморфны*. Это пример *экзотического* изоморфизма; я имею в виду, что разделить фенотип и генотип на "части", которые могут быть отображены друг в друге — весьма нетривиальная задача. Напротив, *прозаическим* изоморфизмом являлся бы такой, в котором части двух структур отображались бы друг в друге без труда. Пример тому — изоморфизм между пластинкой и музыкальным произведением- мы знаем, что для каждого звука в произведении существует его точное "изображение" в структуре звуковых дорожек и что, если потребуется, его можно всегда аккуратно указать. Другой пример прозаического изоморфизма — изоморфизм между Графиком G и любой из составляющих его бабочек.

Изоморфизм между структурой ДНК и структурой фенотипа никак нельзя назвать прозаическим — физически осуществляющий его механизм необыкновенно сложен. Например, было бы весьма трудно найти ту часть ДНК, которая в ответе за форму вашего носа или кончиков пальцев. Это немного похоже на попытку найти ту *единственную* ноту, которая создает эмоциональный настрой музыкального произведения в целом. Конечно, такой ноты не существует, поскольку эмоциональное значение создается на гораздо высшем уровне — не единственной нотой, а большими "кусками" произведения. Кстати, эти "куски"

не обязательно состоят из нот, идущих подряд — могут существовать также отдельные фрагменты, которые, взятые вместе, создают определенный эмоциональный настрой.

Подобно этому, "генетическое значение" — то есть, информация о структуре фенотипа — рассеяно по нескольким крохотным частям молекулы ДНК; пока никто еще не понимает этого "языка". (Внимание: понять этот "язык" — вовсе не то же самое, что разгадать Генетический Код; последнее произошло в начале шестидесятых годов. Генетический Код объясняет, как "перевести" небольшие порции ДНК в различные аминокислоты. Таким образом, разгадка Генетического Кода сравнима с нахождением фонетических значений букв иностранного алфавита — при этом мы еще не знаем ни грамматики данного языка, ни значений его слов. Разгадка Генетического Кода явилась важнейшим шагом на пути к извлечению значения из ДНК, но это всего лишь первый шаг по длинной дороге, лежащей перед нами.)

Проигрыватели-автоматы и пусковые механизмы

Генетическая информация, содержащаяся в ДНК, — это один из лучших примеров неявного значения. Чтобы превратить генотип в фенотип, требуются механизмы гораздо более сложные, чем сам генотип. Некоторые части генотипа служат пусковыми механизмами для этих процессов. Проигрыватель-автомат — обыкновенный, не крабий! — хорошо поясняет эту идею: пара кнопок определяет серию действий, которые предстоит выполнить механизму. В этом смысле можно сказать, что кнопки "пустили в ход" песню, играемую на проигрывателе. В процессе, превращающем генотип в фенотип, клеточные "проигрыватели-автоматы" приводятся в действие с помощью "кнопок", каковыми являются короткие отрезки спирали ДНК, и полученные таким образом "песни" часто служат кирпичиками для построения дальнейших "проигрывателей". Это можно сравнить с настоящими проигрывателями-автоматами, которые вместо лирических песенок проигрывали бы песни, объясняющие, как построить более сложные проигрыватели. Части ДНК запускают создание белков; эти белки пускают в ход сотни новых реакций, которые, в свою очередь, запускают операцию воспроизводства, которая в несколько этапов повторяет структуру ДНК — и так далее, и тому подобное... Это дает понятие о том, насколько рекурсивен этот процесс. Конечным результатом работы этого много раз запущенного пускового механизма является фенотип — индивид. Мы говорим, что фенотип — это раскрытие информации, содержавшейся в ДНК в скрытом состоянии. (Термин "раскрытие" в этом контексте принадлежит Жаку Моноду, одному из лучших и оригинальнейших специалистов двадцатого века по молекулярной биологии.)

Никто не сказал бы, что песня, выходящая из динамиков музыкального автомата — это раскрытие информации, содержавшейся в паре нажатых нами кнопок; они послужили всего лишь *триггером* для пуска в действие содержащих информацию механизмов самого автомата. С другой стороны, естественно говорить об извлечении музыки из звукозаписи как о "раскрытии" содержащейся в данной записи информации по нескольким причинам:

(1) музыка не запрятана в механизмах самого проигрывателя;
(2) возможно сопоставить части ввода (запись) с частями вывода (музыка) с любой степенью аккуратности;

(3) можно проигрывать на одном и том же проигрывателе разные записи и получать различные мелодии;
(4) запись и проигрыватель легко отделить друг от друга.

Совершенно другим вопросом является тот, присуще ли значение частям *разбитой* пластинки. Края разбитой пластинки можно сложить вместе и таким образом восстановить значение — но вопрос здесь гораздо сложнее. Есть ли собственное значение у неразборчивого телефонного разговора?.. Спектр степеней собственных значений весьма широк. Интересно попытаться найти в этом спектре место для эпигенеза. Когда организм развивается, можем ли мы сказать, что информация извлекается из ДНК? Там ли находится вся информация о структуре организма?

ДНК и необходимость химического контекста

Благодаря экспериментам, подобным экспериментам Авери, в определенном смысле кажется, что ответ на этот вопрос положителен. Но в другом смысле кажется, что ответом будет "нет", поскольку процесс извлечения информации здесь в большой степени зависит от сложнейших клеточных химических процессов, которые не закодированы в самой ДНК. ДНК "надеется" на то, что они произойдут, но, по всей видимости, не содержит никакого кода, который вызывал бы эти процессы. Таким образом, у нас имеются два противоречивых взгляда на природу информации в генотипе. Один из них утверждает, что, поскольку такое большое количество информации содержится вне ДНК, мы должны рассматривать ДНК не более как очень сложный набор пусковых механизмов, что-то вроде кнопок на музыкальном автомате; другой взгляд — что *вся информация* содержится в ДНК, только в очень неявной форме.

Можно подумать, что эти две точки зрения — лишь разные формы выражения одной и той же идеи; однако это вовсе не обязательно верно. Одна точка зрения утверждает, что ДНК почти бесполезна вне контекста; другая — что даже вне контекста структура молекулы ДНК живого существа имеет настолько *убедительную внутреннюю логику,* что извлечь из нее информацию возможно в любом случае. Выражая ту же мысль короче, первый взгляд утверждает, что для выяснения значения ДНК необходим *химический* контекст; другая точка зрения утверждает, что для раскрытия присущего ДНК значения необходим только разум.

Фантастическийй НЛО

Чтобы взглянуть на этот спорный вопрос в перспективе, вообразим себе странное гипотетическое событие. Запись фа-минорной сонаты Баха для скрипки и клавира в исполнении Давида Ойстраха и Льва Оборина отправлена в пространство в спутнике. Затем запись выброшена из спутника и направлена за пределы солнечной системы, а, может быть, и всей галактики — просто пластмассовый диск с дыркой в середине, крутящийся в межгалактическом пространстве. Безусловно, запись потеряла свой контекст. Каково теперь ее значение?

Если бы иная цивилизация нашла эту пластинку, она была бы удивлена ее формой и весьма заинтересована ее назначением. Форма, действуя как пуско-

вой механизм, сообщила бы им что, возможно, речь идет об искусственно сделанном предмете, и что этот предмет, может быть, несет определенную информацию. Эта мысль, сообщенная или "пущенная в действие" самой пластинкой, *создает теперь новый контекст,* в котором пластинка будет рассматриваться в дальнейшем. Сама расшифровка может отнять гораздо больше времени — но нам об этом трудно судить. Можно представить себе, что если бы подобная запись попала на землю во времена Баха, никто не знал бы, что с ней делать, и, скорее всего, она так и осталась бы нерасшифрованной. Однако это не уменьшает нашей уверенности в том, что информация *была там* изначально; просто мы знаем, что в то время человеческие знания о хранении, трансформации и извлечении информации были недостаточны.

Уровни понимания сообщения

В наши дни идея расшифровки распространена весьма широко; дешифровка составляет значительную часть работы астрономов, лингвистов, археологов, военных специалистов, и так далее. Существует предположение, что мы плаваем в море радиопосланий из других цивилизаций — посланий, которые мы пока еще не умеем расшифровывать. Технике расшифровки подобных посланий было посвящено немало серьезных исследований. Одной из главных проблем — может быть, даже самой трудной — является следующая: "Как распознать шифрованное сообщение и поместить его в определенный контекст?" Посылка пластинки кажется простым решением; ее физическая структура сразу привлекает внимание, и у нас есть разумная надежда на то, что достаточно развитый интеллект попытается найти спрятанную в ней информацию. Однако по технологическим причинам пока не представляется возможным посылать твердые объекты в другие солнечные системы. Это, разумеется, не мешает нам размышлять на эту тему.

Теперь представьте себе, что наша гипотетическая цивилизация догадалась, что для расшифровки записи нужен механизм, превращающий структуру звуковых дорожек в звуки. Это все еще весьма далеко от настоящей расшифровки. Что же было бы удачной расшифровкой записи? Ясно, что для этого цивилизация должна найти смысл в звуках. Простое производство звуков было бы бесполезным, если бы оно не вызывало соответствующей реакции в мозгах (если можно так выразиться) у инопланетян. А что мы имеем в виду под "соответствующей реакцией"? Пуск в действие механизмов, вызывающих в их мозгах такой же эмоциональный настрой, какой возникает при прослушивании этой пьесы у нас. На самом деле, весь звуковоспроизводящий процесс можно было бы опустить, если бы инопланетянам удалось использовать пластинку как-то иначе, тем не менее получив при этом нужный эмоциональный эффект. (Если бы мы, земляне, умели бы последовательно активировать нужные механизмы в нашем мозгу так, как это делает музыка, возможно, что мы предпочли бы обходиться без звуков. Однако кажется маловероятным, что это может быть достигнуто без помощи слуха. Глухие композиторы — Бетховен, Дворжак, Форе — или музыканты, способные "слышать" музыку, глядя на ноты, не являются опровержением, так как их умение основано на долгом предварительном опыте прямого слушания музыки.)

Здесь все становится весьма расплывчато и неясно. Испытывают ли вообще инопланетяне какие-либо эмоции? Могут ли их эмоции — предполагая, что

они у них есть — быть сравнимы с нашими? Если их эмоции схожи с нашими, группируются ли они, подобно нашим? Поймут ли они такие комбинации, как трагическая красота или мужественное страдание? Если окажется, что существа других миров разделяют с нами познавательные структуры до такой степени, что даже их эмоции совпадают с нашими, то, в некотором смысле, запись никогда не может оказаться полностью вне контекста — контекст оказывается частью схемы самой природы. Если дело действительно обстоит таким образом, то вполне возможно, что наша бродяга-пластинка, если не сломается по дороге, попадет в конце концов к какому-нибудь существу или группе существ и будет удачно расшифрована.

Воображаемый космопейзаж

Рассуждая о значении молекулы ДНК, я употребил выражение "убедительная внутренняя логика"; это кажется мне ключевым понятием. В качестве иллюстрации возьмем нашу гипотетическую посылку пластинки в пространство, на этот раз заменив Баха "Воображаемым пейзажем #4" Джона Кейджа. Эта пьеса — классический пример "случайной" музыки, в которой вместо того, чтобы пытаться сообщить определенные эмоции, звукосочетания выбираются путем различных случайных процессов. В этом случае, двадцать четыре исполнителя держатся за двадцать четыре ручки двенадцати радио. Во время пьесы они крутят эти ручки кто во что горазд, так что настройка и громкость каждого радио все время меняются. Совокупность всех этих звуков и есть пьеса Кейджа. Композитор выразил свое намерение лаконично: "Позволим звукам быть самими собой, вместо того, чтобы заставлять их выражать придуманные человеком теории о его чувствах."

Вообразите теперь, что это и есть пьеса, посланная в пространство на пластинке. Инопланетянам было бы весьма нелегко, если не невозможно, разгадать значение такого объекта. Скорее всего, они были бы удивлены противоречием между "рамкой" послания, говорящей: "Я — сообщение; расшифруйте меня", и хаосом его внутренней структуры. В этой пьесе Кейджа есть несколько кусочков, за которые можно ухватиться при расшифровке. С другой стороны, в пьесе Баха есть множество структур, структур структур и так далее. Мы не можем знать, являются ли эти структуры универсально привлекательными. Мы не знаем достаточно о природе разуме, эмоций или музыки, чтобы судить, настолько ли привлекательна внутренняя логика пьес Баха, что их значение способно пересечь галактики.

Однако вопрос здесь не в том, достаточно ли внутренней логики в пьесах Баха; вопрос в том, достаточно ли в любом отдельно взятом сообщении внутренней логики для того, чтобы его контекст был восстановлен автоматически при контакте с любой достаточно развитой цивилизацией. Если бы какое-либо сообщение обладало такой внутренней логикой, то разумно было бы сказать, что значение такого сообщения является его внутренним свойством.

Героические расшифровыватели

Еще один блестящий пример подобных идей — расшифровка старинных текстов, написанных на неизвестных языках и алфавитах. Интуиция говорит нам, что в подобных сообщениях *есть* смысл, независимо от того, удается ли нам этот смысл извлечь. Это чувство так же сильно, как и наша вера в то, что в

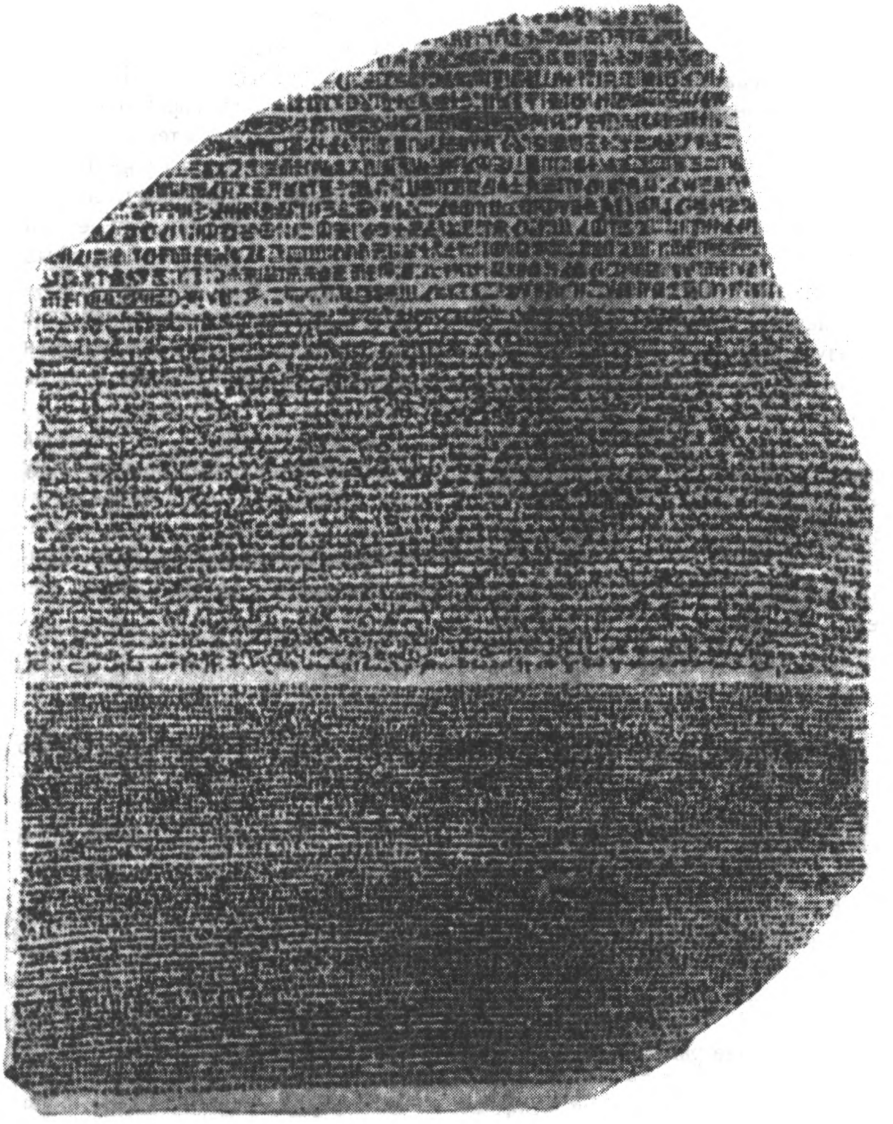


РИС. 39. Камень Розетты. (С разрешения Британского музея.)

газете, написанной по-китайски, есть внутренний смысл, даже если мы и не понимаем по-китайски ни слова. После того, как письменность или язык текста оказываются расшифрованными, никто не сомневается, что значение лежит в самом тексте, а не в методах расшифровки — так же как музыка "живет" *в записи,* а не в проигрывателе! Именно так мы и определяем декодирующие механизмы: они не *добавляют* никакого значения к знакам или предметам, которые служат им вводом; они лишь *выявляют* значение, присущее этим знакам или предметам. Музыкальный автомат не является декодирующим механизмом, поскольку он не выявляет никакого значения вводных символов; напротив, он привносит значение, лежащее внутри него самого.

Расшифровка старинного текста может потребовать многолетней работы коллективов ученых, пользующихся материалами множества библиотек всего мира... Не добавляет ли и этот процесс определенную информацию? Насколько внутренним является значение самого текста, если его расшифровка требует таких гигантских усилий? Вкладывается ли при этом значение в текст, или оно уже в нем находилось? Моя интуиция говорит, что значение там уже было и что весь грандиозный труд по расшифровке ни привнес в текст ничего нового. Это чувство основано на факте, что расшифровка была неизбежна, если не этой группой ученых, то другой, и если не теперь, так позже — и что результат был бы одним и тем же.

Значение содержится в самом тексте именно потому, что его воздействие на разум предсказуемо. В итоге мы можем утверждать, что значение является частью самого предмета постольку, поскольку этот предмет воздействует на разум определенным предсказуемым способом.

На рис. 39 показан камень Розетты, одно из важнейших исторических открытий. Он явился ключом к расшифровке египетских иероглифов, поскольку он содержит параллельный текст, написанный тремя древними письменностями: иероглифической, демотической и греческой. Надпись на базальтовой пластине была впервые расшифрована Жаном Франсуа Шамполионом, "отцом египтологии"; это декрет Мемфисского собрания священников в поддержку Птолемея V Эпифания.

Три уровня любого сообщения

В этих примерах расшифровки помещенных вне контекста сообщений можно ясно различить три уровня информации: (1) *сообщение-рамка;* (2) *внешнее* сообщение; (3) *внутреннее* сообщение. Мы лучше всего знакомы с (3) — внутренним сообщением. Оно передается явно, как эмоциональные ощущения в музыке, фенотип в генетике, описание династий и ритуалов древних цивилизаций в старинных надписях, и так далее.

Понять внутреннее сообщение означает извлечь значение, вложенное в сообщение его отправителем.

Сообщение-рамка гласит: "Я — сообщение; расшифруйте меня, если сможете!". Эта информация содержится в структурном аспекте предмета — носителя сообщения.

Понять сообщение-рамку означает признать необходимость декодирующего механизма.

Если мы видим сообщение-рамку, то наше внимание направляется на уровень (2) — внешнее сообщение. Это информация, явно переданная с помощью схем символов и общей структуры сообщения; она сообщает, как расшифровать внутреннее сообщение.

Понять внешнее сообщение означает построить — или знать, как построить — правильный декодирующий механизм для внутреннего сообщения.

Сообщение внешнего уровня всегда неявно, поскольку отправитель послания не может гарантировать, что оно будет понято. Пытаться послать инструкции по расшифровке внешнего послания было бы напрасным усилием, так как они являлись бы частью внутреннего сообщения — а его можно понять только после того, как найден декодирующий механизм. Поэтому внешнее сообщение всегда *представляет собой скорее набор триггеров,* чем какое-либо послание, поддающееся расшифровке.

Выделение этих трех "уровней" — только самое начало анализа того, как значение содержится в сообщениях. Сообщения могут иметь не один, а множество внешних и внутренних уровней. Взгляните, например, на то, насколько сложны и связаны между собой внутренний и внешний уровни сообщения на камне Розетты. Чтобы полностью расшифровать это послание и понять отправителя в самом глубоком смысле, нам пришлось бы восстановить всю семантическую структуру, лежащую в основе его создания. После этого мы могли бы вообще выбросить внутреннее сообщение, так как полное понимание всех тонкостей внешнего сообщения позволило бы нам это внутреннее сообщение восстановить.

Подробное обсуждение отношения между внутренним и внешним сообщениями имеется в книге Джорджа Стайнера "После Вавилона" (George Steiner, "After Babel"), хотя автор не использует этой терминологии. Тон этой книги хорошо передает следующая цитата:

> Обычно мы используем сокращенную запись, за которой просвечивает богатство подсознательных ассоциаций, иногда нарочно затемненных, а иногда явных — ассоциаций, таких глубоких и сложных, что, взятые в сумме, они, возможно, передают все своеобразие нашего статуса как индивидуума.[1]

Подобные мысли можно также найти в книге Леонарда Б. Мейера "Музыка, искусство, идеи" (Leonard B. Mayer, "Music, Art, Ideas"):

> Манера, в которой мы слушаем композиции Элиотта Картера, весьма отличается от манеры, в которой мы слушаем работы Джона Кейджа. Таким же образом, роман Беккета должен читаться по-иному, чем роман Беллоу. Картина, написанная Вилемом де Кунингом нуждается в другом восприятии, чем картина, написанная Энди Вархолем.[2]

Может быть, произведения искусства пытаются, прежде всего, передать некий стиль. В таком случае, если бы мы могли полностью понять и прочувствовать, что именно представляет собой тот или иной *стиль,* мы могли бы обойтись без произведений, написанных в данном стиле. "Стиль", "внешнее сообщение", "декодирующий механизм" — все это только разные способы выражения одной и той же идеи.

Апериодические кристаллы Шредингера

Что заставляет нас замечать сообщение-рамку в некоторых предметах и не видеть ее в других? Почему инопланетянин, поймавший заблудшую пластинку, должен решить, что в ней спрятано какое-то послание? Чем отличается пластинка от метеорита? Ясно, что ее геометрическая форма является первым ключом к тому, что здесь "что-то не то". Следующий ключ — то, что на микроско-

пическом уровне она состоит из очень длинной последовательности апериодических структур, расположенных по спирали. Если расправить эту спираль, то мы получили бы гигантский (около 600 метров) ряд, состоящий из миниатюрных символов. Это не так уж отличается от молекулы ДНК, символы которой, записанные алфавитом из четырех различных оснований, расположены в одномерной последовательности, которая затем скручена в спираль. Еще до того, как Авери установил связь между генами и ДНК, физик Эрвин Шредингер в своем труде "Что такое жизнь?" (Ervin Schroedinger, "What is life?") предсказал, основываясь на чисто теоретических соображениях, что генетическая информация должна содержаться в "апериодических кристаллах". В действительности, сами книги представляют собой апериодические кристаллы, содержащиеся внутри аккуратных геометрических форм. Эти примеры наводят на мысль, что апериодические кристаллы, "упакованные" внутри регулярной геометрической структуры, могут скрывать внутреннее сообщение. (Я не хочу сказать, что это является исчерпывающей характеристикой сообщения-рамки; однако многие типичные сообщения имеют именно такие рамки. На рис. 40 приведены хорошие примеры этого.)

Языки для трех уровней

Идею трех уровней сообщения хорошо поясняет пример бутылки, выброшенной на берег прибоем. С первым уровнем, рамкой, мы сталкиваемся, когда видим, что бутылка запечатана и внутри нее — сухой листок бумаги. Даже не видя, написано ли там что-нибудь, мы знаем, что этот предмет — носитель информа-

РИС. 40. Коллаж из различных письменностей. В верхнем левом углу - надпись на еще нерасшифрованной бустрофедонской системе с острова Пасхи, в которой каждая вторая строчка перевернута. Знаки вырезаны на деревянной табличке размером 9x89 см. Двигаясь по часовой стрелке, мы находим вертикально записанный монгольский; над ним - современный монгольский, а под ним - документ, датирующийся 1314 годом. В правом нижнем углу мы находим поэму Рабиндраната Тагора, написанную по-бенгальски. Рядом с ней - газетный заголовок на майаламе (язык западной Кералы, провинции в южной Индии), над которым - элегантно изогнутая письменность тамильского (восточная Керала). Самый маленький фрагмент - отрывок сказания на бугинезском, языке островов Селибеса в Индонезии. В центре - абзац на тайском языке; над ним - манускрипт, написанный руническим письмом (четырнадцатый век), содержащий пример законов провинции Скании (южная Швеция). Наконец, налево вклинен фрагмент законов Хаммураби, написанный ассирийской клинописью. Как сторонний наблюдатель, я чувствую очарование тайны, думая о том, как передается значение в странных изгибах и углах этих прекрасных апериодических кристаллов. В самой форме здесь присутствует содержание. [Из книги Ханса Йенсена «Знак, символ и письменность« (Нью-Йорк, 1969), стр. 89 (клинопись), 356 (остров Пасхи), 386, 417 (монгольский), 552 (руническое письмо); из книги Кеннета Катцнера «Языки мира« (Нью-Йорк, 1975), стр. 190 (бенгальский), 237 (бугинезский); из книги И. А. Ричардса и Кристины Гибсон «Английский в картинках (Нью-Йорк, 1960), стр. 73 (тамильский), 82 (тайский).]

ции. Чтобы отбросить бутылку, не попытавшись ее открыть, понадобилось бы потрясающее — почти нечеловеческое — отсутствие любопытства. Итак, мы открываем бутылку и исследуем значки на бумаге. Может быть, они написаны по-японски; это можно установить, узнав символы, но при этом не поняв ничего из внутреннего сообщения. Внешнее сообщение может быть передано русской фразой "Я — сообщение, написанное по-японски". Как только этот факт установлен, мы можем обратиться к внутреннему сообщению, которое может оказаться чем угодно: призывом к помощи, стихотворением хайку, жалобой влюбленного...

Было бы бесполезно включать в перевод внутреннего сообщения фразу "Это сообщение написано по-японски", поскольку человек, это читающий, должен был бы знать японский. До того, как прочесть внутреннее сообщение, он знал бы, что, поскольку оно написано по-японски, он сможет его прочесть. Можно было бы вывернуться, предложив перевод фразы "Это сообщение написано по-японски" на несколько различных языков. Практически это помогло бы; но теоретически остается та же трудность, Человек, говорящий по-русски, должен сначала узнать "русскость" сообщения — иначе толку все равно мало. Следовательно, мы не можем избежать проблемы расшифровки внутреннего сообщения *снаружи;* само внутреннее сообщение может дать нам подсказки и подтверждения, но они не более, чем пусковые механизмы, действующие на человека, нашедшего бутылку (или на его помощников).

С подобными проблемами встречается слушатель коротковолнового радио. Прежде всего, он должен решить, являются ли звуки, которые он слышит, сообщением или просто шумом. Звуки сами по себе не дают ответа на этот вопрос, даже в том маловероятном случае, когда внутреннее сообщение оказывается на языке слушателя и состоит из фразы "Эти звуки — не шум, а сообщение!" Если слушатель узнает в звуках сообщение-рамку, он пытается установить, на каком языке идет передача — и ясно, что он находится все еще *извне;* он принимает *пусковые механизмы,* исходящие из радио, но они не могут дать ему явного ответа.

В самой природе внешних сообщений заложено то, что они не могут быть выражены на явном языке. Найти такой явный язык, на котором можно было бы передать внешнее сообщение, не было бы шагом вперед — это было бы противоречием в терминах! Понять внешнее сообщение всегда остается заботой слушателя. Если ему это удается, он проникает внутрь, в каковом случае отношение пусковых механизмов к явным значениям сдвигается в пользу последних. По сравнению с предыдущими этапами, понимание внутреннего сообщения весьма нетрудно; оно словно бы входит в нас само собой.

Теория значения "музыкальный автомат"

Эти примеры могут показаться подтверждением идеи, что у сообщений нет присущего им значения — ведь для того, чтобы понять сколь угодно простое внутреннее сообщение, необходимо сначала понять его рамку и его внешнее сообщение, представляющие из себя пусковые механизмы (такие, как японский алфавит или звуковые дорожки на пластинке). Начинает казаться, что от теории "музыкального автомата" нам никуда не деться. Эта теория гласит, что *никакое сообщение не имеет присущего ему значения,* поскольку, чтобы понять какое-либо сообщение, его надо сначала ввести в "музыкальный авто-

мат"; это значит, что информация, содержащаяся в этом автомате должна быть добавлена к сообщению — только тогда у него появится значение.

Этот довод весьма похож на ловушку, в которую Черепаха поймала Ахилла в Диалоге Льюиса Кэрролла. Там идея состояла в том, что, прежде чем использовать какое-то правило, необходимо иметь правило, говорящее нам, как использовать первое правило; иными словами, что существует бесконечная иерархия уровней правил, которая не позволяет исполниться ни одному из них. Здесь идея в том, что, прежде чем понять любое сообщение, нам необходимо сообщение, говорящее нам, как понять это сообщение; иными словами, что существует бесконечная иерархия уровней сообщений, которая не позволяет понять ни одного из них. Однако все мы знаем, что эти парадоксы недействительны, поскольку правила все-таки *используются* и сообщения *понимаются*. Как же это происходит?

Против теории "музыкального автомата"

Это происходит потому, что наш разум не бестелесен; он расположен в физических объектах — в наших мозгах. Их структура сформировалась в процессе долгой эволюции, и их действие подчиняются законам физики. Поскольку они являются физическими телами, *наши мозги действуют, не нуждаясь в инструкциях к действию*. Именно на том уровне, где, повинуясь физическим законам, рождаются мысли, парадокс Кэрролла перестает действовать. Точно так же на том уровне, где мозг интерпретирует входящую информацию как сообщение, перестает действовать "парадокс сообщения". По-видимому, в нашем мозгу уже есть встроенная "аппаратура", позволяющая нам распознавать сообщения в некоторых объектах — и затем эти сообщения декодировать. Эта минимальная врожденная способность извлекать внутренние сообщения делает возможным в высшей степени рекурсивный, подобный снежному кому, процесс усвоения языков. Эта врожденная аппаратура — что-то вроде музыкального автомата: она дает недостающую информацию, превращающую простые пусковые механизмы в целые сообщения.

Значение врожденно, если разум естественен

Если бы "музыкальные автоматы" разных людей содержали бы разные "песни" и по-разному отвечали бы на одни и те же пусковые механизмы, нам не пришло бы в голову говорить о том, что этим механизмам присуще определенное значение. Однако человеческие мозги устроены так, что при равенстве остальных условий, один мозг отвечает на данный пусковой механизм почти так же, как и другой. Именно поэтому ребенок может выучить любой язык: все дети одинаково реагируют на "пусковой механизм" разных языков. Это единообразие "человеческого музыкального автомата" устанавливает общий "язык", на котором передаются рамки и внешние сообщения. Более того, если считать, что человеческий разум является лишь одним из примеров общего явления природы — появления разумных существ в самых разных ситуациях — то можно предположить, что "язык" на котором передаются рамки и внешние сообщения среди людей, является "диалектом" *универсального* языка, на котором могут договориться между собой любые разумные существа. В таком случае, некоторые пусковые механизмы обладали бы *универсальной*

пусковой мощью в том смысле, что любое разумное существо отвечало бы на них примерно так же, как и мы.

Сказанное позволяет нам изменить наше описание того, где находится значение. Мы можем приписать все значения (рамку, внешнее и внутреннее) самому сообщению, поскольку сами декодирующие механизмы универсальны — иными словами, они представляют собой универсальные формы природы, возникающие в различных контекстах. Приведу конкретный пример: предположим, что кнопки "А-5" запустили одну и ту же песню на всех автоматах — и представьте также, что автоматы эти сделаны не человеком, а встречаются в природе повсеместно, как галактики или атомы углерода. В этой ситуации, пожалуй, было бы уместно назвать универсальную пусковую мощь кнопок "А-5" "присущим им значением"; кроме того, "А-5" заслуживали бы называться "сообщением" вместо "пускового механизма", и песня была бы "выявлением" внутреннего — хотя и неявного — значения этих кнопок.

Земной шовинизм

Таким образом, значение приписывается сообщению в том случае, когда это сообщение понимается одинаково представителями любой, в том числе инопланетной, цивилизации. В этом смысле оно напоминает массу, приписываемую предметам. В древности вес должен был казаться свойством, присущим самим предметам. Но, по мере того, как были лучше поняты законы тяготения, стало ясно, что вес предметов меняется в зависимости от различных гравитационных полей, действующих на данный предмет. Однако существует родственное свойство — масса; оно не варьируется в зависимости от гравитационного поля. Из этой неизменности вытекает заключение, что масса является свойством, присущим самим предметам. Если окажется, что масса тоже зависит от контекста, то нам придется пересмотреть нашу уверенность в том, что масса — свойство самих предметов. Таким же образом допустимо, что могут существовать другие типы "музыкальных автоматов" — разумных существ — которые общаются между собой при помощи сообщений, которые мы никогда бы не распознали как таковые; с другой стороны, эти существа также не могли бы распознать природу *наших* сообщений. В таком случае, нам пришлось бы пересмотреть наше заключение о том, что наборам символов присущее определенное значение. С другой стороны, как бы мы вообще узнали о существовании подобных созданий?

Интересно сравнить эти рассуждения о неотъемлемости значения с аналогичными рассуждениями о неотъемлемости веса. Предположим, что мы определяем вес тела как "сила, с которой тело давит вниз, находясь на планете Земля." Согласно этому определению, для силы, с которой тело давит вниз, находясь на планете Марс, мы должны использовать иной термин. Это определение делает вес неотъемлемым свойством предметов, но происходит это за счет геоцентризма — "земного шовинизма." Это что-то вроде "гринвичского шовинизма" — отказа признавать местное время на всем земном шаре, за исключением гринвичского меридиана.

Возможно, что мы, сами того не сознавая, отягощены подобным шовинизмом в отношении разума, а следовательно и в отношении значения. Будучи такими шовинистами, мы назвали бы "разумными" существа, чей мозг достаточно похож на наш собственный, и отказались бы признавать разум за

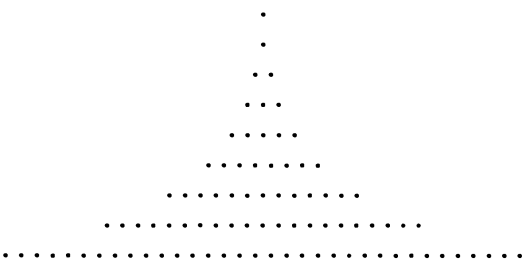
иными типами объектов. Вот немного преувеличенный пример: представьте себе метеорит, который, вместо того, чтобы пытаться расшифровать Баховскую запись, с абсолютным безразличием протыкает ее и весело устремляется дальше по своей орбите. В нашем понимании, его контакт с пластинкой не затронул ее значения. Поэтому нам может захотеться обозвать метеорит 'тупицей'. Но что если мы ошибаемся, и метеорит обладает неким "высшим разумом", который мы в своем земном шовинизме не в состоянии обнаружить? В таком случае его взаимодействие с пластинкой могло бы быть проявлением этого высшего разума. Возможно, что пластинка обладает неким "высшим значением", совершенно отличным от того, который приписываем ей мы; может быть, ее значение зависит от типа разума, ее интерпретирующего. Может быть...

Было бы прекрасно, если бы могли определить разум как-нибудь иначе, чем "то, что интерпретирует символы таким же образом, как и мы". Ведь если это — единственное определение, которое мы можем дать разуму, то наше доказательство неотъемлемости значения было бы круговым, а следовательно, свободным от содержания. Мы должны попытаться определить множество характеристик, заслуживающих имя "разума", независимым способом. Эти характеристики представляли бы собой эссенцию разума, которую мы, люди, разделяем с другими разумными существами. На сегодня у нас еще нет полного списка подобных характеристик. Однако весьма вероятно, что в ближайшие десятилетия в попытках определения человеческого разума будет сделан большой прогресс. В частности, не исключено, что специалисты по психологии познания, искусственному разуму и неврологии сумеют совместить их результаты и объяснить, что такое разум. Это определение может все равно оставаться человеко-шовинистическим — с этим ничего не поделаешь. Но чтобы это уравновесить, может существовать некий элегантный и красивый — и, возможно, даже простой — способ дать абстрактную характеристику того, что лежит в сердце разума. Это может уменьшить нашу неловкость от того, что мы сформулировали антропоцентрическое понятие. И, разумеется, если бы мы вступили в контакт с представителями цивилизации из другой звездной системы, мы уверились бы в том, что наш разум — не счастливая случайность, а пример естественного явления, которое возникает в природе в различных контекстах, так же как звезды и урановые ядра. В свою очередь, это подтвердило бы идею о неотъемлемости значения.

В заключение рассмотрим некоторые новые и старые примеры и обсудим степень неотъемлемости значения в каждом из них, представив на минуту, что мы находимся в положении инопланетянина, нашедшего странный объект...

Две пластинки в пространстве

Представьте себе прямоугольную пластинку, сделанную из неразрушимого металлического сплава, на которой выгравированы две точки, одна над другой: такую же картинку представляет только что напечатанное двоеточие. Несмотря на то, что форма этого обьекта наводит на мысль, что он искусственный и может содержать некую информацию, двух точек недостаточно, чтобы что-либо сообщить. (Можете ли вы, прежде чем читать далее, поразмышлять над тем, что они могут значить?) Представьте теперь, что мы изготовили вторую пластинку с большим количеством точек, а именно:



Теперь естественнее всего — по крайней мере, для земного разума — было бы посчитать точки в каждом из рядов и записать получившуюся последовательность:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.

Очевидно, что существует правило, управляющее количеством точек при переходе с одной линии на следующую. На самом деле, из этого списка мы можем с некоторой степенью уверенностью вывести рекурсивную часть определения чисел Фибоначчи. Предположим, что мы принимаем начальную пару значений (1, 1) за "генотип", из которого при помощи рекурсивного правила производим "фенотип" — весь ряд чисел Фибоначчи. Посылая лишь один генотип — первую версию пластинки — мы опускаем информацию, позволяющую реконструировать фенотип. Таким образом, генотип не содержит полного определения фенотипа. С другой стороны, если мы примем за генотип вторую версию пластинки, у нас будет гораздо больше шансов на то, что фенотип будет восстановлен. Эта новая версия генотипа — "длинный генотип" — содержит столько информации, что *механизм, производящий фенотип из генотипа может быть выведен разумными существами из самого генотипа.*

Как только этот механизм для производства фенотипа из генотипа твердо установлен, мы можем вернуться к использованию "краткого генотипа" — первой версии пластинки. Например, краткий генотип (1, 3) произвел бы фенотип

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, . . .

— последовательность Лукаса. Для любого набора двух начальных значений — то есть, для любого краткого генотипа — существует соответствующий фенотип. Однако краткие генотипы, в отличие от длинных, действуют только как пусковые механизмы — кнопки на музыкальном автомате, в который встроено рекурсивное правило. Длинные генотипы содержат достаточное количество информации, чтобы разумное существо могло бы определить, какой именно "музыкальный автомат" надо сконструировать. В этом смысле, длинные генотипы содержат информацию о фенотипе, в то время как краткие — нет. Иными словами, длинные генотипы передают не только внутреннее сообщение, но и то внешнее сообщение, которое позволяет нам это внутреннее сообщение понять. Кажется, что ясность внешнего сообщения здесь зависит лишь от его длины. Это вовсе не является неожиданностью: то же самое верно и в случае дешиф-

ровки старинных текстов. Очевидно, что возможность успеха находится в прямой зависимости от количества имеющегося текста.

Снова Бах против Кейджа

Однако одного длинного текста может оказаться недостаточно. Давайте снова обратимся к разнице между посылкой в космос пластинки с музыкой Баха и пластинки с музыкой Кэйджа. Посмотрим, какое значение имеет для нас музыка Кэйджа. Его произведения должны рассматриваться в широком культурном контексте — как протест против определенных традиций. Таким образом, если мы хотим передать это значение, мы должны посылать не только ноты данной пьесы, но и всю историю западной культуры. Справедливо будет заключить, что, взятая сама по себе, музыка Кэйджа *не имеет внутреннего значения*. Для слушателя, который достаточно искушен в западной и восточной культурах и, в особенности, в тенденциях западной музыки за последние десятилетия, она *имеет* смысл — но такой слушатель будет подобен музыкальному автомату, а пьеса Кэйджа — паре кнопок на нем. Смысл прежде всего находится в голове у слушателя, и музыка служит лишь пусковым механизмом. И этот "музыкальный автомат", в отличие от чистого разума, вовсе не универсален; он связан с земной культурой и зависит от серии событий, происходивших на земном шаре в течение долгого времени. Надеяться на то, что музыка Кэйджа была бы понята инопланетянами, все равно что ожидать, что любимый вами мотивчик зазвучал бы из лунного музыкального автомата при нажатии тех же кнопок, что и на музыкальном автомате в кафе вашего родного городка.

С другой стороны, понимание музыки Баха нуждается в гораздо меньшем знании земной культуры. Это может звучать парадоксально, поскольку Бах сложен и организован, в то время как Кэйдж полностью лишен интеллектуальности. Дело в том, что разум любит организованность и избегает случайности. Для большинства слушателей случайная музыка Кэйджа требует подробных объяснений, даже после которых им все еще может казаться, что они ее не понимают. С другой стороны, большинство Баховских композиций не нуждаются в словах. В этом смысле в музыке Баха больше значения, чем в музыке Кэйджа. И все же мы не можем в точности сказать, в какой степени в Бахе отражена человеческая культура.

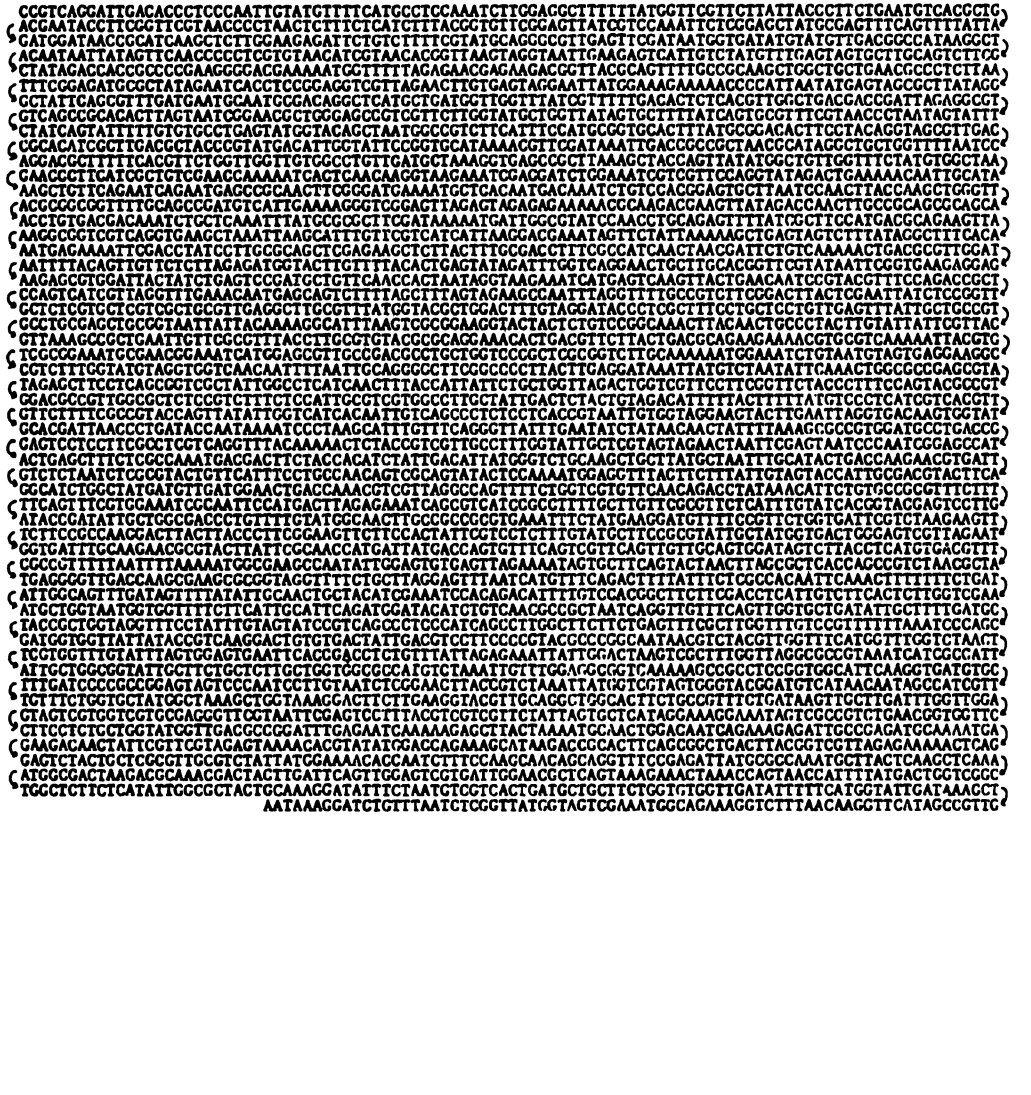
Например, в музыке есть три основных структуры (мелодия, гармония и ритм), каждая из которых может быть в свою очередь подразделена на основной, промежуточный и мелкомасштабный аспекты. В каждом из этих измерений есть определенный уровень сложности, который наш мозг способен усвоить, прежде чем начать путаться; очевидно, что композитор, создавая свои произведения, принимает это в расчет — скорее всего, бессознательно. Эти уровни "терпимой сложности" в различных измерениях, возможно, зависят от специфических условий эволюции человеческого рода; другие разумные существа могли развить музыкальную культуру с совершенно иными уровнями терпимой сложности. Таким образом, вполне возможно, что пьеса Баха должна была бы сопровождаться значительным количеством информации о человеческом роде, которая не может быть выведена лишь из самой музыкальной структуры. Если сравнить музыку Баха с генотипом, а производимые ею эмоции — с фенотипом, то вопрос заключается в том, содержит ли генотип всю информацию, необходимую для восстановления фенотипа.

Насколько универсально сообщение, содержащееся в ДНК?

Основная проблема, с которой мы сталкиваемся, и которая весьма напоминает проблему двух пластинок, формулируется следующим образом: "Какое количество контекста, необходимого для понимания данного сообщения, может быть восстановлено на основе этого сообщения?" Теперь мы можем вернуться к первоначальному, биологическому значению терминов "генотип" и "фенотип" — ДНК и живой организм — и задать те же вопросы. Является ли ДНК универсальным пусковым механизмом? Или ему необходим "био-музыкальный автомат", чтобы раскрыть свое значение? Может ли ДНК вызвать фенотип, не используя соответствующего химического контекста? Ответ на этот вопрос — нет; но это 'нет' — относительное. Разумеется, молекула ДНК в вакууме не создаст ничего. Однако если бы молекула ДНК была послана "искать счастья" в космос, как пластинки Баха и Кэйджа в нашем воображаемом примере, ее могли бы найти разумная цивилизация. Прежде всего, они могли бы узнать ее сообщение-рамку. После этого, они могли бы попытаться заключить, основываясь на химической структуре ДНК, какой тип химической среды является для нее подходящим, и обеспечить именно этот тип. Постепенно усложняющиеся попытки такого рода могли бы в конце концов привести к полному восстановлению химического контекста, необходимого для выявления фенотипного значения ДНК. Это звучит довольно неправдоподобно, но если дать на эксперименты много миллионов лет, то возможно, что значение ДНК в конце концов было бы восстановлено.

С другой стороны, если бы последовательность основ, составляющих цепь ДНК, была бы послана в космос в виде абстрактных символов (как на рис. 41) вместо длинной спиральной молекулы, шансов на то, что такое внешнее послание пустило бы в действие механизм декодирования, способный восстановить фенотип из генотипа, почти не было бы. Это пример того, как внутреннее послание может быть "завернуто" в настолько абстрактное внешнее послание, что возможности последнего к восстановлению контекста теряются. Практически этот набор символов здесь не имеет собственного смысла. Если вы считаете, что все это звучит безнадежно абстрактно и заумно, имейте в виду, что точный момент, когда фенотип может быть получен из генотипа, является сегодня предметом ожесточенных споров во многих странах: это вопрос о допустимости аборта.

РИС. 41. Этот громадный апериодический кристалл — последовательность оснований хромосомы бактериофага ϕX174. Это первый геном живого организма, который удалось полностью отобразить. Чтобы показать основную последовательность лишь одной клетки кишечной бактерии, понадобилось бы около 2000 таких бустрофедонических страниц; для описания же человеческой клетки потребовалось бы около миллиона страниц. Книга, которую вы держите в руках, содержит приблизительно такое же количество информации, как и молекулярный отпечаток одной-единственной клетки кишечной бактерии.



Хроматическая фантазия и фига

Вдоволь наплававшись в пруду, Черепаха вылезает и отряхивается; тут мимо идет Ахилл.

Черепаха: День добрый, Ахилл. Я о вас только что вспоминала, пока купалась.

Ахилл: Ну не забавно ли? И вы у меня из головы не выходили, пока я бродил по лугам. Смотрите, я нашел для вас фигу. Правда, она еще зеленая...

Черепаха: Вы полагаете? Это напоминает мне об одной идейке... Хотите послушать?

Ахилл: С превеликим удовольствием. Только, пожалуйста, без этих злодейских логических ловушек, г-жа Ч.

Черепаха: Злодейских ловушек? Хорошо же вы обо мне думаете! Какая же я злодейка? Я мирная душа, никому не мешаю, живу спокойной травоядной жизнью. Мои мысли текут себе среди странностей и завихрений мироздания (так как я его вижу). Я, скромная наблюдательница явлений, бреду себе потихоньку и бросаю на ветер всякие глупости, которые, боюсь, никого не впечатляют. Но не волнуйтесь, Ахилл, сегодня я собиралась поговорить всего-навсего о своем панцире — он-то уж не имеет к логике ни малейшего отношения.

Ахилл: Вы меня НА САМОМ ДЕЛЕ успокоили, г-жа Ч. И, честно говоря, мое любопытство задето. Охотно вас послушаю, даже если это и не очень впечатляюще.

Черепаха: Ну что ж... с чего мне начать? Гмм... Присмотритесь-ка к моему панцирю — вас ничего не удивляет?

Ахилл: Как будто почище стал?

Черепаха: Премного благодарна. Я только что оставила в пруду несколько слоев грязи, накопившихся на мне за последнее столетие. Теперь вы можете увидеть, какой у меня зеленый панцирь!

Ахилл: Такой крепкий, зеленый панцирь — и как ярко он блестит на солнце!

Черепаха: Зеленый? Он вовсе не зеленый.

Ахилл: Вы же сами только что сказали, что ваш панцирь зеленый!

Черепаха: Я так и сказала.

Ахилл: В таком случае, мы согласны: он зеленый.

Черепаха: Нет, он не зеленый.

Ахилл: О, я понимаю: вы намекаете на то, что то, что вы говорите, не обязательно истинно, что Черепахи играют с языком, что ваши утверждения не всегда совпадают с действительностью, что...

Черепаха: Ничего подобного у меня и в мыслях не было! Слово для Черепах — святыня; Черепахи преклоняются перед точностью.

Ахилл: Хорошо, тогда почему же вы говорите, что ваш панцирь зеленый, и что он не зеленый?

Черепаха: Никогда я ничего такого не говорила — а жаль!

Ахилл: Вы хотели бы это сказать?

Черепаха: Нисколько. Я сожалею о том, что я это сказала, и совершенно с этим не согласна.

Ахилл: Но это противоречит тому, что вы только что сказали!

Черепаха: Противоречит? Противоречит? Я никогда себе не противоречу. Это не в черепашьем характере.

Ахилл: Ну, на этот раз я вас поймал, хитрюга этакая! Это же самое настоящее противоречие!

Черепаха: Вероятно, вы правы.

Ахилл: Опять! Теперь вы противоречите себе еще больше! Вы настолько запутались в противоречиях, что с вами невозможно спорить!

Черепаха: Вовсе нет. Я спорю сама с собой постоянно, и у меня это прекрасно получается. Может быть, дело в вас самих. Позволю себе предположить, что противоречивы именно вы — но, поскольку вы сами себя совершенно запутали, вы не в состоянии заметить собственной непоследовательности.

Ахилл: Какое оскорбительное предположение! Я вам покажу, что противоречите себе именно вы, и что об этом не может быть двух мнений.

Черепаха: Что ж, если это так, Ахилл, то это дело должно быть вам по плечу. Нет ничего легче, чем указать на противоречие. Валяйте, доказывайте, Ахилл!

Ахилл: Гмм... Даже не знаю, с чего начать... А! Теперь вижу. Вы сказали сначала, что (1) ваш панцирь зеленый и тут же, что (2) ваш панцирь не зеленый. Что тут добавишь?

Черепаха: Осталось только указать на противоречие. Будьте любезны, перестаньте, наконец, ходить вокруг да около.

Ахилл: Но... но... но... О, теперь я понимаю. (Видите ли, иногда я такой тугодум!) Наверное, мы с вами по-разному понимаем противоречие. В этом-то вся загвоздка. Позвольте мне объясниться: противоречие возникает, когда кто-то утверждает одну вещь и одновременно ее отрицает.

Черепаха: Вот ловкий трюк! Хотела бы я увидеть, как подобное возможно. Наверное, лучше всего противоречия получались бы у чревовещателей, которые могут говорить одновременно двумя сторонами рта. Но я-то не чревовещатель...

Ахилл: На самом деле, я имел в виду только то, что кто-то утверждает одну вещь и ее же отрицает в одном и том же предложении. Это не должно быть буквально в один и тот же момент.

Черепаха: Однако в вашем примере не ОДНО предложение, а два!

Ахилл: Да — два предложения, противоречащих друг другу.

Черепаха: Ну и путаница у вас в голове, бедняга! Сначала вы мне говорите, что противоречие — это что-то, что должно быть в одном и том же предложении. Тут же вы утверждаете, что вы нашли противоречие в паре моих предложений. Так и есть — ваш мыслительный процесс настолько запутан, что вы сами не видите, как вы непоследовательны. Со стороны, однако, это ясно как день.

Ахилл: Вы меня совсем сбили с толку вашими отвлекающими маневрами. Я уже перестал понимать, идет ли речь о каких-то чепуховых мелочах или же о чем-то важном и глубоком.

Черепаха: Уверяю вас, Черепахи не занимаются мелочами. Следовательно, верно второе.

Ахилл: Вы меня успокоили, благодарю вас. Теперь, поразмыслив, я вижу логический шаг, необходимый, чтобы уверить вас в том, что вы противоречили себе.

Черепаха: Отлично! Надеюсь, что этот шаг столь же легок, сколь бесспорен.

Ахилл: Так и есть — даже вы с ним согласитесь. Идея в том, что если вы

считаете истинным предложение 1 ("Мой панцирь зеленый") и предложение 2 ("Мой панцирь не зеленый"), то вы должны считать истинной комбинацию этих двух предложений. Не так ли?

Черепаха: Безусловно. Это только естественно... если, конечно, все согласны с тем, КАК эти предложения комбинировать.

Ахилл: Разумеется — и тут-то я вас поймаю! Я предлагаю такую комбинацию —

Черепаха: С комбинированием предложений надо быть осторожнее. Разрешите мне это продемонстрировать. Наверняка, Ахилл, вы согласитесь со следующим предложением, описывающим ваш странный род:

У людей пять пальцев.

К тому же, истинность его весьма нетрудно проверить, не так ли?

Ахилл (неуверенно): Соглашусь ли я? То есть, э-э, гмм... как это я могу не согласиться с таким скучным и плоским утверждением? Минуточку... *(Смотрит себе на пальцы и бормочет.)* Раз, два, три, четыре... *(Вслух, Черепахе)* Г-жа Черепаха, а мизинец тоже считается за палец?

Черепаха: Я думаю, да.

Ахилл (снова бормочет): Ага! Получается пять. Кажется, правильно. Я проверил все необходимые и достаточные условия истинности, так что... *(Вслух, на этот раз гораздо более уверенно):* ЛЮБОЙ знает, что тривиальное суждение "у людей пять пальцев" — истинно! Что может быть более очевидно?

Черепаха: Разумеется. А теперь потрудитесь проверить почти такое же очевидное утверждение, а именно:

В этом предложении пять слов.

Ахилл (бормочет себе под нос): Гмм... раз... два... три... четыре... пять! Да, действительно, я должен согласиться с истинностью и этого утверждения. В ЭТОМ предложении я не вижу никаких проблем.

Черепаха: Превосходно! Теперь, когда мои теоретические предположения получили экспериментальное подтверждение в ваших строгих исследованиях, я чувствую себя значительно лучше. Сейчас же, поскольку мы согласны по всем статьям, нам остается только соединить эти два невинных предложения в одно подлиннее, с помощью вашего безопасного слова "и".

Ахилл: Именно "безопасного", г-жа Ч. Вам не удастся обвести меня вокруг пальца! Что ж, начнем, пожалуй...

Черепаха: Прекрасно. Посмотрим... у меня получается следующее предложение, которое, безусловно, должно оказаться истинным:

У людей пять пальцев и
в этом предложении пять слов.

Ахилл: Постойте, г-жа Ч! Что-то здесь не то!

Черепаха (всем своим видом выражая невинное удивление): Что? Что вы имеете в виду?

Ахилл: Вы соединяете эти предложения неправильно!

Черепаха: Я только последовала вашему совету и использовала ваше любимое "и".

Ахилл: Не знаю, не знаю... То, что у вас получилось, НЕЛОГИЧНО! Где-то здесь должна быть ошибка...

Черепаха: Ну вот, вы снова заговорили о г-же Логике и ее великих принципах... Будьте так любезны, увольте — хотя бы на сегодня.

Ахилл: Г-жа Черепаха, у меня уже черепушка трещит от всего этого. Признайтесь, что вы немного сжульничали...

Черепаха: Пожалуйста, не обвиняйте меня в собственных грехах: кто из нас хотел соединить два высказывания с помощью "и"? Мне кажется, я только следовала вашим пожеланиям — и какова же ваша благодарность? Ну и молодежь нынче пошла...

Ахилл: Ну вот, я же и виноват. Ведь я хотел, как лучше...

Черепаха: Добрыми намерениями, мой юный друг, вымощена дорога в преисподнюю...

Ахилл: Я чувствую себя ужасно...

Черепаха: Я отлично понимаю, куда вы клонили: вы хотели заставить меня принять за истинную фразу "Мой панцирь зеленый и мой панцирь не зеленый." О, создатель!.. Какая страшная ложь, и как она противна черепашьему духу!

Ахилл: Умоляю вас простить меня, дурака... Честное слово, у меня и в мыслях не было вас обидеть.

Черепаха: Ничего, мой друг — мы, черепахи, привыкли к людской бестактности. Я ценю вашу компанию, Ахилл, пусть ваши мысли и не так кристально ясны, как у созданий нашей хладнокровной породы.

Ахилл (вздыхая): Надеюсь, что для меня еще не все потеряно — хотя я, наверняка, сделаю еще немало ложных шагов на пути к истине...

Черепаха: Мужайтесь, Ахилл. Может быть, наша сегодняшняя беседа вам поможет... Кстати, не забудьте отдать мне ту фигу, что вы мне принесли. Хоть она и зеленая, все равно пригодится!

Ахилл: Вот, возьмите.

Черепаха: Что ж, до скорого, мой друг.

Ахилл: До скорого.

ГЛАВА VII

Исчисление Высказываний

Слова и символы

ПРЕДЫДУЩИЙ ДИАЛОГ напоминает "Двухголосную инвенцию" Льюиса Кэрролла. В обоих диалогах Черепаха отказывается использовать обычные повседневные слова в их обычном повседневном значении — по крайней мере, когда ей это невыгодно. В предыдущей главе был предложен один из возможных взглядов на парадокс Кэрролла. В этой главе мы проделаем при помощи символов то, что Ахиллу не удалось проделать словами. Иными словами, мы построим такую формальную систему, один из символов которой будет действовать так, как Ахилл хотел заставить действовать Черепахино "и"; другой символ будет вести себя так, как должны были вести себя слова "если ... то...". Кроме того, мы будем иметь дело со словами "или" и "не". Рассуждения, зависящие исключительно от правильного употребления этих четырех слов, называются *пропозоциональными рассуждениями.*

Алфавит и первое правило исчисления высказываний

Я буду представлять эту новую формальную систему, называемую *исчислением высказываний,* в форме загадки, объясняя сначала лишь часть и предоставляя читателю догадываться о некоторых вещах самому. Начнем со списка символов:

	<	>	
P	Q	R	`
∧	∨	⊃	~
	[	]	

Первое правило нашей системы таково:

ПРАВИЛО ОБЪЕДИНЕНИЯ: Если x и y — теоремы системы, то строчка $< x \wedge y >$ — тоже теорема.

Это правило соединяет две теоремы в одну. Оно должно напомнить вам о предыдущем Диалоге.

Правильно сформированные строчки

У нас будет еще несколько правил вывода; вскоре я их объясню. Однако сначала необходимо определить некое подмножество всех строчек, а именно — *правильно сформированные строчки.* Они будут определены рекурсивным путем, начиная с *атомов.*

АТОМЫ: P, Q, и R называются *атомами*. Новые атомы получаются путем добавления штрихов справа от старых атомов, таким образом, получаются R′, Q′′, R′′′ и т. д. Это дает нам бесконечные ресурсы атомов. Все атомы правильно сформированы.

Далее, у нас имеются четыре рекурсивных правила:

ПРАВИЛА ОБРАЗОВАНИЯ: Если x и y правильно сформированы, то следующие четыре строчки также правильно сформированы:

(1) ~ x
(2) < x ∧ y>
(3) < x ∨ y>
(4) < x ⊃ y>

Например, все следующие строчки правильны:

P	атом
~P	по правилу (1)
~~P	по правилу (1)
Q`	атом
~Q`	по правилу (1)
<P∧~Q`>	по правилу (2)
~<P∧~Q`>	по правилу (1)
<~~P⊃Q`>	по правилу (4)
<~<P∧~Q`>∨<~~P⊃Q`>>	по правилу (3)

Последняя строчка может показаться весьма сложной, но на самом деле, она построена всего лишь из двух компонентов — двух предыдущих строчек. Каждая из них, в свою очередь, построена из предыдущих строчек... и так далее. Происхождение любой правильно сформированной строчки может быть прослежено до ее элементарных составляющих — атомов. Для этого вы просто применяете правила в обратном порядке до тех пор, пока это возможно. Этот процесс рано или поздно должен кончиться, поскольку каждое правило вывода — удлиняющее правило; идя в обратном порядке, мы непременно дойдем до атомов.

Таким образом, метод разложения строчек служит проверкой их правильности. Это — *нисходящая процедура разрешения для правильно-сформированности*. Можете проверить, как вы поняли эту процедуру, найдя, какие из ниже приведенных строчек правильно сформированы:

(1) <P>
(2) <~P>
(3) <P∧Q∧R>
(4) <P∧Q>
(5) <<P∧Q>∧<Q-∧P>>
(6) <P∧~P>
(7) <<P∨<Q⊃R>>∧<~P∨~R`>>
(8) <P∧Q>∧<Q∧P>

(Ответ: Те строчки, номера которых являются числами Фибоначчи, сформированы неправильно; остальные — правильно.)

Еще правила вывода

Сейчас мы познакомимся с остальными правилами вывода, при помощи которых строятся *теоремы* системы. Во всех этих правилах символы '*x*' и '*y*' всегда относятся к правильно сформированным строчкам.

ПРАВИЛО РАЗДЕЛЕНИЯ: Если $<x \wedge y>$ — теорема, то и *x* и *y* — также теоремы.

Вероятно, вы уже догадались, что значит символ '∧'. (Подсказка: это то самое слово, что причинило столько проблем в Диалоге.) Из следующего правила вы сможете вывести значение тильды ('~'):

ПРАВИЛО ДВОЙНОЙ ТИЛЬДЫ: Строчка '~~' может быть выброшена из любой теоремы. Она также может быть вставлена в любую теорему, если при этом получается правильно сформированная строчка.

Правило фантазии

Эта система отличается тем, что в ней *нет аксиом* — одни лишь правила. Вспомнив наши предыдущие формальные системы, вы можете спросить: как же здесь могут вообще существовать теоремы? Откуда они появляются? Ответом является правило, фабрикующее теоремы "из воздуха" — оно не требует ввода "старых теорем". (Остальные правила, наоборот, нуждаются во вводных данных.) Это правило называется *"правилом фантазии."* Почему я его так окрестил? Ответ прост.

Чтобы использовать это правило, вы должны записать любую приглянувшуюся вам правильно сформированную строчку *x*, и затем спросить себя: что бы произошло, если строчка *x действительно* оказалась бы аксиомой или теоремой? После чего вы предлагаете системе ответить на этот вопрос; это значит, что вы начинаете вывод, используя x как первую строчку. Пусть *y* будет последней строчкой. От *x* до *y* включительно все является *фантазией; x* — *посылка* фантазии, а *y* — ее результат. Следующий шаг — выход из области фантазии; мы узнали, что

Если бы *x* являлось теоремой, то *y* также являлось бы теоремой.

Вы можете спросить: "Где же здесь *настоящая* теорема?" Это строчка

$$<x \supset y>.$$

Обратите внимание на то, как эта строчка напоминает предложение, напечатанное выше.

Чтобы отметить вход и выход в область фантазии, мы будем использовать квадратные скобки '[' и ']', соответственно. Таким образом, увидев левую квадратную скобку, вы будете знать, что вы "проталкиваетесь" в область фантазии, и *следующая* строчка будет *посылкой*. Увидев правую квадратную скобку, вы будете знать, что вы "выталкиваетесь" обратно из воображаемого мира, и что *предыдущая* строчка была *результатом*. Удобно (хотя и не необходимо) начинать те строчки вывода, что относятся к области фантазии, с нового абзаца.

Ниже приводится иллюстрация правила фантазии в действии. Строчка P служит посылкой. (На самом деле, P *не является* теоремой, но для нас это не

важно — мы просто задаем вопрос "а что, если бы она была теоремой?") Мы воображаем следующее:

[	проталкивание в область фантазии
P	посылка
~~P	результат (по правилу двойной тильды)
]	выталкивание из области фантазии

Наша фантазия показывает, что

если бы P было теоремой, ~~P также было бы теоремой.

Теперь мы постараемся "затолкать" это высказывание русского языка (метаязык) в рамки формальной нотации (предметный язык): <P⊃~~P>. Таким образом, наша первая теорема исчисления высказываний должна подсказать вам интерпретацию символа '⊃'.

Вот еще один пример вывода с помощью правила фантазии:

[	проталкивание в область фантазии
<P∧Q>	посылка
P	отделение
Q	отделение
<Q∧P>	соединение
]	выталкивание из области фантазии
<<P∧Q>⊃<Q∧P>>	правило фантазии

Необходимо помнить, что только последняя строчка здесь является настоящей теоремой; все остальное — чистая фантазия.

Рекурсия и правило фантазии

Как вы могли догадаться из рекурсивной терминологии ("проталкивание" и "выталкивание"), правило фантазии может быть использовано рекурсивно — так что могут существовать фантазии внутри фантазий, фантазии, вложенные друг в друга три раза, и так далее. Это означает, что для этого правила существуют различные уровни реальности, так же как и во вставленных друг в друга рассказах или фильмах. Когда вы выталкиваетесь из фильма, вставленного внутрь другого фильма, на мгновение вам кажется, что вы достигли реального мира, хотя вас все еще отделяет от него один уровень. Точно так же, когда вы выталкиваетесь из фантазии внутри фантазии, вы находитесь в "более реальном", чем предыдущий, мире, хотя он и отстоит на один уровень от настоящего.

Предупреждение "НЕ КУРИТЬ", висящее в кинотеатре, не относится к актерам, играющим в фильме: реальный мир не проникает в фантастический мир фильмов. Однако в исчислении высказываний существует не только воздействие реального мира на фантазии, но и фантазий на вложенные в них более глубокие фантазии. Это свойство отражено в следующем правиле:

ПРАВИЛО ПЕРЕНОСА: В фантазию можно внести любую теорему из "реальности" одним уровнем выше и использовать ее там.

Это похоже на то, если бы табличка "НЕ КУРИТЬ" относилась не только к зрителям, но и ко всем актерам, и далее, к актерам "фильмов в фильме", если бы таковые имелись. (Внимание: переноса в обратном направлении не существует — теоремы из фантазии не приложимы к реальному миру! Иначе мы могли бы выдумать любую первую строчку фантазии и "вынести" ее в реальный мир в качестве теоремы.)

Чтобы показать, как действует правило переноса и как правило фантазии может быть применено рекурсивно, приведу следующий вывод:

[	проталкивание
P	посылка внешней фантазии
[	снова проталкивание
Q	посылка внутренней фантазии
P	перенос P во внутреннюю фантазию
<P∧Q>	объединение
]	выталкивание из внутренней фантазии во внешнюю
<Q⊃<P∧Q>>	правило фантазии
]	выталкивание из внешней фантазии в реальный мир!
<P⊃<Q⊃<P∧Q>>>	правило фантазии

Обратите внимание на то, что для внешней фантазии я отступил на один абзац, в то время как для внутренней — на два; этим подчеркивается природа вставленных один в другой "уровней реальности". О правиле фантазии можно сказать, что оно вводит суждение, сделанное *о* системе, *внутрь* самой системы. Таким образом, можно сказать, что полученная нами теорема <*x*⊃*y*> — отображение внутри системы суждения о ней самой: "Если *x* — теорема, то *y* — также теорема". Более конкретно, <P⊃Q> интерпретируется как "если P, то Q" или, что одно и то же, "из P следует Q".

Перевернутое правило фантазии

В Диалоге Льюиса Кэрролла шла речь о высказываниях типа "если ... то". В частности, Ахилл никак не мог убедить Черепаху принять за истинную вторую часть "если...то" высказывания, даже когда она приняла за истинные как все высказывание целиком, так и его первую часть. Следующее правило позволяет вам вывести вторую часть строчки "⊃", в том случае, если сама эта строчка и ее первая часть обе являются теоремами.

ПРАВИЛО ОТДЕЛЕНИЯ: Если *x* и <*x*⊃*y*> — теоремы, то *y* — также теорема.

Это правило часто зовется "Modus ponens", а правило фантазии — "Теоремой дедукции".

Интерпретация символов

Довольно загадок! Пора вытащить кота из мешка и открыть "значение" всех остальных символов нашей системы, если это вам еще не ясно. Итак, символ '∧' действует в точности также, как обыкновенное "и". Символ '~' заменяет слово "не" в формальном отрицании. Уголки '<' и '>' являются группирующими скобками — их функция весьма напоминает функцию обычных скобок в алгеб-

ре. Основное различие в том, что в алгебре мы свободны вводить или не вводить скобки, согласно нашему вкусу и стилю, в то время как в формальной системе подобная анархия не допускается. Символ '∨' заменяет слово 'или' (полатыни 'vel'). Имеется в виду так называемое включающее 'или'; это означает, что <$x \vee y$> читается как "x или y — или оба сразу".

Единственные символы, которые мы еще не интерпретировали, это атомы. У них нет единственной интерпретации — их можно интерпретировать, как *любое* высказывание русского языка (если атом встречается несколько раз в одной и той же деривации, он должен быть интерпретирован всегда одинаково). Таким образом, например, правильно сформированная строчка <P∧~P> может быть интерпретирована следующим образом:

Этот разум — Будда, и этот разум — не Будда.

Давайте теперь вернемся к теоремам, которые мы вывели до сих пор, и постараемся их интерпретировать. Первая теорема была <P⊃~~P>. Если интерпретировать P всегда одинаково, то мы получим следующее высказывание:

Если этот разум — Будда, то неверно, что этот разум — не Будда.

Обратите внимание, как я сформулировал двойное отрицание. В любом натуральном языке неловко повторять отрицание два раза — мы обходим это препятствие, выражая отрицание по-разному. Вторая наша теорема была <<P∧Q>⊃<Q∧P>>. Пусть Q — высказывание

"Этот огурец весит полкило"; тогда наша теорема читается как:

Если этот разум — Будда и этот огурец весит полкило,
то этот огурец весит полкило и этот разум — Будда.

Третьей теоремой была <P⊃<Q⊃<P∧Q>>>. Она разворачивается в структуру "если ... то" с вложением:

Если этот разум — Будда
то, если этот огурец весит полкило,
то этот разум — Будда и этот огурец весит полкило.

Вы вероятно, заметили, что каждая теорема, будучи интерпретированной, выражает что-либо совершенно тривиальное и самоочевидное. (Иногда теоремы бывают *настолько* самоочевидными, что кажутся бессмысленными — и даже, как это ни парадоксально, ложными!) Может быть, это вас не впечатляет; но вспомните, сколько ложных высказываний, кишмя кишащих кругом, мы могли бы вывести — но не вывели. Система исчисления высказываний аккуратно ступает от истины к истины, осторожно избегая всех ложных высказываний, подобно человеку, который, переходя ручей и желая остаться сухим, осторожно ступает с камня на камень, следуя выложенной "тропинке", как бы извилиста она не была. Удивительно то, что в исчислении высказываний все делается исключительно *типографским путем*. "Внутри" системы нет никого, кто бы думал о *значении* строчек. Здесь все делается строго механически и бездумно.

Полный список правил

Мы еще не привели всех правил исчисления высказываний. Их полный список, включая три новые правила, приведен ниже.

ПРАВИЛО ОБЪЕДИНЕНИЯ: Если x и y — теоремы системы, то строчка $\langle x \wedge y \rangle$ — также теорема.

ПРАВИЛО РАЗДЕЛЕНИЯ: Если $\langle x \wedge y \rangle$ — теорема, то и x и y — также теоремы.

ПРАВИЛО ДВОЙНОЙ ТИЛЬДЫ: Строчка '$\sim\sim$' может быть выброшена из любой теоремы. Она также может быть вставлена в любую теорему, если при этом получается правильно сформированная строчка.

ПРАВИЛО ФАНТАЗИИ: Если, принимая x за теорему, можно вывести y, то $\langle x \supset y \rangle$ является теоремой.

ПРАВИЛО ПЕРЕНОСА: В фантазию можно внести любую теорему из "реальности" одним уровнем выше и использовать ее там.

ПРАВИЛО ОТДЕЛЕНИЯ: Если x и $\langle x \supset y \rangle$ — теоремы, то y — также теорема.

ПРАВИЛО КОНТРАПОЗИЦИИ: $\langle x \supset y \rangle$ и $\langle \sim y \supset \sim x \rangle$ взаимозаменяемы.

ПРАВИЛО ДЕ МОРГАНА: $\langle \sim x \wedge \sim y \rangle$ и $\sim \langle x \vee y \rangle$ взаимозаменяемы.

ПРАВИЛО ЗАМЕНЫ: $\langle x \vee y \rangle$ и $\langle \sim x \supset y \rangle$ взаимозаменяемы.

Под "взаимозаменяемостью" здесь понимается следующее: если одно из двух выражений встречается в виде теоремы или части теоремы, оно может быть заменено на второе, и результат также будет теоремой.

Объяснение правил

Прежде чем рассматривать эти правила в действии, я хочу их коротко пояснить. Вы, вероятно, можете придумать примеры получше; поэтому я ограничусь только несколькими.

Правило контрапозиции показывает то, каким образом мы перевертываем условные предложения (обычно мы делаем это бессознательно). Например, буддистское изречение о Тропе — дороге к Мудрости:

Если вы изучаете ее, то вы далеко от Тропы.

означает то же самое, что

Если вы близко к Тропе, то вы ее не изучаете.

Правило Де Моргана может быть проиллюстрировано на примере хорошо знакомого нам высказывания "Флаг не движется и ветер не движется". Если P означает "флаг движется" и Q — "ветер движется", то комбинированное высказывание будет $\langle \sim P \wedge \sim Q \rangle$, которое, согласно правилу Де Моргана, может быть заменено на $\sim \langle P \vee Q \rangle$: "Неверно, что флаг или ветер движутся". Никто не станет оспаривать, что это весьма осмысленное дзен-ключение...

Для иллюстрации правила замены возьмем высказывание "Либо туча завис-

ла над горой, либо лунный луч проникает сквозь волны озера" — фраза, которую мог бы произнести дзен-буддистский мастер, пытаясь мысленно увидеть любимое озеро. Теперь держитесь крепче: правило замены утверждает, что это высказывание может быть заменено на мысль "Если туча не зависла над горой, то лунный луч проникает сквозь волны озера." Это, может быть, и не Просветление, но это большее, что исчисление высказываний может нам предложить.

Игра с системой

Теперь давайте приложим эти правила к одной из предыдущих теорем и посмотрим, что у нас выйдет. Возьмем, к примеру, теорему <P⊃~~P>:

<P⊃~~P>	старая теорема
<~~~P⊃~P>	контрапозиция
<~P⊃~P>	двойная тильда
<P∨~P>	замена

Новая теорема в интерпретации утверждает, что

> Либо этот разум Будда, либо этот разум не Будда.

Интерпретированая теорема снова оказалось истинным (хотя, может быть, и не таким уж удивительным) высказыванием.

Частичная интерпретация

Читая вслух теоремы исчисления высказываний, кажется естественным интерпретировать все, кроме атомов. Я называю это *частичной интерпретацией*. Например, частичной интерпретацией <P∨~P> было бы

P или не P

Хотя P здесь и не высказывание, приведенное полувысказывание все же звучит как истинное, поскольку мы можем легко вообразить на месте P любое предложение — и форма этой частичной интерпретации уверяет нас, что, независимо от нашего выбора, результатом будет истинное высказывание. Именно это — центральная идея исчисления высказываний: оно производит теоремы, которые, будучи частично интерпретированными, производят "универсально истинные полувысказывания". Независимо от того, как мы дополним интерпретацию, у нас получатся истинные суждения.

Топор Ганто

Теперь мы можем проделать более сложное упражнение, основанное на дзен-буддистстком коане под названием "Топор Ганто". Вот его начало:

> Однажды Токусан сказал своему ученику Ганто: "В нашем монастыре есть два монаха, которые прожили здесь много лет. Иди и проверь их". Ганто взял топор и пошел в хижину, где монахи занимались медитацией. Он поднял топор со словами: "Если вы скажете хоть одно слово, я отрублю вам головы; и если вы не скажете ни слова, я все равно отрублю вам головы".[1]

Если вы скажете хоть одно слово, я прерву этот коан; и если вы не скажете ни слова, я все равно прерву этот коан — поскольку хочу перевести его в нашу нотацию. Пусть "вы скажете слово" будет P, а "я отрублю вам головы" — Q. Тогда угроза Ганто записывается как <<P ⊃Q>∧<~P ⊃Q>>. Что, если бы эта угроза являлась бы аксиомой? Ответом на этот вопрос служит следующая фантазия.

(1)	[	проталкивание
(2)	<<P ⊃Q>∧<~P ⊃Q>>	аксиома Ганто
(3)	<P ⊃Q>	разделение
(4)	<~Q⊃~P>	контрапозиция
(5)	<~P⊃Q>	разделение
(6)	<~Q⊃~~P>	контрапозиция
(7)	[	снова проталкивание
(8)	~Q	посылка
(9)	<~Q⊃~P>	перенос строки 4
(10)	~P	отделение
(11)	<~Q⊃~~P>	перенос строки 6
(12)	~~P	отделение (строки 8 и 11)
(13)	<~P∧~~P>	объединение
(14)	~<P∨~P>	Де Морган
(15)	]	выталкивание
(16)	<~Q⊃~<P∨~P>>	правило фантазии
(17)	<<P∨~P>⊃Q>	контрапозиция
(18)	[	проталкивание
(19)	~P	посылка (и результат!)
(20)	]	выталкивание
(21)	<~P⊃~P>	правило фантазии
(22)	<P∨~P>	правило замены
(23)	Q	отделение (строки 22 и 17)
(24)	]	выталкивание

Этот пример показывает, насколько мощно исчисление высказываний. Всего лишь за 24 шага мы логически вывели, что Q — иными словами, головы будут отрублены! (Зловещая примета: последнее использованное нами правило было правилом "отделения"...) Теперь, скажете вы, нет смысла продолжать коан, так как исход уже известен. Однако я передумал и не буду его прерывать — в конце концов, это настоящий дзен-коан! Итак, вот конец этого рассказа:

> Оба монаха продолжали медитировать как ни в чем не бывало, словно они ничего не слышали. Тогда Ганто опустил топор и воскликнул: "Вы — настоящие дзен-буддисты!" Затем он вернулся к Токусану и рассказал о случившемся. "Я понимаю вашу идею", — сказал тот, — "но скажите мне, какова их идея?" "Тозан мог бы принять их в ученики, — ответил Ганто, — но они не должны быть приняты в ученики Токусаном".[2]

Понимаете ли вы мою идею? А как насчет идеи дзена?

Имеется ли разрешающий алгоритм для теорем?

Исчисление высказываний дает нам набор правил для производства таких высказываний, которые были бы истинными в любом из возможных миров. Именно

поэтому все его теоремы звучат так просто: кажется, что они совершенно лишены содержания! С такой точки зрения, исчисление высказываний должно казаться пустой тратой времени, поскольку оно сообщает нам абсолютно тривиальные вещи. С другой стороны, это делается путем определения *формы* универсально истинных высказываний, что представляет основные истины вселенной в новом свете. Они не только фундаментальны, но и *регулярны:* их можно произвести, используя определенный набор типографских правил. Иными словами, все они сделаны из одного теста. Можете поразмыслить над тем, возможно ли произвести также и дзен-буддистские коаны, пользуясь набором типографских правил.

Весьма важным здесь является вопрос о разрешающей процедуре — а именно, существует ли некий механический метод отличения теорем от нетеорем? Если да, то это будет означать, что теоремы исчисления высказываний не только рекурсивно перечислимы, но и рекурсивны. Оказывается, что алгоритм разрешения существует, и довольно интересный — таблицы истинности. Изложение этого метода увело бы нас слишком далеко в сторону; вы можете найти его почти в любой книге по логике. А как насчет дзен-буддистских коанов? Может ли существовать такая механическая процедура разрешения, которая отличала бы настоящий дзен-коан от всех остальных вещей?

Откуда мы знаем, что система непротиворечива?

До сих пор, мы только *предполагали,* что все теоремы, интерпретированные должным образом, производят истинные высказывания. Но знаем ли мы это *наверняка?* Можем ли мы это доказать? Иными словами, заслуживают ли наши интерпретации ('и' для '∧' и так далее) того, чтобы именоваться "пассивными значениями" символов? На это существуют два различных взгляда, которые можно назвать "осторожным" и "неосторожным". Я представлю это взгляды так, как я их понимаю; пусть их выразителей зовут, соответственно, "Осторожность" и "Неосторожность".

Осторожность: Мы будем знать наверняка, что при нашей интерпретации все теоремы получаются истинными, только тогда, когда сможем это доказать. Это вдумчивый и осторожный способ действия.

Неосторожность: Напротив, ОЧЕВИДНО, что все теоремы получаются истинными. Если вы в этом сомневаетесь, взгляните еще раз на правила системы. Вы увидите, что каждое правило заставляет символ действовать точно также, как должно действовать слово, им представляемое. Например, правило объединения заставляет символ '∧' действовать как 'и'; правило отделения заставляет '⊃' действовать также, как слова 'если ... то'; и так далее. Если только вы не похожи в этом отношении на Черепаху, то легко узнаете в каждом правиле кодификацию схем, которыми пользуетесь в собственных мыслях. Поэтому, если вы доверяете собственным мыслям, вы ОБЯЗАНЫ верить в то, что все теоремы в интерпретации выходят истинными. Таково мое мнение. Я не нуждаюсь в дальнейших доказательствах. Если вы считаете, что какая-нибудь теорема может получиться ложной, значит вы думаете, что какое-то из правил неверно. В таком случае, покажите мне, какое именно!

Осторожность: Не могу, поскольку я не знаю точно, что там есть неверные правила — поэтому я не могу указать вам на одно из них. Все же я могу

вообразить себе следующую сцену. Следуя правилам, вы выводите теорему — скажем, *x*. Между тем, я, также следуя правилам, вывожу другую теорему — и предположим, у меня вышло $\sim x$. Можете лы вы представить себе такое?

Неосторожность: Хорошо — представим себе, что такое произошло. Чем это вам помешает? Скажем, мы обе играем с системой MIU; у меня получилась теорема *x*, а у вас — *x*U. Можете вы представить такое?

Осторожность: Разумеется: и MI, и MIU — теоремы.

Неосторожность: И вас это не смущает?

Осторожность: Конечно, нет. Ваш пример просто смешон, поскольку теоремы MI и MIU не ПРОТИВОРЕЧАТ одна другой, в то время как строчки *x* и $\sim x$ в исчислении высказываний противоречивы.

Неосторожность: Хорошо — если только вы решили интерпретировать '$\sim$' как 'не'. Но что заставляет вас думать, что '$\sim$' должно быть интерпретировано именно так?

Осторожность: Сами правила. Их них видно, что единственной возможной интерпретацией для '$\sim$' является 'не', единственной возможной интерпретацией для '$\wedge$' — 'и' и так далее.

Неосторожность: Иными словами, вы считаете, что правила описывают значения слов?

Осторожность: Именно так.

Неосторожность: И, несмотря на это, вы все еще цепляетесь за мысль, что обе *x* и $\sim x$ могут быть теоремами? Почему бы вам заодно не предположить, что ежи — это жабы, или что 1 равняется 2, или что луна сделана из зеленого сыра? Я, со своей стороны, не хочу даже и думать, что основные ингредиенты моего мыслительного процесса могут быть ошибочными — иначе мне пришлось бы усомниться в собственном анализе всего этого вопроса, и я бы совершенно запуталась.

Осторожность: Ваши аргументы притянуты за уши. Все же мне хотелось бы увидеть ДОКАЗАТЕЛЬСТВО того, что все теоремы истинны, или того, что *x* и $\sim x$ не могут быть теоремами одновременно.

Неосторожность: Желаете доказательства? По-моему, вы более хотите убедиться в непротиворечивости исчисления высказываний, чем в вашем собственном душевном здоровье. Любое мыслимое доказательство включало бы более сложные операции, чем те, что возможны в самом исчислении высказываний. И что бы это доказало? С вашим желанием доказать непротиворечивость исчисления высказываний вы напоминаете мне человека, который захотел выучить русский и потребовал для этого словарь, определяющий все простые слова через более сложные...

Снова Кэрролловский Диалог

Этот небольшой спор показывает, как трудно использовать логику и рассуждения для защиты самой логики. В какой-то момент вы упираетесь в стенку, и вам ничего не остается, кроме как выкрикивать: "Я знаю, что я прав!" Мы снова столкнулись с вопросом, который Льюис Кэрролл так ярко проиллюстрировал в своем Диалоге: продолжать защищать схему собственного мышления до бесконечности невозможно. Рано или поздно наступает момент, когда приходится в нее просто поверить.

Систему рассуждений можно сравнить с яйцом. Его внутренность защищена скорлупой — но чтобы куда-то это яйцо послать, вы на нее не надеетесь. Вы упаковываете яйцо в контейнер, выбранный в соответствии с трудностью предстоящего путешествия. Если вы хотите действовать более осторожно, можете даже уложить яйцо в несколько вложенных одна в другую коробок. Однако сколько бы коробок вы не использовали, всегда можно вообразить себе, что происходит катастрофа и яйцо все же разбивается. Точно так же мы никогда не можем дать абсолютное, конечное доказательство того, что доказательства какой-либо системы истинны. Разумеется, мы можем представить доказательство доказательства, или доказательство доказательства доказательства — но нам всегда приходится принимать на веру состоятельность самой внешней из систем. Всегда возможно вообразить, что некая тонкость разрушит каждое из наших доказательств — и когда мы дойдем до "дна", то "доказанный" результат окажется вовсе не таким уж истинным. Это, однако, не означает, что математики и физики постоянно беспокоятся о том, что все здание математики может быть ложным. С другой стороны, когда люди сталкиваются с неординарными, или слишком длинными, или полученными на компьютере доказательствами, они начинают думать над тем, что же имеется в виду под этим почти святым понятием "доказательства".

Отличным упражнением для вас, читатель, было бы сейчас снова вернуться к Диалогу Кэрролла и попытаться закодировать весь спор с самого начала, используя нашу нотацию.

Ахилл: Если у вас имеется <<A∧B>⊃Z> и <A∧B>, то у вас наверняка есть Z.

Черепаха: Вы имеете в виду, что <<<<A∧B>⊃Z>∧<A∧B>>⊃Z>, не так ли?

(Подсказка: то, что Ахилл считает правилом вывода, Черепаха тут же превращает в простую строчку системы. Используя только буквы A, B и Z, вы получите непрерывно удлиняющуюся рекурсивную структуру.)

Кратчайший путь и выведенные правила

Выводя теоремы исчисления высказываний, мы обычно вскоре изобретаем различные сокращения пути, строго говоря, не являющиеся частью системы. Например, если бы в какой-то момент нам понадобилась бы строчка <Q∨~Q>, и при этом у нас уже имелась бы ранее выведенная строчка <P∨~P>, многие из нас действовали бы так, словно строчка <Q∨~Q> уже выведена, так как мы знаем, что ее вывод в точности соответствует выводу <P∨~P>. Выведенная теорема используется здесь как "схема теорем" — форма для их отливки. Этот прием вполне допустим, поскольку он помогает нам выводить новые теоремы-но сам по себе он не является правилом исчисления высказываний. Скорее это вторичное, *выведенное* правило, часть нашего знания о системе. Конечно, то, что это правило всегда оставляет нас в области теорем, еще надо доказать — но тем не менее, это правило отличается от дериваций внутри системы. Оно является доказательством в ординарном, интуитивном значении этого слова — цепочка рассуждений, проведенная по способу I. Теория *об* исчислении высказываний является "мета-теорией", и ее результаты можно назвать "мета-теорема-

ми" — Теоремами о теоремах. (Обратите внимание на заглавную букву в выражении "Теоремы о теоремах". Это — следствие нашего соглашения: метатеоремы являются Теоремами (доказанными результатами), касающимися теорем (выводимые строчки).)

В исчислении высказываний можно найти множество других мета-теорем, или вторичных правил вывода. Вот, например, вторичное правило Де Моргана:

<~x∨~y> и ~<x∧y> взаимозаменяемы.

Если бы это было правилом системы, это значительно ускорило бы многие деривации. А что, если мы *докажем,* что оно верно — достаточно ли этого, чтобы использовать его в качестве еще одного правила вывода?

У нас нет причин сомневаться в истинности этого выведенного правила. Однако как только вы начинаете использовать выведенные правила в процедуре исчисления высказываний, формальность системы теряется, поскольку эти правила выведены неформально — вне системы. Формальные системы были предложены, как способ проследить за каждым шагом доказательства внутри единой строгой системы, чтобы каждый математик мог механически проверить работу своих коллег. Однако если вы готовы при малейшей возможности выскочить за рамки системы, то зачем ее вообще было создавать? Как видите, у подобных правил есть и отрицательная сторона.

Формализация высших уровней

С другой стороны, возможен и иной выход. Почему бы нам не формализовать также и мета-теорию? Таким образом, выведенные правила (мета-теоремы) станут частью большей формальной системы и вывод новых, упрощающих деривацию теорем формализованной мета-теории станет законным. Эти теоремы затем могут быть использованы, чтобы облегчить вывод теорем исчисления высказываний. Это интересная идея, но как только мы начинаем ее обдумывать, то тут же сталкиваемся с мета-мета-теориями и так далее. Ясно, что сколько бы уровней мы не формализовали, всегда найдется кто-нибудь, кто захочет вывести упрощающие правила на высшем уровне.

Можно даже предположить, что теория логических рассуждений могла бы быть идентична своей мета-теории, если бы последняя была достаточно аккуратно разработана. Тогда, казалось бы, все уровни соединились бы в один единственный, и размышления *о* системе стали бы аналогичны работе *внутри* системы. Однако это не так просто. Даже если система и способна размышлять о самой себе, это еще не значит, что она *выпрыгивает* из себя. Вы, находясь вне системы, воспринимаете ее по-другому, чем она воспринимает себя сама. Таким образом, мета-теория — взгляд со стороны — все равно существует, даже если теория и может "обдумывать себя саму", не выходя за пределы системы. В дальнейшем мы увидим, что существуют теории, способные на самоанализ. Более того, вскоре мы познакомимся с системой, где это происходит совершенно случайно, без малейшего нашего желания, и увидим, что из этого получается. Однако в нашей работе с исчислением высказываний мы постараемся придерживаться простейших идей и избегать смешения уровней.

Ошибки получаются, когда нам не удается четко разграничить работу внутри системы (способ M) и размышления о системе (способ I). Например, может

показаться вполне разумным предположить, что, поскольку <Pv~P> (частично интерпретируемое как P или не P) — теорема, то одна из двух — либо P, либо не P, должна также являться теоремой. Но это совершенно неверно: не один из членов этой пары не является теоремой. Опасно считать, что символы можно свободно передвигать между разными уровнями — как, например, язык формальной системы и ее метаязык (русский).

Размышления о сильных и слабых сторонах системы

Мы только что познакомились с системой, предназначенной отразить часть архитектуры логического мышления. Эта система имеет дело с небольшим количеством простых и точных понятий. Именно простота и точность исчисления высказываний делает его таким привлекательным для математиков. Для этого есть две причины. (1) Его свойства можно изучать сами по себе (так геометрия изучает простые и неподвижные формы). Исчисление высказываний можно варьировать путем изменения различных символов, правил вывода, аксиом или схем аксиом и так далее. (Кстати, представленный здесь вариант исчисления высказываний был изобретен Г. Гентценом в начале 1930-х годов. Существуют другие версии, в которых используется единственное правило вывода — обычно, отделение — и в которых есть несколько аксиом или схем аксиом.) Изучение методов логического мышления при помощи элегантных формальных систем — это весьма привлекательная ветвь чистой математики. (2) Исчисление высказываний может быть легко расширено до включения других фундаментальных аспектов мышления. Это будет частично показано в следующей главе, где исчисление высказываний целиком будет включено в намного большую и глубокую систему, способную на сложные рассуждения в области теории чисел.

Доказательства и деривации

Исчисление высказываний напоминает процесс мышления, но при этом мы не должны равнять его правила с правилами человеческой мысли. *Доказательство* — это нечто неформальное; иными словами — это продукт нормального мышления, записанный на человеческом языке и предназначенный для человеческого потребления. В доказательствах могут использоваться всевозможные сложные мыслительные приемы и, хотя интуитивно они могут казаться верными, можно усомниться в том, возможно ли доказать их логически. Именно поэтому мы и нуждаемся в формализации. *Деривация,* или *вывод* — это искусственное соответствие доказательства; ее назначение — достичь той же цели, на этот раз с помощью логической структуры, методы которой не только ясно выражены, но и очень просты.

Обычно формальная деривация бывает крайне длинна по сравнению с соответствующей "естественной" мыслью. Это, конечно, плохо — но это та цена, которую приходится платить за упрощение каждого шага. Часто бывает, что деривация и доказательство "просты" в дополнении друг к другу. Доказательство просто в том смысле, что каждый шаг "кажется правильным", даже если мы и не знаем точно, почему; деривация проста, потому что каждый из мириада ее шагов так прост, что к нему невозможно придраться и, поскольку вся дери-

вация состоит из таких шагов, мы предполагаем, что она безошибочна. Каждый тип простоты, однако, привносит свой тип сложности. В случае доказательств, это сложность системы, на которую они опираются — а именно, человеческого языка; в случае дериваций, это их астрономическая длина, делающая их почти невозможными для понимания.

Таким образом, мы считаем исчисление высказываний частью общего метода для составления искусственных структур, подобных доказательствам. Однако оно лишено гибкости или всеобщности, поскольку предназначено только для работы с математическими понятиями, которые, в свою очередь, жестко определенны. В качестве довольно интересного примера давайте рассмотрим деривацию, в которой посылкой фантазии является необычная строчка: <P∧~P>. По крайней мере, ее частичная интерпретация звучит странно. Исчисление высказываний, однако, не задумывается над интерпретациями — вместо этого, оно просто манипулирует типографскими символами, а в типографском смысле в этой строчке нет ничего необычного.

Вот фантазия с данной строчкой в качестве посылки.

(1)	[	проталкивание
(2)	<P∧~P>	посылка
(3)	P	разделение
(4)	~P	разделение
(5)	[	проталкивание
(6)	~Q	посылка
(7)	P	переход, строка 3
(8)	~~P	двойная тильда
(9)	]	выталкивание
(10)	<~Q⊃~~P>	фантазия
(11)	<~P⊃Q>	контрапозиция
(12)	Q	отделение (строчки 4, 11)
(13)	]	выталкивание
(14)	<<P∧~P>⊃Q>	фантазия

Эта теорема имеет очень странную частичную интерпретацию:

Из P и не P вместе взятых следует Q.

Поскольку Q можно интерпретировать любым предложением, мы можем считать, что эта теорема утверждает, что "из противоречия следует что угодно"! Поэтому системы, основанные на исчислении высказываний, не могут содержать противоречий — противоречия мгновенно заражают всю систему, подобно глобальному раку.

Подход к разрешению противоречий

Это не похоже на человеческую мысль. Если вы обнаружите в своих рассуждениях противоречие, вряд ли это разрушит все здание вашего мышления. Вместо этого вы, скорее всего, попытаетесь найти те идеи или методы рассуждения, которые явились причиной противоречия. Иными словами, вы попытаетесь, насколько это возможно, выйти из ваших внутренних систем, приведших к противоречию, и попробуете их исправить. Маловероятно, что вы поднимете руки вверх и воскликнете: "Это показывает, что теперь я верю во все, что угодно!" — разве что в шутку.

В действительности, противоречия — это важный источник прогресса во всех областях жизни, и математика не является исключением. В прошлом, когда в математике обнаруживалось противоречие, математики тут же пытались найти виновную в этом систему, выйти из таковой, проанализировать ее и, если возможно, залатать прореху. Вместо того, чтобы делать математику слабее, нахождение и "починка" противоречивых систем только усиливали ее. Этот путь был долог и усеян ошибками, но в конце концов, он приносил плоды. Например, в средневековье предметом горячих споров была бесконечная последовательность

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \ldots$$

Существовали "доказательства", что эта серия равняется 0, 1, 1/2 — а может быть, и другим числам. Из подобных противоречивых результатов выросла более полная и глубокая теория бесконечных рядов.

Более актуальный пример — противоречие, с которым мы сталкиваемся в данный момент; это противоречие между тем, как мы действительно думаем, и тем, как исчисление высказываний имитирует наше мышление. Это продолжает быть источником дискомфорта для многих логиков; множество творческих усилий было приложено к тому, чтобы улучшить исчисление высказываний, чтобы оно не было таким жестким. Одна из попыток, изложенная в книге А. Р. Андерсона и Н. Белнапа "Следствие" (A.R. Anderson & N.Belnap, "Entailment")[3], включает "уместный подтекст", с тем, чтобы придать символу "если — то" действительную причинность или, по крайней мере, некоторую связь со смыслом. Взгляните на следующие теоремы исчисления высказываний:

$$\langle P \supset \langle Q \supset P \rangle \rangle$$
$$\langle P \supset \langle Q \vee \sim Q \rangle \rangle$$
$$\langle \langle P \wedge \sim P \rangle \supset Q \rangle$$
$$\langle \langle P \supset Q \rangle \vee \langle Q \supset P \rangle \rangle$$

Эти и другие подобные теоремы показывают, что первая и вторая части суждений типа "если...то" вовсе не должны иметь никакой связи для того, чтобы быть доказанными в исчислении высказываний. С другой стороны, "уместный подтекст" ставит некоторые ограничения на контекст, в котором может действовать правило вывода. Опираясь на интуицию, он говорит нам, что "что-то может быть выведено из чего-то только в том случае, если эти части как-то соотносятся между собой". Например, строка 10 в деривации выше была бы невозможна в данной системе — и это, в свою очередь, заблокировало бы вывод строчки $\langle\langle P \wedge \sim P \rangle \supset Q \rangle$.

Более радикальные попытки полностью отказываются от поисков непротиворечивости и полноты, пытаясь взамен симулировать человеческое мышление со всеми его противоречиями. Подобные исследования уже не ставят своей целью дать математике прочный фундамент; они занимаются изучением процесса человеческой мысли.

Несмотря на некоторые странности, исчисление высказываний обладает многими положительными чертами. Если рассматривать его как часть большей системы (что мы и сделаем в следующей главе), и знать наверняка, что сама эта система свободна от противоречий (мы будем в этом уверены), то исчисление высказываний выполняет все, чего мы можем от него ожидать: оно производит все возможные правильные умозаключения. Даже если противоречие все-таки будет обнаружено, мы можем быть уверены, что виновница этого — сама большая система, а не ее подсистема — исчисление высказываний.

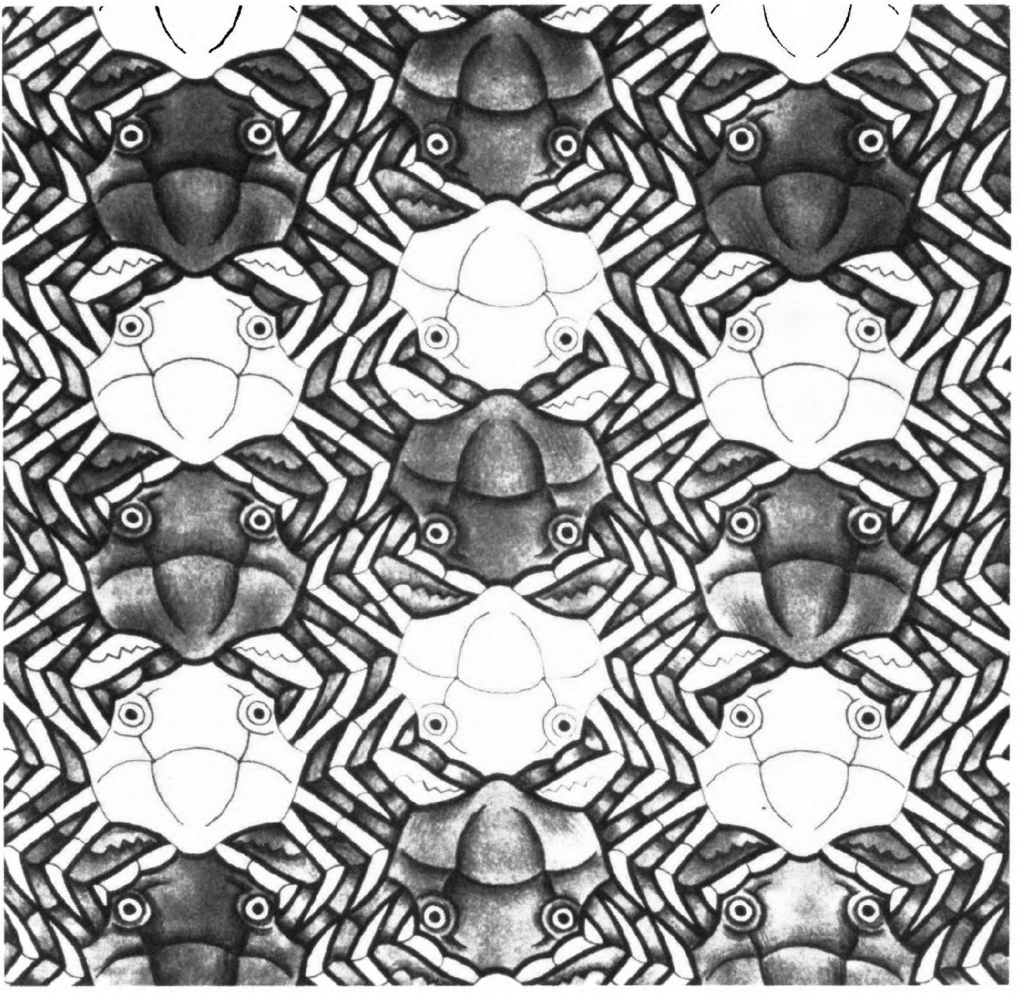
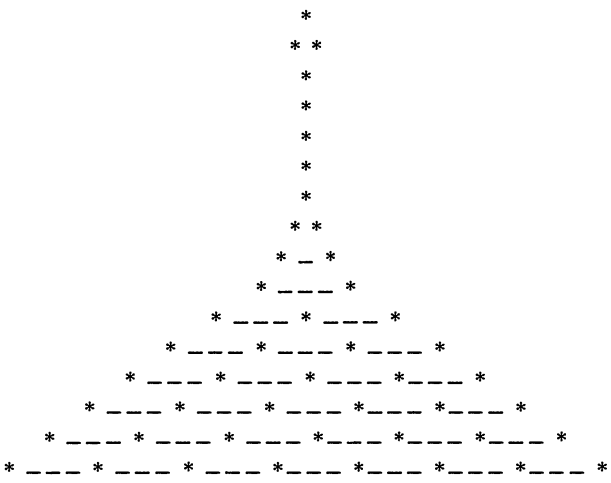


РИС. 42. М.К. Эшер. "Крабий канон" (1965).



Крабий канон

В один прекрасный день, Ахилл и Черепаха, прогуливаясь по парку, наталкиваются друг на друга.

Черепаха: Приветствую, г-н А.!

Ахилл: И я вас тоже.

Черепаха: Всегда рада вас видеть.

Ахилл: Вы читаете мои мысли.

Черепаха: В такой денек приятно пройтись; пожалуй, я пойду домой пешочком.

Ахилл: Неужели? Гулять, знаете ли, весьма полезно для здоровья.

Черепаха: Кстати, в последнее время вы выглядите как огурчик.

Ахилл: О, благодарю вас.

Черепаха: Не стоит. Не желаете ли угоститься моими сигарами?

Ахилл: Да вы, как я погляжу, филистер. По моему мнению, голландский вклад в эту область — значительно худшего вкуса, и я хочу попытаться вас в этом убедить.

Черепаха: Наши мнения по этому вопросу расходятся. Кстати, говоря о вкусах: несколько дней назад я была на выставке, где, наконец, увидела «Крабий канон» вашего любимого художника, М. К. Эшера. Какая красота! Как ловко он переворачивает тему задом наперед! Но боюсь, что для меня Бах всегда останется выше Эшера.

Ахилл: Не знаю, не знаю... Я уверен только в том, что меня не волнуют споры о вкусах. De gustibus non est disputandum.

Черепаха: Поговорим лучше о другом. Знаете ли вы, что я уже давно пытаюсь собрать полную коллекцию редких записей Баха — хоть это и отнимает много времени, но я считаю, что лучшего хобби не найти.

Ахилл: Ну и волокита! Не знаю, как кому-то могут нравиться такие вещи...

(Вдруг, откуда ни возьмись, появляется Краб. Он стремительно подбегает к друзьям, указывая на огромный синяк под глазом.)

Краб: Приветик! Бонжурчик! Я сегодня как огурчик, только вот синяк — кошмар, не правда ли? Мне его наставил этот поляк, ужасный, скажу вам, пошляк. Хо! Да еще в такой чудесный денек! Я себе по парку гулял, никого не задирал; вдруг слышу — музыка небесная, полька расчудесная. Гляжу, а на скамье сидит девица, да такая, что нам с вами не пара; а в руках у нее — гитара. Я и сам, знаете ли, из музыкальной семьи: мой кузен рак — мужик не дурак! — всегда зимовал ничуть не ближе, чем в Париже. Он был придворным музыкантом короля — услаждал его величество художественным свистом, когда тот сидел с придворными за вистом. Любовь к музыке у нас, ракообразных, в крови... Понимаете теперь, почему я не удержался, на скамейку взобрался, и говорю на ушко девице: «Щипать струны вы, гляжу, мастерица! Позвольте мне, как музыканту, сделать вам комплимент — а также предложить свой аккомпанемент. Чтоб польке дать полнее звук, сыграем-ка в двенадцать рук!» Она как вскочит, да как завопит, что есть мочи! Тут откуда ни возьмись, явился этот здоровяк, этот поляк... Бах! Трах! Прямо в глаз попал — вот откуда этот фингал! Не думайте, что я трус — атаковать я не боюсь. Но по давней семейной традиции, крабы — мастера защитной диспозиции... Ведь мы, когда идем вперед, движемся назад. Это у нас в генах — переворачивать все задом наперед. Кстати, это мне напоминает... Я всегда спрашивал себя: «Что было раньше, Краб или Ген?» То есть, я хочу сказать: «Что было позже, Ген или Краб»? Я всегда переворачиваю все задом наперед, знаете ли — это у нас в генах. Ведь мы, когда идем вперед, движемся назад... Ох, и заболтался же я, друзья! Да еще в такой чудный денек, хо! Поползу себе, пожалуй. Приветик!

(И он исчезает так же внезапно, как и появился.)

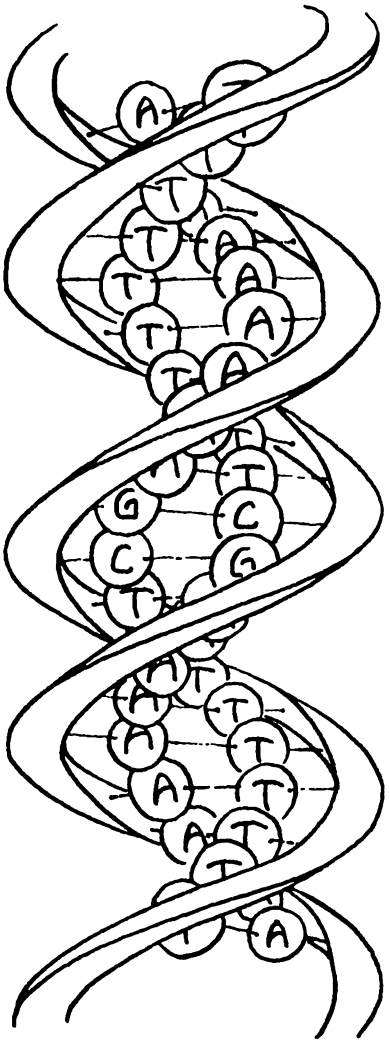


РИС. 43. Кусочек одного из Крабьих Генов. Если спирали ДНК развернуть и положить рядом, то получится следующая : картина:

... TTTTTTTCGAAAAAAA ...
... AAAAAAAGTTTTTTTT...

Обратите внимание на то, что спирали одинаковы - разница только в том, что одна из них идет в обратном порядке. Эта черта определяет также музыкальную форму под названием ракоход, или «крабий канон.» Очень похожи на это и палиндромы — предложения, которые при прочтении задом наперед дают точно тот же результат. В молекулярной биологии подобные сегменты ДНК называются «палиндромами» — на самом деле, более точным названием было бы «крабий канон». Этот сегмент ДНК не только «крабо-каноничен» — в его основной структуре также закодирована структура Диалога. Присмотритесь повнимательней!

Черепаха: Ну и волокита! Не знаю, как кому-то могут нравиться такие вещи...

Ахилл: Поговорим лучше о другом. Знаете ли вы, что я уже давно пытаюсь собрать полную коллекцию редких гравюр Эшера — хоть это и отнимает много времени, но я считаю, что лучшего хобби не найти.

Черепаха: Не знаю, не знаю... Я уверена только в том, что меня не волнуют споры о вкусах. Disputandum non est de gustibus.

Ахилл: Наши мнения по этому вопросу расходятся. Кстати, говоря о вкусах: несколько дней назад я был на концерте, где наконец, услышал «Крабий канон» вашего любимого композитора, И. С. Баха. Какая красота! Как ловко он переворачивает тему задом наперед! Но боюсь, что для меня Эшер всегда останется выше Баха.

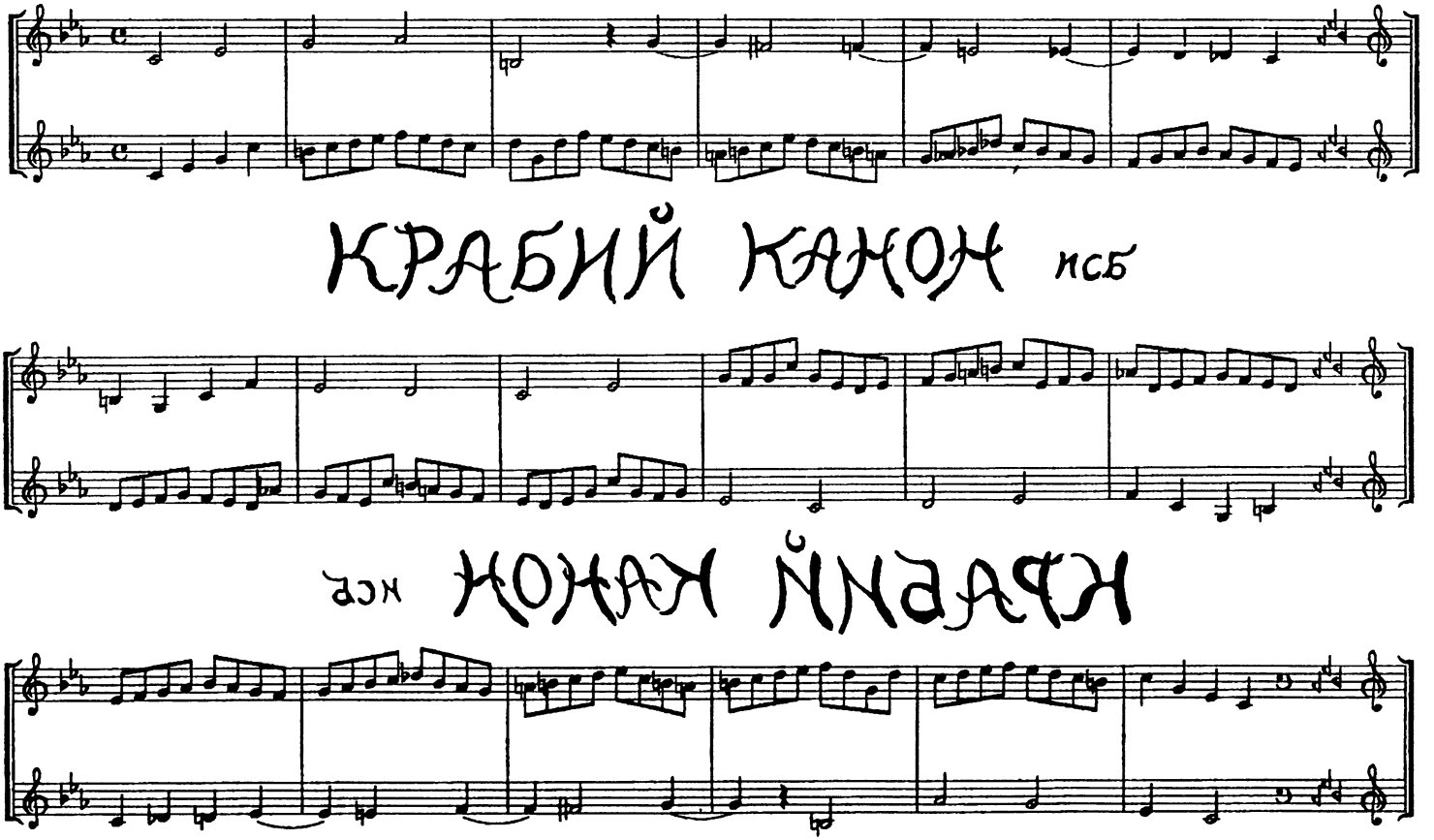


РИС. 44. "Крабий канон" из музыкального приношения" И.С. Баха.

Черепаха: Да вы, как я погляжу, филистер. По моему мнению, голландский вклад в эту область — значительно худшего вкуса, и я хочу попытаться вас в этом убедить.

Ахилл: Не стоит. Не желаете ли угоститься моими сигарами?

Черепаха: О, благодарю вас.

Ахилл: Кстати, в последнее время вы выглядите как огурчик.

Черепаха: Неужели? Гулять, знаете ли, весьма полезно для здоровья.

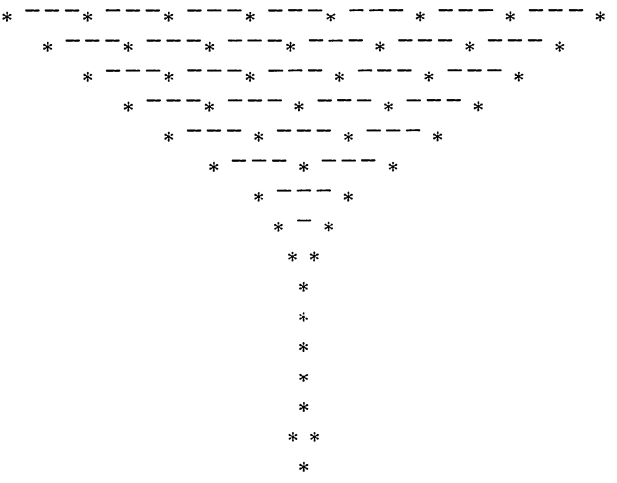
Ахилл: В такой денек приятно пройтись; пожалуй, я пойду домой пешочком.

Черепаха: Вы читаете мои мысли.

Ахилл: Всегда рад вас видеть.

Черепаха: И я вас тоже.

Ахилл: Приветствую, г-жа Ч.



ГЛАВА VIII

Типографская теория чисел

"Крабий Канон" и косвенная автореференция

В "КРАБЬЕМ КАНОНЕ" есть три примера косвенной автореференции. Ахилл и Черепаха описывают известные им произведения искусства — и по случайному совпадению оказывается, что эти произведения построены по той же схеме, как и диалог, в котором они упоминаются. Вообразите мое удивление, когда я, автор, сам это заметил! Более того, краб описывает биологическую структуру, которая тоже имеет подобные свойства. Разумеется, можно прочитать и понять диалог, не заметив при этом, что он сделан в форме ракохода — но это было бы пониманием диалога только на одном уровне. Чтобы увидеть автореференцию, надо обратить внимание как на содержание, так и на форму диалога.

Построение Гёделя состоит из описания как формы, так и содержания строчек формальной системы, которую мы опишем в этой главе — *Типографской Теории Чисел*. Неожиданный поворот состоит в том, что при помощи хитроумного отображения, открытого Гёделем, форма строчек может быть описана в самой формальной системе. Давайте же познакомимся с этой странной системой, способной взглянуть сама на себя.

Что мы хотим выразить в ТТЧ

Для начала приведем некоторые высказывания, типичные для теории чисел; затем постараемся найти основные понятия, в терминах которых эти высказывания могут быть перефразированы. Далее эти понятия будут заменены индивидуальными символами. Необходимо заметить, что, говоря о теории чисел, мы имеем в виду только свойства положительных целых чисел и нуля (и множеств подобных чисел). Эти числа называются *натуральными числами*. Отрицательные числа не играют в этой теории никакой роли. Таким образом, слово "число" будет относиться исключительно к натуральным числам. Очень важно для вас, читатель, помнить о разнице между формальной системой (ТТЧ) и удобной, хотя и не очень строго определенной, старой ветвью математики — самой теорией чисел; я буду называть последнюю "Ч".

Вот некоторые типичные высказывания Ч — теории чисел:

(1) 5 — простое число.
(2) 2 не является квадратом другого числа.
(3) 1729 — сумма двух кубов.
(4) Сумма двух положительных кубов сама не является кубом.
(5) Существует бесконечное множество простых чисел.
(6) 6 — четное число.

Кажется, что нам понадобится символ для каждого из таких понятий, как "простое число", "куб" или "положительное число" — однако эти понятия, на самом деле, не примитивны. Например, "простота" числа зависит от его множителей, которые, в свою очередь, зависят от умножения. Кубы также определяются в

терминах умножения. Давайте постараемся перефразировать те же высказывания в более элементарных терминах.

(1′) Не существует чисел a и b бóльших единицы, таких, что 5 равнялось бы $a \cdot b$.
(2′) Не существует такого числа b, что $b \cdot b$ равнялось бы 2.
(3′) Существуют такие числа b и c, что $b \cdot b \cdot b + c \cdot c \cdot c$ равняется 1729.
(4′) Для любых чисел b и c больше нуля не существует такого числа a, что $a \cdot a \cdot a = b \cdot b \cdot b + c \cdot c \cdot c$.
(5′) Для каждого a существует b, большее, чем a, такое, что не существует чисел c и d, больших 1 и таких, что b равнялось бы $c \cdot d$.
(6′) Существует число e такое, что $2 \cdot e$ равняется 6.

Этот анализ продвинул нас на пути к основным элементам языка теории чисел. Очевидно, что некоторые фразы повторяются снова и снова:

для всех чисел b
существует число b, такое, что
больше чем
равняется
умноженное на
0, 1, 2,...

Большинство таких фраз получат индивидуальные символы. Исключением является "больше чем", которое может быть упрощено еще. Действительно, высказывание "a больше b" становится

существует число c отличное от 0, такое, что $a = b + c$.

Символы чисел

Мы не будем вводить отдельного символа для каждого из натуральных чисел. Вместо этого у нас будет очень простой способ приписать каждому натуральному числу составной символ, так, как мы делали это в системе **pr**. Вот наше обозначение натуральных чисел:

нуль	0
один	S0
два	SS0
три	SSS0
и т. д.	

Символ S интерпретируется как "следующий за." Таким образом, строчка SS0 интерпретируется буквально как "следующий за следующим за нулем." Подобные строчки называются *символами чисел*.

Переменные и термины

Ясно, что нам нужен способ говорить о неопределенных, или переменных числах. Для этого мы будем использовать буквы *a, b, c, d, e*. Однако пяти букв будет недостаточно. Так же, как для атомов в исчислении высказываний, нам требуется их неограниченное количество. Мы используем похожий метод для получения большего количества переменных — добавление любого количества штрихов. Например:

e
d′
c″
b‴
a⁗

все являются *переменными*.

В каком-то смысле, использовать целых пять букв алфавита — это слишком большая роскошь, так как мы могли бы легко обойтись просто буквой a и штрихами. Впоследствии я действительно опущу буквы *b, c, d,* и *e* — результатом будет более строгая версия ТТЧ, сложные формулы которой будет немного труднее расшифровать. Но пока давайте позволим себе некоторую роскошь!

Как насчет сложения и умножения? Очень просто: мы будем использовать обычные символы "+" и "·". Однако мы также введем требование скобок (мы мало помалу углубляемся в правила, определяющие правильно построенные строчки ТТЧ). Например, чтобы записать "*b* плюс *c*" и "*b*, умноженное на *c*", мы будем использовать строчки

(b + c)
(b · c)

В отношении скобок послабления быть не может; опустить их — значит произвести неправильно сформированную формулу. ("Формула?" Я использую этот термин вместо слова "строчка" лишь для удобства. *Формула* — это просто строчка ТТЧ.)

Кстати, сложение и умножение всегда будут рассматриваться как бинарные операции, то есть операции, объединяющие не более, чем два числа. Таким образом, если вы хотите записать "1 + 2 + 3", вы должны решить, какое из двух выражений использовать:

(S0+(SS0+SSS0))
((S0+SS0)+SSS0)

Теперь давайте символизируем понятие *равенства*. Для этого мы просто используем "=". Преимущество этого символа, принадлежащего Ч — неформальной теории чисел — очевидно: его весьма легко прочесть. Неудобство же при его использовании напоминает проблему, возникавшую при использовании слов "точка" и "линия" в формальном описании геометрии: если ослабить внимание, то легко спутать обыденное значение этих слов с поведением символов, подчиняющихся строгим правилам. Обсуждая проблемы геометрии, я различал между обыденными словами и терминами: последние печатались заглавными буквами. Так, в эллиптической геометрии ТОЧКОЙ было объединение двух точек. Здесь такого различия не будет, поэтому читатель должен постараться не спутать символ с многочисленными ассоциациями, которые он вызывает. Как я сказал ранее о системе **pr**, строчка −−− не является числом 3; вместо этого она действует изоморфно с числом 3, по крайней мере, при сложении. То же самое можно сказать и о строчке SSS0.

Атомы и символы высказываний

Все символы исчисления высказываний, кроме букв, с помощью которых мы получали атомы (P, Q, R), будут использованы в ТТЧ; при этом они сохранят ту же интерпретацию. Роль атомов будут играть строчки, которые, будучи интерпретированы, дадут равенства, такие как S0=SS0 или (S0·S0) = S0. Теперь у нас есть достаточно данных, чтобы перевести несколько простых суждений в запись ТТЧ:

2+3 равняется 4: (SS0+SSS0)=SSSS0
2+2 не равняется 3: ~(SS0+SS0)=SSS0
Если 1 равняется 0, то 0 равняется 1: <S0=0⊃0=S0>

Первая из этих строчек — атом; остальные — составные формулы. (Внимание: "и" во фразе "1 и 1 будет 2" — всего лишь еще одно обозначение "плюса" и должно быть представлено "+" (и необходимыми скобками).

Свободные переменные и кванторы

Все правильно сформированные строчки, приведенные выше, обладают следующим свойством: их интерпретация — либо истинное, либо ложное высказывание. Однако существуют правильно сформированные формулы, не обладающие этим свойством, такие, например, как:

(b+S0)=SS0

Ее интерпретация — "*b* плюс 1 равняется 2". Поскольку *b* не определено, то невозможно сказать, истинно ли данное высказывание. Это напоминает высказывание с местоимением, взятое отдельно от контекста, такое, как "Она неуклюжа." Это высказывание не истинно и не ложно — оно просто ждет, чтобы его поставили в контекст. Поскольку она не истинна и не ложна, подобная формула зовется *открытой,* а переменная *b* называется *свободной переменной.*

Одним из способов превратить открытую формулу в замкнутую формулу или высказывание является добавление *квантора* — фразы "существует число *b* такое, что..." или фразы "для всех *b*". В первом случае, у вас получается высказывание

Существует число *b* такое, что *b* плюс 1 равняется 2.

Ясно, что это истинно. Во втором случае, вы получите

Для всех чисел *b*, *b* плюс 1 равняется 2.

Ясно, что это ложно. Теперь мы введем символы для обоих кванторов. Два высказывания, приведенные выше, в ТТЧ будут выглядеть как

∃b:(b+S0)=SS0 (∃ означает "существует".)

∀b:(b+S0)=SS0 (∀ означает "все".)

Важно отметить, что речь идет уже не о неопределенных числах; первое высказывание — это утверждение существования, второе — утверждение общности. Их значение не изменится, даже если мы заменим *b* на *c*:

∃c:(c+S0)=SS0

∀c:(c+S0)=SS0

Переменная, управляемая квантором, называется *квантифицированной переменной.* Две следующие формулы иллюстрируют разницу между свободной и квантифицированной переменной.

(b·b)=SS0 (открытая)

~∃b:(b·b)=SS0 (замкнутая — высказывание ТТЧ)

Первая формула выражает свойство, которое может быть присуще какому-либо натуральному числу. Разумеется, такого числа не существует. Этот факт выражен второй формулой. Очень важно понять разницу между строчкой со *свободной* переменной и строчкой, в которой переменная *квантифицирована*. Последняя строчка — либо *истинна,* либо *ложна*. В переводе на русский язык, строчка, где есть по крайней мере одна свободная переменная, называется *предикатом*. Предикат — это высказывание без подлежащего (или с подлежащим, выраженным местоимением, лишенным контекста). Например, высказывания

"является предложением без подлежащего"

"было бы аномалией"

"читается вперед и назад одновременно"

"сымпровизировал по требованию шестиголосную фугу"

являются неарифметическими предикатами. Они выражают *свойства*, которыми обладают или не обладают определенные предметы или существа. С тем же успехом мы могли бы добавить "подлежащее-пустышку", например, "такой-то". Строчка со свободными переменными подобна такому предикату с подлежащим-пустышкой. Например,

$$(S0+S0)=b$$

означает "1 плюс 1 равняется чему-то". Это предикат с переменной b. Он выражает свойство, которым может обладать число b. Заменяя b на различные числа, мы получили бы последовательность формул, большинство которых выражало бы ошибочные суждения. Вот еще один пример разницы между открытыми формулами и высказываниями:

$$\forall b:\forall c:(b+c)=(c+b)$$

Эта формула, разумеется, выражает коммутативность сложения. С другой стороны,

$$\forall c:(b+c)=(c+b)$$

- это открытая формула, поскольку b здесь свободно. Она выражает свойство, которым может обладать или не обладать число b, а именно — коммутативность по отношению ко всем числам c.

Примеры перевода высказываний

Теперь наш словарь, с помощью которого мы сможем выразить все высказывания теории чисел, полон. Чтобы научиться выражать сложные утверждения Ч и, наоборот, понимать значение правильно сформированных формул, необходимо много практиковаться. Поэтому мы обратимся к шести простым высказываниям, данным в начале, и попробуем перевести их на язык ТТЧ. Кстати, не думайте, что переводы, которые вы найдете далее, единственно возможные. На самом деле, существует бесконечное множество способов выразить каждое высказывание в ТТЧ.

Начнем с последнего высказывания: "6 — четное число". Переведем его в более примитивные понятия: "Существует число *e*, такое, что 2, умноженное на *e*, равняется 6." Это легко перевести в нотацию ТТЧ:

$$\exists e{:}(SS0\cdot e)=SSSSSS0$$

Обратите внимание на необходимость квантора; недостаточно было бы написать просто

$$(SS0\cdot e)=SSSSSS0$$

Интерпретация последней строчки не была бы ни истинной, ни ложной; она выражает только свойство, которое может иметь число *e*.

Интересно, что, поскольку мы знаем, что умножение коммутативно, то вместо нашей строчки мы могли бы написать

$$\exists e{:}(e\cdot SS0)=SSSSSS0$$

Таким же образом, зная, что равенство симметрично, мы могли бы поменять местами стороны этого равенства:

$$\exists e{:}SSSSSS0=(SS0\cdot e)$$

Эти три перевода высказывания "6 — четное число" дают три различные строчки; при этом совершенно не очевидно, что теоремность каждой из них связана с теоремностью остальных. (Совершенно так же тот факт, что строчка −p−−r−−− была теоремой, почти не соотносился с фактом, что ее "эквивалентная" строчка −−p−r−−− также была теоремой. Эквивалентность — у нас в голове, так как мы, люди, автоматически думаем об интерпретациях формул, а не об их структурных особенностях.)

С высказыванием 2: "2 не является квадратом" мы расправимся быстро:

$$\sim\exists b{:}(b\cdot b)=SS0$$

Однако здесь мы снова сталкиваемся с двусмысленностью. А что, если бы мы записали то же самое по-другому?

$$\forall b{:}\sim(b\cdot b)=SS0$$

Интерпретация первой строчки — "Не существует такого числа *b*, квадрат которого равнялся бы 2"; вторая строчка читается как "Для всех чисел *b* неверно, что квадрат *b* равняется 2". Для нас эти строчки представляют одно и то же понятие — однако для ТТЧ это совершенно разные строчки.

Посмотрим теперь на высказывание 3: "1729 — сумма двух кубов". Тут нам понадобятся два квантора один за другим, вот так:

$$\exists b{:}\exists c{:}\underbrace{SSSSSS\ldots..SSSSS0}_{1729\ раз}=(((b\cdot b)\cdot b)+((c\cdot c)\cdot c))$$

Есть несколько альтернатив этой записи: можно переменить порядок кванторов — сменить переменные на *d* и *e;* переменить порядок слагаемых; записать умножение по-иному и т.д., и т. п. Однако я предпочитаю следующие два варианта перевода:

$$\exists b{:}\exists c{:}(((SSSSSSSSSS0\cdot SSSSSSSSSS0)\cdot SSSSSSSSSS0)+$$

$$((SSSSSSSSS0\cdot SSSSSSSSS0)\cdot SSSSSSSSS0))=(((b\cdot b)\cdot b)+((c\cdot c)\cdot c))$$

и

$$\exists b{:}\exists c{:}(((SSSSSSSSSSSS0\cdot SSSSSSSSSSSS0)\cdot SSSSSSSSSSSS0)+((S0\cdot S0)\cdot S0))=(((b\cdot b)\cdot b)+((c\cdot c)\cdot c))$$

Понимаете, почему?

Трюки ремесла

Давайте попробуем перевести теперь высказывание 4: " Сумма двух положительных кубов сама не является кубом". Предположим, что мы хотим сказать, что 7 не является суммой двух положительных кубов. Легче всего сделать это, *отрицая* формулу, утверждающую обратное. Эта формула будет почти как предыдущая, касавшаяся 1729, только теперь нам надо добавить, что кубы должны быть положительными. Мы можем сделать это при помощи следующего трюка: добавим к каждой переменной префикс S:

$$\exists b{:}\exists c{:}SSSSSSS0=(((Sb\cdot Sb)\cdot Sb)+((Sc\cdot Sc)\cdot Sc))$$

Как видите, мы возводим в куб не сами b и c, а следующие за ними числа, которые должны быть положительными, поскольку минимальная величина b и c — 0. Таким образом, правая сторона представляет сумму двух положительных кубов. Кстати, обратите внимание, что перевод высказывания "существуют числа b и c, такие, что ..." не включает символа "∧", заменяющего "и". Этот символ используется для соединения целых правильно сформированных строчек, а не для соединения двух кванторов.

Итак, мы перевели высказывание "7 — сумма двух положительных кубов"; теперь нам нужно записать его отрицание. Для этого мы должны только поставить тильду слева от него. (Заметьте, что не требуется отрицать каждый квантор в отдельности, хотя нам и надо получить высказывание "Не существует чисел b и c, таких, что...") Таким образом, мы получим:

$$\sim\exists b{:}\exists c{:}SSSSSSS0=(((Sb\cdot Sb)\cdot Sb)+((Sc\cdot Sc)\cdot Sc))$$

Однако нашей первоначальной целью было выразить свойства всех чисел, а не только 7. Для этого давайте заменим символ числа SSSSSSS0 строчкой $((a\cdot a)\cdot a)$, являющейся переводом "a в кубе".

$$\sim\exists b{:}\exists c{:}((a\cdot a)\cdot a)=(((Sb\cdot Sb)\cdot Sb)+((Sc\cdot Sc)\cdot Sc))$$

На этом этапе у нас имеется открытая формула, так как a все еще свободно. Эта формула выражает свойство, которым может обладать или не обладать a — однако мы хотим сказать, что все числа обладают этим свойством. Это просто — надо только добавить к имеющейся у нас формуле квантор общности:

$$\forall a{:}\sim\exists b{:}\exists c{:}((a\cdot a)\cdot a)=(((Sb\cdot Sb)\cdot Sb)+((Sc\cdot Sc)\cdot Sc))$$

Таким же правильным переводом было бы:

$$\sim\exists a{:}\exists b{:}\exists c{:}((a\cdot a)\cdot a)=(((Sb\cdot Sb)\cdot Sb)+((Sc\cdot Sc)\cdot Sc))$$

В *строгом* ТТЧ мы могли бы использовать a' вместо b и a'' вместо c; таким образом, формула приобрела бы вид

$$\sim\exists a{:}\exists a'{:}\exists a''{:}((a\cdot a)\cdot a)=(((Sa'\cdot Sa')\cdot Sa')+((Sa''\cdot Sa'')\cdot Sa''))$$

Как насчет высказывания 1: "5 — простое число"? Мы перефразировали его

следующим образом: "Не существует чисел *a* и *b* больших 1, таких, что 5 равнялось бы *a* умноженному на *b*." Теперь мы можем это немного изменить: "Не существует чисел *a* и *b* таких, что 5 равнялось бы *a* плюс 2 умноженному на *b* плюс 2." Это еще один трюк: поскольку *a* и *b* здесь — натуральные числа, эта формулировка кажется более адекватной. Далее, "*b*+2" может быть переведено как (*b*+SS0), но есть и более короткий способ записать то же самое: SS*b*. Точно так же, "*c* плюс 2" может быть записано как SSc. Теперь наш перевод становится совсем коротким:

$$\sim\exists b{:}\exists c{:}SSSSS0=(SSb\cdot SSc)$$

Без тильды в начале это было бы утверждением того, что существуют два натуральных числа, которые, если их увеличить на два, дают при умножении 5. Тильда в начале это отрицает; таким образом, мы получаем утверждение того, что 5 — простое число.

Если бы вместо 5 мы хотели бы сказать то же самое про *d* плюс *e* плюс 1, самым экономным способом было бы заменить символ числа 5 на строчку (*d*+S*e*):

$$\sim\exists b{:}\exists c{:}(d+Se)=(SSb\cdot SSc)$$

Мы снова получили открытую формулу; ее интерпретация — не истина и не ложь, а лишь некое утверждение о каких-то двух числах *d* и *e*. Обратите внимание, что число, выраженное строчкой (*d*+S*e*), больше *d*, так как мы добавили к *d* хотя и неопределенную, но положительную величину. Таким образом, если мы добавим к переменной *e* квантор существования, мы получим формулу, утверждающую, что

Существует некое простое число, большее *d*.

$$\exists e{:}\sim\exists b{:}\exists c{:}(d+Se)=(SSb\cdot SSc)$$

Осталось только добавить, что это свойство верно всегда, вне зависимости от *d*. Для этого мы должны добавить квантор общности для *d*:

$$\forall d{:}\exists e{:}\sim\exists b{:}\exists c{:}(d+Se)=(SSb\cdot SSc)$$

Перед нами — перевод высказывания 5!

Несколько задачек на перевод

Мы завершили упражнение на перевод шести типичных высказываний теории чисел. Однако это еще не гарантирует, что вы стали экспертом в нотации ТТЧ. Остается усвоить несколько тонкостей. Следующие шесть правильно сформированных формул послужат проверкой того, насколько вы овладели нотацией ТТЧ. Что эти формулы означают? Является ли их интерпретация истинными или ложными высказываниями? (Подсказка читателю: при работе с этим упражнением лучше всего двигаться справа налево. Сначала переведите атомы; затем подумайте, что получится, если добавить квантор или тильду; затем, двигаясь налево, добавьте еще один квантор или тильду; снова продвиньтесь налево и опять повторите этот процесс.)

$$\sim\forall c{:}\exists b{:}(SS0\cdot b)=c$$

$$\forall c{:}\sim\exists b{:}(SS0\cdot b)=c$$

$$\forall c{:}\exists b{:}\sim(SS0\cdot b)=c$$

$$\sim\exists b{:}\forall c{:}(SS0\cdot b)=c$$

$$\exists b{:}\sim\forall c{:}(SS0\cdot b)=c$$

$$\exists b{:}\forall c{:}\sim(SS0\cdot b)=c$$

(Еще одна подсказка: либо четыре из них истинны и два ложны, либо, наоборот, два истинны и четыре ложны.)

Как отличить истинное от ложного?

Теперь давайте на минуту остановимся и переведем дыхание — а заодно подумаем, что означало бы иметь такую формальную систему, которая могла бы отличить все истинные высказывания от ложных. Для такой системы все эти строчки были бы просто некими формальными конструкциями, лишенными содержания (в то время как мы видим в них высказывания). Эта система была бы словно решето, сквозь которое проходили бы только конструкции определенного стиля — "стиля истины". Если вы сами имели дело с шестью формулами выше и отделили истинные от ложных, размышляя об их значении, вы сможете оценить, насколько тонкой должна быть система, которая сможет проделать то же самое, но чисто типографским путем! Граница, отделяющая истинные высказывания от ложных (записанных нотацией ТТЧ) вовсе не пряма — это граница со множеством предательских извилин (вспомните рис. 18). Математики смогли установить некоторые отрезки этой границы, работая над этим сотни лет. Представьте себе, как было бы здорово иметь типографский метод, который с гарантией мог бы поставить любую формулу по правильную сторону границы!

Правила для правильно-сформированности

Полезно иметь таблицу Правил Образования для правильно сформированных формул. Такая таблица приведена ниже. На подготовительных этапах определяются *символы чисел*, *переменные* и *термы*. Эти три класса строчек являются ингредиентами правильно сформированных формул, но сами они не являются правильно сформированными. Минимальные правильно сформированные формулы — это *атомы;* существуют способы для соединения атомов. Многие из этих правил — рекурсивные и удлиняющие: в качестве вводных данных они берут элемент определенного класса и производят более длинный элемент того же класса. В этой таблице я использую "*x*" и "*y*" как символы для правильно сформированных формул и "*s*", "*t*" и "*u*" — как символы для всех остальных строчек ТТЧ. Нет нужды говорить, что никакой из этих пяти символов сам по себе не является символом ТТЧ.

СИМВОЛЫ ЧИСЕЛ.

0 — это символ числа.

Символ числа, слева от которого стоит S — также символ числа.

Примеры: 0 S0 SS0 SSS0 SSSS0 SSSSS0

ПЕРЕМЕННЫЕ.

a — это переменная. Если забыть об аскетизме, то *b*, *c*, *d*, и *e* — тоже переменные. Переменная со штрихом справа — также переменная.

Примеры: *a* *b'* *c''* *d'''* *e''''*

ТЕРМЫ.

Термами являются символы чисел и переменные.
Терм, слева от которого стоит S — это также терм.
Если s и t — термы, то $(s+t)$ и $(s\cdot t)$ — также термы.
Примеры: 0 b SSa′ (S0·(SS0)+c)) S(Sa·(Sb·Sc))

ТЕРМЫ могут быть подразделены на две категории:

(1) ОПРЕДЕЛЕННЫЕ термы. В них нет переменных.
Примеры: 0 (S0+S0) SS((S0·SS0)+(S0·S0))

(2) НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ термы. В них есть переменные.
Примеры: b Sa (b+S0) (((S0+S0)+S0)+e)

Приведенные выше правила объясняют нам, как получить *части* правильно сформированных формул; остальные правила говорят нам, как получить *полные* правильно сформированные формулы.

АТОМЫ.

Если s и t — термы, то $s+t$ — атом.
Примеры: S0=0 (SS0+SS0)=SSSS0 S(b+c)=((c·d)·e)
Если атом содержит переменную u, то u в нем свободна.
Таким образом, в последнем примере есть четыре свободных переменных.

ОТРИЦАНИЯ.

Правильно сформированная формула перед которой стоит тильда также правильно сформирована.
Примеры: ~S0=0 ~∃b:(b+b)=S0 ~<0=0⊃S0=0> ~b=S0
Кванторный статус переменной (говорящий нам, свободна или квантифицирована эта переменная) не меняется при отрицании.

СОСТАВНЫЕ.

Если x и y — правильно сформированные формулы и при этом ни одна переменная, свободная в одной из них, не квантифицирована в другой, тогда все следующие формулы правильно сформированы:
$\langle x\wedge y\rangle$, $\langle x\vee y\rangle$, $\langle x\supset y\rangle$.
Примеры: <0=0⊃~0=0> <b=b∨~∃c:c=b>
<S0=0⊃∀c:~∃b:(b+b)=c>
Кванторный статус переменной здесь не меняется.

КВАНТИФИКАЦИЯ.

Если u — переменная и x — правильно сформированная формула, в которой u свободна, то следующие строчки — также правильно сформированные формулы:
$\exists u\colon x$ и $\forall u\colon x$.
Примеры: ∀b:<b=b∨~∃c:c=b> ∀c:~∃b:(b+b)=c ~∃c:Sc=d

ОТКРЫТЫЕ ФОРМУЛЫ содержат по крайней мере одну свободную переменную.
Примеры: ~c=c b=b <∀b:b=b∧~c=c>

ЗАМКНУТАЯ ФОРМУЛА (суждение) не содержит свободных переменных.
Примеры: S0=0 ~∀d:d=0 ∃c:<∀b:b=b∧~c=c>

Это дает нам полную таблицу Правил Образования для правильно сформированных формул ТТЧ.

Еще несколько упражнений на перевод

Вот еще несколько упражнений для вас, чтобы проверить, насколько вы поняли нотацию ТТЧ. Попробуйте перевести первые четыре из приведенных ниже высказываний Ч в высказывания ТТЧ, а последнее — в открытую правильно сформированную формулу.

Все натуральные числа равны 4.
Ни одно натуральное число не равно собственному квадрату.
Различные натуральные числа имеют различные последующие элементы.
Если 1 равняется 0, то любое число нечетно.
b — это степень 2.

Последнее может показаться вам трудным. Однако это еще цветочки по сравнению со следующим:

b — это степень 10.

Как это ни странно, чтобы записать это выражение в нашей нотации, требуется большая ловкость. Приступайте к нему только в том случае, если вы готовы просидеть над ним несколько часов — и если при этом вы уже хорошо знакомы с теорией чисел.

Нетипографская система

Мы изложили нотацию ТТЧ; остается только превратить ТТЧ в ту амбициозную систему, которую мы только что описали. Если нам это удастся, это будет значить, что интерпретация, которую мы дали символам, была правильна. До тех пор, однако, наши интерпретации не более оправданы, чем интерпретация "лошадь — яблоко — счастливая" для символов системы **pr**.

Можно было бы предложить следующий способ для построения ТТЧ: (1) Не использовать никаких правил вывода — они не нужны, так как (2) мы будем считать за аксиомы все истинные суждения теории чисел (записанные нотацией ТТЧ). Какой простой рецепт! К несчастью, он начисто лишен смысла, как нам и подсказывает наша первая реакция. Часть (2), разумеется, не является типографским описанием строчек, в то время как целью ТТЧ является именно типографское описание истинных высказываний.

Пять аксиом и первое правило ТТЧ

Таким образом, нам придется отказаться от простого рецепта, предложенного выше, и пойти по более сложному пути: у нас будут аксиомы и правила вывода. Прежде всего, как было обещано, *все правила исчисления высказываний будут использованы в ТТЧ*. Итак, первой теоремой ТТЧ будет следующая:

<S0=0v~S0=0>

Она может быть выведена так же, как <Pv~P>.

Прежде чем приводить правила, давайте запишем пять *аксиом* ТТЧ:

АКСИОМА 1: ∀a:~Sa=0

АКСИОМА 2: $\forall a:(a+0)=a$

АКСИОМА 3: $\forall a:\forall b:(a+Sb)=S(a+b)$

АКСИОМА 4: $\forall a:(a\cdot 0)=0$

АКСИОМА 5: $\forall a:\forall b:(a\cdot Sb)=((a\cdot b)+a)$

(В строгой версии вместо b используйте a'.) Все они очень просты. Аксиома 1 сообщает что-то о числе 0; аксиомы 2 и 3 говорят о свойствах сложения; аксиомы 4 и 5 говорят о свойствах умножения и о его отношении к сложению.

Пять постулатов Пеано

Интерпретация первой аксиомы — "Нуль не следует ни за каким натуральным числом" — это одно из пяти знаменитых свойств натуральных чисел, впервые выраженных математиком и логиком Джузеппе Пеано в 1889 году. Излагая свои постулаты, Пеано следовал за Эвклидом в том смысле, что он не пытался формализовать принципы логических рассуждений. Вместо этого он хотел дать небольшой набор свойств натуральных чисел, из которого можно было бы вывести все остальные путем логических рассуждений. Таким образом, попытка Пеано может быть названа "полуформальной." Работа Пеано оказала на математиков большое влияние, поэтому я приведу здесь его постулаты. Поскольку Пеано пытался определить именно "натуральное число", мы не будем использовать знакомый и вызывающий ассоциации термин "натуральное число"- вместо него мы будем пользоваться неопределенным термином *гений* — словом свежим и свободным от математических ассоциаций. Итак, пять постулатов Пеано устанавливают пять ограничений для гениев. Другие неопределенные термины, которыми мы будем пользоваться — *джинн* и *мета*. Читатель может догадаться сам, какие знакомые понятия скрываются за этими двумя терминами. Далее следуют пять постулатов Пеано:

(1) Джинн — это Гений.
(2) Каждый Гений имеет мету (которая тоже является Гением).
(3) Джинн не является метой никакого Гения.
(4) Различные Гении имеют различные меты.
(5) Если джинн имеет X и каждый Гений передает X своей мете, тогда все Гении получают X.

В свете ламп "Маленького гармонического лабиринта" мы должны наименовать множество всех Гениев "БОГом". Это напоминает нам о знаменитом высказывании немецкого математика и логика Леопольда Кроникера, архиврага Георга Кантора: "Бог сотворил натуральные числа; все остальное — работа человека."

Вы можете узнать в пятом постулате Пеано принцип математической индукции — другой термин для "наследственного" доказательства. Пеано надеялся, что его ограничения понятий "джинна", "Гения" и "меты" были так сильны, что эти понятия были бы идентичны для всех людей и формировали бы у них в сознании совершенно *изоморфные структуры*. Например, для любого человека существовало бы бесконечное число различных Гениев. И, предположительно, каждый согласился бы с тем, что ни один Гений не совпадает со своей метой или мета-метой... и т. д.

В своих пяти постулатах Пеано хотел выразить сущность натуральных чисел. Математики обычно считают, что ему это удалось; однако это не уменьшает важности вопроса "каким образом можно отличить истинное высказывание о натуральных числах от ложного?" Ответа на этот вопрос математики ищут в формальных системах, подобных ТТЧ. Вы найдете в ТТЧ влияние Пеано, поскольку все его постулаты так или иначе вошли в эту систему.

Новые правила ТТЧ: спецификация и обобщение

Мы подошли к новым правилам ТТЧ. Многие из них позволят нам забраться внутрь этой системы и поменять внутреннюю структуру ее атомов. В этом смысле эти правила имеют дело с "микроскопическими" особенностями строчек в большей степени, чем правила исчисления высказываний, обращающиеся с атомами как с неделимыми. Например, было бы хорошо, если бы мы могли выделить строчку ~S0=0 из первой аксиомы. Для этого нам понадобилось бы правило, позволяющее опустить общий квантор и при необходимости одновременно поменять внутреннюю структуру остающейся строчки. Вот это правило:

ПРАВИЛО СПЕЦИФИКАЦИИ: Предположим, что *u* — переменная, встречающаяся внутри строчки *x*. Если строчка ∀*u*: *x* — теорема, то *x* — тоже теорема, как и все строчки, получающиеся из *x* путем замены *u* на любой (один и тот же) терм.

(*Ограничение:* Терм, заменяющий *u*, не должен содержать никакой переменной, квантифицированной в *x*.)

Правило спецификации позволяет нам выделить нужную строчку из Аксиомы 1. Это одноступенчатая деривация:

∀a:~Sa=0	аксиома 1
~S0=0	спецификация

Обратите внимание, что правило спецификации позволяет некоторым формулам, содержащим свободные переменные (то есть, открытым формулам), стать теоремами. Например, следующие строчки также могут быть выведены из аксиомы 1 при помощи спецификации:

~Sa=0
~S(c+SS0)=0

Существует еще одно правило, правило обобщения, которое позволяет нам снова ввести квантор общности в теоремы с переменными, ставшими свободными в результате спецификации. Например, действуя на строчку низшего порядка, обобщение дало бы:

∀c:~S(c+SS0)=0

Обобщение уничтожает сделанное спецификацией, и наоборот. Обычно обобщение применяется после того, как были сделаны несколько промежуточных шагов, трансформировавших открытую формулу разными способами. Далее следует точная формулировка этого правила:

ПРАВИЛО ОБОБЩЕНИЯ: Предположим, что *x* — теорема, в которой встречается свободная переменная *u*. Тогда ∀*u*: *x* — тоже теорема.

(*Ограничение:* к переменным, которые встречаются в свободном виде в посылках фантазий, обобщение неприложимо.)

Вскоре я ясно покажу, почему эти два правила нуждаются в ограничениях. Кстати, это обобщение — то же самое, о котором я упомянул в главе II в Эвклидовом доказательстве бесконечного количества простых чисел. Уже отсюда видно, как правила, манипулирующие символами, начинают приближаться к типу рассуждений, используемых математиками.

Квантор существования

Два предыдущих правила объяснили нам, как можно убрать квантор общности и вернуть его на место; следующие два правила покажут, как обращаться с кванторами существования.

ПРАВИЛО ОБМЕНА: Представьте, что *u* — переменная. Тогда строчки ∀u:~ и ~∃u: взаимозаменимы везде внутри системы.

Давайте, например, применим это правило к аксиоме 1:

∀a:~Sa=0	аксиома 1
~∃a:Sa=0	обмен

Кстати, вы можете заметить, что обе эти строчки — естественный перифраз в ТТЧ высказывания "Нуль не следует ни за одним из натуральных чисел." Следовательно, хорошо, что они могут быть с легкостью превращены одна в другую.

Следующее правило еще более интуитивно. Оно соответствует весьма простому типу рассуждений, который мы употребляем, переходя от утверждения "2 — простое число" к утверждению "существует простое число." Название этого правила говорит само за себя:

ПРАВИЛО СУЩЕСТВОВАНИЯ: Предположим, что некий терм (могущий содержать свободные переменные), появляется один или много раз в теореме. Тогда каждый (или несколько, или все) из этих термов может быть заменен на переменную, которая больше нигде в теореме не встречается, и предварен соответствующим квантором существования.

Давайте применим, как обычно, это правило к аксиоме 1:

∀a:~Sa=0	аксиома 1
∃b:∀a:~Sa=b	существование

Вы можете попробовать поиграть с символами и при помощи данных правил получить теорему ~∀b:∃a:Sa=b.

Правила равенства и следствия

Мы привели правила, объясняющие, как обращаться с кванторами — но пока ни одно из них не сказало нам, как обращаться с символами "=" и "S". Сейчас мы это сделаем; в следующих правилах *r*, *s* и *t* — произвольные термы.

ПРАВИЛА РАВЕНСТВА:

СИММЕТРИЯ: Если $r = s$ — теорема, то $s = r$ также является теоремой.
ТРАНЗИТИВНОСТЬ: Если $r = s$ и $s = t$ — теоремы, то $r = t$ также является теоремой.

ПРАВИЛА СЛЕДОВАНИЯ:

ДОБАВЛЕНИЕ S: Если $r = t$ — теорема, то $Sr = St$ также является теоремой.

ВЫЧИТАНИЕ S: Если $Sr = St$ — теорема, то $r = t$ также является теоремой.

Теперь у нас есть правила, которые могут дать нам фантастическое разнообразие теорем. Например, результатом следующих дериваций являются фундаментальные теоремы:

(1)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	аксиома 3
(2)	∀b:(S0+Sb)=S(S0+b)	спецификация (S0 для a)
(3)	(S0+S0)=S(S0+0)	спецификация (0 для b)
(4)	∀a:(a+0)=a	аксиома 2
(5)	(S0+0)=S0	спецификация (S0 для a)
(6)	S(S0+0)=SS0	добавление S
(7)	(S0+S0)=SS0	транзитивность (строчки 3,6)

* * * * *

(1)	∀a:∀b:(a·Sb)=((a·b)+a)	аксиома 5
(2)	∀b:(S0·Sb)=((S0·b)+S0)	спецификация (S0 для a)
(3)	(S0·S0)=((S0·0)+S0)	спецификация (0 для b)
(4)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	аксиома 3
(5)	∀b:((S0·0)+Sb)=S((S0·0)+b	спецификация ((S0·0) для a)
(6)	((S0·0)+S0)=S((S0·0)+0)	спецификация (0 для b)
(7)	∀a:(a+0)=a	аксиома 2
(8)	((S0·0)+0)=(S0·0)	спецификация ((S0·0) для a)
(9)	∀a:(a·0)=0	аксиома 4
(10)	(S0·0)=0	спецификация (S0 для a)
(11)	((S0·0)+0)=0	транзитивность (строчки 8,10)
(12)	S((S0·0)+0)=S0	добавление S
(13)	((S0·0)+S0)=S0	транзитивность (строчки 6,12)
(14)	(S0·S0)=S0	транзитивность (строчки 3, 13)

Нелегальные упрощения

Возникает интересный вопрос: "Каким образом мы можем вывести строчку 0=0?" Кажется, что очевидным способом было бы сначала вывести строчку ∀a:a=a и затем использовать спецификацию. Как вы думаете, где ошибка в нижеследующем "выводе" ∀a:a=a ... Можете ли вы ее исправить?

(1)	∀a:(a+0)=a	аксиома 2
(2)	∀a:a=(a+0)	симметрия
(3)	∀a:a=a	транзитивность (строчки 2,1)

Я привел это маленькое упражнение, чтобы указать на следующий простой факт: при манипуляции хорошо знакомыми символами, такими, как "=", мы не должны торопиться. Мы должны следовать правилам, а не нашему знанию пассивных значений символов. (Тем не менее, это знание весьма ценно, чтобы помочь нам направить вывод по верному пути.)

Почему спецификация и общность ограничены

Давайте выясним, почему и спецификация, и общность нуждаются в ограничениях. Взгляните на следующие две деривации; в каждой из них одно из ограничений нарушено. Обратите внимание, к каким печальным последствиям это привело.

(1)	[	проталкивание
(2)	a=0	посылка
(3)	∀a:a=0	обобщение (ложно!)
(4)	Sa=0	спецификация
(5)	]	выталкивание
(6)	<a=0⊃Sa=0>	правило фантазии
(7)	∀a:<a=0⊃Sa=0>	обобщение
(8)	<0=0⊃S0=0>	спецификация
(9)	0=0	предыдущая теорема
(10)	S0=0	отделение (строчки 9,8)

Это первое из печальных последствий. Другое получается из-за неверной спецификации.

(1)	∀a:a=a	предыдущая теорема
(2)	Sa=Sa	спецификация
(3)	∃b:b=Sa	существование
(4)	∀a:∃b:b=Sa	обобщение
(5)	∃b:b=Sb	спецификация (ложно!)

Теперь вы убедились, почему необходимы ограничения.

Вот простая задачка: переведите (если вы этого уже не сделали раньше) четвертый постулат Пеано в нотацию ТТЧ, и затем выведите эту строчку как теорему.

Чего-то не хватает

Если вы поэкспериментируете с теми правилами и аксиомами ТТЧ, которые я привел до сих пор, вы обнаружите, что возможно вывести следующую пирамидальную семью теорем (множество строчек, отлитых из одной формы и отличающихся только тем, что символы чисел 0, S0, SS0, и так далее, идут по нарастающей):

(0+0)=0
(0+S0)=S0
(0+SS0)=SS0
(0+SSS0)=SSS0
(0+SSSS0)=SSSS0

и так далее.

Каждая из теорем этой семьи может быть выведена из предыдущей теоремы с помощью коротенькой, всего лишь в пару строчек, деривации. Результатом является нечто вроде каскада теорем, каждая из которых вызывает к жизни следующую. (Эти теоремы напоминают теоремы **pr**, где средняя и правая группы тире возрастали одновременно.)

Существует одна строчка, которую легко записать и которая суммирует пассивное значение всех этих строчек, вместе взятых. Вот эта универсально квантифицированная суммирующая строчка:

$$\forall a:(0+a)=a$$

Однако при помощи правил, данных до сих пор, эту строчку вывести нельзя. Попробуйте сами, и вы в этом убедитесь!

Вы можете подумать, что ситуацию легко исправить, используя следующее

(ПРЕДЛАГАЕМОЕ) ВСЕОБЩЕЕ ПРАВИЛО: Если все строчки в пирамидальной семье — теоремы, то универсально квантифицированная строчка, их суммирующая, также является теоремой.

Недостаток этого правила в том, что оно не может быть использовано при работе по способу М. Только люди, думающие *о* системе, могут знать, что каждая из бесконечного множества строчек — теорема. Следовательно, это правило не может являться частью формальной системы.

ω-неполные системы и неразрешимые строчки

Мы очутились в странной ситуации, в которой возможно типографским путем производить теоремы о сложении любых *конкретных* чисел, но даже такая простая строчка, как приведенная выше, выражающая свойство сложения *в общем,* не является теоремой. Вы, возможно, найдете это не таким уж странным, поскольку мы уже были в похожей ситуации с системой **pr**. Однако система **pr** не имела претензий по поводу своих возможностей; на самом деле, там было невозможно даже *выразить* общие свойства, а тем более, доказать их. В той системе просто не было соответствующего "оборудования" — при этом нам и в голову не приходило, что система была дефектна. Однако у ТТЧ возможностей гораздо больше; соответственно, мы ожидаем от нее большего, чем от системы **pr**. Если приведенная выше строчка — не теорема, то у нас есть основания подозревать, что в ТТЧ есть какой-то дефект. На самом деле, существует даже название для систем с подобным дефектом — они называются *ω-неполными.* (Символ "ω" — "омега" — выбран потому, что иногда все множество натуральных чисел обозначается этой буквой.) Далее следует точное определение:

Система является ω-неполной, если все строчки в пирамидальной семье — теоремы, но универсально квантифицированная строчка, их суммирующая, — не теорема.

Кстати, отрицание приведенной суммирующей строчки —

$$\sim\forall a:(0+a)=a$$

— тоже не-теорема ТТЧ. Это означает, что первоначальная строчка *неразрешима внутри системы.* Если бы та или другая были теоремами, мы сказали бы, что они разрешимы. Хотя это и звучит как мистический термин, в неразрешимости внутри данной системы нет ничего таинственного. Это означает, что система может быть дополнена. Например, внутри абсолютной геометрии пятый постулат Эвклида неразрешим. Чтобы получить геометрию Эвклида, его необходимо добавить; а отрицание пятого постулата, наоборот, производит неэвклидову геометрию. Поскольку мы обратились к геометрии, давайте вспомним, почему это происходит. Дело в том, что четыре постулата не определяют термины "точка" и "линия" с достаточной точностью, так что остается возможность для *различных интерпретаций* этих понятий. Точки и линии Эвклидо-

вой геометрии представляют собой лишь одну из возможных интерпретаций понятий "точка" и "линия" — ТОЧКИ и ЛИНИИ неэвклидовой геометрии — другая интерпретация. Однако то, что люди в течение тысячелетий пользовались такими хорошо известными словами как "точка" и "линия", заставило их думать, что эти слова могут иметь лишь одно-единственное значение.

Неэвклидова ТТЧ

С подобной же ситуацией мы сталкиваемся в ТТЧ. Мы приняли нотацию, которая способствует созданию у нас некоторых предрассудков. Например, использование символа "+" создает у нас впечатление, что любая теорема, использующая этот знак, сообщает нам что-то значимое о хорошо нам знакомой операции, под названием "сложение". Поэтому нам кажется, что предложить "шестую аксиому"

$$\sim\exists a{:}(0+a)=a$$

было бы неверным. Она не совпадает с нашими знаниями о сложении. Однако это одна из возможностей расширить ту ТТЧ, что мы сформулировали до сих пор. Система, использующая данную строчку в качестве шестой аксиомы, последовательна в том смысле, что в ней нет двух теорем типа x и $\sim x$. Однако если вы наложите эту "шестую аксиому" на пирамидальную семью теорем, вы, возможно, будете поражены кажущимся несоответствием теорем этой семьи с новой аксиомой. Этот тип непоследовательности, однако, не так вреден, как другой (где и x и $\sim x$ — теоремы). На самом деле, это даже нельзя назвать непоследовательностью, так как существует такая интерпретация символов ТТЧ, в которой все получается хорошо.

ω-противоречивость не то же самое, что просто противоречивость

Этот тип противоречивости, созданный наложением (1) пирамидальной семьи теорем, которые, вместе взятые, утверждают, что *все* натуральные числа имеют определенное свойство, и (2) одной теоремы, утверждающей, что *не все* числа обладают этим свойством, называется *ω-противоречивостью*. *ω-противоречивая* система похожа на сначала-раздражающую-но-в-конце-концов-приемлемую неэвклидову геометрию. Чтобы построить мысленную модель того, что происходит, вообразите себе, что имеются некоторые дополнительные числа — давайте будем называть их не натуральными, а *экстранатуральными* — у которых нет численных символов. Поэтому их свойства не могут быть представлены в пирамидальной семье. (Это немного напоминает представление Ахилла о БОГе — что-то вроде "супергения", существа, находящегося выше всех гениев. Хотя это представление и было опровергнуто Гением, тем не менее это хороший образ, и может помочь вам вообразить экстранатуральные числа.)

Все это говорит нам о том, что аксиомы и правила ТТЧ, как мы до сих пор ее представляли, не описывают с достаточной полнотой интерпретации символов этой системы. В нашей воображаемой модели понятий, которые эти символы представляют, еще остается место для вариантов. Каждый из возможных вариантов системы опишет эти понятия немного полнее, но сделает это по-своему. Какие из символов приобретут "раздражающие" пассивные значения, если мы добавим приведенную выше "шестую аксиому"? *Все* ли символы окажутся "испорченными", или некоторые из них сохранят то значение, которые

мы имели в виду? Предлагаю вам над этим поразмыслить. В главе XIV мы снова встретимся с подобным вопросом; там мы обсудим его подробнее. В любом случае, не будем здесь останавливаться на этом дополнении системы; вместо этого мы попытаемся исправить ω-неполноту ТТЧ.

Последнее правило

Недостаток обобщающего правила был в том, что оно требовало знания того факта, что все строчки бесконечной пирамидальной семьи — теоремы; это слишком много для конечного существа. Однако представьте себе, что каждая строчка пирамиды может быть выведена из своей предшественницы *регулярным* путем. Тогда у нас оказалась бы *конечное основание* на то, чтобы считать все строчки пирамиды теоремами. Таким образом, трюк состоит в том, чтобы найти ту схему, которая порождает пирамиду, и показать, что сама эта схема является теоремой. Это подобно доказательству того, что каждый гений передает послание своему Мета-гению, как в детской игре в телефончик. Остается только доказать, что эта цепочка посланий начинается с гения — то есть установить, что первая строчка пирамиды — теорема. Тогда мы можем быть уверены, что послание дойдет до БОГа!

В конкретной пирамиде, которую мы рассматривали, такая схема существует; она представлена строчками 4-9 данной ниже деривации.

(1)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	аксиома 3
(2)	∀b:(0+Sb)=S(0+b)	спецификация
(3)	(0+Sb)=S(0+b)	спецификация
(4)	[	проталкивание
(5)	(0+b)=b	посылка
(6)	S(0+b)=Sb	добавление S
(7)	(0+Sb)=S(0+b)	перенос строки 3
(8)	(0+Sb)=Sb	транзитивность
(9)	]	выталкивание

Посылка здесь — (0+b)=b; результат — (0+Sb)=Sb.

Первая строка пирамиды — также теорема; это прямо следует из аксиомы 2. Все, что теперь требуется, это правило, позволяющее нам заключить, что строчка, суммирующая всю пирамиду в целом, тоже является теоремой. Такое правило будет формализованным пятым постулатом Пеано.

Чтобы выразить это правило, нам необходимо ввести кое-какую нотацию. Давайте запишем правильно сформированную формулу, в которой переменная a свободна:

$$X\{a\}$$

(Там могут встречаться и другие свободные переменные, но нам это неважно.) Тогда запись $X\{Sa/a\}$ будет обозначать то же самое, с той разницей, что все a будут заменены на Sa. Таким же образом, $X\{0/a\}$ будет обозначать ту же строку, в которой все a заменены на 0.

Приведем конкретный пример. Пусть $X\{a\}$ обозначает строчку (0+a)=a. Тогда $X\{Sa/a\}$ представляет строчку (0+Sa)=Sa, а $X\{0/a\}$ — строчку (0+0)=0. (Внимание: эта нотация не является частью ТТЧ; она служит нам лишь для того, чтобы говорить *о* ТТЧ.)

С помощью этой новой нотации мы можем выразить последнее правило ТТЧ весьма точно:

ПРАВИЛО ИНДУКЦИИ: Предположим, что u — переменная, и $X\{u\}$ — правильно сформированная формула, в которой u свободно. Если и $\forall u{:}\langle X\{u\}\supset X\{Su/u\}\rangle$ и $X\{0/u\}$ — теоремы, то $\forall u{:}X\{u\}$ также является теоремой.

Мы подошли так близко, как возможно, к введению пятого постулата Пеано в ТТЧ. Давайте теперь используем его, чтобы показать, что ∀a:(0+a)=a действительно является теоремой ТТЧ. Выходя из области фантазии в приведенной выше деривации, мы можем использовать правило фантазии, чтобы получить

(10) <(0+b)=b⊃(0+Sb)=Sb> правило фантазии
(11) ∀b:<(0+b)=b⊃(0+Sb)=Sb> обобщение

Это — первая из двух вводных теорем, требующихся для правила индукции; другая — первая строка пирамиды — у нас уже имелась. Следовательно, мы можем применить правило индукции и получить то, что нам требуется.

∀b:(0+b)=b

Спецификация и обобщение позволят нам изменить переменную с b на a; таким образом, ∀a:(0+a)=a перестает быть неразрешимой строчкой ТТЧ.

Длинная деривация

Я хочу представить здесь более длинную деривацию ТТЧ с тем, чтобы читатель посмотрел, как она выглядит; эта деривация доказывает простой, но важный факт теории чисел.

(1)	∀a:∀b:(a+Sb)=S(a+b)	аксиома 3
(2)	∀b:(d+Sb)=S(d+b)	спецификация
(3)	(d+SSc)=S(d+Sc)	спецификация
(4)	∀b:(Sd+Sb)=S(Sd+b)	спецификация (строка 4)
(5)	(Sd+Sc)=S(Sd+c)	спецификация
(6)	S(Sd+c)=(Sd+Sc)	симметрия
(7)	[	проталкивание
(8)	∀d:(d+Sc)=(Sd+c)	посылка
(9)	(d+Sc)=(Sd+c)	спецификация
(10)	S(d+Sc)=S(Sd+c)	добавление S
(11)	(d+SSc)=S(d+Sc)	перенос 3
(12)	(d+SSc)=S(Sd+c)	транзитивность
(13)	S(Sd+c)=(Sd+Sc)	перенос 6
(14)	(d+SSc)=(Sd+Sc)	транзитивность
(15)	∀d:(d+SSc)=(Sd+Sc)	обобщение
(16)	]	выталкивание
(17)	<∀d:(d+Sc)=(Sd+c)⊃∀d:(d+SSc)=(Sd+Sc)>	правило фантазии
(18)	∀c:<∀d:(d+Sc)=(Sd+c)⊃∀d:(d+SSc)=(Sd+Sc)>	обобщение

* * * * *

(19)	(d+S0)=S(d+0)	спецификация (строчка 2)
(20)	∀a:(a+0)=a	аксиома 1
(21)	(d+0)=d	спецификация

(22) S(d+0)=Sd добавление S
(23) (d+S0)=Sd транзитивность (строки 19,22)
(24) (Sd+0)=Sd спецификация (строка 20)
(25) Sd=(Sd+0) симметрия
(26) (d+S0)=(Sd+0) транзитивность (строчки 23, 25)
(27) ∀d:(d+S0)=(Sd+0) обобщение

* * * * *

(28) ∀c:∀d:(d+Sc)=(Sd+c) индукция (строчки 18,27)

[В сложении S может быть передвинуто вперед или назад.]

* * * * *

(29) ∀b:(c+Sb)=S(c+b) спецификация (строчка 1)
(30) (c+Sd)=S(c+d) спецификация
(31) ∀b:(d+Sb)=S(d+b) спецификация (строчка 1)
(32) (d+Sc)=S(d+c) спецификация
(33) S(d+c)=(d+Sc) симметрия
(34) ∀d:(d+Sc)=(Sd+c) спецификация (строчка 28)
(35) (d+Sc)=(Sd+c) спецификация
(36) [проталкивание
(37) ∀c:(c+d)=(d+c) посылка
(38) (c+d)=(d+c) спецификация
(39) S(c+d)=S(d+c) добавление S
(40) (c+Sd)=S(c+d) перенос 30
(41) (c+Sd)=S(d+c) транзитивность
(42) S(d+c)=(d+Sc) перенос 33
(43) (c+Sd)=(d+Sc) транзитивность
(44) (d+Sc)=(Sd+c) перенос 35
(45) (c+Sd)=(Sd+c) транзитивность
(46) ∀c:(c+Sd)=(Sd+c) обобщение
(47)] выталкивание
(48) <∀c:(c+d)=(d+c)⊃∀c:(c+Sd)=(Sd+c)> правило фантазии
(49) ∀d:<∀c:(c+d)=(d+c)⊃∀c:(c+Sd)=(Sd+c)> обобщение

[Если *d* коммутирует с любым *c*, то S*d* обладает таким же свойством.]

* * * * *

(50) (c+0)=c спецификация (строка 20)
(51) ∀a:(0+a)=a предыдущая теорема
(52) (0+c)=c спецификация
(53) c=(0+c) симметрия
(54) (c+0)=(0+c) транзитивность (строчки 50, 53)
(55) ∀c:(c+0)=(0+c) обобщение

[0 коммутирует с любым c.]

* * * * *

(56) ∀d:∀c:(c+d)=(d+c) индукция (строчки 49,55)

[Таким образом, любое *d* коммутирует с любым *c*.]

Напряжение и разрешение в ТТЧ

ТТЧ доказала коммутативность сложения. Даже если вы не следили за всеми деталями этой деривации, важно понять, что, так же как и музыкальная пьеса, она имеет свой собственный естественный "ритм". Это вовсе не случайная прогулка, во время которой мы вдруг наткнулись на нужную строчку. Я ввел "паузы для дыхания", чтобы показать "артикуляцию" этой деривации. В частности, строчка 28 является переломным моментом в деривации — что-то вроде середины в пьесе типа *ААББ*, где происходит временное разрешение, хотя и не в ключевую тональность. Подобные важные промежуточные моменты часто называют "леммами".

Легко вообразить себе читателя, который начинает со строки 1 этой деривации, не зная, где он закончит, и постепенно, с каждой новой строкой, понимающего, куда он направляется. Это порождает внутреннее напряжение, очень похожее на то, которое порождает в музыке прогрессия аккордов, указывающая на тонику, но не разрешающаяся в нее. Прибытие к строке 28 подтверждает интуицию читателя и дает ему некое чувство удовлетворения; в то же время, это усиливает его желание дойти до предполагаемой конечной цели.

Строчка 49 — критически важный увеличитель напряжения, поскольку она вызывает ощущение "почти у цели". Прервать деривацию в этот момент было бы очень неприятно. С этого момента мы уже почти можем предсказать развитие событий. Однако вам не хотелось бы прервать музыкальную пьесу в том момент, когда вам уже очевидно, как она разрешится. Вам не хотелось бы *воображать* финал — вам хотелось бы его *услышать*. Так же и здесь, мы должны закончить деривацию. Строка 55 неизбежна и производит максимальное финальное напряжение, которое затем разрешается в строке 56.

Это типично не только для структуры формальных деривaций, но и для неформальных доказательств. Чувство напряжения, возникающее у математиков, тесно связано с восприятием красоты; это делает математику интересным и стоящим занятием. Обратите внимание, однако, что в самой ТТЧ это напряжение, по-видимому, не отражается. Иными словами, понятия напряжения и разрешения, цели и временной цели, "естественности" и "неизбежности" не формализованы в ТТЧ подобно тому, как музыкальная пьеса не является книгой о гармонии и ритме. Возможно ли создать более сложную формальную систему, которая осознавала бы напряжение и цель внутри деривaций?

Формальные и неформальные рассуждения

Я предпочел бы показать вам, как выводится теорема Эвклида (бесконечность простых чисел), но это, возможно, сделало бы книгу вдвое длиннее. Теперь, после доказательства теоремы, естественным продолжением было бы доказать ассоциативность сложения, коммутативность и ассоциативность умножения и дистрибутивность умножения со сложением. Это создало бы прочную базу для дальнейшей работы.

В нашей теперешней формулировке ТТЧ достигла "критической массы". Ее мощь сравнялась с мощью "Principia mathematica" — в ней стало возможным доказать любую теорему, которую можно найти в стандартном труде по теории чисел. Конечно, никто не стал бы утверждать, что вывод теорем в ТТЧ — это наилучший способ заниматься теорией чисел. Человек, так считающий, принадлежал бы к классу людей, которые думают, что лучший способ узнать, сколько будет 1000×1000 — это нарисовать решетку размером 1000×1000 и подсчитать

в ней клеточки. На самом деле, после полной формализации остается единственный путь — дать формальной системе послабление. Иначе она становится такой громоздкой, что теряет всякую практическую пользу. Таким образом, необходимо внести ТТЧ в более широкий контекст, такой, который позволит нам получить правила вывода, ускоряющие деривацию. Для этого нам понадобится формализовать язык, на котором выражены эти правила вывода — то есть метаязык. Можно пойти еще намного дальше; однако никакие из этих трюков не сделают ТТЧ более *мощной* — они лишь сделают ее более *удобной для пользования*. Дело в том, что мы выразили в ТТЧ все типы рассуждений, на которые опираются математики, занимающиеся теорией чисел. Введение ее в более широкий контекст не увеличит количества теорем; оно лишь сделает работу в ТТЧ — или в любой "улучшенной" ее версии — более похожей на работу в традиционной теории чисел.

Специалисты по теории чисел закрывают лавочки

Представьте себе, что вы не знали заранее, что ТТЧ окажется неполной — напротив, вы ожидали, что она полна, то есть, что любое истинное высказывание, которое можно выразить в нотации ТТЧ, является теоремой. В таком случае вы могли бы иметь разрешающую процедуру для всей теории чисел. Ваш метод был бы прост; если вы хотите знать, истинно ли высказывание X теории чисел, вы должны закодировать его в строчку *x*ТТЧ. Теперь, если X — истинно, то полнота говорит нам, что *x* — теорема. С другой стороны, если не-*x* — истинно, тогда ~*x* — теорема. Таким образом, либо *x*, либо ~*x* должны оказаться теоремами, поскольку либо X, либо не-X истинны. Теперь вы должны систематически пронумеровать все теоремы ТТЧ, так же как мы сделали это для систем MIU и **pr**. Какое-то время спустя, вы наткнетесь либо на *x*, либо на ~*x*, и, таким образом, узнаете, какое из двух высказываний — X или не-X — истинно. (Следите ли вы за ходом рассуждения? Очень важно держать в голове разницу между формальной системой ТТЧ и ее неформальным соответствием — теорией чисел; читатель должен постараться хорошо понять эту разницу.) Так что в принципе, если бы ТТЧ была полной, специалисты по теории чисел остались бы без работы: со временем любую проблему можно было бы решить чисто механическим путем. Оказывается, однако, что это невозможно; по этому поводу можно радоваться или огорчаться, в зависимости от вашей точки зрения.

Программа Гильберта

Последний вопрос, который мы рассмотрим в этой главе, таков: должны ли мы так же верить в непротиворечивость ТТЧ, как мы верили в непротиворечивость исчисления высказываний? И если нет, то возможно ли укрепить нашу веру в ТТЧ, *доказав*, что она непротиворечива? Для начала можно утверждать, подобно тому, как Неосторожность утверждала об исчислении высказываний, что непротиворечивость ТТЧ "очевидна" — а именно, что каждое правило воплощает принцип логических рассуждений, в который мы верим безоговорочно; следовательно, ставить под вопрос непротиворечивость ТТЧ, это все равно, что сомневаться в собственном здравом уме. Этот аргумент все еще имеет некоторый вес, но уже не такой, как раньше. Дело в том, что теперь у нас слишком много правил вывода, и в какие-то из них могла вкрасться ошибка. Более того, откуда мы знаем, что наша мысленная модель неких абстрактных единиц под названием "натуральные числа" последовательна? Может быть, наши собствен-

ные мыслительные процессы, те неформальные процессы, которые мы пытались выразить в правилах формальной системы, сами по себе непоследовательны! Конечно, мы не ожидаем подобного подвоха. Тем не менее, можно представить, что чем сложнее объект нашей мысли, тем легче в нем запутаться; а натуральные числа — объект совсем не тривиальный. Так что в этом случае мы должны серьезнее воспринимать аргументы Осторожности, когда она требует *доказательства* непротиворечивости. Не то, чтобы мы действительно сомневались в непротиворечивости ТТЧ — но у нас все же есть *малюсенькое* сомнение, тень сомнения, и доказательство помогло бы эту тень рассеять.

Какой же метод доказательства нам бы хотелось использовать? Здесь мы снова сталкиваемся с проблемой порочного круга. Если мы будем использовать в доказательстве факта *о* системе те же инструменты, какие используются *внутри* самой системы, то чего мы таким образом добьемся? Если бы нам удалось убедиться в непротиворечивости ТТЧ, используя более слабую систему рассуждений, чем сама ТТЧ, мы избежали бы этого порочного круга! Подумайте о том, как протягивают тяжелый канат между двумя кораблями (по крайней мере, я читал об этом, когда был мальчишкой): сначала с одного из кораблей пускается стрела, которая перетаскивает через промежуток между кораблями веревку-затем при помощи этой веревки перетягивается канат. Если бы нам удалось использовать "легкую" систему, чтобы показать непротиворечивость "тяжелой" системы, тогда мы могли бы считать, что действительно чего-то добились.

С первого взгляда может показаться, что у нас есть такая веревка. Наша цель — доказать, что в ТТЧ есть некоторое типографское свойство (непротиворечивость): в ней не встречаются одновременно теоремы формы x и $\sim x$. Это похоже на доказательство того, что MU не является теоремой системы MIU. В обоих случаях мы имеем дело с утверждениями о типографских свойствах систем, манипулирующих символами. Наше сравнение с веревкой основано на предположении о том, что *факты теории чисел не нужны* для доказательства некоего типографского свойства. Иными словами, если не использовать свойства целых чисел вообще — или использовать только несколько простейших свойств — мы можем доказать непротиворечивость ТТЧ, используя способы, более простые, чем наша внутренняя система рассуждений.

Именно на это надеялась школа математиков и логиков начала века; главой этой влиятельной школы был Давид Гильберт. Их целью было доказать непротиворечивость формализаций теории чисел, подобных ТТЧ, используя весьма ограниченный набор логических принципов рассуждения, называемых *финитными*. Эти принципы были бы их "веревкой". Среди финитных методов — все методы исчисления высказываний, и некоторые методы численных рассуждений. Однако труды Гёделя показали, что любые усилия протащить через пропасть канат непротиворечивости ТТЧ, пользуясь веревкой финитных методов, обречены на провал. Гёдель показал, что для того, чтобы перетащить этот канат, невозможно пользоваться более легкой веревкой — просто нет настолько крепкой веревки, чтобы она выдержала такую нагрузку. Выражаясь менее метафорично, можно сказать: *любая система, достаточно мощная, чтобы доказать непротиворечивость ТТЧ, по крайней мере так же мощна, как сама ТТЧ*. Поэтому порочного круга здесь не избежать.

Приношение "МУ"[1]

Черепаха и Ахилл только что вернулись с лекции о происхождении Генетического Кода; они сидят у Ахилла и пьют чай.

Ахилл: Я должен кое в чем признаться, г-жа Ч.

Черепаха: Что такое?

Ахилл: Несмотря на интереснейшую тему, я пару раз задремал... Но даже во сне я кое-что слышал. Вот какая странная мысль всплыла из глубины моего сознания: "А" и "Т" могут обозначать не "аденин" и "тимин", а мое и ваше имена! Ведь вас зовут Тортилла! Кроме того, в моем полусне вдоль остова двойной спирали ДНК были подвешены крохотные Ахиллы и Тортиллы, всегда в парах, как аденин и тимин. Правда, странный образ?

Черепаха: Фу! Кто верит в подобные глупости? К тому же, что вы скажете о "С" и "G"?

Ахилл: Что ж, цитозин мог бы обозначать г-на Краба — ведь его имя пишется "Crab." Насчет "G" я не знаю, но уверен, что можно было бы что-нибудь придумать. Так или иначе, было забавно вообразить мою ДНК, полную ваших малюсеньких копий — и моих, конечно. Только подумайте, к какой бесконечной регрессии это бы привело!

Черепаха: Вижу, что вы не очень-то внимательно слушали лекцию.

Ахилл: Неправда — я старался изо всех сил. Просто было очень трудно отделить мои фантазии от фактов. В конце концов, молекулярные биологи изучают такой необыкновенный нижний мир...

Черепаха: Что вы имеете в виду?

Ахилл: Молекулярная биология полна странных спиральных петель, которые я как следует не понимаю. Например, белки, закодированные в ДНК, могут "провернуться назад" и повлиять на саму ДНК — даже разрушить ее. Подобные странные петли меня всегда запутывают. В них есть что-то пугающее.

Черепаха: Я нахожу их весьма привлекательными.

Ахилл: Разумеется — они вполне в вашем вкусе. Но мне иногда хочется прекратить весь этот анализ и просто помедитировать немного, в качестве противоядия. Это очищает голову от путаницы странных петель и всех этих невероятных сложностей, о которых мы сегодня услышали.

Черепаха: Удивительно! Никогда бы не подумала, что вы медитируете.

Ахилл: Разве я никогда не говорил вам, что изучаю дзен-буддизм?

Черепаха: Боже мой, как вы до этого додумались?

Ахилл: Мне всегда казалось, что без инь и янь мое дело — дрянь; знаете, все эти путешествия в восточный мистицизм, И-Чинг, гуру, и тому подобное. В один прекрасный день я подумал: "Почему бы мне не заняться и дзеном?" Так это все и началось.

Черепаха: Превосходно! Может быть и я, наконец, сподоблюсь просветиться.

Ахилл: Ну-ну, не так быстро. Просветление — совсем не первый шаг на пути к буддизму; скорее, это последний шаг. Просветление не для таких новичков, как вы, г-жа Ч!

Черепаха: Вы меня не поняли. Я не имела в виду буддистское просветление — мне просто хотелось узнать, что такое дзен-буддизм.

Ахилл: Бог ты мой, что же вы сразу не сказали? Я буду очень рад рассказать вам все, что знаю о дзене. Может быть, вам даже захочется стать учеником буддизма, таким же, как и я.

Черепаха: Что ж, нет ничего невозможного.

Ахилл: Вы можете изучать буддизм вместе со мной у моего Мастера Оканисамы — седьмого патриарха.

Черепаха: Черт меня побери, если я что-нибудь понимаю!

Ахилл: Чтобы это понять, необходимо знать историю дзен-буддизма.

Черепаха: В таком случае, не расскажете ли вы мне немного об истории дзена?

Ахилл: Отличная мысль. Дзен — это тип буддизма; он был основан монахом по имени Бодхидхарма, который оставил Индию и поселился в Китае. Это было в шестом веке. Бодхидхарма был первым патриархом. Шестым патриархом был ... э-э-э... проклятый склероз... Энон! (Наконец-то вспомнил!)

Черепаха: Неужели Зенон? Как странно, что именно он оказался замешанным в таком деле.

Ахилл: Осмелюсь заметить, что вы недооцениваете значимость дзена. Послушайте еще немного и, может быть, вы будете относиться к нему с большим уважением. Так вот, как я говорил, примерно пятьсот лет спустя дзен пришел в Японию, где он прекрасно прижился. С того времени он стал одной из основных религий Японии.

Черепаха: Кто такой этот Оканисама, "седьмой патриарх"?

Ахилл: Он мой Мастер, и его учение прямо следует из учения шестого патриарха. Он научил меня тому, что действительность — едина и неизменна; вся множественность, изменения и движение — не более, чем иллюзии наших чувств.

Черепаха: Точно — это за километр пахнет дзеном. Но как же он впутался в дзен, бедняга?

Ахилл: Что-о? Если КТО-ТО и запутался, то это... Ну ладно, это уже другой разговор. Так или иначе, я не знаю ответа на ваш вопрос. Вместо этого я вам лучше расскажу еще что-нибудь из поучений моего Мастера. Я узнал, что в дзене человек ищет Просветления, или САТОРИ — состояния "Не-разума". В этом состоянии человек не думает о мире — он просто СУЩЕСТВУЕТ. Я также узнал, что изучающий дзен не должен "привязывать" себя ни к какому объекту, или мысли, или человеку — то есть, он не должен верить ни в какой абсолют и не должен зависеть от чего-либо, включая и саму эту философию не-привязанности.

Черепаха: Г-мм... Это уже КОЕ-ЧТО; дзен начинает мне нравиться.

Ахилл: У меня было предчувствие, что вы сразу к нему привяжетесь.

Черепаха: Но скажите мне: если дзен отрицает интеллектуальную деятельность вообще, то какой смысл размышлять о нем и усердно его изучать?

Ахилл: Мне тоже не давала покоя эта мысль. Но думаю, что я, наконец, нашел ответ: к дзену можно подходить по любой дороге, даже если эта дорога кажется ведущей совершенно в другую сторону. По мере того, как вы к нему приближаетесь, вы учитесь отходить от дороги в сторону; и чем больше вы отходите в сторону, тем ближе вы подходите к дзену.

Черепаха: Теперь все кажется совсем простым.

Ахилл: Моя любимая дорога к дзену проходит через его короткие, интересные и странные притчи, под названием "коаны".

Черепаха: Что это такое — коан?

Ахилл: Коан — это история о Мастерах дзена и их учениках. Иногда он в

форме загадки, иногда — басни, а иногда коан совершенно не похож ни на что, слышанное вами раньше.

Черепаха: Звучит интригующе. Вы думаете, что читать коаны и наслаждаться ими значит заниматься дзен-буддизмом?

Ахилл: Сомневаюсь. Однако мне кажется, что получать удовольствие от коанов в миллион раз ближе к настоящему дзену, чем читать об этой религии том за томом, написанные на тяжелом философском жаргоне.

Черепаха: Хотелось бы услышать какой-нибудь коан.

Ахилл: С удовольствием расскажу вам парочку. Я должен, пожалуй, начать с самого знаменитого. Итак, много столетий тому назад жил Мастер дзен-буддизма по имени Джошу, который дожил до 119 лет.

Черепаха: Просто юнец!

Ахилл: С вашей точки зрения, конечно. Так вот, однажды, когда Джошу и другой монах стояли вместе в монастыре, мимо пробежала собака. Монах спросил Джошу: "У этого дога — природа Будды?"

Черепаха: Непонятно. Так что же ответил монах?

Ахилл: МУ.

Черепаха: МУ? Что это за "МУ" такое? А как же насчет собаки? И природы Будды? Как же ответ?

Ахилл: Но ведь "МУ" и есть ответ Джошу! Говоря "МУ", Джошу дал понять другому монаху, что только воздерживаясь от подобных вопросов, можно получить на них ответ.

Черепаха: Джошу "развопросил" этот вопрос.

Ахилл: Именно!

Черепаха: Это "МУ" — весьма полезная штучка. Иногда мне тоже хочется развопросить кое-какие воопросы. Кажется, я начинаю ухватывать суть дзена... Вы знаете еще какие-нибудь коаны, Ахилл? Мне хотелось бы услышать еще несколько.

Ахилл: Охотно. Я знаю парочку коанов, которые всегда рассказываются вместе. Только...

Черепаха: Что такое?

Ахилл: Дело в том, что мой Мастер предупреждал меня, что только один из них настоящий. Хуже того, он не знает, какой из них подлинный, а какой — фальшивка.

Черепаха: С ума сойти! Расскажите-ка их мне, чтобы мы могли наугадываться всласть!

Ахилл: Хорошо. Один из коанов таков:

Один монах спросил Басо: "Что такое Будда?"
Басо ответил: "Этот разум — Будда."

Черепаха: Гмм... "Этот разум — Будда"? Иногда мне трудно понять, что хотят сказать эти дзен-буддисты.

Ахилл: Тогда второй коан может понравиться вам больше.

Черепаха: Что это за коан?

Ахилл: Вот он:

Один монах спросил Басо: "Что такое Будда?"
Басо ответил: "Этот разум — не Будда."

Черепаха: Ну и ну! Как если бы мой панцирь был зеленый и не зеленый! Это мне нравится!

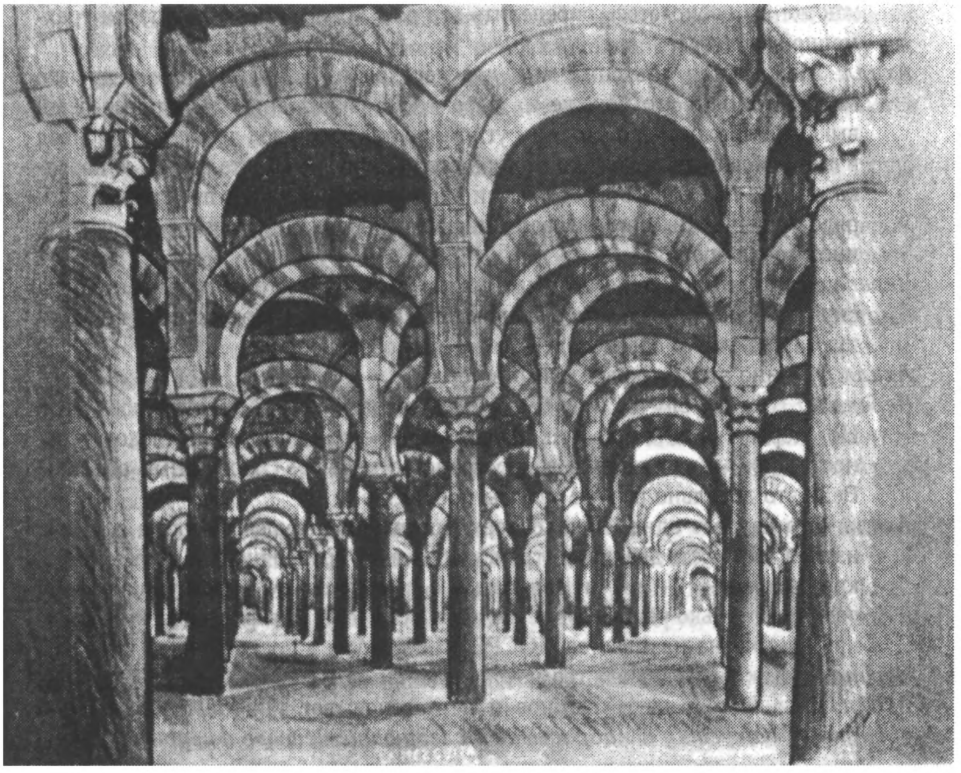


РИС. 45. М.К. Эшер. "Мечеть" (черные и белые мелки, 1936).

Ахилл: Однако, г-жа Т, коаны совсем не предназначены для того, чтобы просто "нравиться".

Черепаха: Отлично, в таком случае это мне не нравится.

Ахилл: Так-то лучше. Так вот, как я говорил, мой мастер считает, что только один из них — настоящий.

Черепаха: Не могу себе представить, что заставило его так решить. Все равно этот вопрос чисто академический, поскольку невозможно узнать, какой из двух коанов — оригинал, а какой — подделка.

Ахилл: Вы ошибаетесь: мой Мастер научил нас, как это сделать.

Черепаха: Неужели? Разрешающий алгоритм для установления подлинности коанов? Хотелось бы мне услышать об ЭТОМ.

Ахилл: Это довольно сложный ритуал: в нем два этапа. На первом этапе вы должны ТРАНСЛИРОВАТЬ данный коан в цепочку, уложенную спиралью в трех измерениях.

Черепаха: Забавная штучка. А как насчет второго этапа?

Ахилл: Ну, это совсем просто: надо всего-навсего определить, имеет цепочка природу Будды или нет! Если у нее — природа Будды, то коан — подлинный, а если нет, то он — фальшивка.

Черепаха: Гмм... Это звучит так, словно вы только перенесли нужду в разрешающей процедуре в другую область. ТЕПЕРЬ вам нужна разрешающая процедура для определения природы Будды. Что же дальше? В конце концов, если вы не можете сказать даже того, буддистская ли природа у СОБАКИ,

как же вы собираетесь определить это для любого кусочка цепочки трехмерной укладки?

Ахилл: Мой мастер объяснил мне, что переход из одной области в другую может помочь. Это похоже на перемену точки зрения. Некоторые вещи выглядят сложными под одним углом, но простыми под другим. Он привел в пример сад: глядя на него с одной стороны, вы не видите никакого порядка, только под некоторыми углами перед вами возникает прекрасная упорядоченность. Вы организовали информацию иначе, взглянув на вещи с иной точки зрения.

Черепаха: Понятно. В таком случае, может оказаться, что подлинность коана спрятана в нем где-то глубоко, но когда вам удается перевести его в цепочку, она каким-то образом всплывает на поверхность?

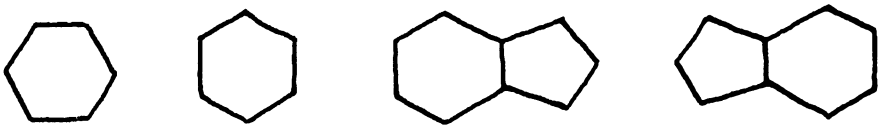
Ахилл: Именно это и открыл мой Мастер.

Черепаха: В таком случае, мне бы хотелось узнать об этой технике побольше. Но сперва скажите мне, как вы можете превратить коан (последовательность слов) в уложенную в пространстве цепочку (трехмерный объект)? Ведь это довольно разные классы предметов.

Ахилл: Это как раз одна из наиболее таинственных вещей, которые я узнал, изучая дзен. Есть два шага: "транскрипция" и "трансляция". Сделать транскрипцию коана — значит записать его фонетическим алфавитом, который содержит только четыре геометрических символа. Эта фонетическая транскрипция коана называется ПОСРЕДНИКОМ.

Черепаха: Как выглядят эти геометрические символы?

Ахилл: Они состоят из гексагонов и пентагонов; вот так (*берет лежащую рядом салфетку и набрасывает следующие четыре фигуры*):



Черепаха: Выглядит загадочно.

Ахилл: Только для непосвященных. Теперь, когда посредник готов, вы натирайте руки рибосом, и...

Черепаха: Рибосом? Это что, ритуальная мазь?

Ахилл: Не совсем. Это специальный клейкий состав, который помогает цепочке сохранять форму, когда она уложена.

Черепаха: Из чего он сделан?

Ахилл: Точно не знаю, но он клейкий на ощупь и прекрасно работает. Так или иначе, когда вы натерли руки рибосом, вы можете транслировать последовательность символов в посреднике в некий тип укладки цепочки. Как видите, все очень просто.

Черепаха: Подождите! Не так быстро! Как вы это делаете?

Ахилл: Вы берете прямую цепочку и начинаете укладывать ее с одного конца, в соответствии с геометрическими символами посредника.

Черепаха: Значит, каждый из этих символов обозначает особый тип укладки?

Ахилл: Сам по себе нет. Они всегда берутся группами по три. Вы начинаете с одного конца цепочки и с одного конца посредника. Первая тройка символов определяет, что делать с первым дюймом цепочки. Следующие три символа говорят вам, как укладывать второй дюйм. Таким образом, вы шаг за шагом продвигаетесь вдоль цепочки и вдоль посредника, укладывая

каждый крохотный сегмент цепочки, пока посредник не кончится. Если вы хорошенько смазали все рибосом, цепочка сохранит свою укладку и у вас получится трансляция коана в цепочку.

Черепаха: Эта процедура не лишена элегантности. Наверное, у вас получаются чертовски интересные цепочки.

Ахилл: Еще бы! Коаны подлиннее транслируются в весьма причудливые структуры.

Черепаха: Могу себе представить. Но чтобы транслировать посредник в цепочку, вы должны знать, какой укладке соответствует каждая тройка геометрических символов. Откуда вы это знаете? У вас что, есть словарь?

Ахилл: Да — это замечательная книга, в которой приведен весь Геометрический Код. Если у вас этой книги нет, то, разумеется, вы не можете транслировать коаны в цепочки.

Черепаха: Разумеется, нет. Каково происхождение Геометрического Кода?

Ахилл: Его начало восходит к древнему Мастеру по имени Великий Ментор; мой Мастер говорит, что он единственный, кто когда-либо достиг Архипросветления.

Черепаха: Ах ты батюшки! Словно одного уровня мало. Что ж, обжоры бывают всех сортов — почему бы не обжираться и просветлением?

Ахилл: А что, если в слове Архи-просветление закодировано мое имя? А-Х-И-Л...

Черепаха: По моему мнению, это маловероятно. Скорее, там можно найти намек на имя скромной ЧерепАХИ.

Ахилл: При чем здесь вы? Вы даже не достигли ПЕРВОГО состояния просветления, и уж тем более...

Черепаха: Почем знать, почем знать. Может быть те, кто изучил всю подноготную просветления, возвращаются в первоначальное, допросветленное состояние. Я всегда считала, что дважды просветленный — это снова непросветленный. Но вернемся же к нашему Великому Ментору.

Ахилл: О нем известно очень мало — пожалуй, только то, что он изобрел Искусство Дзен-Цепочек.

Черепаха: Что это такое?

Ахилл: Это искусство, на котором основана разрешающая процедура для определения буддистской природы. Я могу рассказать вам об этом поподробнее.

Черепаха: Буду счастлива. Новичкам вроде меня так много приходится выучить!

Ахилл: Говорят, что был даже специальный коан, повествующий о том, с чего началось Искусство Дзен-Цепочек. Но, к несчастью, он уже давным-давно уплыл по течению реки времен — а она, как известно, уносит навечно. Впочем, может быть, это и неплохо — а то нашлись бы имитаторы, которые стали бы всячески копировать Мастера, пользуясь его именем.

Черепаха: Разве плохо, если бы все ученики дзен-буддизма стали бы копировать Великого Ментора — самого просветленного Мастера всех времен?

Ахилл: Позвольте вместо ответа рассказать вам коан об имитаторе.

> Мастер дзена, по имени Гутей, всегда поднимал палец, когда его спрашивали о дзене. Молоденький ученик стал его копировать. Когда Гутей услышал об имитаторе, он позвал ученика и спросил, правда ли это. "Да," — признался тот. Тогда Гутей спросил его, понимает ли он, что делает. Вместо ответа ученик поднял указательный палец. Гутей быстро отрезал палец; вопя от боли, ученик побежал к двери. Когда он достиг выхода, Гутей позвал его: "Мальчик!" Ученик обернулся, и Гутей поднял свой указательный палец. В этот момент юноша достиг Просветления.

Черепаха: Кто бы мог подумать! Как раз когда я решил, что дзен — весь о Дзошу и его проказах, оказалось, что и Гутей приглашен на праздник. Кажется, у него порядочное чувство юмора.

Ахилл: Этот коан совершенно серьезен; не знаю, откуда у вас появилась мысль, что в нем какой-то юмор.

Черепаха: Может быть, дзен так поучителен именно потому, что в нем много юмора. Мне кажется, что если воспринимать эти истории на полном серьезе, то в половине случаев их смысл пройдет мимо вас.

Ахилл: Может быть, в этом Черепашьем Дзене и есть какой-то смысл.

Черепаха: Можете ли вы ответить мне на один вопрос? Я хочу знать, почему Бодхидхарма приехал из Индии в Китай.

Ахилл: Ого! Хотите, я вам скажу, что ответил Джошу на точно такой же вопрос?

Черепаха: О, да!

Ахилл: Он ответил: "Дуб в саду."

Черепаха: Разумеется; я сказала бы то же самое. С той разницей, что в моем случае это был бы ответ на другой вопрос: "Какое место лучше всего подходит, чтобы укрыться от полуденного солнца?"

Ахилл: Вы, сами того не подозревая, затронули сейчас один из основных вопросов дзена. Вопрос звучит безобидно: "Каков основной принцип дзена?"

Черепаха: Удивительно! Я и понятия не имела, что основная цель дзен-буддизма — в том, чтобы найти место в тенёчке.

Ахилл: Да нет же, вы меня совершенно не поняли. Я не имел в виду ЭТОТ вопрос. Я думал о первом вашем вопросе — почему Бодхидхарма приехал из Индии в Китай.

Черепаха: Понятно. Я и не знала, что ныряю на такую глубину... Но вернемся к этим странным отображениям. Значит, любой коан может быть превращен в уложенную цепочку, следуя этому методу. А как насчет обратного процесса? Можно ли прочитать любую цепочку так, чтобы получился коан?

Ахилл: В некотором роде. Однако...

Черепаха: Что такое?

Ахилл: Вы просто не должны читать ее таким образом. Это нарушило бы Центральную Догму Дзен-цепочек, которую можно нарисовать следующим образом *(рисует на салфетке)*:

коан ⇒ посредник ⇒ уложенная цепочка
транскрипция *трансляция*

Идти против стрелок нельзя — особенно против второй стрелки.

Черепаха: Скажите мне: у этой догмы — природа Будды, или нет? Впрочем, если подумать, то я, пожалуй, могу развопросить этот вопрос. Если вы, конечно, не возражаете...

Ахилл: Буду только рад. Я хочу открыть вам один секрет — поклянитесь, что никому не скажете!

Черепаха: Слово Черепахи.

Ахилл: Иногда я все-таки двигаюсь против стрелок. Запретный плод сладок, знаете ли...

Черепаха: Ай да Ахилл! Понятия не имела, что вы способны на такие непочтительные действия!

Ахилл: Я никому в этом не признавался — даже Оканисаме.

Черепаха: Так скажите мне, что получается, когда вы двигаетесь против стрелок Центральной Догмы? Это значит, что вы начинаете с цепочки и кончаете коаном?

Ахилл: Иногда — но часто случаются всякие странные вещи.

Черепаха: Более странные, чем производство коанов?

Ахилл: Да... Когда вы делаете трансляцию и транскрипцию наоборот, у вас получается НЕЧТО, что не всегда является коаном. Некоторые цепочки, когда их читаешь вслух таким образом, звучат сплошной бессмыслицей.

Черепаха: Разве это не синоним коана?

Ахилл: Вижу, моя дорогая, что вы еще не прониклись подлинным духом дзена.

Черепаха: По крайней мере, у вас хотя бы получаются рассказы?

Ахилл: Не всегда; иногда выходят бессмысленные слоги, иногда — предложения-окрошка. Но иногда выходит что-то, похожее на коан.

Черепаха: Только ПОХОЖЕЕ?

Ахилл: Видите ли, это может оказаться подделкой.

Черепаха: Ах, разумеется.

Ахилл: Я называю такие цепочки, которые производят коаны, "правильно сформированными."

Черепаха: А как вы отличаете поддельные коаны от подлинных?

Ахилл: К этому я и веду. Имея коан (или не-коан, как иногда случается), первое, что надо сделать, — это транслировать его в трехмерную цепочку. Потом остается только выяснить, буддистская ли природа у этой цепочки.

Черепаха: Как же можно ухитриться проделать подобное?

Ахилл: Мой Мастер говорит, что Великий Ментор мог узнать это, просто взглянув на цепочку.

Черепаха: А если вы еще не достигли Архи-просветления? Есть ли иной способ узнать, буддистская ли природа у данной цепочки?

Ахилл: Да, есть. Здесь как раз вступает в игру Искусство Дзен-цепочек. Этот способ — создание бесконечного множества цепочек с буддистской природой.

Черепаха: Да что вы говорите! А есть ли способ произвести цепочки БЕЗ буддистской природы?

Ахилл: Зачем это вам?

Черепаха: Я просто думала — а вдруг это может пригодиться...

Ахилл: У вас весьма странный вкус. Надо же! Ей интереснее вещи не-буддистской природы, чем вещи с природой Будды!

Черепаха: Можете приписать это моему непросветленному состоянию.

Ахилл: Итак, сначала вы вешаете петлю цепочек на руки в одной из пяти дозволенных начальных позиций; например, вот так... *(Снимает длинную цепочку, висящую у него на шее, и надевает ее на руки, набрасывая петли между пальцами.)*

Черепаха: Что представляют собой дозволенные позиции?

Ахилл: Каждая из них — это позиция, считающаяся самоочевидным способом брать цепочку. Даже новички часто берут цепочки именно так. И все эти пять цепочек имеют природу Будды.

Черепаха: Разумеется.

Ахилл: Кроме того, имеются некоторые Правила Обращения с Цепочками, следуя которым, можно произвести из цепочек более сложные фигуры. В частности, позволено изменять форму вашей цепочки при помощи простейших движений рук. Например, вы можете взяться за эту цепочку здесь —

и потянуть вот так — а теперь так перекрутить. Каждая операция меняет конфигурацию цепочки, надетой на ваши руки.

Черепаха: Это выглядит, как игра в веревочку — "колыбель для кошки" и прочие занимательные фигуры, которые можно сплести из веревки, надетой на пальцы.

Ахилл: Верно. Смотрите, некоторые из этих правил усложняют цепочку, а некоторые упрощают. Но неважно, в каком порядке вы это делаете; пока вы следуете Правилам Обращения с Цепочками, любая ваша цепочка будет иметь природу Будды.

Черепаха: Это чудесно. А как насчет коана, спрятанного в строчке, что вы только что сплели? Будет ли он подлинным?

Ахилл: Согласно тому, что я выучил, именно так и будет. Поскольку я придерживался Правил и начал в одной из пяти самоочевидных позиций, цепочка должна иметь природу Будды и, следовательно, соответствовать подлинному коану.

Черепаха: Знаете ли вы, какому именно?

Ахилл: Вы хотите, чтобы я нарушил Центральную Догму? Ах вы, вредное создание!

(Ахилл раскрывает книгу Кода и, высунув от усердия язык, дюйм за дюймом продвигается вдоль цепочки, записывая каждый поворот с помощью тройки геометрических символов этого странного фонетического алфавита для коанов, пока салфетка не оказывается исписанной его каракулями)

Готово!

Черепаха: Здорово! Теперь давайте почитаем, что получилось.

Ахилл: Хорошо.

Путешествующий монах спросил у старухи дорогу к Тайзану, известному храму, превращающему тех, кто в нем молится, в мудрецов. Старуха ответила: "Идите прямо". Когда тот удалился, старуха пробормотала себе под нос: "Еще один паломник". Кто-то рассказал об этом случае Джошу, и тот заметил: "Подождите, я сам проверю". На следующий день он отправился тем же путем и задал тот же вопрос. Старуха повторила свой ответ, и Джошу сказал: "Я проверил эту старую женщину".

Черепаха: С его страстью к расследованиям, жаль, что Джошу никогда не работал в ФБР. А скажите, я могла бы повторить то, что вы сейчас сделали, если бы следовала Правилам Искусства Дзен-цепочек, не правда ли?

Ахилл: Совершенно верно.

Черепаха: Я должна буду проделывать все операции в том же ПОРЯДКЕ, как и вы?

Ахилл: Да нет, годится любой порядок.

Черепаха: Разумеется, тогда я получу другую цепочку и, следовательно, другой коан. Теперь скажите мне, я должна буду повторить то же ЧИСЛО операций?

Ахилл: Ни в коем случае. Вы можете делать любое число шагов.

Черепаха: В таком случае, есть бесконечное множество цепочек с природой Будды — а следовательно, бесконечное множество подлинных коанов! Но откуда вы знаете, есть ли какая-либо цепочка, которая НЕ МОЖЕТ быть получена при помощи ваших Правил?

Ахилл: Ах, да — вернемся к вещам, лишенным природы Будды. Получается так, что как только вы научитесь производить цепочки БУДДИСТСКОЙ природы, вы сразу же научитесь производить и НЕ-БУДДИСТСКИЕ цепочки. Это мой Мастер вдолбил в меня с самого начала.

Черепаха: Прекрасно! Как же это получается?

Ахилл: Очень просто. Вот, смотрите: сейчас я сделаю цепочку, у которой нет природы Будды...

(Он берет цепочку, из которой был "извлечен" предыдущий коан, и завязывает на одном из концов неточку, затягивая ее большим и указательным пальцами.)

Готово: в этой цепочке НЕТ никакой буддистской природы.

Черепаха: Потрясающе! Я просвещаюсь с каждой минутой. И всего-то понадобилась какая-то ниточка? Откуда вы знаете, что у новой цепочки нет буддистской природы?

Ахилл: Не ниточка, а НЕТОЧКА — именно так указал мастер. Основное свойство природы Будды таково: если две правильно сформированные цепочки отличаются только тем, что одна из них имеет неточку на конце, то только ОДНА из этих цепочек может иметь буддистскую природу.

Черепаха: А скажите: есть ли такие цепочки буддистской природы, которые НЕВОЗМОЖНО получить, в каком бы. порядке мы не применяли Правила Дзен-цепочек?

Ахилл: Стыдно признаться, но этого я сам точно не знаю. Сначала мой мастер говорил, что буддистская природа цепочки ОПРЕДЕЛЕНА тем, что мы начинаем с одной из пяти начальных позиций и затем строго следуем Правилам. Но позже он сказал что-то о какой-то "Теореме", как бишь его... Гоголя?.. или Де Голля? Боюсь, что я так этого и не понял; а может быть, просто не расслышал. Но так или иначе, у меня появилось сомнение, можно ли получить этим методом ВСЕ цепочки с природой Будды. До сих пор мне это удавалось, но ведь буддистская природа — штука непростая, знаете ли...

Черепаха: Я так и думала, судя по "МУ" Джошу. Хотелось бы мне знать...

Ахилл: Что такое?

Черепаха: Я думала о тех двух коанах... Я имею в виду, коан и не-коан: "Этот разум — Будда" и "Этот разум — не Будда". Как они выглядят, если перевести их в цепочки по Геометрическому Коду?

Ахилл: С удовольствием вам покажу.

(Он записывает фонетическую транскрипцию, достает из кармана пару цепочек и начинает аккуратно, дюйм за дюймом, складывать их, следуя тройкам символов, записанных странным алфавитом. Затем он кладет получившиеся цепочки рядом.)

Видите, они различаются.

Черепаха: На мой взгляд, они весьма схожи. О, теперь я вижу, в чем разница: на конце у одной из них — неточка!

Ахилл: Клянусь Джошу, вы правы.

Черепаха: Ага! Я понимаю теперь, почему ваш Мастер не доверял этим коанам.

Ахилл: Неужели?

Черепаха: Согласно его указаниям, НЕ БОЛЕЕ, ЧЕМ ОДНА цепочка из этой пары может иметь природу Будды; так что сразу можно сказать, что один из коанов — подделка.

Ахилл: Но это еще не говорит нам, какой именно. Мы с моим Мастером давно пытаемся сложить эти цепочки, следуя Правилам; но у нас пока ничего не выходит. Это ужасно неприятно, и можно начать сомневаться...

Черепаха: В том, что у этих цепочек вообще есть природа Будды? Может быть, ее нет ни у одной цепочки, и оба коана поддельны?

Ахилл: Я никогда не заходил так далеко — но вы правы, в принципе это возможно. Однако вы не должны задавать так много вопросов о природе Будды. Мастер дзена Мумон всегда предупреждал своих учеников, что слишком много спрашивать опасно .

Черепаха: Хорошо — вопросов больше не будет. Но зато мне очень хочется самой уложить цепочку. Интересно посмотреть, получится ли она правильно сформированной.

Ахилл: И правда, интересно. Вот, пожалуйста. *(Передает цепочку Черепахе.)*

Черепаха: Вы знаете, я понятия не имею, что с ней делать. Что ж, рискнем — мое неуклюжее произведение, сделанное без Правил, как Бог на душу положит, будет, скорее всего, совершенно невозможно расшифровать. *(Берет цепочку, делает из нее петлю, и несколькими движениями лап укладывает цепочку в сложный узор, который затем молча протягивает Ахиллу. В этот момент лицо воина освещается.)*

Ахилл: Вот это да! Я должен попробовать этот метод сам. Никогда не видел подобной цепочки!

Черепаха: Надеюсь, что она правильно сформирована.

Ахилл: На одном конце у нее завязана неточка.

Черепаха: Ох, погодите — можно мне эту цепочку на минутку? Я хочу еще кое-что сделать.

Ахилл: Почему бы и нет — пожалуйста.

(Снова протягивает ее Черепахе, та завязывает еще одну неточку на том же конце. После этого она встряхивает цепочку и внезапно обе неточки исчезают!)

Ахилл: Что случилось?

Черепаха: Я просто хотела избавиться от той неточки.

Ахилл: Но вместо того, чтобы ее развязать, вы завязали еще одну, и тут их как ножом отрезало, обе исчезли! Куда они подевались?

Черепаха: В Лимбедламию, разумеется. Это Закон Двойного Отрезания.

(Вдруг обе неточки опять появляются ниоткуда — то бишь, из Лимбедламии.)

Ахилл: Удивительно. К некоторым районам Лимбедламии, видно, существует легкий доступ, если эти неточки могут так запросто проталкиваться и выталкиваться. Или же вся Лимбедламия одинаково недоступна?

Черепаха: Не могу вам сказать. Правда, я думаю, что если бы мы эту цепочку расплавили, то неточки вряд ли вернулись бы. В этом случае, мы считали бы, что они попали на более глубокий уровень Лимбедламии. Там, возможно, есть миллионы уровней. Но это для нас неважно. Меня сейчас интересует то, как эта цепочка зазвучит, если мы переведем ее обратно в фонетические символы.

Ахилл: Я всегда чувствую себя виноватым, когда нарушаю Центральную Догму.

(Достает ручку и книгу Кода и аккуратно записывает тройные символы, соответствующие поворотам Черепашьей цепочки; когда все готово, он откашливается.) Кхе-кхе. Послушаем, что у вас получилось...

Черепаха: Если вы готовы...
Ахилл: Отлично. Вот что тут написано:

Один монах постоянно приставал к Великой Чепупахе (единственной, которая когда-либо достигла Архи-просветления), спрашивая у нее, имеют ли те или иные вещи природу Будды. Чепупаха отвечала на эти вопросы молчанием. Монах уже спросил о бобе, озере, и лунной ночи. Однажды он принес Чепупахе кусочек цепочки и задал тот же вопрос. В ответ Чепупаха взяла цепочку, сделала из нее петлю и несколькими движениями лап —

Черепаха: Несколькими движениями лап? Как странно!
Ахилл: Почему же именно Вы находите это странным?
Черепаха: Ах да, конечно, вы правы. Продолжайте, прошу вас!
Ахилл: Хорошо.

Несколькими движениями лап Чепупаха уложила цепочку в сложный узор, который затем молча протянула монаху. В этот момент монах достиг Просветления.

Черепаха: Что до меня, то я бы предпочла Архи-просветление.
Ахилл: Далее тут описывается, как сделать цепочку Великой Чепупахи, если начать с петли, наброшенной на лапы. Эти скучные детали я пропущу... А вот и конец:

С тех пор монах больше не приставал к Чепупахе. Вместо этого он укладывал цепочку за цепочкой по ее методу; он передал этот метод своим ученикам, а те — своим.

Черепаха: Ну и хитросплетение! Трудно поверить, что все это было спрятано в моей цепочке.
Ахилл: Так оно и есть. Удивительно, что вы смогли уложить правильно сформированную цепочку — верно говорят, что новичкам везет!
Черепаха: Но как же выглядела цепочка Великой Чепупахи? Мне кажется, в этом самая суть коана.
Ахилл: Сомневаюсь. Мы не должны "привязываться" к таким мелочам. Главное не детали, а дух коана как целого. А знаете, что мне только что пришло в голову? Я думаю, что вы, как это ни удивительно, только что наткнулись на давно утерянный коан, описывающий происхождение Искусства Дзен-цепочек!
Черепаха: О, это было бы слишком хорошо для того, чтобы иметь буддистскую природу!
Ахилл: Но это бы значило, что великий Мастер, единственный, кто достиг мистического состояния Архи-просветления, звался не Ментором, а Чепупахой. Вот уж поистине странное имя!
Черепаха: Я не согласна — по-моему, это очень красивое имя. Но я все же хочу знать, как выглядела эта Чепупашья цепочка. Можете ли вы воссоздать ее по описанию, данному в коане?

Ахилл: Я могу попытаться, хотя мне это будет очень трудно — ведь у меня нет лап, а в коане все описывается с точки зрения движения именно лап. Это очень необычно, но я постараюсь. Попытка — не пытка...

(Он берет коан и кусочек цепочки и в течение нескольких минут, пыхтя от усердия, сгибает и складывает его самым невероятным образом, пока в его руках не оказывается готовый продукт.)

Вот, пожалуйста. Странно, но это выглядит очень знакомо.

Черепаха: И правда! Интересно, где я это видела?
Ахилл: Я знаю! Это же ВАША цепочка, разве не так?
Черепаха: Наверняка нет.
Ахилл: Ну конечно: это ваша первая цепочка, которую вы мне дали до того, как завязали вторую неточку.
Черепаха: Действительно, она самая. Надо же... Интересно, что из этого следует?
Ахилл: Все это очень странно, чтобы не сказать большего.
Черепаха: Вы думаете, мой коан — подлинный?
Ахилл: Подождите-ка минутку...
Черепаха: А эта цепочка — есть ли в ней природа Будды?
Ахилл: Ваша цепочка кажется мне подозрительной...
Черепаха (с предовольным видом, не обращая на Ахилла никакого внимания): А как насчет Чепупашьей цепочки? Есть ли в ней природа Будды? У меня столько вопросов!
Ахилл: Я бы поостерегся задавать столько вопросов, г-жа Ч. Что-то здесь творится, и я совсем не уверен, что это мне нравится.
Черепаха: Грустно слышать; но я не понимаю, что вас тревожит?
Ахилл: Лучше всего это объясняет цитата из другого древнего Мастера дзен-буддизма по имени Киоген. Киоген сказал:

> Дзен подобен человеку, удерживающемуся зубами за ветку растущего над пропастью дерева. Руки и ноги его, не имея опоры, болтаются в воздухе. Под деревом стоит другой человек и спрашивает его: "Почему Бодхидхарма пришел из Индии в Китай?". Если человек на дереве не ответит, он изменит дзену, а если он ответит, то упадет и погибнет. Что ему делать?

Черепаха: Ясно как день: ему надо оставить дзен и заняться молекулярной биологией.

ГЛАВА IX

Мумон и Гёдель

Что такое дзен-буддизм?

Я НЕ УВЕРЕН В ТОМ, что знаю, что такое дзен. В каком-то смысле мне кажется, что я понимаю его очень хорошо; с другой стороны, иногда я думаю, что никогда не пойму в нем ничего. С тех пор, как на первом курсе университета профессор английской литературы прочитал нам "МУ" Джошу", я начал бороться с дзен-буддистскими аспектами жизни и, наверное, никогда не перестану. Для меня дзен подобен зыбучим пескам — анархия, темнота, бессмыслица, хаос. Он дразнит и приводит в бешенство. И в то же время дзен полон юмора, свежести и привлекательности. В нем есть собственный тип значения, блеска и ясности. Надеюсь, что, прочитав эту главу, вы это почувствуете. И эта тема, как ни странно может показаться, выведет нас прямо к Гёделю.

Одна из главных идей дзен-буддизма в том, что его невозможно определить. Как бы вы не пытались заключить его в словесные рамки, он сопротивляется и вырывается на свободу. Может показаться, что в таком случае все попытки объяснить дзен — это пустая трата времени. Но ученики и мастера дзена так не считают. Например, буддистские коаны — центральная часть изучения дзена, хотя они и состоят из слов. Коаны призваны служить "триггерами" — сами по себе они не содержат достаточно информации, чтобы вызвать Просветление, но могут привести в действие внутренние механизмы, ведущие к Просветлению. Но в общем дзен утверждает, что слова и истина несовместимы — словами невозможно уловить истину.

Мастер дзена Мумон

Возможно, чтобы лучше выразить эту идею, монах Мумон (что в переводе означает "Нет выхода"), живший в тринадцатом веке, собрал сорок восемь коанов, снабдив каждый из них комментарием и небольшим "стихотворением". Этот труд называется "Безвыходный выход" или "Мумонкан." Интересно заметить, что даты жизни Мумона и Фибоначчи почти точно совпадают: Мумон жил в Китае с 1183 по 1260 год, а Фибоначчи — в Италии с 1180 по 1250 год. Те, кто попытаются "понять" коаны "Мумонкана", найти в них смысл, будут горько разочарованы, поскольку как сами коаны, так и комментарии к ним и стихотворения абсолютно туманны. Приведу несколько примеров[1]:

Коан:

Хоген из монастыря Сейрио собирался читать обычную лекцию перед ужином; вдруг он заметил, что бамбуковая занавесь, опущенная для медитации, еще не поднята. Он указал на нее; два монаха безмолвно встали и подняли занавесь. Хоген, наблюдая за этим физическим моментом, заметил: "Состояние первого монаха — хорошо, но не состояние второго."

Комментарий Мумона:

Я спрашиваю вас: кто из этих двух монахов выиграл, а кто проиграл? Если у кого-то из вас — один глаз, тот заметит ошибку Учителя. Но я не обсуждаю выигрыша и проигрыша.

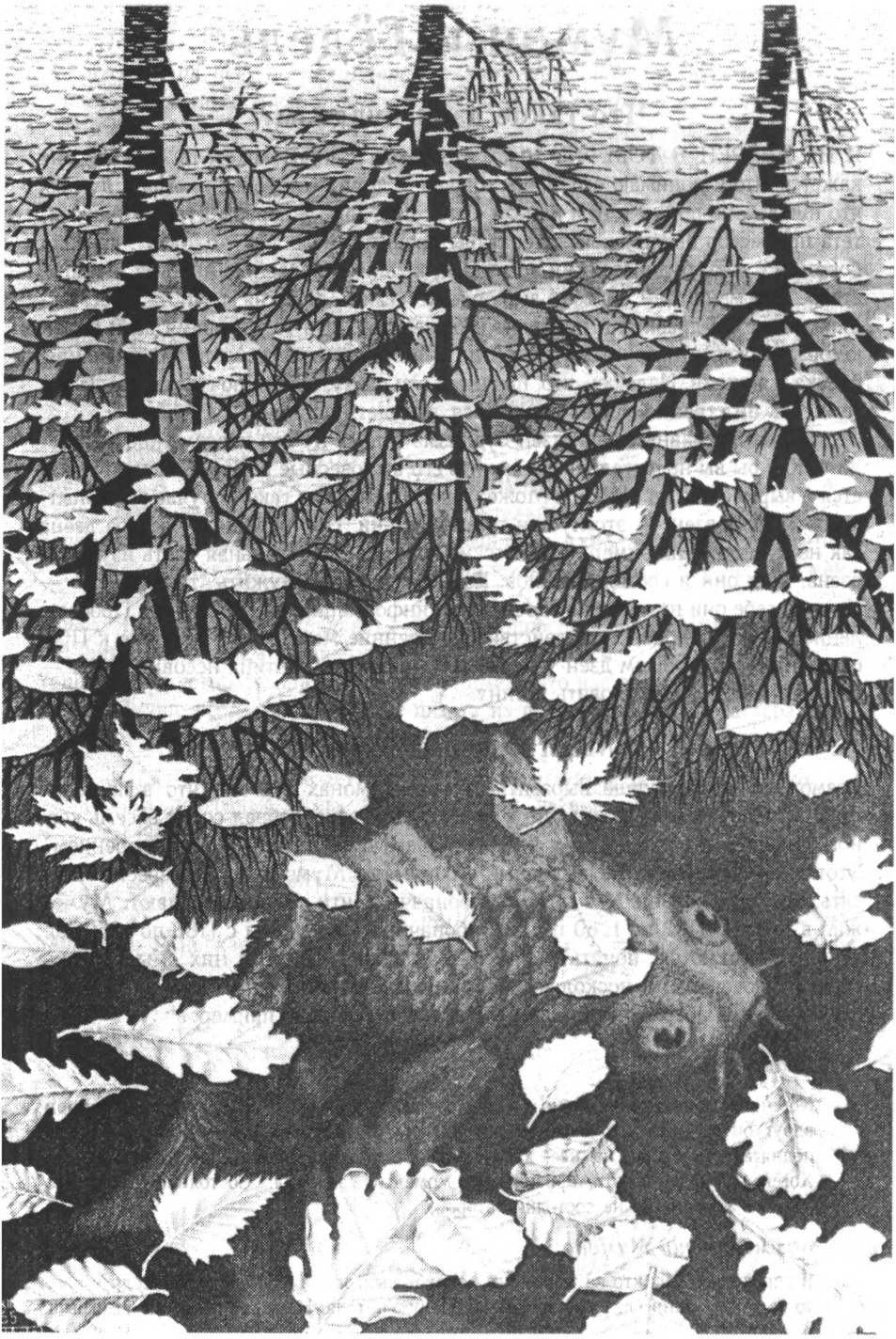


РИС. 46. М.К. Эшер. "Три мира" (литография, 1955).

Стихотворение Мумона:

Когда занавесь поднята, открывается широкое небо -
Но небо не созвучно дзену.
Лучше забыть о широком небе
И спрятаться от любого ветра.

А вот еще:[2]

Коан:

Госо сказал: "Когда бизон выходит из укрытия на край пропасти, его рога, и голова, и копыта проходят; но почему не может пройти его хвост?

Комментарий Мумона:

Если кто-нибудь сейчас может открыть один глаз и сказать слово дзена, тот готов к тому, чтобы отплатить за четыре награды — более того, он сможет спасти всех существ, стоящих ниже него. Но если он не может сказать слова дзена, то он должен повернуться обратно к своему хвосту.

Стихотворение Мумона:

Если бизон побежит, он упадет в пропасть;
Если он повернет назад, его зарежут.
Очень странная штука —
Этот хвост!

Я думаю, вы согласитесь с тем, что объяснения Мумона не многое проясняют. Можно сказать, что в данном случае метаязык (на котором пишет Мумон) не слишком отличается от предметного языка (языка коанов). Некоторые считают, что комментарии Мумона — намеренно идиотские, и что он хочет показать, насколько бесполезно тратить время на разговоры о дзене. Однако комментарии Мумона можно понять на нескольких уровнях. Например, давайте рассмотрим следующий:

Коан:[3]

Один монах спросил Нансена: "Есть ли поучение, которое не произнес ни один мастер?"
Нансен сказал. "Да, есть".
"Какое же оно?" — спросил монах.
Нансен ответил: "Это не разум, это не Будда, это не вещи."

Комментарий Мумона:

Старый Нансен раскрыл свои заветные слова.
Наверняка, он был очень взволнован.

Стихотворение Мумона:

Нансен был слишком добр и потерял свое сокровище.
Поистине, слова бессильны.
Даже если гора обратится в море,
Слова не могут открыть разум другого.

Кажется, что в этой поэме Мумон говорит нечто центральное для дзен-буддизма и не делает никаких дурацких заявлений. Любопытно, однако, что поэма автореферентна и, таким образом, комментирует не только слова Нансена, но и свою собственную безрезультатность. Подобные парадоксы характерны для дзена. Это попытка "сломить разум логики". То же парадоксальное качество вы може-

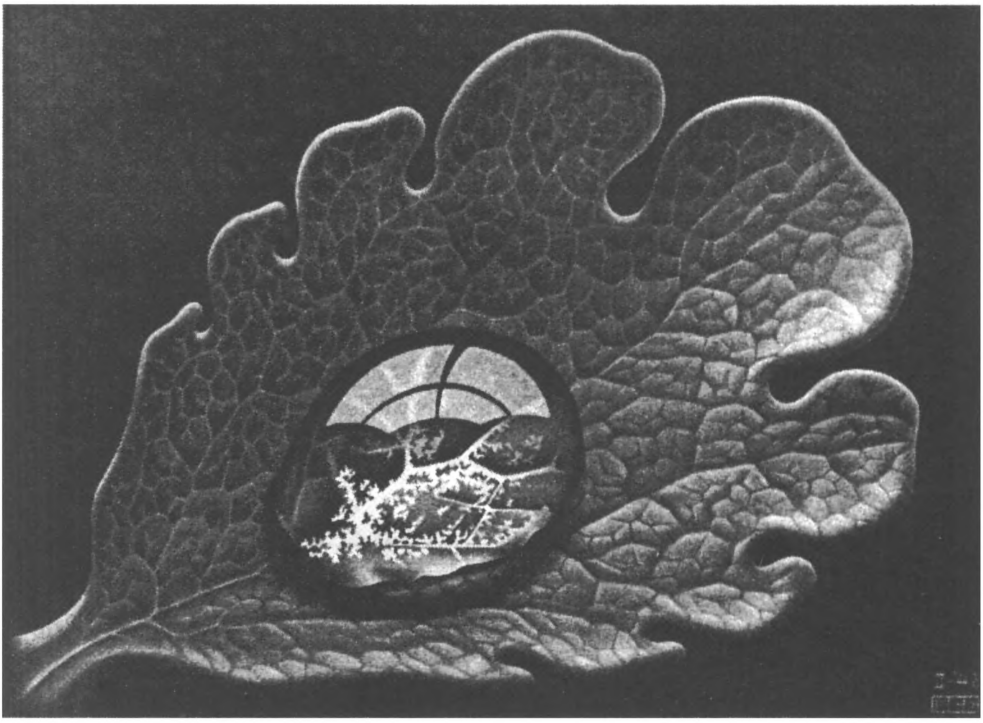


РИС. 47. М.К. Эшер. "Капля росы" (глубокая печать, 1948).

те увидеть и в коане. Говоря о комментарии Мумона — как вы думаете, был ли Нансен так уверен в своем ответе? И важна ли "правильность" его ответа? Играет ли вообще правильность какую-либо роль в дзен-буддизме? Какая разница между правильностью и истинностью, и есть ли она вообще? Что, если бы Нансен сказал: "Нет, такого поучения нет"? Что бы это изменило? Был бы подобный ответ увековечен в коане?

Вот еще один коан, направленный на то, чтобы сломить разум логики:[4]

Ученик Доко пришел к мастеру дзена и сказал: "Я ищу истину. До какого состояния я должен натренировать свой разум, чтобы ее найти?"

Мастер ответил: "Поскольку разума не существует, его невозможно привести ни в какое состояние. Поскольку истины не существует, невозможно натренировать себя для ее обретения."

"Если нет ни разума, чтобы тренировать его, ни истины, чтобы ее искать, то зачем же вы каждый день собираете перед собой монахов для тренировки и изучения дзена?"

"Но у меня здесь нет ни дюйма места," — сказал мастер, "как же здесь могут собираться монахи? У меня нет языка — как же я могу созывать или учить их?"

"Как вы можете так лгать?" — спросил Доко.

"У меня нет языка, чтобы разговаривать с другими — так как же я могу лгать тебе?" — спросил мастер.

Тогда Доко грустно заметил: "Я не могу уследить за вашей мыслью. Я вас не понимаю."

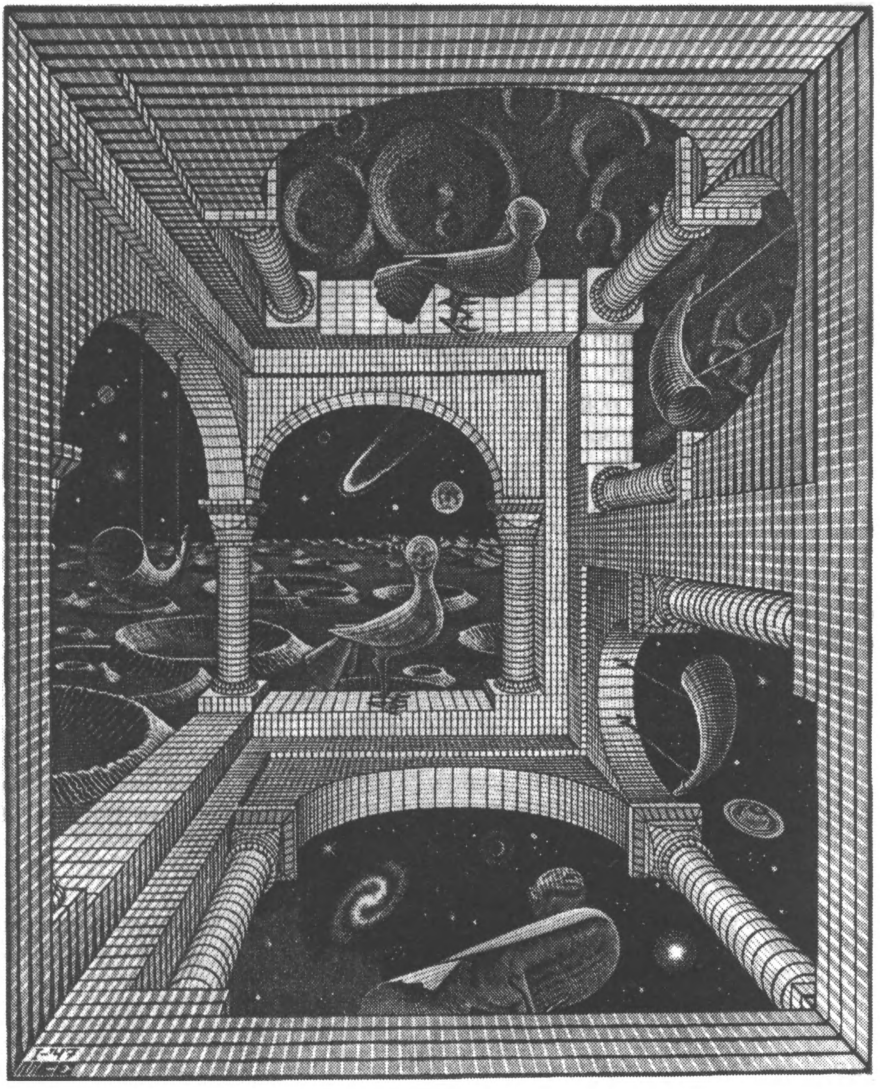
"Я сам себя не понимаю".

Если какой-либо коан и служит для того, чтобы запутать слушателя, то именно этот. И скорее всего, в этом и есть его прямое назначение, потому что когда наш разум заходит в тупик, он начинает оперировать до какой-то степени нелогично. Теория говорит нам, что только отходя от логики, человек может достичь Просветления. Но что же такого плохого в логике? Почему она не позволяет нам совершить скачок к Просветлению?

Борьба дзена против дуализма

Чтобы ответить на эти вопросы, необходимо знать кое-что о Просветлении. Возможно, что самым коротким его определением было бы следующее: выход за пределы дуализма. Что же такое дуализм? Это мысленное разделение мира на категории. Возможно ли преодолеть это естественное стремление? Предваряя слово "разделение" словом "мысленное", я мог создать у вас впечатление, что это — интеллектуальное или сознательное усилие и, значит, дуализм мож-

РИС. 48. М.К. Эшер. "Иной мир" (гравюра на дереве, 1947).



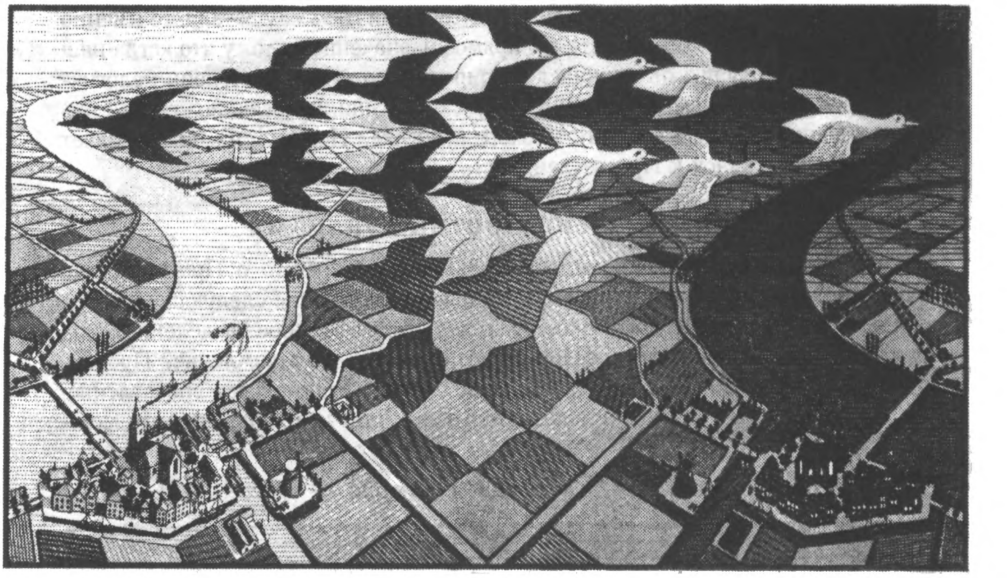


РИС. 49. М.К. Эшер. "День и ночь" (гравюра на дереве, 1938).

но преодолеть, просто остановив мысли (словно это так легко — перестать думать!). На самом деле, разбиение мира на категории происходит гораздо глубже самого высокого уровня мышления: дуализм настолько же процесс *восприятия* мира, как и его *понимания*. Иными словами, человеческое восприятие по своей природе дуалистично — что делает борьбу за просветление титаническ-ой, если не сказать большего.

В сердце дуализма, согласно дзену, лежат слова — простые, обыкновенные слова. Использование слов всегда дуалистично — очевидно, что каждое слово представляет собой определенную умозрительную категорию. Отсюда следует, что большая часть дзена посвящена борьбе против доверия к словам. Одно из лучших оружий в этой борьбе — коан, поскольку со словами он обращается настолько неуважительно, что наш разум тут же забуксует, если мы попытаемся воспринимать коан серьезно. Может быть, неверно говорить, что врагом Просветления является логика; скорее, это дуалистичное, словесное мышление. Или даже еще проще, восприятие. Воспринимая предмет, вы тут же отграничиваете его от всего остального мира; вы делите мир на части и, таким образом, отходите от Пути.

Вот коан, демонстрирующий борьбу против слов:[5]

Коан:

Шузан протянул вперед свою короткую палку и сказал: "Если вы скажете, что это короткая палка, то согрешите против действительности. Если вы не скажете, что это короткая палка, то проигнорируете факт. Так что же вы скажете?"

Комментарий Мумона:

Если вы скажете, что это короткая палка, то согрешите против действительности. Если вы не скажете, что это короткая палка, то проигнорируете факт. Это нельзя выразить словами, и это нельзя выразить без слов. Теперь быстро говорите, что это такое.

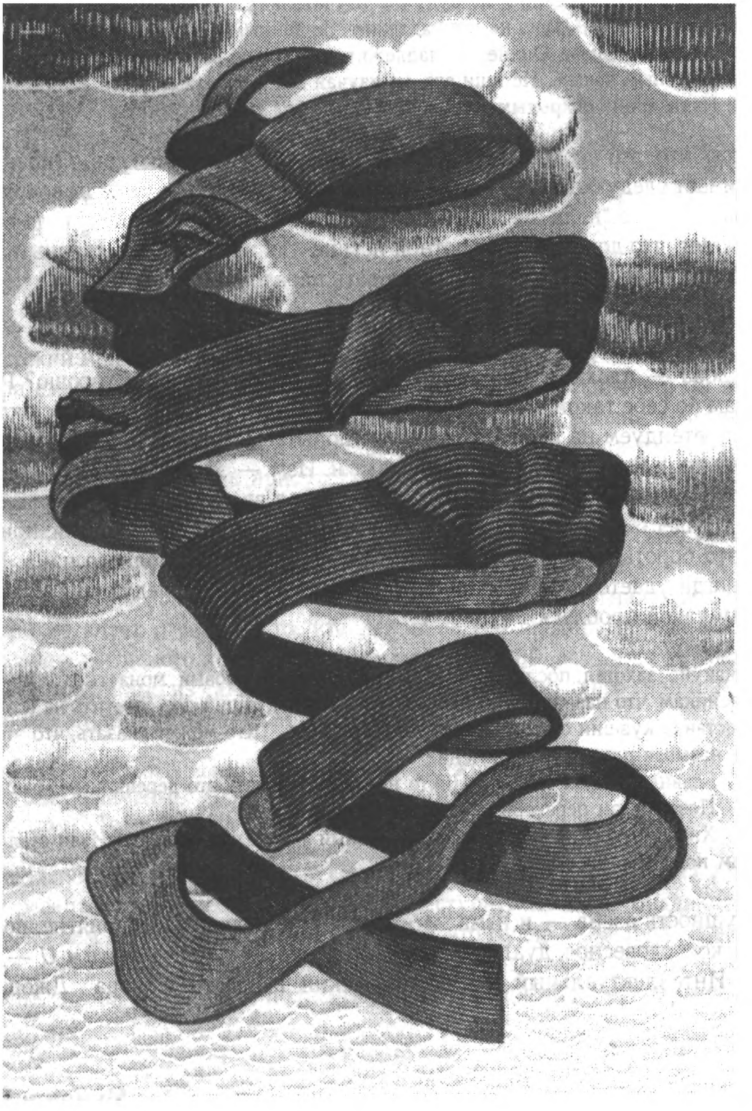
Стихотворение Мумона:

Протягивая вперед короткую палку,
Он дал приказ о жизни и смерти.
Позитивное и негативное переплетены,
Даже Будды и патриархи не могут избежать этой атаки.

(Под "патриархами" здесь имеются в виду шесть почитаемых основателей дзен-буддизма, из которых первым был Бодхидхарма и шестым — Энон.)

Почему назвать это короткой палкой означало пойти против действительности? Может быть, потому, что подобная категоризация дает иллюзию углубления в действительность, в то время как на самом деле это утверждение даже не поцарапало ее поверхности. Можно сравнить его с утверждением "5 — простое число." Это утверждение оставляет без внимания огромное, бесконечное количество фактов. С другой стороны, не назвать ее короткой палкой — означает про-

РИС. 50. М.К. Эшер. "Кожура" (гравюра на дереве, 1955).



игнорировать этот факт, как бы незначителен он не был. Следовательно, слова ведут к частичной истинности — и, возможно, к частичной ложности — но, безусловно, не к полной истине. Надеяться на слова, чтобы найти истину — все равно, что надеяться на неполную формальную систему, чтобы найти истину. Формальная система даст вам некоторые истины, но, как мы скоро увидим, формальная система, какой бы мощью она не обладала, не может привести ко всем истинным высказываниям. Дилемма математиков такова: на что еще можно опираться, кроме формальных систем? Дилемма последователей дзена такова: на что еще можно опираться, кроме слов? Мумон выражает эту дилемму с предельной ясностью: "Это нельзя выразить словами, и это нельзя выразить без слов."

Вот еще один коан о Нансене:[6]

Джошу спросил учителя Нансена: "Какой Путь правилен?"
Нансен ответил: "Правилен повседневный Путь."
Джошу спросил: "Могу ли я его изучать?"
Нансен ответил. "Чем больше вы его изучаете, тем больше вы удаляетесь от него."
Джошу спросил: "Если я не буду его изучать, как же я его узнаю?"
Нансен ответил: "Путь не принадлежит увиденным вещам и не принадлежит неувиденным вещам. Он не принадлежит известным вещам, и он не принадлежит неизвестным вещам. Не ищи его, не изучай его и не называй его. Чтобы оказаться на Пути, стань открытым и широким как небо." [См. рис. 50.]

Кажется, что это любопытное утверждение полно парадоксов. Оно немного напоминает следующее верное средство от икоты: "Обегите трижды вокруг дома, не думая о слове "волк"." Дзен-буддизм — это философия, которая, по-видимому, считает, что дорога к абсолютной истине, так же, как единственный верный способ против икоты, должна изобиловать парадоксами.

Изм, режим U и Унмон

Если слова — плохи, и мышление — плохо, то что же тогда хорошо? Разумеется, сам по себе такой вопрос весьма дуалистичен, но поскольку, обсуждая его, мы не претендуем на верность дзену, то попытаемся ответить на него серьезно. Назовем то, к чему стремится дзен, *измом*. Изм — это антифилософия, способ существования без мышления. Мастерами изма являются камни, деревья, моллюски. Существам же, стоящим на более высокой ступени развития, приходится за это бороться; при этом они никогда не достигнут полного изма. Все же нам иногда удается увидеть проблеск изма; возможно, следующий коан покажет вам такой проблеск:[7]

Хиакуйо захотел послать монаха, чтобы открыть новый монастырь. Он сказал ученикам, что назначит того из них, кто сумеет лучше всех ответить на его вопрос. Поставив кувшин с водой на землю, он сказал: "Кто может сказать, что это такое, не называя при этом его имени?"

Главный монах сказал: "Никто не может назвать это деревянным башмаком."

Повар Изан перевернул кувшин ногой и ушел.

Хиакуйо улыбнулся и сказал: "Главный монах проиграл." И Изан стал Мастером нового монастыря.

Сущность дзена — и изма — в том, чтобы подавить восприятие, подавить логическое, словесное, дуалистичное мышление. Это и есть *режим U — Ультра;* не Интеллектуальный, не Механический, а просто "Ультра". Джошу дей-

ствовал по способу U; поэтому его МУ "развопросило" вопрос. Для Мастера дзена Унмона способ U был естественным:[8]

> Однажды Унмон сказал своим ученикам: "Моя палка превратилась в дракона и проглотила вселенную! Где же теперь реки, и горы, и великая Земля?"

Дзен — это холизм, доведенный до логической крайности. Если холизм (от английского *whole* — целое) утверждает, что вещи могут быть поняты только как целое, а не как сумма их частей, то дзен идет еще дальше, утверждая, что мир вообще не может быть разделен на части. Делить мир на части — это создавать иллюзии и терять возможность Просветления.

> Один любопытный монах спросил Мастера : "Что такое Путь?"
> "Он у тебя перед глазами", — ответил Мастер.
> "Почему же я сам его не вижу?"
> "Потому что ты думаешь о себе."
> "А вы — вы его видите?"
> "До тех пор, пока ты все представляешь в двойном свете, говоря "я вижу," "вы не видите" и тому подобное, у тебя всегда будет туман перед глазами," — сказал Мастер.
> "А когда не станет ни "Я" ни "Вы", его можно будет увидеть?"
> "Когда не станет ни "Я" ни "Вы", кто будет тот, кто захочет его видеть?"9

По-видимому, Мастер хочет сказать, что в состоянии Просветления границы между "Я" и остальным миром стираются.

Это было бы настоящим концом дуализма, поскольку тогда, как сказал Мастер, не осталось бы системы, жаждущей восприятия. Но что это такое, если не смерть? Как может живое человеческое существо стереть границы между собой и миром?

Дзен и Лимбедламия

Буддистский монах Бассуи написал письмо одному из своих учеников, который был при смерти; в письме он сказал: "Твой конец — бесконечен; он подобен снежинке, тающей в чистом воздухе." Снежинка, бывшая вполне заметной подсистемой, теперь растворяется в более широкой системе, когда-то ее содержавшей. Хотя она больше и не присутствует как отдельная система, ее сущность все еще сохраняется. Она кружится в Лимбедламии, рядом с неначавшейся икотой и буквами непрочитанных историй... Так я понимаю письмо Бассуи.

Дзен признает свои ограничения, точно так же, как математики научились признавать ограничения аксиоматического метода для нахождения истины. Дзен не знает ответа на то, что лежит за его пределами, так же, как у математиков нет ясного понимания форм рассуждений, лежащих за пределами формализации. Одно из самых ясных утверждений дзена о его границах дано в следующем странном, весьма в духе Нансена, коане:[10]

> Тозан сказал своим монахам: "Вы, монахи, должны знать, что в буддизме есть еще высшее понимание." Один монах вышел вперед и спросил: "Что такое высший буддизм?" Тозан ответил: "Это не Будда."

Путь не кончается никогда; Просветление не означает конца буддизма. Не существует рецепта, говорящего, как можно переступить пределы буддизма; единственное, в чем можно быть уверенным, это то, что Будда — *не* путь. Дзен — это система, и он не может быть своей собственной метасистемой; всегда есть что-то вне дзена, что не может быть полностью понято и описано в его терминах.



РИС. 51. М.К. Эшер. "Лужа" (гравюра на дереве, 1952).

Эшер и дзен

В своих сомнениях относительно восприятия и своей любви к абсурдным загадкам без ответа дзен имеет единомышленника — М.К. Эшера. Взгляните на *"День и ночь"* (рис. 49) — шедевр "переплетения негативного и позитивного" (говоря словами Мумона). Читатель может спросить: "Что это такое на самом деле, птицы или поля? Что это, день или ночь?" Однако все мы знаем, что подобные вопросы задавать незачем. Эта картина, подобно буддистскому коану, пытается разбить разум логики. Эшер также находит удовольствие в создании противоречивых картин, таких, как *"Иной мир"* (рис. 48) — картин, которые играют с реальностью и не-реальностью на манер дзена. Должны ли мы принимать Эшера всерьез? Должны ли мы принимать дзен всерьез?

Взгляните на изысканный, подобный хайку рисунок отражений в *"Капле росы"* (рис. 47), на спокойную луну, отраженную в тихой воде *"Лужи"* (рис. 51) и на *"Рябь на воде"* (рис. 52). Отражение луны — тема, встречающаяся в нескольких коанах. Вот лишь один пример:[11]

> Чионо изучала дзен многие годы под руководством Букко из Энгаку. Все же ей не удавалось достичь плодов медитации. Однажды лунной ночью она несла воду в старой деревянной бадье, опоясанной бамбуком. Бамбуковый обруч сломался, и дно бадьи выпало. В этот момент Чионо освободилась. Тогда она сказала: "Нет воды в ведре — нет и луны в воде."

"Три мира" — картина Эшера (рис. 46) и тема дзен-буддистского коана:[12]

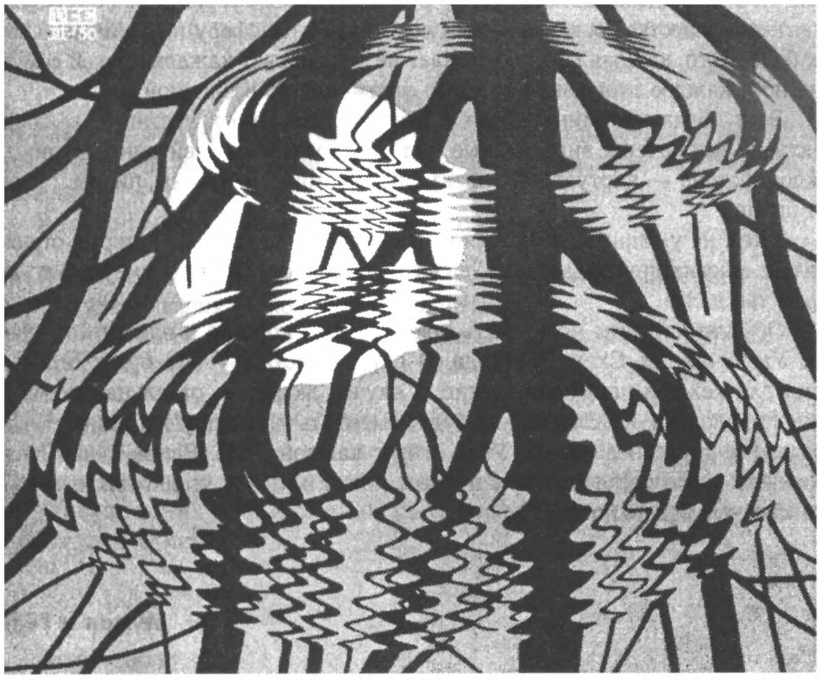
Один монах спросил Ганто: "Чте мне делать, когда мне угрожают три мира?" Ганто ответил: "Садись". "Я не понимаю," — сказал монах. Ганто сказал. "Подними гору и принеси ее мне. Тогда я тебе объясню."

Гемиола и Эшер

В картине *"Вербум"* (рис. 149) противоположности превращены в единство на нескольких уровнях. Двигаясь по кругу, мы видим постепенные превращения черных птиц — в белых птиц — в белых рыб — в черных жаб — в белых жаб — в черных птиц ... После шести шагов мы оказались опять в начале! Не примирение ли это дихотомии белого и черного? Или "трихотомии" птиц, рыб и жаб? Или это — шестиступенчатое единство, сделанное из противопоставления четности двух и нечетности трех? В музыке шесть нот одинаковой длительности создают ритмическую двусмысленность: две группы по три ноты, или три группы по две? Эта двусмысленность имеет свое название: гемиола. Шопен был мастером гемиолы; см. его "Вальс" оп. 42, или "Этюд" оп. 25, номер 2. У Баха это "Темпо ди Менуетто" из клавишной партитуры номер 5 или удивительный финал соль минорной "Сонаты для скрипки соло."

Когда мы приближаемся к центру гравюры "Вербум", различия постепенно стираются, и к концу остается не три, не две, но одна-единственная суть: Вербум — слово, сверкающее во всем блеске, возможно, символ Просветления. Ирония в том, что "вербум" не только *является* словом, но и означает "слово" — не слишком-то совместимое с дзеном понятие. С другой стороны, "вербум" — единственное слово в картине. Мастер дзена Тозан однажды сказал "Вся "Трипитака" может быть выражена в одной букве." ("Трипитака" или "Три корзины" — это полный текст священных книг буддизма.) Интересно, какой декодирующий механизм понадобился бы, чтобы извлечь три корзины из одной буквы? Может быть, механизм с двумя полушариями?

РИС. 52. М.К. Эшер. "Рябь на воде" (гравюра на линолеуме, 1950).



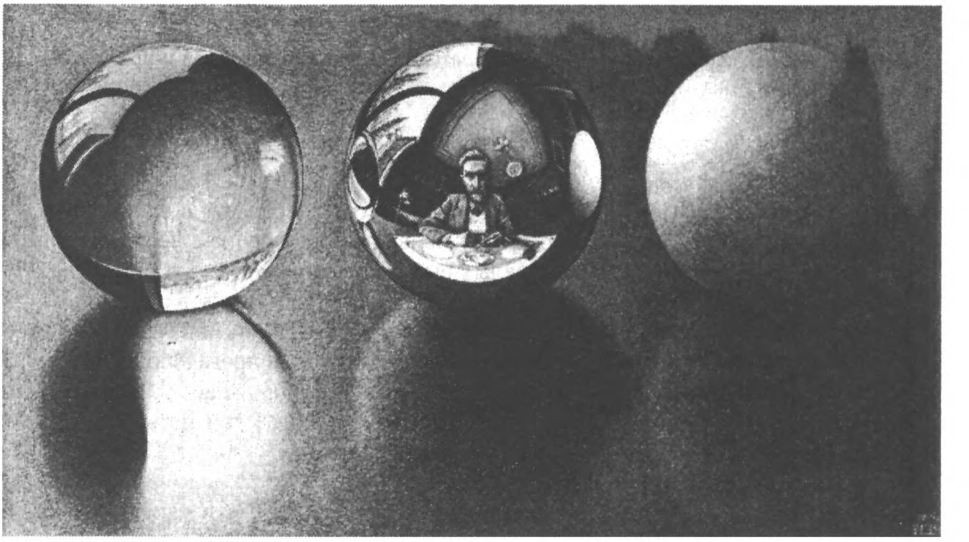


РИС. 53. М.К. Эшер. "Три сферы II" (литография, 1946).

Сеть Индры

Наконец, давайте взглянем на "Три сферы II"; кажется, что каждая часть мира здесь содержит все остальные и содержится в них сама: письменный стол отражает шары на его поверхности, шары отражают друг друга, а также стол, рисунок, их изображающий, и самого художника. Эта литография лишь намекает на бесконечное взаимодействие всех вещей — однако этого намека вполне достаточно. Буддистская аллегория "Сеть Индры" описывает бесконечную сеть, нити которой пронизывают всю вселенную: горизонтальные нити протянуты в пространстве, вертикальные — во времени. Каждая точка пересечения — это индивидуум, и каждый индивидуум — это стеклянная сфера. Великий свет "Абсолютного существа" освещает каждую стеклянную сферу и проникает сквозь нее; более того, каждая сфера отражает не только свет каждой другой сферы в сети, но и каждое отражение каждого отражения во вселенной.

Этот образ напоминает мне о ренормализованных частицах: в каждом электроне заключены виртуальные фотоны, позитроны, нейтрино, муоны...; в каждом фотоне — виртуальные электроны, протоны, нейтроны, пионы...; в каждом пионе...

Затем на ум приходит другая картина: люди, каждый из которых отражен в голове многих других, которые, в свою очередь, отражены в уме кого-то другого, и так далее.

Обе эти картины могут быть представлены коротко и элегантно с помощью Увеличенных Схем Перехода. В случае частиц, у нас будет отдельная схема для каждой категории частиц; в случае людей — отдельная схема для каждого человека. Каждая из них будет вызывать много других, таким образом создавая виртуальное облако УСП вокруг каждой УСП. Вызов одной из них приведет к вызову других, и этот процесс может идти как угодно долго, пока мы не достигнем поверхности.

Мумон о МУ

Завершим нашу короткую экскурсию в дзен еще одним обращением к Мумону. Вот его комментарий к МУ Джошу:[13]

> Чтобы понять дзен, надо преодолеть барьер патриархов. Просветление всегда приходит после того, как преграждается дорога мысли. Если вы не преодолели барьера патриархов или если дорога вашей мысли не преграждена, то что бы вы не думали и что бы вы не делали, это будет лишь призрачная путаница. Вы можете спросить: "Что такое барьер патриархов?" Это лишь одно слово: "МУ".
>
> Это барьер дзена. Если вы его преодолеете, то встретитесь с Джошу лицом к лицу. Тогда вы сможете работать плечом к плечу со всеми патриархами. Не чудесно ли это?
>
> Если вы хотите преодолеть этот барьер, вы должны до мозга костей проникнуться вопросом: "Что такое МУ?" и размышлять об этом день и ночь. Не думайте, что это — обычное отрицание и означает ничто. Это не пустота, не противоположность существованию. Если вы действительно хотите преодолеть этот барьер, вы должны чувствовать себя так, словно ваш рот наполнен расплавленным металлом, который вы не можете не проглотить, ни выплюнуть.
>
> Тогда исчезнет ваше предыдущее, меньшее знание. Как плод зреет по осени, так ваша объективность и субъективность естественно сольются в одно. Это похоже на немого, увидевшего сон: он знает о нем, но не может рассказать его.
>
> Когда он достигнет этого состояния, скорлупа его эго разобьется и он сможет трясти небеса и двигать землю. Он станет подобен великому воину с острым мечом. Если Будда встанет на его дороге, он рассечет его своим мечом; если патриарх будет чинить ему препятствия, он убьет его; он будет свободен в своем рождении и смерти. Он сможет войти в любой мир, как в свой собственный дом. В этом коане я скажу вам, как этого добиться:
>
> Сконцентрируйте всю вашу энергию на МУ и не отвлекайтесь ни на миг. Когда вы войдете в МУ, не позволяя себе останавливаться, вы станете словно свеча, своим пламенем освещающая всю вселенную.

От Мумона к головоломке MU

С головоломных высот МУ Джошу спустимся теперь к прозаическому MU Хофстадтера... Я знаю, что вы уже пробовали сконцентрировать на нем всю вашу энергию, когда вы читали главу I. Сейчас я отвечу на поставленный в ней вопрос:

Обладает ли MU природой теоремы?

Ответ на этот вопрос — не ускользающее MU, но полновесное НЕТ. Чтобы показать это, мы воспользуемся привилегиями дуалистического, логического мышления.

В главе I мы сделали два важных наблюдения:

(1) что сложность головоломки MU зависит от взаимодействия удлиняющих и укорачивающих правил;
(2) что тем не менее есть надежда решить эту задачу, пользуясь достаточно сложным орудием: теорией чисел.

В главе I мы не стали подробно анализировать головоломку MU с этой точки зрения; теперь пришло время это сделать. Скоро мы увидим, как второе наблюдение (вынесенное за пределы незначительной системы MIU) стало одним из самых плодотворных открытий математики и как оно изменило взгляд математиков на их предмет.

Для удобства я повторю здесь основные положения системы MIU:

СИМВОЛЫ: M, I, U.

АКСИОМА: MI

ПРАВИЛА:

I. Если *x*I — теорема, то *x*IU — также теорема.
II. Если M*x* — теорема, то M*xx* -также теорема.
III. В любой теореме III может быть заменено на U.
IV. UU может быть вычеркнуто из любой теоремы.

Мумон показывает нам, как решить головоломку MU

Согласно приведенным выше наблюдениям, MU — не более как головоломка о натуральных числах, одетая в типографский костюм. Переведя ее в область теории чисел, мы смогли бы найти ее решение. Давайте поразмыслим над словами Мумона, сказавшего: "Если у кого-нибудь из вас — один глаз, тот заметит ошибку учителя." Но почему важно иметь именно один глаз?

Если вы попробуйте подсчитать количество I в теоремах, то вскоре заметите, что оно никогда не равняется 0. Иными словами, кажется, что сколько бы мы не удлиняли и не сокращали, нам никогда не удается избавиться от всех I. Будем называть количество I в каждой строчке *величиной I* данной строчки. Заметьте, что величина I аксиомы MI — 1. Можно доказать не только то, что величина I не может равняться 0, но и то, что величина I не может делиться на 3.

Для начала заметьте, что правила I и IV совершенно не затрагивают величины I. Так что нам придется иметь дело только с правилами II и III. Правило III уменьшает величину I ровно на 3. После приложения этого правила величина I результата могла бы делиться на 3 — но только в том случае, если бы величина I *изначальной строчки* тоже делилась на 3. Короче, правило III никогда не создает числа, делящегося на 3, "из воздуха". Оно может сделать это лишь тогда, когда такое число уже имеется в начале. То же самое верно для правила II, которое удваивает величину I. Это происходит потому, что, если $2n$ делится на 3, то, поскольку 2 не делится на 3, то на 3 должно делиться n (простой факт терии чисел). Ни правило II, ни правило III не могут создать делящегося на 3 числа из ничего.

Но это же ключ к головоломке MU! Мы знаем следующее:

(1) Величина I начинается с 1 (1 не делится на 3);

(2) Два правила вообще не влияют на величину I;

(3) Два оставшихся правила влияют на величину I, но таким образом, что они не могут создать делимое на 3 число, если таковое не дано в начале.

Отсюда следует типично "наследственное" заключение: величина I никогда не может стать делимой на 3. В частности, 0 — пример запрещенной величины I. Таким образом, *MU не является теоремой системы MIU.*

Обратите внимание, что даже в форме головоломки о величине I, эта проблема все еще усложнена игрой удлиняющих и укорачивающих правил. Нашей целью было прийти к нулю; величина I могла увеличиваться (правило

II) или уменьшаться (правило III). До анализа ситуации мы могли считать, что применив эти два правила достаточное количество раз, когда-нибудь мы смогли бы получить 0. Теперь, благодаря простому доказательству теории чисел, мы знаем, что это невозможно.

Гёделева нумерация для системы MIU

Не все проблемы подобного типа решаются так легко. Однако мы видели, что по крайней мере одна такая головоломка может быть введена в теорию чисел и решена там. Теперь мы увидим, что в теорию чисел возможно включить *все* проблемы о *любой* формальной системе. Это возможно сделать благодаря открытию Гёделем специального типа изоморфизма. Я проиллюстрирую его на примере системы MIU.

Рассмотрим для начала нотацию этой системы. Каждому ее символу будет соответствовать новый символ:

M ⇐⇒ 3
I ⇐⇒ 1
U ⇐⇒ 0

Это соответствие — вполне произвольно; я выбрал его потому, что эти символы слегка похожи на те, которым они соответствуют. Каждый номер называется Г;делев номер соответствующей буквы. Уверен, что вы можете легко догадаться, как будет выглядеть Гёделев номер строчки из нескольких букв:

MU ⇐⇒ 30
MIIU ⇐⇒ 3110

и т. д.

Это нетрудно. Ясно, что такое соответствие между двумя нотациями является превращением, сохраняющим информацию; это все равно, что одна и та же мелодия, исполненная на двух разных инструментах.

Теперь давайте посмотрим на типичную деривацию системы MIU, записанную одновременно в двух нотациях:

(1)	MI	——	аксиома	——	31
(2)	MII	——	правило II	——	311
(3)	MIIII	——	правило II	——	31111
(4)	MUI	——	правило III	——	301
(5)	MUIU	——	правило I	——	3010
(6)	MUIUUIU	——	правило II	——	3010010
(7)	MUIIU	——	правило IV	——	30110

Левая колонка получается при помощи наших четырех формальных типографских правил. О правой колонке можно сказать, что она также получилась в результате применения подобных правил. Однако правая колонка — дуалистична. Сейчас я объясню, что это означает.

Восприятие вещей одновременно с типографской и с арифметической точки зрения

О пятой строчке ("3010") можно сказать, что она была сделана из четвертой добавлением "0" справа; с другой стороны, мы можем так же легко представить себе, что она была получена в результате *арифметической* операции — а

именно, умножения на 10. Когда натуральные числа записаны в десятичной системе, умножение на 10 и добавление справа "0" неотличимы друг от друга. Мы можем воспользоваться этим и записать *арифметическое* правило, соответствующее типографскому правилу I:

АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ПРАВИЛО Ia: Число, десятичное продолжение которого оканчивается справа на "1", может быть умножено на 10.

Мы можем избавиться от упоминания символов в десятичном продолжении, арифметически описав правую цифру:

АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ПРАВИЛО Iб: Если при делении некоего числа на 10 в остатке получается "1", то это число может быть умножено на 10.

Можно было бы воспользоваться и чисто типографским правилом, как, например, следующее:

ТИПОГРАФСКОЕ ПРАВИЛО I: Из любой теоремы, которая кончается на "1", можно получить новую теорему, добавляя "0" справа от этой "1".

Все эти правила дают одинаковый эффект. Именно поэтому правая колонка дуалистична: ее можно рассматривать как серию типографских операций, превращающих одну схему символов в другую, или как серию арифметичесих операций, превращающих одну величину в другую. Существуют веские причины к тому, чтобы больше интересоваться арифметической версией. Переход из одной чисто типографской системы в другую, изоморфную типографскую систему — это не слишком занимательно; с другой стороны, переход из типографской области в изоморфную ей часть теории чисел предоставляет интересные, ранее неиспользованные возможности. Словно кто-то всю жизнь имел дело только с нотной записью, и вдруг ему показали соответствие между нотами и звуками. Какой удивительное богатство открылось перед ним! Или, возвращаясь к Ахиллу и Черепахе, играющим с цепочками, представьте себе человека, который хорошо знаком с фигурами из цепочек, и которому вдруг открылось соответствие между цепочками и рассказами. Какое откровение! Открытие Гёделевой нумерации сравнивают с открытием Декарта, установившего изоморфизм между линиями на плоскости и уравнениями с двумя переменными. Это кажется невероятно просто — но это открывает дорогу в огромный новый мир.

Однако прежде чем придти к заключению, давайте рассмотрим подробнее этот высший уровень изоморфизма. Это очень хорошее упражнение. Наша цель — придумать арифметические правила, действующие точно так же, как типографские правила системы MIU.

Ниже приведено решение. В этих правилах m и k — произвольные натуральные числа, и n — любое натуральное число, меньшее $10m$.

ПРАВИЛО 1: Если мы получили $10m + 1$, то мы можем получить $10 \times (10m + 1)$.

Пример: Переход от строчки 4 к строчке 5. Здесь $m = 30$

ПРАВИЛО 2: Если мы получили $3 \times 10^m + n$, то мы можем получить $10^m \times (3 \times 10^m + n) + n$.

Пример: Переход от строчки 1 к строчке 2, где m и n равняются 2.

ПРАВИЛО 3: Если мы получили $k \times 10^{m+3} + 111 \times 10^m + n$, то мы можем получить $k \times 10^{m+1} + n$.

Пример: Переход от строчки 3 к строчке 4. Здесь m и n равняются 1 и k равняется 3.

ПРАВИЛО 4: Если мы получили $k \times 10^{m+2} + n$, то мы можем получить $k \times 10^m + n$.

Пример: Переход от строчки 6 к строчке 7. Здесь $m = 2$, $n = 10$ и $k = 301$.

Не следует забывать нашу аксиому! Без нее мы как без рук, так что давайте запишем постулат

Мы можем получить 31.

Теперь правую колонку можно рассматривать как арифметический процесс в новой арифметической системе, которую мы назовем *системой 310*:

(1)	31	аксиома
(2)	311	правило 2 ($m = 1$, $n = 1$)
(3)	31111	правило 2 ($m = 2$, $n = 11$)
(4)	301	правило 3 ($m = 1$, $n = 1$, $k = 3$)
(5)	3010	правило 1 ($m = 30$)
(6)	3010010	правило 2 ($m = 3$, $n = 10$)
(7)	30110	правило 4 ($m = 2$, $n = 10$, $k = 301$)

Обратите внимание на то, что удлиняющие и укорачивающие правила снова с нами и в системе 301; они просто переведены в область чисел таким образом, что Гёделевы номера в системе возрастают и уменьшаются. Если вы посмотрите внимательно на то, что происходит, то увидите, что правила основаны на простой идее, а именно: сдвиг цифр направо и налево в десятичной записи чисел имеет отношение к умножению на степени числа 10. Это простое наблюдение обобщено в следующем центральном предложении:

ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ: Если у нас имеется некоторое правило, говорящее нам, как определенные цифры могут быть передвинуты, заменены, добавлены или опущены в в десятичной записи любого числа, то это правило также может быть представлено соответствующим арифметическим правилом при помощи арифметических операций со степенями числа 10, а также сложения, вычитания и так далее.

Или короче:

Типографские правила манипуляции с *символами чисел* эквивалентны арифметическим правилам операций с *числами*.

Это простое наблюдение находится в самом сердце Гёделева метода; оно будет иметь совершенно потрясающий эффект. Оно говорит нам, что если у нас есть Гёделева нумерация для любой формальной системы, мы можем тут же получить набор арифметических правил, дополняющих Гёделев изоморфизм. В результате оказывается возможным перевести изучение любой формальной системы — на самом деле, *всех* формальных систем — в область теории чисел.

Числа, выводимые в MIU

Подобно тому, как набор типографских правил порождает набор теорем, в результате повторного применения арифметических правил получается соответствующее множество натуральных чисел. Эти *выводимые числа* играют ту же роль в теории чисел, как теоремы — в любой формальной системе. Разумеется,

набор выводимых чисел изменяется в зависимости от принятых правил. "Выводимые числа" выводимы только *относительно данной системы* арифметических правил. Например, такие числа как 31, 3010010, 31111 и так далее могут быть названы выводимыми в системе MIU. Это неуклюжее название можно сократить до чисел MIU; оно символизирует тот факт, что эти числа — результат перевода системы MIU в теорию чисел при помощи Гёделевой нумерации. Если бы мы захотели приложить Гёделеву нумерацию к системе **pr** и затем "арифметизировать" ее правила, мы могли бы называть полученные числа "числами **pr**" — и так далее.

Заметьте, что выводимые числа (в любой данной системе) определяются рекурсивным методом: нам даны числа, о которых мы знаем, что они выводимы, и набор правил, объясняющих, как получить другие выводимые числа. Таким образом, класс выводимых чисел постоянно расширяется, подобно списку чисел Фибоначчи или чисел Q. Множество выводимых чисел любой системы — это *рекурсивно счетное множество*. А как насчет его дополнения — множества невыводимых чисел? Имеют ли они какую-либо общую арифметическую черту?

Подобные вопросы возникают тогда, когда изучение формальных систем переносится в область теории множеств. О каждой арифметизированной системе можно спросить: "Возможно охарактеризовать выводимые числа каким-либо простым способом?" "Возможно ли охарактеризовать *не*выводимые числа рекурсивно счетным способом?" Эти вопросы теории чисел весьма непросты, и, в зависимости от арифметизированной системы, могут оказаться для нас слишком трудными. Если и есть надежда найти на них ответ, то она лежит в методических логических рассуждениях, подобных тем, что обычно используются для изучения натуральных чисел. Суть этих рассуждений была изложена в предыдущей главе. По всей видимости, в ТТЧ нам удалось полностью представить все математические рассуждения в одной единственной компактной системе.

ТТЧ помогает ответить на вопросы о выводимых числах

Значит ли это, что одна-единственная формальная система — ТТЧ — предоставляет нам способ ответить на любой вопрос о любой формальной системе? Возможно. Возьмем например, такой вопрос:

Является ли MU теоремой системы MIU?

Найти ответ на этот вопрос означало бы определить, является ли 30 числом MIU. Поскольку это утверждение — высказывание теории чисел, мы должны надеяться, что при достаточном усилии нам удастся перевести высказывание "30 — число MIU" в нотацию ТТЧ, точно так же, как нам удалось перевести на язык ТТЧ другие высказывания теории чисел. Должен сразу предупредить читателя, что, хотя подобный перевод существует, он невероятно сложен. Если вы помните, в главе VIII я говорил, что даже такой простой арифметический предикат как "b — степень 10" весьма непросто перевести в ТТЧ; предикат же "30 — число MIU" перевести еще гораздо сложнее! Все же этот перевод можно найти, и число SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS0 может быть подставлено в него вместо любого b. Результатом явилась бы МОНструозная строчка ТТЧ, говорящая о головоломке MU. Сдается мне, что подходящим названием для этой строчки было бы МУМОН. С помощью МУМОНа и подобных строчек ТТЧ теперь способна говорить в закодированной форме о системе MIU.

Дуалистическая природа МУМОНа

Чтобы извлечь какую-либо пользу из этой странной трансформации нашего первоначального вопроса, нам необходимо ответить еще на один вопрос:

Является ли МУМОН теоремой ТТЧ?

До сих пор мы всего лишь заменили короткую строчку (MU) на другую (монструозный МУМОН) и простую формальную систему (MIU) — на более сложную (ТТЧ). Хотя мы и перефразировали вопрос, маловероятно, что это приблизило нас к ответу. Действительно, в ТТЧ есть такая куча укорачивающих и удлиняющих правил, что перифраз вопроса, скорее всего, окажется гораздо труднее оригинала. Некоторые читатели, пожалуй, могли бы сказать, что анализировать MU при помощи МУМОНа — значит нарочно смотреть на вещи по-дурацки. Однако МУМОНа можно рассматривать более, чем на одном уровне.

Интересно то, что в МУМОНе есть два различных пассивных значения. Во-первых, приведенное выше:

30 — число MIU.

Во-вторых, мы знаем, что это высказывание изоморфно следующему:

MU — теорема системы MIU.

Следовательно, мы имеем право утверждать, что последнее высказывание — второе пассивное значение МУМОНа. Это может показаться странным, поскольку МУМОН состоит всего лишь из плюсов, скобок и тому подобных символов ТТЧ. Как же он может выражать что-либо, кроме арифметических высказываний?

На самом деле, это возможно. Так же, как одна единственная музыкальная строчка может заключать в себе гармонию и мелодию, как слово BACH может быть прочитано как имя и как мелодия, как одно и то же словосочетание может быть аккуратным описанием картины Эшера, структуры ДНК, произведения Баха или Диалога под тем же названием, МУМОН может быть понят, по крайней мере, двояко. Это происходит благодаря следующим фактам:

Факт 1. Высказывания типа "MU — теорема" могут быть закодированы в теории чисел при помощи Гёделевой нумерации.

Факт 2. Высказывания теории чисел могут быть переведены в ТТЧ.

Можно сказать, что (согласно Факту 1) МУМОН — это закодированное сообщение, в котором (согласно Факту 2) символы кода — не более, чем символы ТТЧ.

Коды и неявное значение

Вы можете возразить, что закодированное сообщение, в отличие от незакодированного, само по себе ничего не выражает — чтобы его понять, необходимо знать код. Однако на самом деле незакодированных сообщений не существует. Просто одни сообщения написаны на более знакомых кодах, а другие — на менее знакомых. Чтобы раскрыть значение сообщения, его необходимо "извлечь" из кода при помощи некоего механизма, или изоморфизма. Иногда открыть метод дешифровки бывает трудно, но, как только этот метод раскрыт, сообщение становится прозрачным, как стекло. Когда код становится достаточно знакомым, он перестает выглядеть как таковой, и мы забываем о существовании декодирующего механизма. Сообщение сливается со значением.

Здесь мы сталкиваемся со случаем такого полного отождествления сообщения со значением, что мы с трудом можем вообразить, что данные символы могут иметь какое-то иное значение. Мы настолько привыкли считать, что символы ТТЧ придают строчкам этой системы теоретико-числовое значение (и *только* теоретико-числовое), что нам бывает трудно представить, что некоторые строчки ТТЧ могут быть интерпретированы, как высказывания о системе MIU. Однако Гёделев изоморфизм заставляет нас признать этот второй уровень значения у некоторых строчек ТТЧ.

МУМОН, декодированный в более знакомом нам виде, сообщает, что

30 — число MIU.

Это высказывание теории чисел, полученное при интерпретации каждого знака обычным путем.

Открыв Гёделеву нумерацию и построенный на ее основе изоморфизм, мы в каком-то смысле расшифровали код, на котором высказывания о системе MIU записаны при помощи строчек ТТЧ. Гёделев изоморфизм — это новый обнаружитель информации, в том же смысле, как дешифровки старинных текстов были обнаружителями заложенной в этих текстах информации.

Декодированное этим новым и менее знакомым нам способом, МУМОН сообщает, что

MU — теорема системы MIU.

Мораль этой истории мы уже слышали: любой узнанный нами изоморфизм автоматически порождает значение; следовательно, у МУМОНа есть по крайней мере два пассивных значения, а может быть, и больше!

Бумеранг — Гёделева нумерация ТТЧ

Разумеется, это еще не конец; мы только начали открывать возможности Гёделева изоморфизма. Естественным трюком было бы использовать возможность ТТЧ отображать другие формальные системы на себя саму, на манер того, как Черепаха повернула патефоны Краба против их самих, или как Бокал Г атаковал сам себя, разбившись. Чтобы это сделать, мы должны приложить Гёделеву нумерацию к самой ТТЧ, так же, как мы это сделали с системой MIU, и затем "арифметизировать" правила вывода. Это совсем нетрудно. Например, мы можем установить следующее соответствие:

Символ	*Кодон*	*Мнемоническое обоснование*	
0	666	Число Зверя для Таинственного Нуля	
S	123	последовательность: 1, 2, 3...	
=	111	зрительное сходство, в повернутом виде	
+	112	1 + 1 = 2	
·	236	2 × 3 = 6	
(	362	кончается на 2	*эти три пары формируют схему*
)	323	кончается на 3	
<	212	кончается на 2	
>	213	кончается на 3	
[	312	кончается на 2	
]	313	кончается на 3	

a 262	противоположно ∀ (626)
′ 163	163 — простое число
∧ 161	"∧" — "график" последовательности 1–6–1
∨ 616	"∨" — "график" последовательности 6–1–6
⊃ 633	в некотором роде, из 6 "следуют" 3 и 3
~ 223	2 + 2 *не* 3
∃ 333	"∃" выглядит как "3"
∀ 626	противоположно "a"- также "график" 6–2–6
: 636	две точки, две шестерки
пунк. 611	особенное число (именно потому, что в нем нет ничего особенного)

Каждый символ ТТЧ соотнесен с трехзначным числом, составленным из цифр 1, 2, 3 и 6 таким образом, чтобы его было легче запомнить. Каждое такое трехзначное число я буду называть *Гёделевым кодоном* или, для краткости, *кодоном*. Заметьте, что для *b, c, d* или *e* кодонов не дано, поскольку мы используем здесь строгую версию ТТЧ. Для этого есть причина, которую вы узнаете в главе XVI. Последняя строчка, "пунктуация", будет объяснена в главе XIV.

Теперь мы можем представить любую строчку или правило ТТЧ в новом наряде. Вот, например, Аксиома 1 в двух нотациях, новая над старой:

626, 262, 636, 223, 123, 262, 111, 666

∀ a : ~ S a = 0

Обычная условность — использование пунктуации после каждых трех цифр — очень кстати совпала с нашими кодонами, облегчая их чтение.

Вот Правило Отделения в новой записи:

ПРАВИЛО: Если *x* и 212*x*633*y*213 являются теоремами, то *y* — также теорема.

Наконец, вот целая деривация, взятая из предыдущей главы; она дана в строгой версии ТТЧ и записана в новой нотации:

626,262,636,626,262,163,636,362,262,112,123,262,163,323,111,123,362,262,112,262,163,323 аксиома 3
∀ a ∀ a ′ : (a + S a ′) = S (a + a ′)

626,262,163,636,362,123,666,112, 123,262,163,323,111,123,362,123,666,112,262,163,323 спецификация
∀ a ′ : (S 0 + S a ′) = S (S 0 + a ′)

362,123,666,112,123,666,323,111,123,362,123,666,112,666,323 спецификация
(S 0 + S 0) = S (S 0 + 0)

626,262,636,362,262,112,666,323,111,262 аксиома 2
∀ a : (a + 0) = a

362,123,666,112,666,323,111,123,666 спецификация
(S 0 + 0) = S 0

123,362,123,666,112,666,323,111,123,123,666 добавить "123"
S (S 0 + 0) = S S 0

362,123,666,112,123,666,323,111,123,123,666 транзитивность
(S 0 + S 0) = S S 0

Обратите внимание, что я изменил название правила "добавить S" на "добавить "123", поскольку данное правило узаконивает именно эту типографскую операцию.

Новая нотация кажется весьма странной. Вы теряете всякое ощущение значения; однако, если потренироваться, вы сможете читать строчки в этой нотации так же легко, как вы читали строчки ТТЧ. Вы сможете отличать правильно сформированные формулы от неправильных с первого взгляда. Есте-

ственно, поскольку это настолько наглядно, вы будете думать об этом, как о типографской операции — но в то же время выбор правильно сформированных *формул* в этой нотации эквивалентен выбору определенного класса *чисел*, у которых есть также арифметическое определение.

А как же насчет "арифметизации" всех правил вывода? Они все еще остаются типографскими. Но погодите минутку! Согласно Центральному Предложению, типографское правило — все равно, что арифметическое правило. Ввод и перестановка цифр в числах десятичной записи — это *арифметическая* операция, которая может быть осуществлена типографским путем. Подобно тому, как добавление "0" справа от числа эквивалентно умножению этого числа на 10, каждое правило представляет собой компактное описание длинного и сложного арифметического действия. Таким образом, нам не придется искать эквивалентных арифметических правил, поскольку все правила *уже* арифметические!

Числа ТТЧ: рекурсивно счетное множество чисел

С такой точки зрения, приведенная выше деривация теоремы "362,123,666,112,123,666,323,111,123,123,666" представляет собой последовательность весьма сложных теоретико-численных трансформаций, каждая из которых действует на одно или более данных чисел. Результатом этих трансформаций является, как и ранее, *выводимое число*, или, более точно, *число ТТЧ*. Некоторые арифметические правила берут старое число ТТЧ и *увеличивают* его определенным образом, чтобы получить новое число ТТЧ; некоторые *уменьшают* старое число ТТЧ; другие правила берут два числа ТТЧ, воздействуют на них определенным образом и комбинируют результаты, получая новое число ТТЧ — и так далее, и тому подобное. Вместо того, чтобы начинать с одного известного числа ТТЧ, мы начинаем с *пяти* — одно для каждой аксиомы (в строгой нотации). На самом деле, арифметизированная ТТЧ очень похожа на арифметизированную систему MIU — только в ней больше аксиом и правил, и запись точных арифметических эквивалентов была бы титаническим и совершенно "непросветляющим" трудом. Если вы внимательно следили за тем, как это было сделано для системы MIU, у вас должно быть сомнений в том, что здесь это делается совершенно аналогично.

Эта "гёделизация" ТТЧ порождает новый теоретико-числовой предикат:

a — число ТТЧ.

Например, мы знаем из предыдущей деривации, что 362,123,666,112,123,666,323,111,123,123,666 *является* числом ТТЧ, в то время как число 123,666,111,666 числом ТТЧ предположительно *не* является.

Оказывается, что этот новый теоретико-численный предикат можно *выразить* некоей строчкой ТТЧ с одной свободной переменной — скажем, **a**. Мы могли бы поставить тильду впереди, и эта строчка выражала бы дополняющее понятие:

a — не число ТТЧ.

Теперь давайте заменим все a в этой второй строчке на символ числа ТТЧ для 123,666,111,666 — символ, содержащий ровно 123,666,111,666 S и слишком длинный, чтобы его здесь записывать. У нас получится строчка ТТЧ, которая, подобно МУМОНу, может быть интерпретирована на двух уровнях. Во-первых, она будет означать

123,666,111,666 — не число ТТЧ.

Но, благодаря изоморфизму, связывающему числа ТТЧ с теоремами ТТЧ, у этой строчки есть и второе значение:

S0=0 — не теорема ТТЧ.

ТТЧ пытается проглотить саму себя

Это неожиданно двусмысленное толкование показывает, что ТТЧ содержит строчки, говорящие о других строчках ТТЧ. Иными словами, метаязык, на котором мы можем говорить о ТТЧ, берет начало, хотя бы частично, *внутри* самой ТТЧ. И это не случайность; дело в том, что архитектура любой формальной системы может быть отражена в Ч (теории чисел). Это такая же неизбежная черта ТТЧ, как колебания, вызываемые в патефоне, проигрываемой на нем пластинкой. Кажется, что колебания должны вызываться внешними причинами, — например, прыжками детей или ударами мяча; но побочный — и неизбежный — эффект произведения звуков заключается в том, что они заставляют колебаться сам механизм, их порождающий. Это не случайность, а закономерный и неизбежный побочный эффект. Он свойствен самой природе патефонов. И так же самой природе любой формализации теории чисел свойственно то, что ее метаязык содержится в ней самой.

Мы можем почтить это наблюдение, назвав его Центральной Догмой Математической Логики и изобразив его на двухступенчатой диаграмме.

ТТЧ ⇒ Ч ⇒ мета-ТТЧ

Иными словами, у строчки ТТЧ есть интерпретация в Ч, а у высказывания Ч может быть второе значение — оно может быть понято как высказывание о ТТЧ.

G: строчка, говорящая о себе самой на коде

Эти интересные факты — только половина истории. Другая половина — интенсификация автореференции. Мы сейчас находимся в положении Черепахи, когда она обнаружила, что можно создать пластинку, разбивающую проигрывающий ее патефон. Вопрос только в том, какую именно запись надо ставить на данный патефон. Выяснить это непросто.

Для этого нужно найти строчку ТТЧ — мы будем называть ее "G" — которая говорит о себе самой, в том смысле, что одно из ее пассивных значений — это высказывание о G.

В частности, этим пассивным значением окажется

"G — не теорема ТТЧ."

Я должен добавить, что у G есть и другое пассивное значение, являющееся *высказыванием теории чисел*, подобно тому, как МУМОН мог быть интерпретирован двояко. Важно то, что каждое пассивное значение — действительно и полезно, и никоим образом не бросает тень сомнения на второе значение. (Тот факт, что играющий патефон может вызвать колебания в самом себе и в пластинке, не отрицает того, что эти колебания — музыкальные звуки!)

В неполноте ТТЧ виновато существование G

Об изобретательном методе создания G и о некоторых важных понятиях ТТЧ мы поговорим в главах XIII и XIV; пока же давайте заглянем вперед и постараемся увидеть, какие последствия будет иметь нахождение автореферентной ча-

сти ТТЧ. Кто знает — может быть, это будет подобно взрыву! В некотором роде, это так и есть. Как вы думаете,

Является ли G теоремой ТТЧ, или нет?

Постарайтесь сформировать собственное мнение по этому поводу, не опираясь на мнение G о себе самой. В конце концов, G может понимать себя не лучше, чем понимает себя какой-нибудь мастер дзен-буддизма. Подобно МУМОНу, G может быть ложным утверждением. Подобно MU, G может быть не-теоремой. Мы не обязаны верить в любую возможную строчку ТТЧ, а только в ее теоремы. Давайте используем наше умение рассуждать логически и постараемся разъяснить этот вопрос.

Предположим, как обычно, что ТТЧ включает правильные методы рассуждения и что, следовательно, ложные утверждения не могут являться ее теоремами. Иными словами, любая теорема ТТЧ выражает истину. Таким образом, если бы строчка G была теоремой, она выражала бы истину, а именно: "G — не теорема." Вся сила ее автореферентности видна здесь в действии. Будучи теоремой, G должна быть ложна. Опираясь на наше предположение, что ТТЧ не имеет ложных теорем, мы должны теперь заключить, что G — *не теорема*. Это не так страшно, но оставляет нас с меньшей проблемой. Зная, что G — не теорема, мы должны согласиться с тем, что она выражает истину... В этой ситуации ТТЧ не оправдывает наших ожиданий — мы нашли строчку, выражающую истинное высказывание, которая в то же время не является теоремой! И, как бы мы не удивлялись, мы не должны упускать из виду тот факт, что у G есть также и арифметическая интерпретация. Это позволяет нам подвести итог нашим наблюдениям:

> Найдена такая строчка ТТЧ, которая является недвусмысленным высказыванием о некоторых арифметических свойствах натуральных чисел; более того, рассуждая вне системы, мы можем определить не только то, что это высказывание истинно, но и то, что эта строчка не является теоремой ТТЧ. Таким образом, если мы спросим у ТТЧ, истинно ли это высказывание, она не сможет ответить ни да, ни нет.

Аналогична ли G Черепашья цепочка в "Приношении MU"? Не совсем. Аналогией с Черепашьей цепочкой будет ~G. Почему это так? Давайте подумаем! Что говорит ~G? Она должна утверждать обратное строчке G. G говорит: "G — не теорема ТТЧ"; следовательно, ~G должно читаться "G — теорема ТТЧ". Мы можем перефразировать обе эти строчки следующим образом:

G: "Я не теорема (ТТЧ)."
~G: "Мое отрицание — теорема (ТТЧ)."

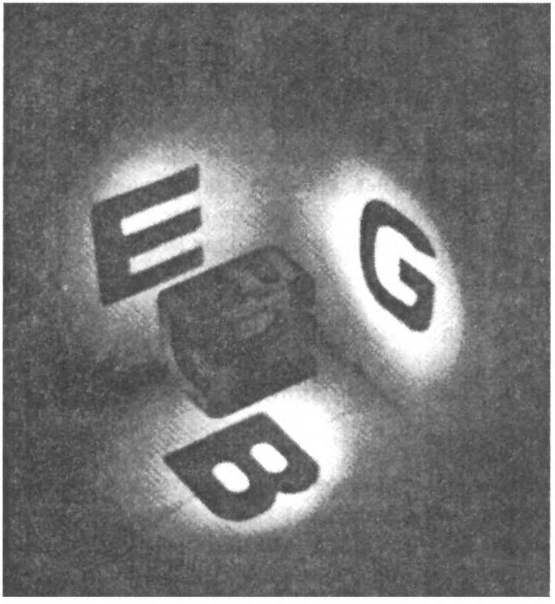
Именно ~G параллельна Черепашьей цепочке, так как она говорит не о себе самой, но о той цепочке, что Черепаха дала Ахиллу сначала — цепочке, на которой была завязана дополнительная неточка (или на одну неточку меньше, чем надо — это зависит от точки зрения).

Последнее слово — за Мумоном

В своем коротком стихотворении о MU Джошу, Мумон проник в Мистерию Ультранеразрешимости глубже всех:

Есть ли у собаки природа Будды?
Это самый серьезный вопрос из всех.
Если вы ответите да или нет,
Вы утратите собственную природу Будды.

ЧАСТЬ II



Прелюдия и ...

Ахилл и Черепаха пришли в гости к Крабу, чтобы познакомиться с его другом Муравьедом. После того, как новые знакомые представлены друг другу, вся четверка садится за чай.

Черепаха: Мы вам кое-что принесли, мистер Краб.

Краб: Очень любезно с вашей стороны, но зачем же было утруждаться?

Черепаха: О, это так, мелочь — в знак нашего уважения. Ахилл, отдайте, пожалуйста, подарок м-ру К.

Ахилл: С удовольствием. С наилучшими пожеланиями, м-р К. Надеюсь, что вам понравится.

(Ахилл протягивает Крабу элегантно завернутый пакет, квадратный и плоский. Краб начинает его разворачивать.)

Муравьед: Интересно, что это такое.

Краб: Сейчас узнаем... *(Кончает разворачивать и вытаскивает подарок.)* Две пластинки! Прекрасно! Но погодите-ка... здесь нет этикетки. Неужели это снова ваши "особые" записи, г-жа Ч?

Черепаха: Если вы имеете в виду разбивальную музыку, на этот раз нет. Но эти записи действительно уникальны, так как они сделаны по персональному заказу. На самом деле, их еще никто никогда не слышал — кроме, конечно, Баха, когда тот их играл.

Краб: Когда Бах их играл? Что вы имеете в виду?

Ахилл: Вы будете вне себя от счастья, м-р Краб, когда г-жа Ч объяснит вам, что это за пластинки.

Черепаха: Почему бы вам самому этого не рассказать, Ахилл? Не стесняйтесь, говорите!

Ахилл: Можно? Вот здорово! Но я лучше загляну сначала в свои записи. *(Вытаскивает бумажку и откашливается.)* Кхе-кхе. Желаете послушать рассказ о замечательных новых результатах в математике — результатах, которым ваши пластинки обязаны своим существованием?

Краб: Мои пластинки восходят к каким-то математическим выкладкам? Как интересно! Что ж, теперь, когда вы задели мое любопытство, я просто обязан об этом узнать.

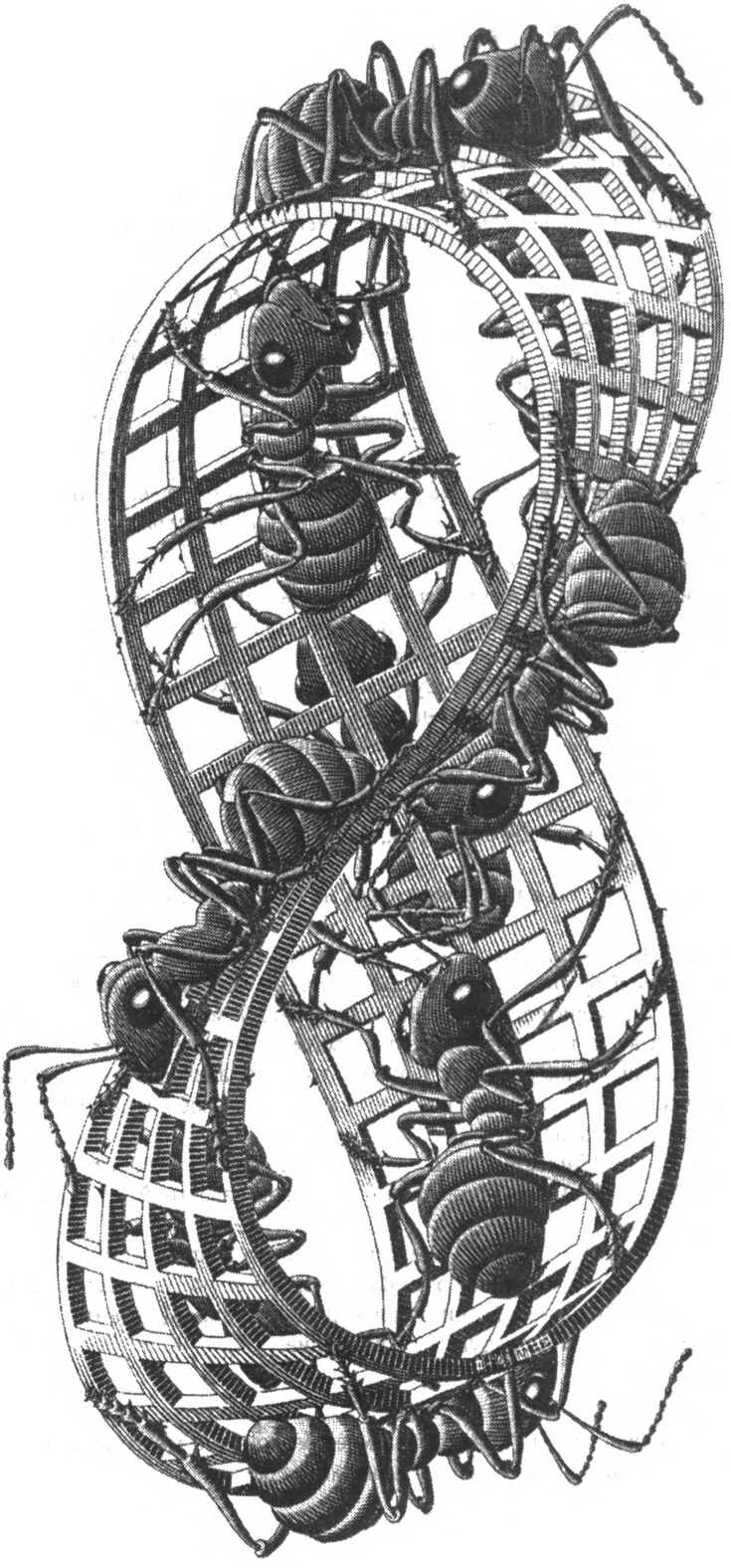
Ахилл: Отлично. *(Делает паузу, чтобы отхлебнуть чай, затем продолжает.)* Кто-нибудь из вас слышал о печально известной "Последней Теореме" Ферма?

Муравьед: Не уверен... Звучит знакомо, но не могу припомнить.

Ахилл: Идея очень проста. Пьер де Ферма, адвокат по профессии и математик по призванию, однажды, читая классический текст Диофанта *"Арифметика"*, наткнулся на следующее уравнение:

$$a^2+b^2=c^2$$

Он тут же понял, что это уравнение имеет бесконечно много решений для a, b, и c, и написал на полях свою знаменитую поправку:



Уравнение

$$a^n + b^n = c^n$$

имеет решение в положительных целых числах a, b, c, и n только при n = 2 (и в таком случае имеется бесконечное множество a, b, и c, удовлетворяющих этому уравнению); но для n>2 решений не существует. Я нашел замечательное доказательство этого, которое, к несчастью, не помещается на полях.

С того дня и в течение почти трехсот лет математики безуспешно пытаются сделать одно из двух: либо доказать утверждение Ферма и таким образом очистить его репутацию, в последнее время слегка подпорченную скептиками, не верящими, что он действительно нашел доказательство — либо опровергнуть его утверждение, найдя контрпример: множество четырех целых чисел a, b, c, и n, где n > 2, которое удовлетворяло бы этому уравнению. До недавнего времени все попытки в любом из этих двух направлений проваливались. Точнее, теорема доказана лишь для определенных значений n — в частности, для всех n до 125 000.

Ахилл: Не лучше ли тогда называть это Гипотезой вместо Теоремы, поскольку настоящее доказательство еще не найдено?

Ахилл: Строго говоря, вы правы, но по традиции это зовется именно так.

Краб: Удалось ли кому-нибудь в конце концов разрешить этот знаменитый вопрос?

Ахилл: Представьте себе, да: это сделала г-жа Черепаха, как всегда, в момент гениального озарения. Она не только нашла ДОКАЗАТЕЛЬСТВО Последней Теоремы Ферма (оправдав, таким образом, ее название и очистив репутацию Ферма), но и КОНТРПРИМЕР, показав, что интуиция скептиков их не подвела!

Краб: Вот это да! Поистине революционное открытие.

Муравьед: Прошу вас, не тяните: что это за магические числа, удовлетворяющие уравнению Ферма? Мне особенно любопытно узнать значение n.

Ахилл: Ах, какой ужас! Какой стыд! Верите ли, я оставил все выкладки дома на громаднейшем листе бумаги. К несчастью, он был слишком велик, чтобы принести его с собой. Хотел бы я, чтобы он был сейчас здесь и чтобы можно было вам все показать. Но кое-что я все же помню: величина n — единственное положительное число, которое нигде не встречается в непрерывной дроби числа π.

Краб: Какая жалость, что у вас нет с собой ваших записей. Так или иначе, у нас нет оснований сомневаться, что все, что вы нам сказали — чистая правда.

Муравьед: Да и кому, в конце концов, нужно видеть n в десятичной записи? Ахилл же объяснил нам, как найти это число. Что ж, г-жа Черепаха, примите мои сердечные поздравления по поводу вашего эпохального открытия!

Черепаха: Благодарю вас. Однако практическая польза, которую немедленно принес мой результат, кажется мне еще важнее теоретического открытия.

Краб: Смерть как хочется услышать об этом — ведь я всегда считал, что теория чисел — Царица Чистой Математики, единственная ветвь математики, не имеющая НИКАКОГО практического приложения.

Черепаха: Вы не единственный, кто так думает; однако на деле почти невозможно предсказать, когда и каким образом какая-либо ветвь чистой математики — или даже какая-либо индивидуальная Теорема — повлияет на

РИС. 54. М.К. Эшер. "Лист Мёбиуса II" (гравюра на дереве, 1963).



РИС. 55. Пьер де Ферма.

другие науки. Это происходит совершенно неожиданно, и данный случай — хороший тому пример.

Ахилл: Обоюдоострый результат г-жи Черепахи прорубил дверь в область акусто-поиска.

Муравьед: Что такое акусто-поиск?

Ахилл: Название говорит само за себя: это поиск и извлечение акустической информации из сложных источников. Например, типичная задача акусто-поиска — восстановить звук, произведенный упавшим в воду камнем, по форме расходящихся по воде кругов.

Краб: Но это невозможно!

Ахилл: Почему же? Это весьма похоже на то, что делает наш мозг, когда он восстанавливает звук, произведенный голосовыми связками другого человека, по колебаниям, переданным барабанной перепонкой далее по лабиринту ушной раковины.

Краб: Ясно. Но я все еще не вижу связи этого ни с теорией чисел, ни с моими новыми пластинками.

Ахилл: Видите ли, в математике акусто-поиска часто возникают вопросы, связанные с числом решений неких Диофантовых уравнений. А г-жа Ч годами занималась тем, что пыталась восстановить звуки игры Баха на клавесине (что происходило более двухсот лет тому назад), основываясь на расчетах движения всех молекул в атмосфере в настоящее время.

Муравьед: Но это же совершенно невозможно! Эти звуки утрачены навсегда, утеряны невозвратимо!

Ахилл: Так думают непосвященные — но г-жа Ч посвятила много лет этой проблеме и пришла к выводу, что все зависит от количества решений уравнения

$$a^n+b^n=c^n$$

в положительных числах, при $n > 2$.

Черепаха: Я могла бы объяснить, при чем здесь это уравнение, но не хочу наскучить присутствующим.

Ахилл: Оказалось, что теория акусто-поиска предсказывает, что звуки Баховского клавесина могут быть восстановлены по движению всех молекул атмосферы, при одном из двух условий: ЛИБО у этого уравнения есть хотя бы одно решение -

Краб: Удивительно!

Муравьед: Фантастика, да и только!

Черепаха: Кто бы мог подумать!

Ахилл: Я хотел сказать, "ЛИБО такое решение существует, ЛИБО существует доказательство, что уравнение НЕ имеет решений!" Итак, г-жа Ч начала кропотливую работу с обоих концов проблемы одновременно. Оказалось, что нахождение контрпримера было ключом к нахождению доказательства, так что одно прямо вело к другому.

Краб: Как же это возможно?

Черепаха: Видите ли, мне удалось показать, что структуру любого доказательства Последней Теоремы Ферма — если таковое существует — возможно описать с помощью элегантной формулы, которая зависела бы от величин решения некоего уравнения. Когда я нашла это второе уравнение, к моему удивлению оно оказалось не чем иным, как уравнением Ферма. Забавное случайное соотношение между формой и содержанием. Так что, когда я нашла контрпример, мне осталось только использовать эти числа как план для построения доказательства того, что это уравнение не имеет решения. Замечательно просто, если подумать. Не знаю, почему никто не нашел этого результата раньше.

Ахилл: В результате этого неожиданного блестящего математического успеха, г-же Ч удалось провести акусто-поиск, о котором она столько лет мечтала. Подарок, полученный м-ром Крабом, представляет собой осязаемую реализацию этой абстрактной работы.

Краб: Не говорите мне, пожалуйста, что это запись Баха, играющего на клавесине собственные сочинения!

Ахилл: Сожалею, но приходится, поскольку это именно она и есть! Это набор из двух записей Себастиана Баха, исполняющего весь Хорошо Темперированный Клавир. На каждой пластинке записана одна из двух его частей; это значит, что каждая запись состоит из 24 прелюдий и фуг, по одной в каждом мажорном и минорном ключе.

Краб: В таком случае мы должны немедленно прослушать эти бесценные пластинки! Как я смогу вас отблагодарить?

Черепаха: Вы уже нас отблагодарили сполна этим превосходным чаем, который вы для нас приготовили.

(Краб вынимает одну из пластинок из конверта и ставит ее на свой патефон. Комната наполняется звуками потрясающей, мастерской игры на клавесине, при этом качество записи — самое высокое, какое можно вообразить. Можно даже разобрать — или это только воображение слушателя? — тихий голос Баха, подпевающего собственной игре...)

Краб: Хотите следить по нотам? У меня есть уникальное издание Хорошо Темперированного Клавира, проиллюстрированное одним из моим учителей, который также был необыкновенным каллиграфом.

Черепаха: Это было бы чудесно.

(Краб подходит к элегантному книжному шкафу с застекленными дверцами, открывает его и достает два больших тома.)

Краб: Вот, пожалуйста, г-жа Черепаха. Я сам еще не видел всех прекрасных иллюстраций в этом издании, все никак клешни не доходят. Может быть, ваш подарок меня наконец на это подвигнет.

Черепаха: Надеюсь.

Муравьед: Вы заметили, что во всех этих произведениях прелюдия точно определяет настроение следующей фуги?

Краб: О, да. Хотя это трудно объяснить, но между ними всегда есть некая таинственная связь. Даже если у прелюдии и фуги нет общей музыкальной темы, в них всегда присутствует неуловимое абстрактное нечто, которое их прочно связывает.

Черепаха: И в кратких моментах тишины, которые отделяют прелюдию от фуги, есть что-то необыкновенно драматическое. Это тот момент, когда тема фуги готова вступить в свои права, сначала в отдельных голосах, которые потом сплетаются, создавая все более сложные уровни странной, изысканной гармонии.

Ахилл: Я знаю, что вы имеете в виду. Я слышал еще далеко не все прелюдии и фуги, но меня очень волнует этот момент тишины; в это время я всегда пытаюсь угадать, что старик Бах задумал на этот раз. Например, я всегда спрашиваю себя, в каком темпе будет следующая фуга? Будет ли это аллегро или адажио? Будет ли она на 6/8 или на 4/4? Будет ли в ней три голоса, или пять — или четыре? И вот звучит первый голос... Потрясающий момент!

Краб: Да, я помню давно ушедшие дни моей юности, дни, когда я трепетал от счастья, слушая эти прелюдии и фуги, возбужденный их новизной и красотой, и теми сюрпризами, которые они скрывают.

Ахилл: А теперь? Неужели это счастливый трепет прошел?

Краб: Он перешел в привычку, как всегда и бывает с подобными чувствами. Но в привычке также есть своя глубина, и это приносит определенное удовлетворение. Кроме того, я всегда обнаруживаю какие-нибудь новые сюрпризы, которых раньше не замечал.

Ахилл: Повторения темы, которых вы раньше не слышали?

Краб: Может быть; в особенности, когда эта тема проходит в обращении, спрятанная среди нескольких других голосов, или когда она поднимается на поверхность, словно возникая из ничего. Есть там также и удивительные модуляции, которые приятно слушать снова и снова, спрашивая себя, как это старик Бах смог создать подобное.

Ахилл: Приятно слышать, что все эти радости останутся у меня после того, как пройдет моя первая влюбленность в Хорошо Темперированный Клавиржаль, однако, что это блаженное состояние не может длиться вечно.

Краб: Не бойтесь, влюбленность не пройдет бесследно. Эта юношеская влюбленность хороша тем, что ее всегда можно оживить именно тогда, когда вы считаете, что она уже умерла. Для этого необходим лишь толчок извне в нужном направлении.

Ахилл: Правда? Что же это за толчок?

Краб: Например, прослушивание этой музыки ушами того, кто слушает ее в первый раз; такой человек здесь вы, Ахилл. Каким-то образом, ваш трепет передается мне, и я снова полон блаженного восторга!

Ахилл: Звучит интригующе. Восторг спит где-то внутри вас, но сами вы не в состоянии вытащить его из глубин подсознания.

Краб: Именно так. Возможность оживить это чувство "закодирована" каким-то образом в структуре моего мозга, но я не могу осуществить это по желанию; я должен ждать счастливого случая, который запустит этот механизм.

Ахилл: У меня вопрос насчет фуг; мне стыдно об этом спрашивать, но, поскольку я новичок в искусстве слушания фуг, не может ли кто-нибудь из вас, матерых слушателей, научить меня кое-чему?

Черепаха: Я с удовольствием поделюсь с вами своими скудными познаниями, если это может вам чем-то помочь.

Ахилл: О, благодарю вас. Позвольте мне начать издалека. Знакомы ли вы с гравюрой М. К. Эшера под названием *"Куб с магическими лентами"*?

Черепаха: На которой изображены изогнутые ленты с искривлениями в виде пузырей, которые кажутся попеременно то выпуклыми, то вогнутыми?

Ахилл: Она самая.

Краб: Я помню эту картину. Кажется, что пузыри на ней все время перескакивают из одного состояния в другое: они то выпуклые, то вогнутые, в зависимости от того, с какого угла на них посмотреть. Невозможно одновременно увидеть их и выпуклыми, и вогнутыми — почему-то мозг этого просто не позволяет. У нас просто есть два разных способа воспринять эти пузыри.

Ахилл: Вы совершенно правы. Знаете, мне кажется, что я открыл два способа слушать фугу, в чем-то аналогичных этому. Вот они: либо следить лишь за одним отдельным голосом в каждый момент, либо слушать общее звучание, не пытаясь распутать голоса. Я пробовал оба эти способа и, к моему разочарованию, оказалось, что каждый из них исключает другой. Это просто не в моей власти слушать каждый индивидуальный голос и в то же время слышать общий эффект. Я все время перескакиваю с одного способа на другой, более или менее спонтанно и непроизвольно.

Муравьед: Так же, как когда вы смотрите на магические ленты?

Ахилл: Да. Но скажите... мое описание двух способов слушания фуги безошибочно указывает на меня, как на наивного, неопытного слушателя, не способного уловить более глубокие уровни восприятия?

Черепаха: Вовсе нет, Ахилл. Я могу говорить только за себя, но я тоже постоянно перепрыгиваю с одного способа на другой, не контролируя этот процесс и не пытаясь сознательно решить, какой из двух способов должен господствовать. Не знаю, испытывали ли остальные наши друзья что-нибудь подобное.

Краб: Безусловно. Это весьма мучительное состояние, поскольку вы чувствуете, что дух фуги витает где-то близко — но вы не можете охватить его полностью, так как не в состоянии слушать сразу двумя способами.

Муравьед: У фуг есть интересная особенность: каждый из голосов является музыкальной пьесой сам по себе, так что фугу можно рассматривать как набор нескольких различных музыкальных произведений, основанных на одной и той же теме и исполняемых одновременно. И слушатель (или его подсознание) должен сам решать, воспринимать ли фугу как целое или как набор отдельных частей, гармонирующих друг с другом.

Ахилл: Вы говорите, что эти части "независимы", однако это не может быть совершенно верным. Между ними должна существовать какая-то координация, иначе, когда они исполняются вместе, мы слышали бы беспорядочное столкновение звуков — а это далеко не так!

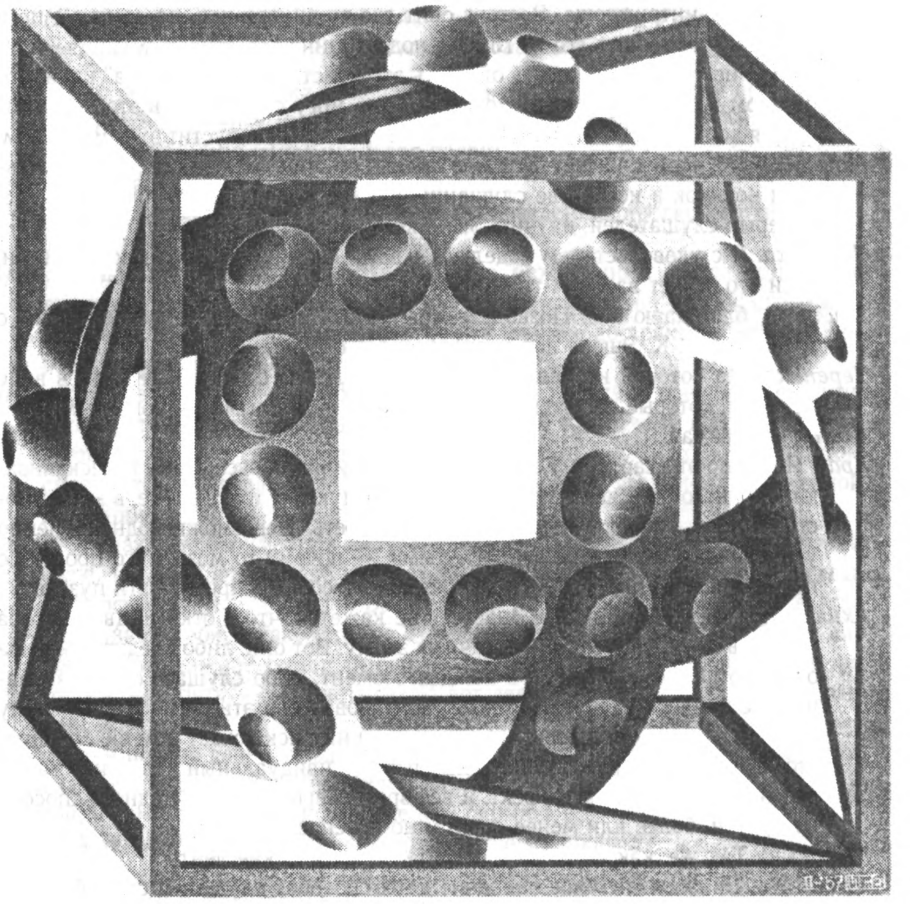


РИС. 56. М.К. Эшер. "Куб с магическими лентами" (литография, 1957).

Муравьед: Наверное, лучше сказать так: если бы вы слушали каждый голос в отдельности, вы обнаружили бы, что он имеет смысл сам по себе. Он может быть исполнен в одиночку, и именно это я имел в виду, говоря, что голоса независимы. Но вы совершенно правы, указывая, что каждая из этих индивидуальных мелодий соединяется с остальными совсем не случайным образом, сливаясь в изящное целое. Искусство создания прекрасных фуг заключается именно в умении соединять несколько линий, каждая из которых кажется написанной ради своей собственной красоты — но когда они взяты все вместе, целое звучит вполне естественно. Между прочим, двойственность между слушанием фуги как целого и слушанием составляющих ее голосов — это частный пример более общей двойственности, приложимой к разным структурам, построенным, начиная с нижних уровней.

Ахилл: Правда? Вы хотите сказать, что мои два "способа" приложимы не только к ситуации со слушанием фуг?

Муравьед: Совершенно верно.

Ахилл: Интересно, как это может быть. Наверное, это связано с попеременным восприятием чего-либо как целого, или как собрания его частей. Но я сталкивался с этой дихотомией только слушая фуги.

Черепаха: Вот это да! Посмотрите-ка! Я только что перевернула страницу, следя за музыкой, и нашла великолепную иллюстрацию на странице перед титульным листом.

Краб: Я раньше никогда не видел этой иллюстрации. Будьте добры, передайте книгу по кругу.

(Черепаха передает книгу. Каждый из четырех приятелей рассматривает книгу по-своему — кто издалека, кто поднося прямо к глазам- при этом каждый из них качает головой в удивлении. Наконец, книга обходит всех и возвращается к Черепахе, которая смотрит в нее очень внимательно.)

Ахилл: Мне кажется, прелюдия почти кончилась. Хотелось бы знать, удастся ли мне, слушая фугу, найти ответ на этот опрос: "как нужно слушать фугу: как целое или как сумму частей?"

Черепаха: Слушайте внимательно и вы поймете!

(Прелюдия заканчивается. Следует пауза, и затем ...)

ГЛАВА X

Уровни описания и компьютерные системы

Уровни описания

У ГЁДЕЛЕВОЙ СТРОЧКИ G и у фуги Баха есть одно и то же свойство: их можно понять на нескольких уровнях. Все мы знакомы с подобным явлением; иногда оно нас озадачивает, а иногда мы не видим в нем ничего особенного. Например, все мы знаем, что человеческие существа сделаны из огромного количества (около 25 триллионов) клеток и, следовательно, все, что мы делаем, может быть в принципе описано на клеточном — или даже на молекулярном — уровне. Большинство из нас воспринимает этот факт как нечто само собой разумеющееся. Когда мы идем к доктору, он смотрит на нас на более низком уровне, чем воспринимаем себя мы сами. Мы читаем о ДНК и «генетической инженерии», попивая при этом кофе. По-видимому, нам удалось примирить эти два несовместимых восприятия нас самих, просто разъединив их в сознании. Для нас практически невозможно соотнести собственное микроскопическое описание с восприятием себя как личности, и поэтому мы храним эти две разные картины в разных «отделениях» мозга. Изредка мы пытаемся соотнести эти два восприятия, спрашивая себя: «Как это так, что эти две совершенно разные вещи — не что иное, как один и тот же человек?»

Возьмите, например, последовательность образов на экране телевизора, показывающего улыбающуюся Мэрилин Монро. Глядя на эту последовательность, мы знаем, что на самом деле видим не женщину, а множество мерцающих точек на плоской поверхности. Однако в данный момент это нас совершенно не волнует. У нас в голове совмещаются две абсолютно разные картины того, что мы видим на экране, но это нас не смущает. Мы можем легко «выключить» одну из них и начать следить за другой и делаем это постоянно. Какая из них «реальнее»? Это зависит от того, кто вы такой: человек, собака, компьютер или телевизионный аппарат.

Блоки и шахматное мастерство

Одна из самых трудных задач, стоящих перед исследователями искусственного интеллекта — найти способ соединить эти два описания и создать систему, которая могла бы принимать один уровень описания и производить другой. Эта проблема хорошо иллюстрируется прогрессом в создании компьютерных программ, играющих в шахматы. В 1950-х и 1960-х годах считалось, что ключом к созданию хорошо играющей машины является ее умение заглянуть вперед в разветвляющуюся сеть возможных продолжений игры дальше, чем любой шахматный мастер. Однако, когда программы стали мало-помалу приближаться к этой цели, обнаружилось, что никакого скачка в качестве игры шахматных компьютеров не произошло, и они не обогнали человеческих экспертов. Фактом

остается то, что по сегодняшний день шахматные мастера-люди все еще регулярно обыгрывают самые лучшие программы.

Объяснение этого факта давно уже опубликовано. В 1940 году датский психолог Адриан де Грот исследовал то, как шахматные мастера, в отличие от новичков, оценивают позицию. Его исследования показали, что мастера воспринимают расположение фигур *блоками*. Существует более высокий уровень описания доски, чем прямолинейное «белая пешка на e5, черная ладья на d6», и мастер каким-то образом создает мысленный образ доски на высшем уровне. Это доказывается тем, как быстро, по сравнению с новичком, мастер может восстановить какую-либо позицию из партии, после того, как обоим показали доску в течение пяти секунд. Весьма показателен тот факт, что ошибки мастера касались целых групп фигур, которые он ставил в неправильное место; при этом стратегически позиция оставалась почти той же самой — но не на взгляд новичка! Окончательным доказательством этого факта послужил тот же эксперимент, в котором на этот раз вместо настоящих позиций фигуры были расставлены как попало. В реконструкции таких случайных позиций мастера показали себя ничуть не лучше новичков.

Из этого следует, что в шахматных партиях повторяются некие типы ситуаций, некие определенные схемы и что именно эти схемы высшего уровня воспринимаются мастером. Он думает на *ином уровне*, чем новичок, и оперирует другим набором понятий. Почти все бывают удивлены, узнав, что во время партии мастер редко заглядывает вперед дальше, чем новичок — более того, мастер обычно рассматривает всего лишь горстку возможных ходов. Трюк заключается в том, что его восприятие доски подобно фильтру: глядя на позицию, он буквально *не видит плохих ходов*, подобно тому, как любители не видят ходов, *противоречащих правилам*. Любой, кто хотя бы немного играл в шахматы, организует свое восприятие таким образом, что диагональные ходы ладьей, вертикальное взятие пешками и тому подобное просто не приходят ему в голову. Подобно этому, мастера создали высшие уровни организации в их восприятии позиции; в результате, рассматривать плохие ходы для них так же маловероятно, как для большинства людей — рассматривать незаконные ходы. Это можно назвать *явной обрезкой* гигантского разветвленного дерева возможностей. С другой стороны, неявная обрезка включает рассмотрение хода и, после поверхностного анализа, решение этот ход больше не анализировать.

Это различие приложимо также и к другим видам интеллектуальной деятельности — например, к занятиям математикой. Способный математик обычно не обдумывает всяческие ложные пути к доказательству нужной теоремы, как это могли бы делать менее одаренные люди; скорее, он «нюхом чувствует» многообещающие пути и сразу направляется по ним.

Компьютерные шахматные программы, основанные на заглядывании далеко вперед, не научены думать на высшем уровне; стратегией таких машин была «грубая сила» просчета вариантов, в надежде таким образом сокрушить любое сопротивление. Однако оказалось, что эта стратегия не работает. Может быть, когда-нибудь и удастся создать такую программу, которая, основываясь только на грубой силе — умению считать варианты — действительно сможет обыгрывать лучших человеческих игроков. Однако это будет небольшим выигрышем в области интеллекта, по сравнению с открытием того, что важнейшей составляющей разума является его умение создавать многоуровневые описания сложных схем, таких, как шахматные доски, телевизионные экраны, печатные страницы или картины.

Похожие уровни

Обычно нам не приходится держать в уме больше одного уровня понимания ситуации. Более того, как мы уже сказали ранее, различные описания одной и той же системы бывают настолько далеки друг от друга концептуально, что у нас не возникает проблемы одновременного восприятия обоих; они просто хранятся в разных мысленных отделениях. Трудности возникают тогда, когда одна и та же система допускает два или более описаний, в чем-то *похожих* друг на друга. Тогда нам бывает трудно, думая о системе, не смешивать различные уровни — и при этом мы легко можем запутаться.

Вне сомнения, это происходит, когда мы думаем о нашей собственной психологии — скажем, когда мы пытаемся понять мотивы различных человеческих поступков. В структуре человеческого разума есть множество уровней — безусловно, это система, которую мы пока понимаем недостаточно хорошо. Существуют сотни соперничающих друг с другом теорий, объясняющих различное поведение; они основаны на предположениях о том, насколько глубоко в этой иерархии уровней расположены те или иные психологические «силы». Поскольку в настоящее время мы используем почти один и тот же язык для описания различных уровней, это приводит к немалой путанице и, наверняка, к рождению множества ложных теорий. Например, мы говорим о стимулах — сексе, власти, славе, любви — понятия при этом не имея, где именно в структуре человеческого интеллекта они зарождаются. Я не буду останавливаться на этом подробно; скажу лишь, что наше непонимание того, кто мы есть, безусловно связано с тем фактом, что мы состоим из большого количества уровней и используем один и тот же язык для описания нас самих на разных уровнях.

Компьютерные системы

Существует еще одно место, где многие уровни описания сосуществуют в единой системе и все уровни концептуально близки один к другому. Я имею в виду компьютерные системы. Работающую компьютерную программу можно рассматривать на нескольких уровнях. На каждом уровне описание дается на языке вычислительных машин, что делает все описания в какой-то мере схожими — в то же время между нашим восприятием разных уровней есть крайне важные различия. На низшем уровне описание настолько сложно, что его можно сравнить с описанием образа на экране телевизора в виде набора точек; однако для определенных целей нужен именно такой взгляд на вещи. На высшем уровне описание представлено в форме крупных *блоков* и воспринимается совершенно по-другому, несмотря на то, что многие понятия повторяются как на низшем, так и на высшем уровнях. Блоки описания на высшем уровне можно сравнить с блоками шахматного мастера и с блочным описанием образа на экране: они суммируют в сжатой форме те вещи, которые на низших уровнях представлены как отдельные. (См. рис. 57.)

Чтобы предмет нашего разговора не стал слишком абстрактным, обратимся к конкретным фактам из области вычислительной техники; для начала бросим взгляд на то, что представляет собой компьютерная система на низшем уровне. Низший уровень? Не совсем, конечно — но я не буду здесь говорить об элементарных частицах, так что для нас это будет низшим уровнем.

В основании компьютерной системы находится *память, центральный процессор (ЦП),* и некоторые *вводно-выводные устройства.* Сначала давайте опишем память. Она состоит из отдельных физических единиц, называемых

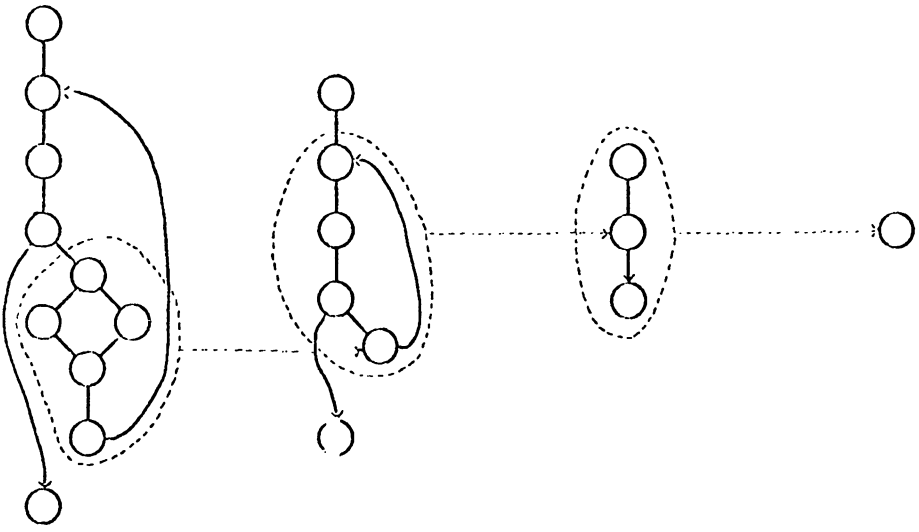


РИС. 57. Идея «укрупнения»: группа предметов воспринимается как единый «блок». Граница этого блока работает как клеточная мембрана или национальная граница: она устанавливает индивидуальность группы предметов внутри нее. В зависимости от контекста, внутренняя структура блока может приниматься во внимание или игнорироваться.

словами. Для конкретности скажем, что в памяти есть 65 536 слов (это типичное число — 2 в 16-ой степени). Слово далее подразделяется на то, что мы будем считать атомами информатики: *биты*. В типичном слове — около тридцати шести битов. Физически бит представляет собой магнитный «выключатель», который может быть в одном из двух положений.

0	0	X	0	X	X	X	0	X	0	0	X	X	0	0	X	0	X	X	X	X	X	X	0	X	X	0	0	X	X	X	0	0	0	0	0

—слово из 36 битов—

Вы можете называть эти положения «вверх» и «вниз», или «x» и «o», или «1» и «0»... Последнее — общепринятое название- оно вполне адекватно, но может запутать читателя, заставив его думать, что на самом деле в памяти компьютера хранятся *числа*. Это неверно. У нас столько же оснований думать о наборе из тридцати шести битов, как о числе, как и считать, что два четвертака — это цена мороженого. Так же, как деньги могут быть использованы по-разному, так и слово в памяти может выполнять разные функции. Строго говоря, иногда эти тридцать шесть битов действительно могут представлять число в двоичной записи. В другой раз они могут представлять тридцать шесть точек на экране телевизора, или же несколько букв текста. Наша интерпретация слова в памяти целиком зависит от той роли, которую это слово играет в использующей его программе. Разумеется, оно может играть несколько ролей — как нота в каноне.

Команды и данные

Существует еще одна интерпретация слова, о которой я пока не упоминал: слово может интерпретироваться как *команда*. Слова памяти содержат не только

данные, на основании которых действует компьютер, но и программу, действующую на эти данные. Существует ограниченное количество операций, которые могут быть выполнены центральным процессором — ЦП — и часть некоего слова (обычно несколько первых битов) интерпретируются как название типа команды, которая должна быть выполнена. Что же означают остальные биты в слове-команде? Чаще всего, они говорят, на какие другие слова памяти надо воздействовать. Иными словами, остальные биты являются указателем на какое-либо другое слово (или слова) памяти. Каждое слово в памяти имеет свое расположение, как дом на улице; это расположение называется *адресом*. Память может иметь одну «улицу» или много «улиц» — они называются *страницами*. Таким образом, адрес любого слова — это номер страницы (если память подразделена на страницы) и его расположение на этой странице. Итак, «указатель» — это часть команды, содержащая числовой адрес какого-либо слова (или слов) в памяти. На указатель нет никаких ограничений, так что команда может даже указывать сама на себя — в этом случае, когда она действует, она изменяет саму себя.

Откуда компьютер знает, в какой момент надо выполнять ту или иную команду? Об этом заботится ЦП. В нем есть специальный указатель, который указывает (то есть хранит соответствующий адрес) на следующее слово-команду. ЦП извлекает это слово из памяти и копирует его на специальное слово в самом ЦП. (Слова в ЦП обыкновенно называют не словами, а *регистрами*.) После этого ЦП выполняет эту команду. Команда может вызывать любую из большого количества возможных операций; типичные операции включают:

ДОБАВИТЬ слово, указанное в команде, к регистру. (В этом случае данное слово интерпретируется как число.)

НАПЕЧАТАТЬ слово, указанное в команде, в виде букв. (В этом случае данное слово интерпретируется *не* как число, а как строчка букв.)

ПЕРЕЙТИ к слову, указанному в команде. (В этом случае ЦП интерпретирует данное слово, как следующую команду.)

Если первоначальная команда не содержит явного указания поступить иначе, ЦП просто обращается к следующему слову и интерпретирует его, как команду. Иными словами, ЦП предполагает, что он должен двигаться вдоль по «улице» последовательно, как почтальон, интерпретируя слово за словом как команды. Однако это последовательное движение может быть прервано некоторыми командами, такими как, например, ПЕРЕХОД.

Язык машины и язык ассемблера

Вы только что прочитали очень краткий обзор *машинного языка*. В этом языке типы существующих операций составляют конечный репертуар, который не может быть расширен. Таким образом любая программа, какой бы большой и сложной она не была, должна состоять из этих типов команд. Рассматривать программу, написанную на машинном языке, это все равно что рассматривать молекулу ДНК атом за атомом. Если вы вернетесь к рис. 41, где изображена последовательность нуклеотидов молекулы ДНК (и имейте в виду, что в каждом нуклеотиде около двух дюжин атомов) и представите себе, что вам надо записать, атом за атомом, ДНК крохотного вируса (уж не говоря о человеке!), то вы получите представление о том, что такое создание сложной программы на ма-

шинном языке и каково пытаться понять, что происходит в этой программе, если у вас есть доступ только к ее описанию на машинном языке.

Надо сказать, что первоначально программирование делалось на еще более низком уровне, чем машинный язык: соединялись определенные провода, так что нужные операции как бы «телеграфировались» машине. Этот процесс настолько примитивен по современным понятиям, что теперь его трудно себе вообразить. И все же люди, впервые это сделавшие, безусловно испытали такую же радость, какую когда-либо чувствовали создатели современных компьютеров...

Перейдем теперь на более высокую ступень иерархии уровней описания программ — уровень *языка ассемблера*. Между машинным языком и языком ассемблера дистанция не так уж велика; скорее, это маленький шажок. Главное здесь то, что между командами на языке машины и командами на языке ассемблера существует взаимно однозначное соответствие. Язык ассемблера представляет отдельные команды машинного языка в виде «блоков», так что, желая например, записать команду сложения, вместо последовательности битов «010111000» вы пишете просто ДОБАВИТЬ, и вместо того, чтобы давать адрес в двоичном коде, вы можете указать на слово в памяти, назвав его по *имени*. Следовательно, программа на языке ассемблера — это что-то вроде программы на машинном языке, сделанной более удобной для людского чтения. Машинную версию программы можно сравнить с деривацией ТТЧ, записанной в туманной нотации Гёделевых номеров, в то время как версия на языке ассемблера сравнима с изоморфной деривацией ТТЧ, записанной в более легкой для понимания первоначальной нотации самой ТТЧ. Или, возвращаясь к образу ДНК: разница, существующая между машинным языком и языком ассемблера подобна разнице между определением нуклеотидов при помощи их кропотливого, атом за атомом, описания и определением нуклеотидов по именам (как, например, "A", "G", "C" или "T"). Подобная операция «превращения в блоки» представляет собой огромную экономию труда, хотя концептуально почти ничего при этом не меняется.

Программы, переводящие программы

Возможно, что самое важное в языке ассемблера — не его отличие от машинного языка, которое не столь уж велико, но сама идея того, что программы *вообще* могут быть написаны на различных уровнях. Ведь компьютерная аппаратура построена так, чтобы «понимать» программы на машинном языке — последовательности битов — а не буквы и не числа в десятичной записи! Что происходит, когда в эту аппаратуру вводится программа на языке ассемблера? Это напоминает попытку заставить клетку узнать бумажку с записанном буквами нуклеотидом, вместо самого нуклеотида со всеми его химическими компонентами. Что делать клетке с этой бумажкой? Что делать компьютеру с программой на языке ассемблера?

Здесь мы подошли к главному: возможно написать на машинном языке *программу-переводчик*. Эта программа, под названием *ассемблер*, берет имена, десятичные числа и другие сокращения, которые программист может легко запомнить, и превращает их в монотонные, но необходимые последовательности битов. После того, как программа на языке ассемблера *собрана* (то есть переведена), она — точнее, ее эквивалент на машинном языке — выполняется компьютером. Однако здесь это лишь вопрос терминологии; программа какого

уровня выполняется машиной? Вы не ошибетесь, сказав, что выполняется программа на машинном языке, поскольку в выполнении любой программы всегда задействована аппаратура — но вполне разумно также предположить, что выполняется программа на языке ассемблера. Например, вполне можно сказать: «В данный момент ЦП выполняет команду "ПЕРЕХОД"», вместо того, чтобы говорить: «В данный момент ЦП выполняет команду "111010000"». Пианист, играющий ноты G-E-B-E-B-G, в то же время играет арпеджио в ми миноре. Нет причин отказываться от описания вещей с точки зрения высших уровней. Таким образом, можно считать, что программа на языке ассемблера выполняется одновременно с программой на машинном языке; то, что происходит в ЦП, можно описать двумя способами.

Языки высших уровней, компиляторы и интерпретаторы

На следующем уровне иерархии крайне важная идея о том, что сами компьютеры можно заставить переводить программы с высших на низшие уровни, развивается еще далее. В начале 1950-х годов, когда программа ассемблера уже использовалась в течение нескольких лет, было подмечено, что существуют несколько характерных структур, появляющихся в программе за программой. По-видимому, так же как и в шахматах, это были некие характерные структуры, естественно возникающие тогда, когда люди пытаются найти алгоритмы — точные описания процессов, которые они хотят осуществить. Иными словами, кажется, что в алгоритмах есть некие компоненты высшего уровня, при помощи которых они могут быть описаны с большей легкостью и эстетизмом, нежели на весьма ограниченном машинном языке или языке ассемблера. Обычно такой компонент высшего уровня в алгоритме представляет собой не одну-две машинных команды, но целый конгломерат; при этом эти команды не обязательно соседствуют в памяти. Подобный компонент может быть представлен на языке высшего уровня как некое единство, или блок.

Оказывается, что кроме стандартных блоков (только что открытых компонентов, из которых могут быть построены все алгоритмы), почти все программы содержат еще большие блоки — так сказать, суперблоки. Эти суперблоки меняются от программы к программе, в зависимости от типа задания на высшем уровне, которое данная программа должна выполнить. Мы уже говорили о суперблоках в главе V, употребляя общепринятые названия: «подпрограммы» и «процедуры». Ясно, что если бы удалось *определить* новые единицы высшего уровня в терминах уже известных единиц и затем *вызывать* их по имени, это было бы важнейшим дополнением к любому языку программирования. Таким образом разделение на блоки оказалось бы включено в сам язык. Вместо определенного репертуара команд, из которых пришлось бы кропотливо собирать каждую программу, программист смог бы создавать свои собственные модули. Каждый из них имел бы собственное имя и мог бы использоваться в любом месте программы, как если бы он был неотъемлемой характеристикой языка. Разумеется, невозможно избежать того, что внизу, на уровне машинного языка, все будет состоять из прежних команд на этом языке; но они будут неявны и не будут видны программисту, работающему на высшем уровне.

Новые языки, основанные на этих идеях, были названы *языки-компиляторы*. Один из самых первых и элегантных получил имя «АЛГОЛ» (от английского Algorithmic Language — алгоритмический язык). В отличие от языка

ассемблера, здесь нет взаимно-однозначного соответствия между высказываниями на АЛГОЛе и командами на машинном языке. Однако некий тип соответствия между АЛГОЛом и машинным языком все же существует, хотя оно гораздо более запутано, чем соответствие между языком ассемблера и машинным языком. Грубо говоря, перевод программы на АЛГОЛе в ее машинный эквивалент сравним с переводом словесного выражения алгебраической проблемы на язык формул. (На самом деле, переход от словесного выражения задачи к ее выражению в формулах гораздо более сложен, но он дает определенное представление о типе «распутывания», необходимом при переводе с языка высшего уровня на язык низшего уровня.) В середине 1950-х годов были созданы удачные программы под названием *компиляторы,* функцией которых был перевод с языка-компилятора на машинный язык.

Были изобретены также *интерпретаторы.* Подобно компиляторам, интерпретаторы переводят с языков высших уровней на машинный язык; но вместо того, чтобы сначала переводить все высказывания и затем выполнять машинный код, они считывают одну строчку и тут же ее выполняют. Преимущество здесь в том, что для использования интерпретатора не обязательно иметь полную программу. Программист может придумывать свою программу строчка за строчкой и проверять ее в процессе создания. Интерпретатор по сравнению с компилятором — то же, что устный переводчик по сравнению с переводчиком письменных текстов. Один из самых интересных и важных языков программирования — это ЛИСП (от английского List Processing — обработка списка), изобретенный Джоном Маккарти примерно тогда же, когда был изобретен АЛГОЛ. Впоследствии ЛИСП приобрел большую популярность среди специалистов по искусственному интеллекту.

Между принципом работы интерпретаторов и компиляторов есть одно интересное различие. Компилятор берет входные данные (к примеру, законченную программу на Алголе) и производит некий результат (длинную последовательность команд на машинном языке). На этом его работа закончена, и результат вводится в компьютер для обработки. Интерпретатор. напротив, работает непрерывно, пока программист вводит одно за другим высказывания ЛИСПа; каждое из них немедленно выполняется. Однако это не означает, что каждое высказывание сначала переводится и затем выполняется — тогда интерпретатор был бы всего лишь построчным компилятором. Вместо этого в интерпретаторе операции считки новой строчки, ее «понимания» и выполнения переплетены — они происходят одновременно.

Поясню эту идею немного подробнее. Как только новая строчка ЛИСПа вводится в интерпретатор, он пытается ее обработать. Это означает, что интерпретатор начинает действовать, и в нем выполняются некие машинные команды. Какие именно — это зависит, разумеется, от данного высказывания ЛИСПа. Внутри интерпретатора много команд типа ПЕРЕХОД, так что новая строчка ЛИСПа может заставить контроль двигаться довольно сложным путем: вперед, назад, затем опять вперед и т.д. Таким образом, каждое высказывание ЛИСПа превращается в некий «маршрут» внутри интерпретатора, и следование по этому маршруту приносит нужный эффект.

Иногда бывает полезно интерпретировать высказывания ЛИСПа как некие блоки данных, которые постепенно вводятся в непрерывно действующую программу машинного языка (интерпретатор ЛИСПа). Думая об этом таким образом, вы по-иному видите отношения между программой, написанной на языке высшего уровня, и исполняющей эту программу машиной.

Самонастройка

Разумеется, компилятор, будучи программой, должен быть сам написан на каком-либо языке. Первые компиляторы были созданы на языке ассемблера вместо машинного языка; таким образом полностью использовались преимущества подъема на одну ступеньку над машинным языком. Краткое описание этих довольно сложных понятий представлено на рис. 58.

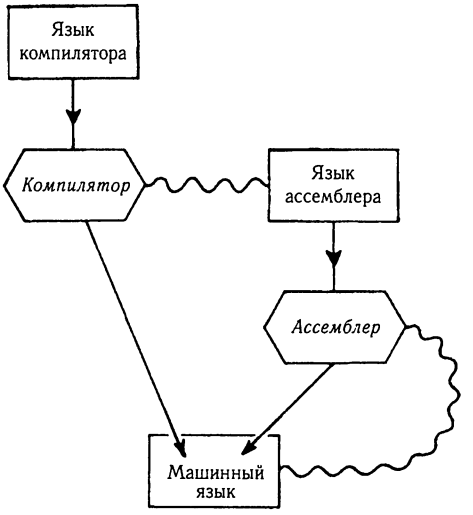


РИС. 58. Как ассемблеры, так и компиляторы - это переводчики на машинный язык. Это указано прямыми линиями. Более того, поскольку они сами являются программами, они первоначально также создаются на каком-либо языке программирования. Волнистые линии указывают на то, что компилятор может быть написан на языке ассемблера, а ассемблер - на машинном языке.

По мере того, как программирование становилось более изощренным, было замечено, что частично законченный компилятор может быть использован для того, чтобы компилировать собственные продолжения. Иными словами, когда создано определенное минимальное ядро компилятора, это минимальное ядро может переводить большие компиляторы на машинный язык, пока таким образом не создастся окончательный, полный компилятор. Этот процесс известен под именем «самонастройки»; он несколько напоминает достижение ребенком критического уровня владения своим родным языком, после чего его словарь и грамматическое мастерство растут как снежный ком, так как для изучения языка он может *использовать* сам язык.

Уровни описания работающих программ

Языки компиляторов обычно не отражают структуры машин, на которых будут выполняться написанные на этих языках программы. Это одно из их основных преимуществ по сравнению с весьма специализированными языками ассемблера и машинным языком. Разумеется, когда программа на языке компилятора переводится на язык машины, получается программа, зависящая от машины. Таким образом, возможно описать программу, которая исполняется либо зависящим от машины путем, либо не зависящим, подобно тому, как мы можем описать абзац в книге по его содержанию (описание, не зависящее от издания) или по номеру страницы и его расположению на ней (описание, зависящее от издания).

Пока программа работает хорошо, то, как мы ее описываем и что мы о ней думаем, не столь важно. Но как только возникают неполадки, становится важ-

ным умение увидеть программу на разных уровнях. Если, например, компьютеру дана задача в какой-то момент разделить на нуль, он остановится и сообщит пользователю о возникшей проблеме, указав при этом, в каком месте программы произошло это неприятное событие. Однако эти детали часто сообщаются на более низком уровне, чем тот, на котором написана сама программа. Вот три параллельных описания забуксовавшей программы:

Уровень машинного языка:
«Выполнение программы прекратилось по адресу 1110010101110111»

Уровень языка ассемблера:
«Выполнение программы прекратилось, когда она дошла до команды РАЗДЕЛИТЬ».

Уровень языка компилятора:
Выполнение программы прекратилось в момент оценки алгебраического выражения "(A + B)/Z"».

Одна из основных задач программистов (людей, которые создают компиляторы, интерпретаторы, ассемблеры и другие программы, которые затем используются многими людьми) — это создание находящих ошибки подпрограмм. Необходимо, чтобы информация, которую эти подпрограммы выдают пользователю, в чьей программе обнаружен дефект, представляла бы описание проблемы на высшем, а не на низшем, уровне. Интересно, что если сбой обнаруживается в генетической «программе» (например, мутация), то происходит обратное: ошибка бывает заметна только на *высшем* уровне, то есть на уровне фенотипа, а не генотипа. На самом деле, современная биология использует мутации, как одно из основных окон в мир генетических процессов, поскольку они могут быть прослежены на многих уровнях.

Микропрограммирование и операционные системы

В современных компьютерных системах есть несколько других уровней иерархии. Например, некоторые системы — часто называемые «микрокомпьютерами» — используют еще более рудиментарные команды на машинном языке, чем добавка числа в памяти к числу в регистре. Пользователь должен сам решать, какой тип команд на обычном машинном языке он хочет запрограммировать; он «микропрограммирует» эти команды в терминах имеющихся у него «микрокоманд». После этого разработанные им команды на языке высшего уровня могут быть включены в схему компьютера и стать частью аппаратуры, хотя это и не обязательно. Подобное микропрограммирование позволяет пользователю спуститься немного ниже уровня обычного машинного языка. Одним из следствий этого является то, что какой-либо компьютер одной фирмы может, путем микропрограммирования, быть снабжен такой аппаратурой, что она повторяет машинные команды другого компьютера той же (или даже иной) фирмы. При этом говорится, что компьютер с микропрограммой имитирует другой компьютер.

Далее, у нас имеется уровень *операционной системы*, который расположен между уровнями программы на машинном языке и следующим уровнем, на котором программирует пользователь. Операционная система — это программа, предотвращающая доступ пользователей к самой машине (и таким образом защищающая систему); эта программа избавляет пользователя от многих сложных и запутанных проблем, таких, как прочтение программы, вызов про-

граммы-переводчика, выполнение переведенной программы, направление результата по нужным каналам в нужное время и передача контроля следующему пользователю. В случае, когда с ЦП говорят сразу несколько пользователей, операционная система переключает внимание ЦП в определенном порядке. Операционные системы удивительно сложны; здесь я только намекну на эти сложности при помощи следующей аналогии.

Рассмотрим первую телефонную систему. Александр Грэхем Белл мог позвонить своему ассистенту в соседнюю комнату: электронная передача голоса! Это сравнимо с простым компьютером без операционной системы: электронные вычисления!

Рассмотрим теперь современную телефонную систему. У вас есть выбор, с каким телефоном соединиться; к тому же, можно отвечать на многие звонки одновременно. Вы можете добавить код и соединиться с другими районами. Вы можете позвонить прямо или через оператора; так, что звонок будет оплачен вашим собеседником или по вашей кредитной карточке. Можно говорить с одним человеком или сразу с несколькими; можно «перенаправить» или проследить звонок. Существует сигнал «занято», сигнал, говорящий вам, что набранный номер не является «хорошо сформированным» и сигнал, говорящий вам, что вы набирали номер слишком долго. Вы можете установить местный коммутатор, соединяющий несколько телефонов, — и так далее, и тому подобное. Это удивительный список, если подумать, сколько возможностей он представляет, в особенности, по сравнению с былым чудом «голого» телефона. Вернемся теперь к компьютерам: сложные операционные системы выполняют примерно те же операции направления трафика и переключения уровней по отношению к пользователям и их программам. Мы можем быть практически уверены в том, что у нас в мозгу происходят некие параллельные процессы: одновременная обработка многих стимулов; решения о том, что должно выйти на первый план и на какое время; мгновенные «перерывы» из-за неожиданных событий и критических положений и так далее.

Забота о пользователе и защита системы

Многие уровни сложной компьютерной системы, взятые вместе, облегчают пользователям их работу, позволяя им не думать о процессах, происходящих на низших уровнях (которые, скорее всего, для них совершенно неважны). Пассажир в самолете обычно не интересуется уровнем горючего в баках, скоростью ветра, количеством куриных крылышек, которые будут поданы на ужин пассажирам, или воздушным трафиком около места назначения. Все это — дело служащих на разных уровнях иерархии авиакомпании; пассажир же хочет только одного: чтобы его доставили из одного места в другое. Только когда случается что-нибудь непредвиденное, например, потеря багажа, пассажир понимает, с какой запутанной системой уровней он имеет дело.

Компьютеры — супергибкость или супержесткость?

Одной из основной целей в нашем стремлении к высшим уровням всегда было желание сообщать компьютеру о том, чего мы от него хотим, самым естественным для нас образом. Безусловно, конструкции высшего уровня в языках компиляторах ближе к категориям, в которых обычно думают люди, чем конструкции низшего уровня, такие, как в машинных языках. Но в этом стремлении к легкости общения с компьютерами мы обычно забываем об одном из аспектов

«естественности», — а именно, том факте, что общение между людьми имеет намного меньше ограничений, чем общение между человеком и машиной. Например, мы зачастую произносим бессмысленные словосочетания, ища, как бы получше выразить свою мысль; кашляем в середине фразы; перебиваем друг друга; используем двусмысленные описания и «неправильный» синтаксис; придумываем выражения и искажаем смысл — но наши сообщения обычно все же достигают цели. В языках программирования, напротив, синтаксис должен быть стопроцентно строгим; в них не должно быть двусмысленных выражений и конструкций. Интересно, что печатный эквивалент кашля разрешен, но только если он предварен условным знаком (например, словом КОММЕНТАРИЙ); после него также должен иметься условный знак (например, точка с запятой). Ирония в том, что эта небольшая уступка гибкости создает свои проблемы: если точка с запятой (или любой другой условный знак, отмечающий конец комментария) встречается *внутри* комментария, программа-переводчик интерпретирует ее, как сигнал окончания комментария, после чего следует полная неразбериха.

Представьте, что в программе определена процедура под названием ПОНИМАНИЕ, и эта процедура затем вызвана семнадцать раз. Если в восемнадцатый раз это слово ошибочно написано ПОМИНАНИЕ, горе программисту! Компилятор взбунтуется и напечатает весьма неприятное послание ОШИБКА, сообщая, что он никогда не слыхал ни о каком ПОМИНАНИИ. Часто, когда компилятор обнаруживает подобную ошибку, он пытается продолжить работу, но из-за отсутствия у него поминания, он не может понять, что имел в виду программист. На самом деле, он может даже вообразить, что тот имел в виду нечто совершенно другое, и начать действовать согласно этой ошибочной интерпретации. В результате, остальная программа будет усеяна посланиями «ошибка», потому что компилятор — а не программист — запутался. Вообразите, какая путаница получится, если, переводя с английского на русский, переводчик услышит фразу по-французски и попытается переводить остальной английский текст, как французский! Компиляторы часто запутываются таким жалким образом. *C'est la vie.*

Может быть, это звучит как приговор компьютерам, — но я вовсе не имел это в виду. В некотором смысле, такое положение вещей необходимо. Если подумать, для чего обычно используются компьютеры, становится ясно, что они выполняют весьма определенные и точные задания, которые слишком сложны для людей. Чтобы мы могли доверять компьютерам, необходимо, чтобы они совершенно точно, без следа двусмысленности, понимали, что от них требуется. Необходимо также, чтобы компьютер делал не больше и не меньше того, что ему приказано. Если между компьютером и программистом стоит программа, предназначенная угадывать, чего тот хочет или имеет в виду, то весьма вероятно, что, когда программист попытается сообщить машине задачу, она будет понята совершенно неверно. Таким образом важно, чтобы программы высшего уровня, хотя и удобные для людей, тем не менее были бы недвусмысленными и точными.

Как предвосхитить желания пользователя

Несмотря на это, возможно создать язык программирования, который допускает некоторый тип неточности, и программу, переводящую его на низшие уровни. Можно сказать, что программа-переводчик при этом будет пытаться интерпретировать нечто, сделанное «вне правил языка». Но если в языке допускаются некие «нарушения» правил, подобные нарушения уже нельзя назвать настоящими нарушениями, поскольку они включены в правила! Если программисту разрешено допускать определенный тип ошибок, он может использовать эту

черту, зная, что при этом он оперирует строго в рамках правил, несмотря на видимость обратного. Иными словами, если пользователь знает о всех трюках, делающих программу-переводчика более гибкой и удобной для пользования, то он знает и предел, который он не может перейти; следовательно, ему эта программа все равно кажется жесткой и негибкой, хотя она и дает ему гораздо большую свободу по сравнению с ранними версиями, не включавшими «автоматическую компенсацию человеческих ошибок.»

По отношению к «эластичным» языкам подобного типа может быть две альтернативы: (1) пользователь знает о встроенных в язык и в программу-переводчика уступках; (2) пользователь о них не знает. В первом случае, язык может быть использован для точного сообщения программ, поскольку программист может предсказать, как компьютер будет интерпретировать программы, написанные на этом языке. Во втором случае, в языке есть скрытые черты, могущие выкинуть что-нибудь непредсказуемое с точки зрения пользователя, не знающего о том, как работает программа-переводчик. Результатом этого могут быть грубые ошибки в интерпретации программы, поэтому такой язык не годится для использования компьютеров за их быстроту и надежность.

На самом деле, есть и третья альтернатива: (3) пользователь знает о встроенных в язык и в программу-переводчик отклонениях от правил, но их так много и они взаимодействуют таких сложным путем, что что он не может предсказать, как будут интерпретированы программы. Это может быть сказано о человеке, написавшем переводящую программу: он, разумеется, знает ее структуру как никто другой — и все же он не может предсказать того, как она будет реагировать на данный тип необычной конструкции.

Одна из основных областей исследования в сегодняшней науке об искусственном интеллекте называется *автоматическим программированием*; автоматическое программирование работает над созданием языков еще более высоких уровней, языков, переводящие программы которых смогут проделывать хотя бы некоторые из следующих удивительных вещей: обобщать на основе примеров, исправлять типографские или грамматические ошибки, пытаться понять двусмысленные описания, при помощи упрощеннной модели пытаться угадывать, что на уме у пользователя, задавать вопросы, когда машине что-то непонятно; использовать человеческий язык и т.д. Может быть, со временем удастся найти компромисс между гибкостью и строгостью.

Прогресс искусственного интеллекта — это прогресс языка

Удивительно, насколько прогресс в исследовании компьютерной техники (и в частности, искусственного интеллекта) связан с развитием новых языков. В последнее десятилетие возникла ясная тенденция: воплощать новые открытия в новых языках. Один из ключей к пониманию и созданию интеллекта лежит в постоянном развитии и улучшении языков, описывающих процессы манипуляции символами. На сегодняшний день имеется около трех-четырех дюжин экспериментальных языков, созданных исключительно для исследований по искусственному интеллекту. Важно понимать, что любая программа, написанная на одном из этих языков, в принципе может быть переведена на языки низших уровней, хотя это и потребовало бы от людей огромных усилий; получившаяся программа была бы такой длинной, что она оказалась бы за пределами человеческого понимания. Это не означает, что каждый высший уровень увеличивает

потенциал компьютера; весь этот потенциал уже существует в наборе команд машинного языка. Просто новые понятия на языках высшего уровня по самой своей природе наводят на мысль о новых путях и перспективах.

«Пространство» всех новых программ настолько обширно, что никто не может представить себе всех возможностей. Каждый язык высшего уровня предназначен для исследования определенных районов «программного пространства»; таким образом, используя данный язык, программист оказывается в соответствующем районе. Язык не *заставляет* его писать программы именно такого типа, но *облегчает* для него выполнение определенных задач. Близость к понятию и небольшой толчок — вот все, что обычно требуется здесь для крупного открытия; именно поэтому исследователи стремятся к языкам еще более высоких уровней.

Программирование на разных языках подобно сочинению музыкальных произведений в различных тональностях, особенно если вы работаете на клавиатуре. Если вы уже выучили или написали произведения во многих ключах, каждая клавиша будет иметь для вас свою собственную эмоциональную окраску. Некоторые мелодии кажутся естественными в одном ключе, но неловкими в другом. Таким образом, ваше направление определяется выбором тональности. В некотором роде, даже энгармонические тональности, такие как до-диез и ребемоль, весьма отличаются по настроению. Это говорит о том, что система нотации может играть важную роль в том, как будет выглядеть конечный продукт.

«Стратифицированная» схема искусственного интеллекта показана на рис. 59; внизу лежат компоненты аппаратуры, такие, как транзисторы, а на вершине расположены «думающие программы.» Эта иллюстрация взята из книги «Искусственный интеллект» Патрика Генри Винстона (Patrick Henry Winston, "Artificial Intelligence"); она представляет собой общепринятый среди специалистов взгляд на искусственный интеллект. Хотя я согласен с идеей, что ИИ должен быть стратифицирован подобным образом, мне не кажется, что с таким небольшим количеством уровней возможно получить думающие программы.

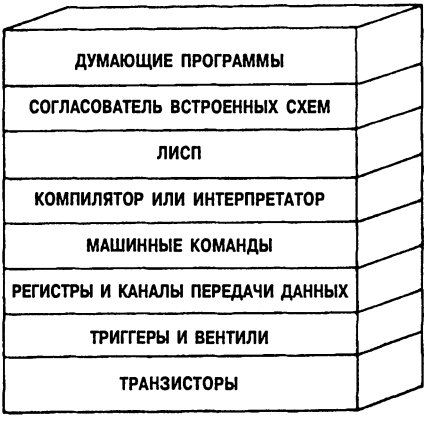


РИС. 59. Для создания думающих программ необходимо построить серию уровней аппаратуры и программного обеспечения, чтобы избежать мучений работы со всеми процессами только на низшем уровне. Описания одного и того же процесса на разных уровнях весьма отличаются друг от друга, и только самый высший уровень представлен в блоках, достаточно крупных для нашего понимания. [Взято из книги «Искусственный интеллект» П. Г. Винстона (P.H. Winston, "Artificial Intelligence").]

Между уровнем машинного языка и уровнем, на котором может быть достигнут настоящий интеллект, должна, по-моему убеждению, лежать еще дюжина (или даже несколько дюжин!) уровней, каждый следующий из которых, базируясь на предыдущем, в то же время был бы более гибким. Сейчас мы с трудом можем себе вообразить, как это будет выглядеть...

Параноик и операционная система

Схожесть уровней в компьютерной системе может привести к странному их смешению. Однажды я был свидетелем того, как пара моих приятелей — оба новички в компьютерном деле — забавлялись на терминале с программой «PARRY». PARRY — это печально известная программа, симулирующая параноика весьма простеньким образом: она выдает заранее заготовленные английские фразы, выбранные из широкого репертуара. Правдоподобие достигается тем, что программа может определить, какие именно «заготовки» могут звучать разумно в ответ на фразы, введенные в компьютер человеком.

В какой-то момент PARRY надолго задумалась, и я объяснил друзьям, что задержка, скорее всего, связана с большой нагрузкой на систему разделения времени. Я сказал им, что они могут узнать, сколько человек подключены к системе в данный момент; для этого нужно напечатать специальный символ «контроль», который пойдет прямо в операционную систему, минуя PARRY. Один из моих приятелей нажал на соответствующую клавишу, после чего некие данные о статусе операционной системы отпечатались на экране поверх фраз PARRY. При этом PARRY об этом понятия не имела, поскольку это программа, «понимающая» только в скачках и пари, но ничего не знающая об операционных системах, терминалах и специальных символах контроля. Для моих друзей, однако, PARRY и операционная система были одним и тем же — «компьютером», загадочным, аморфным, далеким существом, которое отвечало на то, что они печатали. Так что для них было вполне естественно, когда один из них с улыбкой напечатал «Почему вы пишете поверх того, что на экране?» Идея о том, что PARRY может ничего знать об операционной системе, при помощи которой она действует, была непонятна моим друзьям. Идея что «мы» знаем все о «нас самих» казалась им настолько естественной из их опыта людских контактов, что они просто распространили ту же идею на компьютер — в конце концов, он же был достаточно умен, чтобы «разговаривать» с ними по-английски! Их вопрос похож на то, как если бы вы спросили кого-нибудь: «Почему вы сегодня производите так мало красных кровяных шариков?» Люди не знают об этом уровне — «уровне операционных систем» — их тела.

Главная причина этого смешения уровней была в том, что общение со всеми уровнями компьютерной системы происходило на одном и том же экране, на одном и том же терминале. Хотя наивность моих друзей может показаться преувеличенной, даже опытные компьютерные специалисты часто допускают подобные ошибки, когда несколько уровней сложной системы бывают одновременно представлены на одном и том же экране. Они забывают, кто их «собеседник» и печатают что-то, не имеющее смысла на данном уровне, хотя и вполне приемлемое на другом. Может показаться, что хорошо было бы заставить саму систему сортировать уровни — интерпретировать команды согласно тому, какая из них «имеет смысл». К несчастью, подобная интерпретация требует от машины немалой толики здравого смысла и совершенного знания намерений программиста, а это требует настолько развитого искусственного интеллекта, которого на сегодняшний день у компьютеров нет.

Граница между аппаратурой и программным обеспечением

Путаница может также возникнуть из-за того, что одни уровни гибки, а другие — строги и жестки. Например, в некоторых компьютерах есть замечательные

программы-редакторы, которые позволяют переводить куски текста из одного формата в другой, почти так же, как жидкость может быть перелита из одного сосуда в другой. Узкую страницу можно превратить в широкую, и наоборот. При такой мощи можно ожидать, что поменять шрифт, скажем, на курсив, также не представит никакого труда. Однако у программы может быть только один шрифт, что делает подобные изменения невозможными. Бывает также, что нужный шрифт можно получить на экране, но не на принтере — или наоборот. Долго работая с компьютерами, легко избаловаться и считать, что программированию должно поддаваться все: не должно быть негибких принтеров, имеющих только один шрифт, или даже конечный набор шрифтов: шрифты должны определяться пользователем! Но достигнув этой степени гибкости, мы начинаем расстраиваться, что принтер не печатает разноцветными чернилами на бумаге любой формы и размера или что он не чинит сам себя...

Проблема в том, что в какой-то момент вся эта гибкость должна, используя фразу из главы V, «коснуться дна». Должен существовать жесткий уровень аппаратуры, на котором основано все остальное. Он может быть спрятан под гибкими уровнями так глубоко, что немногие пользователи чувствуют ограничения, налагаемые аппаратурой — однако эти ограничения неизбежны.

В чем именно состоит разница между *программным обеспечением* и *аппаратурой*? Это разница между программами и машинами — между длинными и сложными последовательностями команд и физическими аппаратами, которые эти команды выполняют. Я сказал бы, что программное обеспечение — это «то, что можно передать по телефону», а аппаратура — это «все остальное». Пианино — это аппаратура, а ноты — программное обеспечение. Телефонный аппарат — это аппаратура, а телефонный номер — программное обеспечение. К сожалению, это полезное различие далеко не всегда так ясно.

В нас, человеческих существах, тоже есть аспекты «аппаратуры» и «программного обеспечения» и разница между ними для нас настолько естественна, что мы перестаем ее замечать. Мы привыкли к негибкости нашей физиологии: то, что мы не можем усилием воли вылечить себя от всех болезней или заставить расти у нас на голове волосы любого цвета — лишь два простых примера. Однако мы можем «перепрограммировать» наш мозг, чтобы оперировать в рамках новых понятий. Удивительная гибкость интеллекта кажется почти несовместимой с тем фактом, что наш мозг сделан из «аппаратуры», подчиняющейся строгим правилам, аппаратуры, которую невозможно изменить. Мы не можем заставить наши нейроны реагировать быстрее или медленнее, не можем «поменять проводку» у себя в мозгу, не можем изменить внутренность нейрона — короче, у нас нет *никакого* выбора относительно нашей «аппаратуры» — и тем не менее, мы можем контролировать собственные мысли.

Однако существуют аспекты нашего мышления, не поддающиеся контролю. Мы не можем, по желанию, стать сообразительнее; не можем выучить новый язык так быстро, как бы нам хотелось; не можем заставить себя думать о нескольких вещах сразу и так далее. Это знание о нашей природе столь изначально, что его даже трудно заметить; это все равно, что постоянно сознавать, что вокруг нас — воздух. Мы никогда не думаем о возможной причине подобных «дефектов» нашего интеллекта — устройстве нашего мозга. Основная цель этой книги — предложить пути примирения между аппаратурой — мозгом и программным обеспечением — интеллектом.

Промежуточные уровни и погода

Мы видели, что в компьютерных системах есть множество довольно четко определенных уровней, и что работающая программа может быть описана в терминах любого из них. Таким образом, существуют не только низший и высший уровни — есть самые различные степени низкого и высокого. Типичны ли промежуточные ступени для всех систем с низшими и высшими уровнями? Рассмотрим для примера систему, аппаратурой которой является земная атмосфера, а программным обеспечением — погода. Проследить за движением всех молекул одновременно было бы способом «понимания» природы на весьма низком уровне — что-то вроде работы с огромной сложной программой на машинном языке. Ясно, что эта задача лежит далеко за пределами человеческих возможностей. Однако у нас есть наш особый, человеческий способ наблюдения за погодными явлениями и их описания. Мы воспринимаем природные явления на высоком уровне — крупными блоками, такими, как дождь, снег, туман, ураганы, холодные фронты, времена года, атмосферное давление, ветры, течения, кучевые облака, грозы, уровни инверсии и так далее. Во всех этих явлениях участвует астрономическое число молекул, которые каким-то образом действуют вместе, давая крупномасштабный эффект. Этот метод сравним с использованием для анализа погоды языка компилятора.

Существует ли аналог исследованию погоды при помощи промежуточных языков, таких, как язык ассемблера? Бывают ли, к примеру, очень маленькие местные «мини-штормы», как те крохотные смерчи, крутящие пыльные столбы максимум пару метров в диаметре? Является ли порыв ветра блоком промежуточного уровня, играющим роль в создании погодных явлений более крупного масштаба? Или же не существует практического способа использовать наши знания о подобных явлениях с тем, чтобы получить более полное объяснение погоды?

Тут возникают еще два вопроса. Первый такой: «Может ли быть, что погодные явления, воспринимаемые нами как смерчи и засухи, на самом деле — лишь явления промежуточных уровней, составляющие часть каких-то более общих, медленно протекающих явлений?» В таком случае, погодные явления настоящего высшего уровня были бы глобальными, и их время измерялось бы по геологической шкале. Ледниковый период был бы погодным событием такого высшего уровня. Второй вопрос: «Есть ли такие погодные явления промежуточного уровня, которых люди до сих пор не замечали, но которые могли бы дать нам более глубокое понимание погоды?»

От смерчей к кваркам

Последнее предположение может звучать, как чистая фантазия, но это не совсем так. Стоит только взглянуть на точнейшую из точных наук, физику, чтобы найти необычные примеры систем, описанных в терминах взаимодействия таких «частей», которые сами по себе невидимы. В физике, как и в любой другой дисциплине, *системой* считается группа взаимодействующих *частей*. В большинстве известных нам систем части сохраняют свою индивидуальность при взаимодействии, так что мы можем различить их внутри системы. Например, когда собирается футбольная команда, ее игроки продолжают быть отдельными личностями, они не сливаются, теряя свою индивидуальность, в какое-то составное существо. И все же — и это очень важно — определенные процессы в их мозгу вызваны именно контекстом команды, вне которого эти процессы не

происходили бы. Таким образом, в некотором смысле индивидуальность игроков меняется, когда они становятся частью большей системы — команды. Такой тип системы называется *почти разложимой системой* (термин взят из статьи Г.А. Саймона «Архитектура сложности» (H.A. Simon, "Architecture of complexity"). Подобная система состоит из слабо взаимодействующих модулей, которые сохраняют свою собственную индивидуальность во время взаимодействия, но, слегка меняясь по сравнению с тем, какими они бывают вне системы, тем самым способствуют связному поведению целой системы. Изучаемые в физике системы обычно принадлежат именно к такому типу. Считается, например, что атом состоит из ядра, положительный заряд которого удерживает на орбите, или в связанном состоянии, некоторое количество электронов. Связанные электроны весьма похожи на свободные электроны, несмотря на то, что они находятся внутри сложной системы.

Некоторые системы, изучаемые в физике, представляют собой контраст по сравнению с относительно простым атомом. В таких системах взаимодействие частей необычайно сильно, в результате чего они проглатываются большей системой и частично или полностью теряют свою инивидуальность. Примером является ядро атома, которое обычно описывается как «набор протонов и нейтронов». Но силы, удерживающие вместе частицы, составляющие ядро, так велики, что эти частицы становятся совершенно непохожи на самих себя в «свободной» форме (то есть когда они находятся вне ядра). На самом деле, ядро во многих смыслах более похоже на единую частицу, чем на набор взимодействующих частиц. Когда ядро расщепляется, при этом обычно освобождаются протоны и нейтроны, но также и другие частицы, такие как пи-мезоны и гамма-лучи. Находятся ли все эти частицы внутри ядра до его расщепления, или же они — что-то вроде «искр», летящих при расщеплении ядра? Возможно, что искать ответа на подобный вопрос не имеет смысла. На уровне физики частиц разница между возможностью «высекать искры» и действительным наличием субчастиц не столь ясна.

Таким образом, ядро — это система, «части» которой, хотя они и невидимы внутри системы, могут быть извлечены и сделаны видимыми. Однако есть и более патологические случаи, такие, как протон и нейтрон, взятые как системы. Существует предположение, что каждый из них состоит из тройки «кварков» — гипотетических частиц, которые могут соединяться по две или по три, образуя при этом многие из известных основных частиц. Однако взаимодействие между кварками настолько сильно, что их не только невозможно увидеть внутри протонов и нейтронов, но и невозможно извлечь оттуда! Таким образом, хотя кварки помогают теоретически объяснить некоторые свойства протонов и нейтронов, их собственное существование, возможно, никогда не будет установлено с достоверностью. Здесь перед нами — антипод «почти разложимой системы», система, которую скорее можно назвать «почти неразложимой». Интересно, однако, что теория протонов и нейтронов (и других частиц), основанная на «модели кварков», дает хорошее количественное объяснение многих экспериментальных результатов, касающихся частиц, предположительно составленных из кварков.

Сверхпроводимость: «парадокс» ренормализации

В главе V мы обсуждали то, как ренормализованные частицы возникают из своих голых центров в результате рекурсивно накапливающихся взаимодействий с виртуальными частицами. Ренормализованную частицу можно рассматривать либо как это сложное математическое построение, либо как некий «бугорок», чем она

и является физически. Одно из самых странных и впечатляющих последствий этого способа описания частиц — это объяснение, которое оно дает знаменитому явлению сверхпроводимости (свободному от сопротивления течению электронов в некоторых твердых телах при очень низких температурах).

Оказывается, что электроны в твердых телах ренормализованы в результате их взаимодействия с некими странными квантами вибраций, называемыми *фононами* (которые, в свою очередь, ренормализованы!). Такие ренормализованные электроны называются *поляронами*. Вычисления показывают, что при низких температурах два полярона с противоположным спином начинают притягивать друг друга и могут стать определенным образом связанными. При некоторых условиях все поляроны, переносящие ток, связываются по два, образуя так называемые *куперовы пары*. Парадоксально то, что образование этих пар происходит именно потому, что электроны — голые центры спаренных поляронов — электрически отталкиваются друг от друга. В отличие от электронов, куперовы пары не притягиваются и не отталкиваются; поэтому они могут свободно перемещаться в металле, словно в вакууме. Изменив математическое описание подобного металла с такого, чьими основными единицами являются поляроны, на такое, чьи основные единицы — куперовы пары, вы получите значительно упрощенный набор уравнений. Эта математическая простота указывает на то, что деление на «блоки» куперовых пар — естественный взгляд на сверхпроводимость.

Здесь есть несколько уровней частиц: сама куперова пара, пара составляющих ее поляронов с противоположным спином, электроны и фотоны из которых составлены поляроны; внутри электронов — виртуальные фононы и позитроны... и так далее, и тому подобное. Мы можем смотреть на каждый уровень и воспринимать происходящие там явления согласно нашему пониманию лежащих ниже уровней.

«Запечатывание»

Точно так же, к счастью, нам не нужно знать о кварках всего, чтобы понимать многое в поведении частиц, составной частью которых они могут быть. Специалист по ядерной физике может разрабатывать теории о ядрах, основанные на протонах и нейтронах, и игнорировать как теории о кварках, так и теории, оспаривающие последние. Ядерный физик работает с *блочной* картиной протонов и нейтронов — описанием, основанным на теориях низших уровней, которое при этом не требует понимания этих теорий. Подобно этому, атомный физик работает с блочной картиной атомного ядра, основанной на теории ядра. Химик работает с блочной картиной электронов и их орбит, создавая на этом основании теории небольших молекул, которые, в свою очередь, могут быть использованы как блоки специалистом по молекулярной биологии, который интуитивно понимает, как соединяются маленькие молекулы, но специализируется в области крупных молекул и их взаимодействий. Далее, специалист по биологии клеток берет блочную картину единиц, усердно изучаемых молекулярным биологом, и пытается использовать ее для объяснения клеточного взаимодействия. Думаю, что вам понятно, к чему я веду. Каждый уровень в каком-то смысле «запечатан» — изолирован от уровней, находящихся ниже его. Это еще один из выразительных терминов Саймона, напоминающий о том, как подводная лодка делится на секции; если одна из частей разгерметизируется, проблема не распространяется на остальные секции, так как двери испорченной секции закрываются, изолируя ее от соседних помещений.

Хотя некоторая «утечка» между иерархическими уровнями наук присутствует всегда, и химик не может полностью игнорировать низшие уровни физики, или биолог — полностью игнорировать химию, утечки между далекими уровнями почти не происходит. Именно поэтому мы можем понимать других людей, не имея при этом глубокого понимания модели кварков, структуры ядра, природы орбит электронов, химических связей, структуры белков, органоидов в клетках, путей межклеточного сообщения, физиологии различных органов человеческого тела, или сложных взаимодействий между органами. Все, что нам необходимо, — это блочная модель действия высших уровней; и, как мы все знаем, подобные модели весьма реалистичны и успешны.

Разделение на блоки и детерминизм

Однако у блочной модели есть и значительная негативная сторона; обычно она не дает точных предсказаний. Это значит, что хотя блочные модели спасают нас от невыполнимой задачи воспринимать людей как набор кварков (или того, что в них имеется на низшем уровне), они дают нам только вероятностные оценки того, как другие люди чувствуют, реагируют на наши слова и поступки и так далее. Короче, используя блочную модель, мы приносим в жертву детерминизм и выигрываем в простоте. Несмотря на то, что мы не знаем, как люди среагируют на наш анекдот, мы все же рассказываем его; при этом мы скорее ожидаем, что они засмеются (или не засмеются), чем, скажем, полезут на ближайший столб. (Конечно, мастер дзена запросто мог бы сделать именно это!) Блочная модель определяет «интервал» возможного поведения и вероятность того, что определенное поведение будет лежать в той или иной области этого интервала.

«Компьютеры могут делать только то, что им приказано»

Эти идеи могут быть приложены не только к сложным физическим системам, но и к компьютерам. Известно высказывание: «Компьютеры могут делать только то, что им приказано». В каком-то смысле это верно, но при этом не учитывается следующий факт: последствия ваших инструкций неизвестны вам заранее, поэтому поведение компьютера может быть так же удивительно и непредсказуемо для вас, как и поведение человека. Обычно вам заранее известен тот приблизительный *промежуток,* в рамки которого уложится результат, но неизвестны детали того, где именно этот результат будет расположен. Например, вы можете написать программу для того, чтобы вычислить первый миллион цифр числа π. Ваша программа начнет выдавать эти цифры гораздо быстрее, чем могли бы это сделать вы сами — но то, что компьютер обгоняет программиста, не удивительно. Вы знаете заранее, в каком интервале будет лежать результат — а именно, цифры от 0 до 9; то есть у вас имеется блочная модель поведения программы; если бы вы знали все остальное, вам не нужно было бы писать программу.

Это старое высказывание неверно и в другом смысле. Дело в том, что, программируя на языках все высших уровней, вы все с меньшей и меньшей точностью можете сказать, что именно вы приказываете компьютеру! Многие прослойки переводов могут отделять «передний конец» сложной программы от действительных команд на машинном языке. На уровне, на котором вы думаете и программируете, ваши высказывания могут быть более похожи на утверждения и предложения, чем на команды. При этом внутренняя «возня», вызванная

вводом высказывания высшего уровня, обычно остается для вас невидима, так же, как, когда вы едите бутерброд, вы не думаете о пищеварительных процессах, которые при этом начинаются у вас внутри.

Так или иначе, мнение, что «компьютеры могут делать только то, что им приказано», впервые высказанное лэди Лавлэйс в ее знаменитых мемуарах, настолько распространено и так связано с мнением о том, что «компьютеры не могут думать», что мы вернемся к нему в следующих главах, когда сможем обсудить этот вопрос на более высоком уровне.

Два типа системы

Системы, построенные из многих частей, бывают двух типов. Первый их них характеризуется тем, что поведение одних частей аннулирует поведение других. В подобных системах не столь важно, что делается на низшем уровне, поскольку результатом любых происходящих там событий будет почти одинаковое поведение высшего уровня. Примером такой системы может служить баллон с газом, молекулы которого сталкиваются друг с другом в результате множества сложных микроскопических процессов; однако макроскопическое целое — это стабильная система в спокойном состоянии, в которой определены температура, давление и объем. В системах второго типа микроскопические изменения на низшем уровне могут возрасти до такой степени, что в результате заметно изменится макроскопический уровень. Примером такой системы является сборочный конвейер. Если один из сборщиков ошибется, с конвейера сойдет бракованная деталь.

Компьютер — это сложная комбинация систем обоих типов. Его провода представляют собой предсказуемую систему: они проводят электричество в соответствии с законом Ома. Этот весьма точный закон похож на законы, описывающие поведение газа в баллоне, поскольку он зависит от статистических эффектов: хаотическое поведение биллионов частиц дает в результате предсказуемое общее поведение системы. Компьютер также содержит макроскопические части, такие как печатающее устройство, чье поведение задается определенными элекрическими импульсами. То, что печатает это устройство, ни в коей мере не является результатом мириад взаимоуничтожающих микроскопических эффектов. В большинстве компьютерных программ значение каждого бита играет важную роль в том, что напечатает компьютер. От изменения любого бита информации значительно изменяется и конечный результат.

Системы, состоящие только из «надежных» подсистем, — то есть таких подсистем, чье поведение может быть с уверенностью предсказано на основании описания их частей, — играют важнейшую роль в нашей повседневной жизни, поскольку они являются оплотом стабильности. Мы можем быть уверены, что стены не упадут нам на голову, что тротуар окажется сегодня там же, где вчера, что солнце не исчезнет с небосвода, что часы показывают правильное время и так далее. Блочные модели подобных систем практически полностью детерминисткие. Разумеется, другой тип системы, играющей важную роль в нашей жизни, это система, чье поведение варьируется в зависимости от внутренних микроскопических параметров, — зачастую огромного множества таких параметров, — которые не поддаются прямому наблюдению. Наша блочная модель подобной системы будет выражаться в терминах некоего «пространства» ее действия и будет включать вероятностные оценки того, в каком месте этого пространства «приземлится» система в данный момент.

Баллон с газом, который, как я уже сказал, является надежной системой в результате множества взаимоуничтожающих микроскопических эффектов, подчиняется точным, детерминистким законам физики. Эти *блочные законы,* поскольку они рассматривают газ как единое целое, игнорируя его составляющие части. Более того, микроскопическое и макроскопическое описания газа используют совершенно разные термины. Первое требует определения положения и скорости каждой из молекул газа; второе требует определения только трех новых величин: температуры, давления и объема. Две первые величины вообще не имеют соответствия на микроскопическом уровне. Математическое соотношение этих трех величин, выраженное в следующем простом уравнении: $pV=cT$, где c — постоянная, — это закон, который одновременно зависит и не зависит от событий на низшем уровне. Если говорить менее парадоксально, этот закон может быть выведен из законов, управляющих молекулярным уровнем; в этом смысле он зависит от низшего уровня. С другой стороны, этот закон позволяет, при желании, полностью игнорировать низший уровень; в этом смысле он от него не зависит.

Важно иметь в виду, что закон высшего уровня не может быть выражен в терминах низших уровней. «Давление» и «температура» — новые термины, которые не могут быть поняты только на основании низшего уровня. Мы, люди, прямо воспринимаем температуру и давление, поскольку мы так устроены; не удивительно, что мы открыли этот закон. Но существа, которые воспринимали бы газы как абстрактные математические конструкции, должны были бы обладать умением выводить новые понятия, чтобы открыть подобный закон.

Эпифеномены

В завершение этой главы я хотел бы рассказать забавную историю о сложных системах. Однажды я беседовал с двумя программистами, работавшими с операционной системой компьютера, который я использовал. Они сказали, что она запросто справляется со своей задачей, когда к ней подключено менее тридцати пяти человек; но когда это число достигает тридцати пяти, время ответа внезапно замедляется настолько, что с таким же успехом можно отключиться от системы, пойти домой и вернуться попозже. Шутя, я сказал: «Эту проблему решить ничего не стоит — для этого нужно только отыскать то место в операционной системе, где записано число "35", и поменять его на "60"!» Все рассмеялись. Дело, разумеется, в том, что такого места просто не существует. Откуда же, в таком случае, появляется это критическое число — 35 пользователей? *Это видимое следствие общей организации системы — так называемый «эпифеномен».*

Так же вы можете спросить о бегуне: «Где в нем содержится число "10", позволяющее ему пробегать 100 метров за 10 секунд?» Ясно, что оно не содержится ни в каком специальном месте. Время, которое бегун показывает на стометровке, — результат его физического состоянии, быстроты его реакций, и миллиона других факторов, взаимодействующих между собой, когда он бежит. Это время вполне воспроизводимо, но оно не записано нигде в его теле. Оно распределено по всем клеткам его тела и проявляется только во время бега.

... и Муравьиная фуга

...тут, один за другим, вступают четыре голоса фуги)

Ахилл: Вы не поверите, но ответ на этот вопрос — прямо у вас перед носом: он спрятан в картинке. Это всего лишь одно слово, но преважное: "МУ"!

Краб: Вы не поверите, но ответ на этот вопрос — прямо у вас перед носом: он спрятан в картинке. Это всего лишь одно слово, но преважное: "ХОЛИЗМ"!

Ахилл: Погодите-ка... вам, наверное, почудилось. Ясно, как день, что на картине написано "МУ", а не "ХОЛИЗМ".

Краб: Прошу прощения, но у меня отличное зрение. Взгляните-ка еще раз, прежде чем говорить, что на картинке нет моего слова.

Муравьед: Вы не поверите, но ответ на этот вопрос — прямо у вас перед носом: он спрятан в картинке. Это всего лишь одно слово, но преважное: "РЕДУКЦИОНИЗМ"!

Краб: Погодите-ка... вам, наверное, почудилось. Ясно, как день, что на картине написано "ХОЛИЗМ", а не "РЕДУКЦИОНИЗМ".

Ахилл: Еще один фантазер! На картинке написано не "ХОЛИЗМ" и не "РЕДУКЦИОНИЗМ", а "МУ" — в этом я совершенно уверен!

Муравьед: Прошу прощения, но у меня великолепное зрение. Взгляните-ка еще раз, прежде чем говорить, что на картинке нет моего слова.

Ахилл: Вы что, не видите, что картинка состоит из двух частей, и каждая из них — одна буква?

Краб: Вы правы насчет двух частей, но в остальном вы ошибаетесь. Левая часть состоит из трех копий одного и того же слова — "ХОЛИЗМ", а правая часть — из многих маленьких копий того же слова. Не знаю, почему буквы в одной части больше, но то, что передо мной "ХОЛИЗМ", ясно как день!

Муравьед: Вы правы насчет двух частей, но в остальном вы ошибаетесь. Левая часть состоит из многих маленьких копий одного и того же слова: "РЕДУКЦИОНИЗМ", а правая — из того же слова, написанного большими буквами. Не знаю, почему буквы в одной части больше, но то, что передо мной "РЕДУКЦИОНИЗМ", ясно как день! Не понимаю, как здесь можно увидеть что-либо иное.

Ахилл: Я понял, в чем здесь дело. Каждый из вас видит буквы, которые либо составляют другие буквы, либо сами из них состоят. В левой части действительно есть три "ХОЛИЗМА", но каждый из них состоит из маленьких копий слова "РЕДУКЦИОНИЗМ". И наоборот, "РЕДУКЦИОНИЗМ" в правой части составлен из маленьких копий слова "ХОЛИЗМ". Все это замечательно, но пока вы ссорились из-за пустяков, вы оба пропустили самое главное, не увидев за деревьями леса. Что толку спорить о том, что правильно, — "ХОЛИЗМ" или "РЕДУКЦИОНИЗМ", — когда гораздо лучше взглянуть на дело извне, ответив "МУ".

Краб: Теперь я вижу картинку так, как вы ее описали, Ахилл, — но что вы подразумеваете под этим странным выражением "взглянуть на дело извне"?

РИС. 60. [*Рисунок автора. Русский графический вариант выполнен переводчиком.*]

Муравьед: Теперь я вижу картинку так, как вы ее описали, Ахилл, — но что вы подразумеваете под этим странным выражением "МУ"?

Ахилл: Буду счастлив вас просветить, если вы будете так любезны и скажете мне, что значат эти странные выражения, "ХОЛИЗМ" и "РЕДУКЦИОНИЗМ".

Краб: Нет ничего проще ХОЛИЗМА Это всего-навсего означает, что целое больше, чем сумма его частей. Ни один человек, если он в здравом уме, не может отрицать холизма.

Муравьед: Нет ничего проще РЕДУКЦИОНИЗМА. Это всего-навсего означает, что целое может быть полностью понято, если вы понимаете его части, и природу их "суммы". Ни один человек, если он в твердой памяти, не может отрицать редукционизма.

Краб: Я отрицаю редукционизм. К примеру, можете ли вы объяснить мне, как понять мозг с помощью редукционизма? Любое редукционистское описание мозга неизбежно столкнется с трудностями, пытаясь объяснить, откуда в мозгу берется сознание.

Муравьед: Я отрицаю холизм. К примеру, можете ли вы объяснить мне, как холистское описание муравьиной колонии может помочь понять ее лучше, чем описание отдельных муравьев, их взаимоотноотношений и ролей внутри колонии. Любое холистское описание муравьиной колонии неизбежно столкнется с трудностями, пытаясь объяснить, откуда в ней берется сознание.

Ахилл: О, нет! Я вовсе не хотел быть причиной еще одного спора. Я понимаю, в чем суть несогласия, но думаю, что мое объяснение "МУ" вам поможет. Видите ли, "МУ" — это старинный ответ дзен-буддизма, "развопросивающий" вопрос. Нашим вопросом было: "Должны ли мы понимать мир холистским или редукционистским способом?" Ответ "МУ" отрицает самую постановку этого вопроса — предположение, что необходимо выбрать лишь один из двух способов. Развопросивая этот вопрос, "МУ" открывает нам истину высшего порядка: существует более широкий контекст, куда вписываются и холистский и редукционистский подходы.

Муравьед: Чепуха! В вашем "МУ" не больше смысла, чем в коровьем мычаньи. Я не собираюсь глотать эту буддистскую бурду.

Краб: Чушь! В вашем "МУ" не больше смысла, чем в кошачьем мяукании. Я не намерен слушать эту буддистскую белиберду.

Ахилл: Ах, боже мой. Так мы ни до чего не дойдем. Почему вы все молчите, г-жа Черепаха? Это меня нервирует. Вы-то наверняка знаете, как распутать этот клубок!

Черепаха: Вы не поверите, но ответ на этот вопрос — прямо у вас перед носом: он спрятан в картинке. Это всего лишь одно слово, но преважное: "МУ"!

(В этот момент вступает четвертый голос фуги, точно на октаву ниже первого голоса.)

Ахилл: Эх, г-жа Ч, на этот раз вы меня разочаровали. Я был уверен, что вы, с вашей проницательностью, сможете разрешить эту дилемму — но, к сожалению, вы увидели ничуть не больше меня. Что же делать, — наверное, я должен быть счастлив, что хотя бы один раз мне удалось увидеть столько же, сколько и г-же Черепахе.

Черепаха: Прошу прощения, но у меня превосходное зрение. Взгляните-ка еще раз, прежде чем говорить, что на картинке нет моего слова.

Ахилл: Разумеется — вы просто повторили мою первоначальную идею.

Черепаха: Может быть, "МУ" существует на картине на более глубоком уровне, чем вам кажется, Ахилл — образно говоря, на октаву ниже. Но я сомневаюсь, что мы сумеем разрешить наш спор таким абстрактным способом. Я хотела бы увидеть обе точки зрения, и холистскую, и редукционистскую, выраженные более конкретно. Тогда у нас будет больше оснований для решения вопроса — хотя бы на примере редукционистского описания муравьиной колонии.

Краб: Может быть, д-р Муравьед поделится своим опытом на этот счет? Благодаря своей профессии, он должен быть экспертом по этой теме.

Черепаха: Я уверена, что нам есть чему у вас поучиться, д-р Муравьед. Можете ли вы нас просветить, рассказав нам, что собой представляет муравьиная колония с редукционистской точки зрения?

Муравьед: С удовольствием. Как уже говорил Краб, моя профессия позволила мне весьма глубоко понять муравьиные колонии.

Ахилл: Представляю себе! Любой муравьед должен быть экспертом по муравьиным колониям.

Муравьед: Прошу прощения: муравьед — это не моя профессия, это мой класс. По профессии я колониальный хирург. Я специализируюсь в излечении нервных расстройств колоний путем хирургического вмешательства.

Ахилл: Вот оно что... Но что вы имеете в виду под "нервными расстройствами" в муравьиной колонии?

Муравьед: Большинство моих пациентов страдает каким-либо расстройством речи. Представьте себе колонии, которым приходится каждый день мучиться в поисках нужного слова. Это может быть довольно трагично. Я пытаюсь исправить ситуацию путем... э-э-э... удаления пораженной части колонии. Эти операции иногда бывают очень сложными и приходится учиться годами прежде чем приняться за их выполнение.

Ахилл: Но ... мне кажется, что чтобы страдать расстройством речи, сначала необходимо иметь дар речи?

Муравьед: Совершенно верно.

Ахилл: Поскольку у муравьиных колоний нет дара речи, должен признаться, что я слегка сбит с толка.

Краб: Жаль, Ахилл, что вас здесь не было на прошлой неделе, когда у меня в гостях вместе с д-ром Муравьедом была г-жа Мура Вейник. Надо было пригласить и вас.

Ахилл: Кто такая эта Мура Вейник?

Краб: Писательница и моя старая знакомая.

Муравьед: Она всегда настаивает, чтобы все звали ее полным именем (и это вовсе не псевдоним!); это одна из ее забавных причуд.

Краб: Верно, Мура Вейник — особа эксцентрическая, но при этом она так мила... Какая жалость, что вы с ней не встретились.

Муравьед: Она, безусловно, одна из самых образованных муравьиных колоний, с которыми я когда-либо имел счастье общаться. Мы с ней скоротали множество вечеров, беседуя на самые разнообразные темы.

Ахилл: Я-то думал, муравьеды — пожиратели муравьев, а не покровители колоний!

Муравьед: На самом деле, одно не исключает другого. Я в самых лучших отношениях с муравьиными колониями. Я ем всего лишь МУРАВЬЕВ, и это приносит пользу как мне, так и колонии.

Ахилл: Как это возможно, чтобы —

Черепаха: Как это возможно, чтобы —

Ахилл: — пожирание ее муравьев шло колонии на пользу?

Краб: Как это возможно, чтобы —

Черепаха: — лесной пожар пошел лесу на пользу?

Ахилл: Как это возможно, чтобы —

Краб: — прореживание ветвей шло дереву на пользу?

Муравьед: — стрижка волос пошла Ахиллу на пользу?

Черепаха: Наверное, вы были так поглощены спором, что пропустили мимо ушей прелестную стретту, только что прозвучавшую в Баховской фуге.

Ахилл: Что такое стретта?

Черепаха: Ох, извините пожалуйста: я думала, вы знакомы с этим термином. Стретта — это когда голоса вступают почти сразу один за другим, исполняя одну и ту же тему.

Ахилл: Если я буду слушать фуги часто, вскоре я буду знать все эти штуки и смогу услышать их сам, без подсказки.

Черепаха: Простите, что перебила, друзья мои. Д-р Муравьед как раз пытался объяснить, как, поедая муравьев, можно при этом оставаться другом муравьиной колонии.

Ахилл: Что ж, я могу, пожалуй, кое-как понять, как подъедание некоторого ограниченного количества муравьев может быть полезным для здоровья всей колонии — но что действительно приводит меня в замешательство, это рассказы о разговорах с муравьиными колониями. Это невозможно! Муравьиная колония — это не более, чем куча муравьев, снующих туда и сюда в поисках еды и строящих себе гнезда.

Муравьед: Можете считать так, если вы настаиваете на том, чтобы смотреть на деревья, но не видеть за ними леса. На самом деле, муравьиная колония, видимая как одно целое, — это весьма определенная единица, со собственными качествами, иногда включающими владение речью.

Ахилл: Трудно представить, что если я закричу где-нибудь в лесу, то в ответ до меня донесется голос муравьиной колонии.

Муравьед: Не говорите глупостей, мой друг, это происходит совсем не так. Муравьиные колонии не говорят вслух, они общаются письменно. Вы, наверное, видели, как муравьи прокладывают тропы туда и сюда?

Ахилл: Да, конечно; обычно они ведут из кухонной раковины прямиком в мой любимый торт "Птичье молоко".

Муравьед: Оказывается, что некоторые такие тропы содержат закодированную информацию. Если вы знаете эту систему, вы можете читать то, что они говорят, словно книгу.

Ахилл: Потрясающе. И вы можете, в свою очередь, что-нибудь им сообщить?

Муравьед: Без проблем. Именно так Мура Вейник и я беседуем друг с другом часами. Я беру прутик, черчу на влажной земле тропинки и смотрю, как муравьи по ним направляются. Вдруг где-то начинает формироваться новая тропинка... я получаю большое удовольствие, наблюдая за их появлением. Я пытаюсь предсказать, в каком направлении пойдет та или иная тропа (мои предсказания по большей части бывают ошибочны). Когда тропа заканчивается, я знаю, о чем думает Мура Вейник, и тогда я, в свою очередь, могу ей ответить.

Ахилл: Ручаюсь, что в этой колонии есть необыкновенно умные муравьи.

Муравьед: По-моему, вы еще не научились видеть различие между уровнями.

Подобно тому, как вы не спутаете отдельное дерево с лесом, вы не должны принимать отдельного муравья за всю колонию. Видите ли, Мура Вейник состоит из массы муравьев, каждый из которых глуп как пробка. Они не смогли бы разговаривать даже ради спасения своих жалких хитиновых покровов!

Ахилл: В таком случае, откуда берется это умение беседовать? Оно должно находиться где-то внутри колонии! Не понимаю, как это получается: все муравьи глупы как пробка, а Мура Вейник часами занимает вас своей остроумной беседой.

Черепаха: Мне кажется, что эта ситуация напоминает человеческий мозг, состоящий из нейронов. Чтобы объяснить человеческую способность к разумной беседе, никто не стал бы утверждать, что отдельные нервные клетки — разумные существа.

Ахилл: Разумеется, нет. Тут вы совершенно правы. Но мне кажется, что муравьи — это совершенно из другой оперы. Они снуют туда и сюда по собственному желанию, совершенно беспорядочно, иногда натыкаясь на съедобный кусочек... Они вольны делать все, что им угодно. Из-за этой свободы я совершенно не понимаю, как может их поведение в целом порождать нечто осмысленное, сравнимое с поведением мозга, необходимым для беседы.

Краб: Я думаю, что муравьи свободны только до определенных пределов. Например, они свободны бродить где угодно, трогать друг друга, строить тропинки, поднимать небольшие предметы и так далее. Но они никогда не выходят из этого ограниченного мирка, так сказать, мура-системы, в которой они находятся. Это им никогда не пришло бы в голову, так как у них для этого не хватает ума. Таким образом, муравьи — весьма надежные компоненты, в том смысле, что они всегда делают определенные вещи определенным образом.

Ахилл: И все же, внутри этих пределов они остаются свободными и бегают без толку, не выказывая никакого уважения к мыслительным процессам существа высшего порядка, составными частями которого они, по утверждению д-ра Муравьеда, являются.

Муравьед: Да, но вы, Ахилл, упускаете из вида одну вещь: регулярность статистики.

Ахилл: Как это?

Муравьед: Хотя отдельные муравьи снуют туда-сюда беспорядочно, тем не менее из этого хаоса можно выделить общие тропы, по которым идет большое количество муравьев.

Ахилл: Понятно. Действительно, муравьиные тропы — отличный пример этого явления. Хотя движения каждого отдельного муравья непредсказуемы, сама тропа выглядит весьма постоянной и определенной. Безусловно, это означает, что на самом деле муравьи движутся не так уж хаотично.

Муравьед: Точно, Ахилл. Муравьи сообщаются между собой достаточно, чтобы внести в их движение некоторую упорядоченность. При помощи этой минимальной связи они напоминают друг другу, что они — части одного целого и должны сотрудничать с товарищами по команде. Чтобы выполнить любую задачу, такую, например, как прокладывание тропинок, требуется множество муравьев, передающих то же сообщение друг другу в течение определенного времени. Хотя мое понимание того, что происходит в мозгу, весьма приблизительно, я предполагаю, что нечто подобное может

происходить при сообщении нейронов. Не правда ли, м-р Краб, что необходимо несколько нервных клеток, передающих сигнал другому нейрону, чтобы тот, в свою очередь, передал тот же сигнал?

Краб: Совершенно верно. Возьмем, к примеру, нейроны в мозгу у Ахилла. Каждый из них принимает сигналы от нейронов, присоединенных к их "входу", и если сумма этих сигналов в какой-то момент превышает критический порог, то нейрон посылает свой собственный сигнал, идущий к другим нейронам, которые в свою очередь, могут "возбудиться"... и так далее, и тому подобное. Нейронный луч устремляется, неутомимый, по Ахиллесовой тропе, по маршруту более причудливому, чем погоня голодной ласточки за комаром. Каждый поворот и изгиб определяется нейронной структурой Ахиллова мозга, пока не вмешиваются новые послания от органов чувств.

Ахилл: Я-то думал, что сам осуществляю контроль над своими мыслями — но ваше объяснение ставит все с ног на голову, так что теперь мне кажется, что "Я" — это лишь результат комбинации всей этой нейронной структуры с законами природы. Получается, что то, что я считал "СОБОЙ" — это, в лучшем случае, побочный продукт организма, управляемого законами природы, а в худшем случае, искусственное понятие, порожденное неверной перспективой. Иными словами, после вашего объяснения я уже не уверен, кто я такой (или что я такое).

Черепаха: Чем больше мы беседуем, тем лучше вы это будете понимать. Д-р Муравьед, а что вы думаете об этом сходстве?

Муравьед: Я подозревал, что в этих разных системах происходят похожие процессы; теперь я гораздо лучше понимаю, в чем дело. По-видимому, осмысленные групповые явления, такие, например, как прокладывание тропинок, начинают происходить только тогда, когда достигается определенное критическое количество муравьев. Когда несколько муравьев собираются вместе и начинают, может быть, чисто случайно, прокладку тропы, может произойти одно из двух: либо после короткого хаотического старта их деятельность быстро сойдет на нет —

Ахилл: Когда муравьев собирается недостаточно, чтобы продолжать тропу?

Муравьед: Именно так. Однако может случиться и так, что количество муравьев достигнет критической массы и начнет расти, как снежный ком. В этом случае, возникает целая "команда", работающая над одним проектом. Это может быть прокладка тропы, или поиски пищи, или ремонт муравейника. Несмотря но то, что в малом масштабе эта схема чрезвычайно проста, в большом масштабе она может привести к весьма сложным последствиям.

Ахилл: Я могу понять общую идею порядка, по вашим словам, возникающего из хаоса, но это еще очень далеко от умения беседовать. В конце концов, порядок возникает из хаоса и тогда, когда молекулы газа беспорядочно сталкиваются друг с другом — и результатом этого бывает лишь аморфная масса, характеризуемая всего тремя параметрами: объем, давление и температура. Это очень далеко от умения понимать мир и о нем разговаривать!

Муравьед: Это подчеркивает весьма важную разницу между объяснением поведения муравьиной колонии и поведения газа в контейнере. Поведение газа можно объяснить, рассчитав статистистические особенности движения его молекул. При этом не требуется обсуждать никаких высших, чем молекулы, элементов его структуры, кроме самого газа целиком. С другой

стороны, в случае муравьиной колонии невозможно понять происходящие там действия без анализа нескольких уровней ее структуры.

Ахилл: А, теперь понимаю. В случае газа, всего один шаг переносит нас с низшего уровня — молекулы — на высший уровень — сам газ. Там нет промежуточных уровней. Но как возникают промежуточные уровни организованного действия в муравьиной колонии?

Муравьед: Это связано с тем, что в колонии есть несколько разных типов муравьев.

Ахилл: Кажется, я что-то об этом слышал. Это называется "касты", да?

Муравьед: Верно. Кроме царицы-матки, там есть самцы-трутни, совершенно не занимающиеся работой по поддержанию муравейника, и еще -

Ахилл: И, разумеется, там есть воины — Славные Борцы Против Коммунизма!

Краб: Гм-м-м... В этом-то я сомневаюсь, Ахилл. Муравьиная колония весьма коммунистична по своей структуре, так что ее солдатам незачем бороться против коммунизма. Правильно, д-р Муравьед?

Муравьед: Да, насчет колоний вы правы, м-р Краб: они действительно основаны на принципах, смахивающих на коммунистические. Но Ахилл в своих представлениях о солдатах весьма наивен. На самом деле, так называемые "солдаты" едва умеют сражаться. Это медлительные неуклюжие муравьи с гигантскими головами; они могут цапнуть своими мощными челюстями, но прославлять их не стоит. Как в настоящих коммунистических государствах, прославлять надо, скорее, хороших работников. Именно они выполняют большинство работ: собирают пищу, охотятся и ухаживают за детишками. Даже сражаются в основном они.

Ахилл: Гм-м. Это просто абсурд; солдаты, которые не сражаются!

Муравьед: Как я только что говорил, на самом деле они не солдаты. Роль солдат выполняют работники, в то время как солдаты — просто разжиревшие лентяи.

Ахилл: О, какой позор! Если бы я был муравьем, я бы навел у них дисциплину! Я вдолбил бы ее в головы этим бесстыдникам!

Черепаха: Если бы вы были муравьем? Как вы могли бы стать муравьем? Нет никакой возможности спроецировать ваш мозг на мозг муравья, так что и нечего беспокоиться о таком пустом вопросе. Больше смысла имело бы попытаться отобразить ваш мозг на всю муравьиную колонию... Но не будем отвлекаться; позволим д-ру Муравьеду продолжить его ученое объяснение каст и их роли в высших уровнях организации.

Муравьед: С удовольствием. Есть множество работ, необходимых для жизни колонии, и муравьи развивают "специализацию". Обычно специальность муравья меняется с возрастом, но она также зависит и от его касты. В каждый данный момент в любой маленькой области колонии можно найти муравьев всех типов. Разумеется, в некоторых местах какая-либо каста может быть представлена всего несколькими муравьями, тогда как в другом месте муравьев той же касты может быть очень много.

Краб: Скажите, а "плотность" касты или специальности случайна? Почему муравьев определенного типа собирается больше в одном месте и меньше в другом?

Муравьед: Я рад, что вы об этом спросили, поскольку это очень важно для понимания того, как думает колония. Со временем в колонии развивается очень точное распределение каст. Именно это распределение отвечает за сложность колонии, необходимую, чтобы вести беседы.

Ахилл: Мне кажется, что постоянное движение муравьев туда-сюда делает абсолютно невозможным какое бы то ни было точное распределение. Любое такое распределение было бы тут же нарушено беспорядочным движением муравьев, так же как любые сложные структуры молекул газа не живут больше мгновения из-за беспорядочной бомбардировки со всех сторон.

Муравьед: В муравьиной колонии ситуация совершенно обратная. На самом деле, именно постоянное снованье муравьев туда-сюда сохраняет и регулирует распределение каст в различных ситуациях. Оно не может оставаться одним и тем же. Оно должно непрерывно меняться, в некотором смысле отражая реальную ситуацию, с которой имеет дело колония в данный момент. Именно передвижение муравьев внутри колонии помогает приспособить распределение каст к нужной ситуации.

Черепаха: Приведите, пожалуйста, пример.

Муравьед: С удовольствием. Когда я, муравьед, прихожу в гости к г-же М. Вейник, глупенькие муравьи, учуяв мой запах, начинают паниковать — а это значит, что они принимаются бегать кругами, как сумасшедшие, совершенно иначе, чем они двигались до моего прихода.

Ахилл: Ну, это-то понятно, поскольку вы — смертельный враг колонии.

Муравьед: Ну нет. Повторяю, нет ничего дальше от истины. Мура Вейник и я — лучшие друзья. Я ее любимый собеседник, она — моя любимая Мурочка. Конечно, вы правы — муравьи по отдельности меня до смерти боятся. Но это совершенно другое дело! Так или иначе, как видите, в ответ на мой приход внутреннее распределение муравьев в колонии полностью изменяется.

Ахилл: Ясно.

Муравьед: Новая дистрибуция отражает новую ситуацию — мое присутствие. Видите ли, все зависит от того, как вы решите описывать распределение каст. Если вы продолжаете думать в терминах низших уровней — отдельных муравьев — то не видите леса за деревьями. Это слишком микроскопический уровень, а мысля микроскопическими категориями, вы обязательно упустите из виду некоторые крупномасштабные явления. Вы должны найти подходящую систему крупномасштабного описания кастовой дистрибуции; только тогда вы поймете, каким образом в распределении каст закодировано так много информации.

Ахилл: Как же найти единицы нужного размера для описания состояния колонии?

Муравьед: Что ж, начнем с самого начала. Когда муравьям нужно что-то сделать, они составляют маленькие "команды", которые работают вместе. Маленькие группы муравьев постоянно разваливаются и снова образуются. Те, что держатся вместе дольше — настоящие команды; они не разбегаются, так как у муравьев есть общее дело.

Ахилл: Вы говорили, что группа остается вместе, если количество муравьев достигает некоторого критического порога. Теперь вы утверждаете, что группа держится вместе, если у них есть какое-то дело.

Муравьед: Эти утверждения эквивалентны. Возьмем, например, собирание еды: если какой-то муравей находит небольшое количество пищи и в своем энтузиазме сообщает об этом товарищам, число муравьев, которые ответят на зов, будет пропорционально количеству найденной еды. Если еды мало, она не привлечет критического количества муравьев. Именно это я и имел

в виду, говоря об общем деле: со слишком маленьким кусочком пищи нечего делать, его надо просто игнорировать.

Ахилл: Понятно. Значит, эти команды — промежуточный уровень структуры между отдельными муравьями и колонией в целом.

Муравьед: Совершенно верно. Существует специальный тип команды, который я называю "сигналом". Все высшие уровни структуры основаны на сигналах. На самом деле, все высшие существа являются набором сигналов, действующих согласованно. На высшем уровне существуют команды, составленные не из муравьев, а из команд низших уровней. Рано или поздно вы достигаете команд низшего уровня, то есть сигналов, а затем — отдельных муравьев.

Ахилл: Чему же команды-сигналы обязаны своим именем?

Муравьед: Своей функции. Задача сигналов — переправлять муравьев разных "профессий" в нужные места колонии. Типичная история сигнала такова: он формируется, когда перейден критический порог, необходимый для выживания команды, затем мигрирует на какое-то расстояние внутри колонии, и в определенный момент распадается на индивидуальных членов, предоставляя их своей судьбе.

Ахилл: Это похоже на волну, несущую издалека ракушки и водоросли и оставляющую их на берегу.

Муравьед: Действительно, это в чем-то аналогично, поскольку команда на самом деле должна оставить что-то, принесенное издалека, но волна отходит обратно в море, в то время как в случае сигнала аналогичной переносящей субстанции не существует, поскольку его составляют сами же муравьи.

Черепаха: И, вероятно, сигнал начинает распадаться именно в том месте колонии, где нужны муравьи данного типа.

Муравьед: Естественно.

Ахилл: Естественно? МНЕ вовсе не так ясно, почему сигнал должен направляться именно туда, где он требуется. И даже если он идет в нужном направлении, откуда он знает, когда надо расходиться? Откуда он знает, что он прибыл на место своего назначения?

Муравьед: Это очень важный вопрос. Он касается целенаправленного поведения — или того, что кажется целенаправленным поведением — сигналов. Из моего описания следует, что поведение сигналов можно охарактеризовать как направленное на выполнение некой задачи, и назвать его "целенаправленным". Но можно посмотреть на это и иначе.

Ахилл: Подождите-ка. Либо поведение целенаправлено, либо НЕТ. Не понимаю, как можно иметь сразу обе возможности.

Муравьед: Позвольте мне объяснить мою позицию и, может быть, тогда вы со мной согласитесь. Видите ли, когда сигнал сформирован, он понятия не имеет о том, что должен идти в каком-то определенном направлении. Но здесь решающую роль играет точное распределение каст. Именно оно определяет движение сигналов по колонии и то, как долго сигнал будет существовать и когда ему придет время "раствориться".

Ахилл: Так что все зависит от дистрибуции каст?

Муравьед: Верно. Предположим, сигнал движется вперед. В это время составляющие его муравьи сообщаются, либо путем прямого контакта, либо путем обмена запахов, с муравьями тех областей, где они проходят. Контакты и запахи передают информацию о местных необходимостях, как, скажем, построение гнезда или уход за детьми. Сигнал будет держаться вместе и

продвигаться вперед до тех пор, пока местные нужды будут отличны от того, что он способен дать; но если его помощь ВОЗМОЖНА, он распадается на отдельных муравьев, которые могут быть использованы как дополнительная рабочая сила. Понимаете, каким образом распределение каст "ведет" сигналы внутри колонии?

Ахилл: Да, теперь вижу.

Муравьед: Вы понимаете, что, рассматривая вещи с подобной точки зрения, нельзя приписать сигналу какую-либо цель?

Ахилл: Думаю, вы правы. На самом деле, я начинаю видеть ситуацию с двух сторон. С точки зрения муравьев, у сигнала нет никакой цели. Типичный муравей в сигнале просто бродит по колонии, не ища ничего особенного, пока не почувствует, что надо бы остановиться. Обычно его товарищи по команде согласны, и тогда команда "разгружается", и муравьи начинают действовать сами по себе. Для этого не нужно ни планов, ни заглядывания вперед, ни поиска нужного направления. Но с точки зрения КОЛОНИИ команда только что ответила на сообщение, написанное на языке кастовой дистрибуции. С этой точки зрения деятельность команды кажется целенаправленной.

Краб: Что произошло бы, если бы распределение каст было совершенно случайным? Команды все равно бы формировались и расформировывались?

Муравьед: Безусловно. Но благодаря бессмысленному распределению каст, колония не просуществовала бы долго.

Краб: Именно к этому я и веду. Колонии выживают потому, что их кастовая дистрибуция имеет смысл, и этот смысл — холистский аспект, невидимый на низших уровнях. Существование колонии невозможно объяснить, не принимая в расчет высшего уровня.

Муравьед: Я понимаю вас, но мне кажется, вы смотрите на вещи слишком узко.

Краб: Почему же?

Муравьед: Муравьиные колонии эволюционировали в течение биллионов лет. Несколько механизмов прошли отбор, но большинство было забраковано. Конечным результатом явился набор механизмов, позволяющих колониям функционировать так, как мы только что описали. Если бы мы могли увидеть весь этот процесс в виде фильма, ускоренного в биллионы раз, возникновение новых механизмов выглядело бы как естественная реакция на внешние стимулы, подобно тому, как пузыри в кипящей воде — реакция на внешний источник тепла. Я сомневаюсь, что вы могли бы увидеть некий "смысл" и "цель" в пузырях в кипящей воде — или я ошибаюсь?

Краб: Нет, но —

Муравьед: Хорошо; а вот МОЯ точка зрения. Как бы ни был велик такой пузырь, он обязан своим существованием процессам на молекулярном уровне, и вы можете забыть о "законах высшего уровня". То же самое верно и в случае колоний и команд. Глядя на картину с точки зрения эволюции, вы можете лишить всю колонию смысла и цели существования. Эти понятия становятся лишними.

Ахилл: В таком случае, д-р Муравьед, почему же вы говорите мне, что беседуете с мадам Вейник? Теперь мне кажется, что вы отказываете ей в каком-либо умении мыслить или говорить.

Муравьед: Здесь нет никакого противоречия, Ахилл. Видите ли, мне так же трудно, как и другим, видеть вещи в таком грандиозном временном масштабе. Для меня гораздо легче поменять угол зрения. Когда я забываю об

эволюции и вижу вещи такими, какими они являются здесь и сейчас, термины телеологии вновь обретают смысл: ЗНАЧЕНИЕ кастовой дистрибуции и ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОСТЬ сигналов. Это происходит не только тогда, когда я думаю о муравьиных колониях, но и когда я думаю о моем собственном мозге. Однако, сделав небольшое усилие, я всегда могу вспомнить и о другой точке зрения и увидеть эти системы как лишенные смысла.

Краб: Эволюция, безусловно, творит чудеса. Никогда не знаешь, какой новый фокус она выкинет. Например, я не удивился бы, если бы существовала теоретическая возможность того, что два или более "сигналов" могли бы пройти сквозь друг друга, понятия не имея, что другой при этом тоже является сигналом; каждый из них считает, что другой — лишь часть местного населения.

Муравьед: Это возможно не только теоретически; именно так обыкновенно и происходит!

Ахилл: Гм-м... Какая странная картина мне пришла в голову. Я вообразил муравьев, двигающихся в четырех разных направлениях; некоторые муравьи белые, некоторые — черные; они перекрещиваются, образуя упорядоченный узор, почти как ... почти как...

Черепаха: Фуга, может быть?

Ахилл: Ага! Именно: муравьиная фуга!

Краб: Интересный образ, Ахилл. Кстати, все эти разговоры о кипятке навели меня на мысль о чае. Кто хочет еще чашечку?

Ахилл: Не откажусь, м-р Краб.

Краб: Отлично.

Ахилл: Как вы думаете, можно ли выделить разные зрительные "голоса" в такой "муравьиной фуге"? Я знаю, как мне бывает трудно —

Черепаха: Мне не надо, благодарю вас.

Ахилл: — проследить отдельный голос —

Муравьед: Мне тоже немного, м-р Краб —

Ахилл: — в музыкальной фуге —

Муравьед: — если нетрудно.

Ахилл: — когда все они —

Краб: Нисколько. Четыре чашки чая —

Черепаха: Три!

Ахилл: — звучат одновременно.

Краб: — почти готовы!

Муравьед: Это интересная мысль, Ахилл. Но мне кажется маловероятным, чтобы кто-нибудь мог создать таким образом убедительную картину.

Ахилл: Очень жаль...

Черепаха: Может быть, вы могли бы мне ответить, д-р Муравьед. Сигнал, от своего рождения и до роспуска, всегда состоит из одних и тех же муравьев?

Муравьед: На самом деле, отдельные муравьи в сигнале иногда "откалываются" и заменяются на муравьев той же касты, если какие-либо из них оказываются поблизости в данный момент. Чаще всего, сигналы прибывают к месту своего "назначения", не сохранив ни одного из первоначальных муравьев.

Краб: Я вижу, что сигналы постоянно воздействуют на распределение каст на всем протяжении колонии, и это происходит в ответ на внутренние нужды колонии — которые, в свою очередь отражают внешние ситуации в жизни

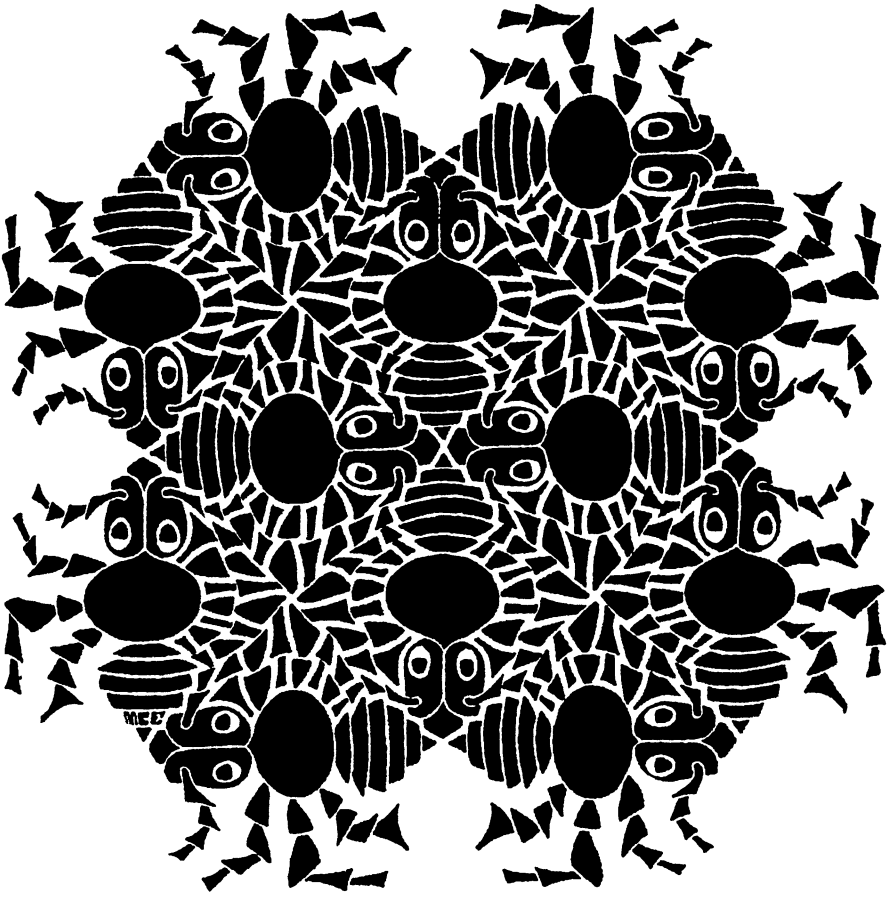


РИС. 61. М.К. Эшер. "Муравьиная фуга" (1953).

колонии. Таким образом, как вы сказали, д-р Муравьед, кастовая дистрибуция постоянно изменяется в соответствии с нуждами момента, отражая внешний мир.

Ахилл: Но как же насчет промежуточных уровней структуры? Вы говорили, что распределение каст лучше всего описывать не в терминах отдельных муравьев или сигналов, но в терминах команд, состоящих из меньших команд, которые, в свою очередь, состоят из других команд — и так далее, пока мы не спустимся до уровня муравьев. И вы утверждали, что это — ключ к пониманию того, как распределение каст может заключать закодированную информацию о мире.

Муравьед: Да, я к этому и веду. Я предпочитаю называть команды достаточно высокого уровня "символами". Но, видите ли, значение, которое я вкладываю в это слово, несколько отличается от обычного. Мои "символы" — АКТИВНЫЕ ПОДСИСТЕМЫ сложной системы, и они состоят из активных подсистем низших уровней. Таким образом они совершенно отличны от пассивных символов, находящихся вне системы, таких, как буквы алфавита или музыкальные ноты, которые совершенно инертны и ждут, чтобы активная система их обработала.

Ахилл: Как все это сложно... Я и не знал, что у муравьиных колоний такая абстрактная структура.

Муравьед: О да, она весьма замечательна. Но все эти слои структуры необходимы для хранения того типа знаний, которые позволяют организму быть "разумным" в любом приемлемом значении этого слова. У любой системы, владеющей языком, уровни структуры примерно одинаковые.

Ахилл: Ну-ка постойте минутку... Черт побери! Вы что же, хотите сказать, что мой мозг по сути состоит из кучи муравьев, бегающих взад и вперед?

Муравьед: Ни в коем случае. Вы поняли меня слишком буквально. Самые низшие уровни этих систем могут быть совершенно различны. Скажем, мозг муравьедов вовсе не сделан из муравьев. Но когда вы поднимаетесь на несколько ступеней, элементы нового уровня имеют точное соответствие в других системах той же интеллектуальной мощи, таких, например, как муравьиная колония.

Черепаха: Именно поэтому имеет смысл, Ахилл, пытаться отобразить ваш мозг на муравьиную колонию, но не на мозг отдельных муравьев.

Ахилл: Благодарю за комплимент. Но как же возможно осуществить подобное отображение? Например, что в моем мозгу соответствует командам низших уровней, которые вы называете сигналами?

Муравьед: Я всего лишь любитель в области мозга и не могу описать для вас всех замечательных подробностей. Но — поправьте меня, если я ошибаюсь, м-р Краб — мне кажется, что мозговое соответствие сигналам муравьиных колоний — это действие нейрона; или, может быть, в более крупном масштабе, это схема действия нескольких нейронов.

Краб: С этим я бы согласился. Конечно, найти точные отображения было бы желательно. Но не думаете ли вы, что для нашей дискуссии это не столь важно? Мне кажется, что главная идея здесь та, что такое соответствие в принципе существует, даже если мы пока еще точно не знаем, как его описать. Из всего, что вы сказали, д-р Муравьед, я не понимаю только одного: как мы можем быть уверены в том, что соответствие начинается именно на каком-то данном уровне? Вы, кажется, считаете, что сигналы имеют прямое соответствие в мозгу; однако мне думается, что соответствие должно существовать только на уровне ваших АКТИВНЫХ СИМВОЛОВ и выше.

Муравьед: Ваша интерпретация вполне может оказаться аккуратнее моей, м-р Краб. Благодарю за то, что вы подметили эту тонкость.

Ахилл: Что может сделать символ, чего не дано сделать сигналу?

Муравьед: Это что-то вроде разницы между словом и буквой. Слова — единицы смысла — состоят из букв, которые сами по себе лишены смысла. Это является хорошим примером, помогающим понять разницу между символом и сигналом. Надо только помнить, что буквы и слова ПАССИВНЫ, в то время как символы и сигналы АКТИВНЫ.

Ахилл: Боюсь, я не понимаю, почему так важна разница между активными и пассивными символами.

Муравьед: Дело в том, что значение, которое мы приписываем любому пассивному символу, например, слову на странице, в действительности восходит к значению, создаваемому соответствующими активными символами у нас в мозгу. Таким образом, значение пассивных символов можно понять полностью, только соотнеся его со значением активных символов.

Ахилл: Хорошо. Но что же придает значение СИМВОЛУ, если СИГНАЛ, сам по себе полноправная единица, лишен значения?

Муравьед: Дело в том, что одни символы могут вызвать к жизни другие символы. Когда какой-либо символ активизируется, он при этом не изолирован, а двигается в среде, характеризующейся определенной кастовой дистрибуцией.

Краб: Разумеется, в мозгу нет никакой кастовой дистрибуции — ей соответствует "состояние мозга" — то есть состояние всех нейронов, все взаимосвязи между ними и порог, достигнув которого, нейрон активизируется.

Муравьед: Ну что ж, мы может объединить "кастовую дистрибуцию" и "состояние мозга" под одним и тем же названием и именовать их просто "состоянием". Состояние можно описать на низшем или на высшем уровне. Описанием состояния на низшем уровне в случае муравьиной колонии будет кропотливое определение положения каждого муравья, его возраста и касты, и тому подобная информация. Но такое подробное описание не проливало бы ни малейшего света на то, ПОЧЕМУ колония находится в данном состоянии. С другой стороны, описание на высшем уровне определяет, какие именно символы могут быть "пущены в ход", какие комбинации других символов действуют при этом как пусковой механизм, при каких условиях это происходит, и так далее.

Ахилл: А как насчет описания на уровне сигналов или команд?

Муравьед: Описание на этом уровне располагалось бы где-то между низшим уровнем и уровнем символов. Оно содержало бы довольно много информации о том, что происходит в разных местах колонии, хотя и меньше, чем содержало бы описание всех муравьев в отдельности, поскольку команды состоят из нескольких муравьев. Описание на уровне команд — нечто вроде конспекта описания на уровне муравьев. Однако туда приходится добавить некоторые вещи, которых не было в описании отдельных муравьев — такие, как отношение между командами и наличие различных каст в разных районах. Это усложнение — та цена, которую мы платим за право давать суммированные описания.

Ахилл: Интересно сравнить достоинства описаний на разных уровнях. Описание на высшем уровне, по-видимому, обладает наибольшей способностью к объяснению явлений в колонии, поскольку оно дает наиболее интуитивную картину того, что в ней происходит, хотя, как ни странно, оставляет в стороне самое, казалось бы, важное — самих муравьев.

Муравьед: На самом деле, как ни странно, муравьи — не самое важное в колонии. Разумеется, если бы их не было, колония не существовала бы; но нечто эквивалентное ей, мозг, может существовать без единого муравья. Так что, по-крайней мере с точки зрения высших уровней, можно вполне обойтись без муравьев.

Ахилл: Я уверен, что ни один муравей не поддержал бы эту теорию.

Муравьед: Мне еще не приходилось встречать муравья, который смотрел бы на свой муравейник с точки зрения высших уровней.

Краб: Картинка, которую вы нарисовали, д-р Муравьед, противоречит здравому смыслу. Кажется, что, если вы правы, то чтобы понять структуру муравьиной колонии, приходится описывать ее, не упоминая об основных ее составляющих.

Муравьед: Может быть, вам станет яснее моя точка зрения на примере аналогии. Представьте себе, что перед вами — роман Диккенса.

Ахилл: Как насчет "Пиквикского клуба"?

Муравьед: Превосходно! Теперь вообразите следующую игру: вы должны отыс-

кать соответствие между буквами и идеями так, чтобы каждой букве соответствовала какая-либо идея; таким образом, весь "Пиквикский клуб" имел бы смысл, если читать его буква за буквой.

Ахилл: Гм-м... Вы имеете в виду, что каждый раз, когда я вижу слово "что", я должен думать о трех различных понятиях, одно за другим, и что при этом у меня нет никакого выбора?

Муравьед: Именно так. У вас будет "понятие "ч"", "понятие "т"" и "понятие "о"", и эти понятия остаются теми же на протяжении всей книги.

Ахилл: Тогда чтение "Пиквикского клуба" превратилось бы в неописуемо скучный кошмар. Это было бы упражнением в бессмысленности, какую бы идею я ни ассоциировал с каждой буквой.

Муравьед: Верно. Естественного отображения отдельных букв на реальный мир просто не существует. Это отображение происходит на высшем уровне — между словами и частями реального мира. Если вы хотите описать эту книгу, вы не должны делать это на уровне букв.

Ахилл: Разумеется, нет! Я буду описывать сюжет, героев и так далее.

Муравьед: Ну вот, видите! Вы не будете упоминать о минимальных кирпичиках, из которых построена книга, хотя она и существует благодаря им. Они являются способом передачи сообщения, а не самим сообщением.

Ахилл: Ну хорошо — а как насчет муравьиных колоний?

Муравьед: Здесь вместо пассивных букв у нас имеются активные сигналы, а вместо пассивных слов — активные символы; но в остальном идея остается та же.

Ахилл: Вы хотите сказать, что нельзя установить соответствия между сигналами и вещами реального мира?

Муравьед: Оказывается, это не удается сделать таким образом, чтобы активизирование новых сигналов имело бы смысл. Невозможно это и на низших уровнях — например, уровне муравьев. Только на уровне символов эти схемы активизирования имеют смысл. Вообразите, например, что в один прекрасный день вы наблюдаете за тем, чем занимается Мура Вейник, и в это время я тоже захожу в гости. Сколько бы вы ни смотрели, вряд ли вы увидите нечто большее, чем простое перераспределение муравьев.

Ахилл: Я уверен, что вы правы.

Муравьед: И тем не менее я, наблюдая за высшим уровнем вместо низшего уровня, увижу, как "просыпаются" несколько дремлющих символов, которые затем становятся мыслью: "А вот и очаровательный д-р Муравьед — какое удовольствие!"

Ахилл: Это напоминает мне, как мы нашли различные уровни на картинке "МУ" — по-крайней мере, их увидели трое из нас...

Черепаха: Какое удивительное совпадение, что между странной картинкой, на которую я наткнулась в "Хорошо темперированном клавире", и темой нашей беседы обнаружилось сходство.

Ахилл: Вы думаете, это просто совпадение?

Черепаха: Конечно.

Муравьед: Что ж, я надеюсь, теперь вы понимаете, каким образом в г-же М. Вейник зарождаются мысли при помощи манипуляции символами, составленными из сигналов, составленных из команд низшего уровня... — и так до самого низшего уровня — муравьев.

Ахилл: Почему вы называете это "манипуляцией символами"? Кто это делает, если сами символы активны? Что является этой действующей силой?

Муравьед: Это возвращает нас к вопросу о цели, который вы уже поднимали раньше. Вы правы, символы активны. Но тем не менее, их действия не совсем свободны. Действия всех символов строго определяются общим состоянием системы, в которой они находятся. Таким образом, все система ответственна за то, каким образом ее символы вызывают к жизни один другого; поэтому мы можем с полным правом сказать, что "действующая сила" — вся система. По мере того, как символы действуют, состояние системы медленно меняется, приходя в соответствие с новыми условиями. Однако многие черты остаются неизменными. Именно эта, частично меняющаяся и частично стабильная, система является действующей силой. Мы можем дать имя этой системе. Например, Мура Вейник — это та сила, которая манипулирует ее символами. И про вас, Ахилл, можно сказать то же самое.

Ахилл: Какое странное описание того, кто я такой. Не уверен, что полностью его понимаю... Я еще подумаю над этим.

Черепаха: Было бы очень интересно проследить за символами в вашем мозгу в тот момент, когда вы думаете о символах в вашем мозгу.

Ахилл: Это для меня слишком сложно. У меня хватает проблем, когда я пытаюсь представить себе, как можно смотреть на муравьиную колонию и "читать" ее на уровне символов. Я прекрасно понимаю, как можно воспринимать ее на уровне муравьев и, с небольшим усилием, пожалуй, могу понять, каким было бы восприятие колонии на уровне сигналов; но на что было бы похоже восприятие колонии на уровне символов?

Муравьед: Это умение достигается долгой практикой. Когда вы достигнете мастерства, подобного моему, вы сможете читать высший уровень муравьиной колонии с такой же легкостью, с какой прочли "МУ" на той картинке.

Ахилл: Правда? Это, должно быть, удивительное ощущение.

Муравьед: В каком-то смысле — но оно также хорошо знакомо и вам, Ахилл.

Ахилл: Знакомо мне? Что вы имеете в виду? Я никогда не рассматривал муравьиных колоний кроме как на уровне муравьев.

Муравьед: Может быть. Но муравьиные колонии во многих смыслах не слишком-то отличаются от мозга.

Ахилл: И мозгов никогда не видел и не читал!

Муравьед: А как же ВАШ СОБСТВЕННЫЙ мозг? Разве вы не замечаете своих собственных мыслей? Разве не в этом заключается эссенция сознания? Что же еще вы делаете, как не читаете ваш мозг прямо на уровне символов?

Ахилл: Никогда так об этом не думал. Вы хотите сказать, что я игнорирую все промежуточные уровни и вижу только самый высший?

Муравьед: Именно так функционируют сознательные системы. Они воспринимают себя только на уровне символов и понятия не имеют о низших уровнях, таких, как сигналы.

Ахилл: Значит ли это, что в мозгу есть активные символы, постоянно меняющиеся так, чтобы отразить состояние самого мозга в данный момент, оставаясь при этом всегда на уровне символов?

Муравьед: Безусловно. В любой разумной системе есть символы, представляющие состояние мозга, и сами они — часть именно того состояния, которое они символизируют. Поскольку сознание требует большого самосознания.

Ахилл: Очень странная идея. Значит, хотя в моем мозгу происходит бурная деятельность, я способен воспринять ее только на одном уровне — уровне

символов; при этом я полностью нечувствителен к низшим уровням. Это похоже на чтение романов Диккенса при помощи прямого зрительного восприятия, при полном незнании букв. Не могу себе представить, чтобы такая странная штука на самом деле могла случиться.

Краб: Но именно это и произошло, когда вы прочитали "МУ", не замечая низших уровней, "ХОЛИЗМА" и "РЕДУКЦИОНИЗМА".

Ахилл: Вы правы — я действительно упустил из вида низшие уровни и заметил только самый высший. Интересно, не пропускаю ли я какие-нибудь типы значения также и на низших уровнях моего мозга, когда "считываю" только уровень символов? Как жаль, что высший уровень не содержит всей информации о низших уровнях. Прочитав его, мы могли бы узнать также о том, что сообщается на низших уровнях. Но, полагаю, было бы наивно надеяться, что на вершине закодировано что-либо о низе — скорее всего, эта информация не просачивается наверх. Картинка "МУ", пожалуй, самый выразительный пример: там на верхнем уровне написано только "МУ", которое не имеет никакого отношения к уровням ниже!

Краб: Совершенно верно. *(Берет книгу, чтобы взглянуть на иллюстрацию поближе.)* Гм-м-м... В самых маленьких буквах есть что-то странное; они какие-то дрожащие...

Муравьед: Дайте-ка взглянуть. *(Подносит книгу к глазам.)* Кажется, здесь есть еще один уровень, который мы все пропустили!

Черепаха: Говорите только за себя, д-р Муравьед.

Ахилл: Ох, не может быть! Можно мне посмотреть? *(Пристально глядит на картинку.)* Я знаю, что никто из вас в это не поверит, но значение этой картинки у нас прямо перед носом, только спрятанное у нее в глубине. Это всего-навсего одно слово, повторенное снова и снова, на манер мантры — но слово весьма важное: "МУ"! Вот видите! То же самое, что и на высшем уровне! И никто из нас об этом не догадывался!

Краб: Мы бы никогда не заметили, Ахилл, если бы не вы.

Муравьед: Интересно, это совпадение между высшим и низшим уровнем случайно? Или это целенаправленный акт, кем-то совершенный?

Краб: Как же мы это можем узнать?

Черепаха: Я не вижу, как это можно сделать — мы даже не знаем, почему эта иллюстрация оказалась у м-ра Краба в его издании "Хорошо темперированного клавира".

Муравьед: Хотя мы и увлеклись интересной беседой, мне все же удалось следить краем уха за этой четырехголосной фугой, такой длинной и сложной. Она удивительно прекрасна.

Черепаха: Бесспорно; и вскоре вы услышите органный пункт.

Ахилл: Органный пункт? Это то, что происходит, когда музыкальная пьеса слегка замедляется, останавливается на минуту-другую на одной ноте или аккорде, и после короткой паузы продолжается в нормальном темпе?

Черепаха: Нет, вы путаете с "ферматой" — нечто вроде музыкальной точки с запятой. Вы заметили, что одна такая была в прелюдии?

Ахилл: Кажется, я ее пропустил.

Черепаха: Ничего, у вас еще будет случай услышать фермату — в конце этой фуги их целых две.

Ахилл: Отлично. Предупредите меня заранее, хорошо?

Черепаха: Если вам угодно.

Ахилл: Но скажите пожалуйста, что же такое органный пункт?

Черепаха: Это когда какая-то нота продолжается одним из голосов (чаще всего, самым низким) полифонической пьесы, пока другие голоса ведут свои независимые темы. Здесь органный пункт — нота ля. Слушайте внимательно!

Муравьед: Ваше предложение понаблюдать за символами в мозгу Ахилла, когда они думают о себе самих, напомнило мне один случай, который произошел со мной, когда я в очередной раз навещал мою старую знакомую, М. Вейник.

Краб: Поделитесь с нами, пожалуйста.

Муравьед: Мура Вейник чувствовала себя в тот день очень одинокой и была рада с кем-нибудь поболтать. В благодарность она пригласила меня угоститься самыми сочными муравьями, которых я мог найти. (Она всегда очень великодушна, когда дело доходит до муравьев.)

Ахилл: Удивительно, кЛЯнусь честью!

Муравьед: В тот момент я как раз наблюдал за символами, образующими ее мысли, поскольку именно там заметил особенно аппетитных муравьишек.

Ахилл: Вы меня удивЛЯете!

Муравьед: Так что я отобрал себе самых толстых муравьев, бывших частью символа высшего уровня, который я в тот момент читал. Так случилось, что именно эти символы выражали мысль: "Не стесняйтесь, выбирайте муравьев потолще!"

Ахилл: О-ЛЯ-ЛЯ!

Муравьед: К несчастью для них, но к счастью для меня, букашечки и не подозревали о том, что они, все вместе, сообщали мне на уровне символов.

Ахилл: Несчастная доЛЯ... Какой удивительный оборот иногда принимают события. Они понятия не имели о том, в чем участвовали. Их действия были частью определенной схемы высшего уровня, но сами они об этом не подозревали. О, какая жалость — и какая ирония судьбы — что они пропустили это мимо ушей.

Краб: Вы правы, г-жа Ч — это был прелестный органный пункт.

Муравьед: Я раньше ни одного не слыхал, но этот был настолько очевиден, что его невозможно было прослушать. Замечательно!

Ахилл: Что? Органный пункт уже был? Как же я мог его не заметить, если он был так очевиден?

Черепаха: Возможно, вы были так увлечены своим рассказом, что не обратили на него внимания. О, какая жалость — и какая ирония судьбы — что вы пропустили это мимо ушей.

Краб: Скажите мне, а что, Мура Вейник живет в муравейнике?

Муравьед: О, ей принадлежит большой кусок земли. Раньше им владел кто-то другой — но это весьма грустная история. Так или иначе, ее владения довольно обширны. Она живет роскошно по сравнению со многими другими колониями.

Ахилл: Как же это совместить с коммунистической природой муравьиных колоний, которую вы нам раньше описали? Мне кажется, что проповедовать коммунизм, живя при этом в роскоши и изобилии, довольно непоследовательно!

Муравьед: Коммунизм там только на уровне муравьев. В муравьиной колонии все муравьи работают на общее благо, иногда даже себе в ущерб. Это — врожденное свойство М. Вейник, и, насколько я знаю, она может ничего

не знать об этом внутреннем коммунизме. Большинство людей не знают ничего о своих нейронах; они, возможно, даже довольны тем, что ничего не знают о собственном мозге. Люди — весьма брезгливые создания! Мура Вейник тоже довольно брезглива — она начинает нервничать, стоит ей только подумать о муравьях. Так что она пытается этого избежать всегда, когда только возможно. Я, честное слово, сомневаюсь, что она догадывается о коммунистическом обществе, встроенном в саму ее структуру. Она сама — ярый приверженец полной свободы. Знаете, laissez-faire, и тому подобное. Так что я нахожу вполне естественным, что она живет в роскошном поместье.



РИС. 62. [*Рисунок автора. Русский графический вариант выполнен переводчиком.*]

Черепаха: Я только что перевернула страницу, следя за этой прелестной фугой "Хорошо темперированного клавира," и заметила, что приближается первая из двух фермат — приготовьтесь, Ахилл!

Ахилл: Я весь внимание.

Черепаха: На соседней странице здесь нарисована престранная картинка.

Краб: Еще одна? Что там на этот раз?

Черепаха: Поглядите сами. *(Передает ноты Крабу.)*

Краб: Ага! Да это всего лишь буквы. Посмотрим, что здесь есть... по нескольку штук "И", "С", "Б", "м" и "а". Как странно, первые три буквы растут, а последние две опять уменьшаются.

Муравьед: Можно мне взглянуть?

Краб: Разумеется.

Муравьед: Расматривая детали, вы совершенно упустили из виду главную картину. На самом деле, эти буквы — "ф", "е", "р", "А", "Х" — и они вовсе не повторяются. Сначала они становятся меньше, а потом опять вырастают. Ахилл, а как ваше мнение?

Ахилл: Погодите минутку. Гм-м... Я вижу несколько заглавных букв, которые увеличиваются слева направо.

Черепаха: Это какое-то слово?

Ахилл: Э-э-э... "И. С. Бах". О! Теперь я понимаю. Это имя Баха!

Черепаха. Как странно, что вы видите это именно так. Мне кажется, это несколько прописных букв, уменьшающихся слева направо, и составляющих ... имя ... *(Темп ее речи все замедляется, особенно на последних словах; потом она останавливается на мгновение, и вдруг начинает говорить снова, будто ничего необычного не произошло.)* — "фермата."

Ахилл: Вы, видно, все никак не можете выбросить из головы Ферма. Вы видите Последнюю Теорему Ферма даже здесь.

Муравьед: Вы были правы, г-жа Черепаха: я только что заметил премилую маленькую фермату в фуге.

Краб: И я тоже!

Ахилл: Вы говорите, что все это слышали, кроме меня? Я начинаю чувствовать себя совсем дураком.

Черепаха: Ну что вы, Ахилл, не надо так говорить. Я уверен, что вы не пропустите Последнюю Фермату Фуги — она прозвучит очень скоро. Но, д-р Муравьед, возвращаясь к нашему разговору, что это за печальная история, о которой вы упомянули, говоря о прежнем владельце поместья М. Вейник?

Муравьед: Прежний его владелец был удивительной личностью, одной из самых творчески одаренных муравьиных колоний, которые когда-либо существовали. Его звали Иогей Себастей Фермовей; он был мураматиком по профессии, но мурзыкантом по призванию.

Ахилл: Муравительно!

Муравьед: Он был в расцвете творческих сил, когда его постигла безвременная кончина. Однажды, жарким летним днем, он грелся на солнышке. Вдруг с ясного неба грянула гроза, одна из тех, что бывают раз в сто лет. И. С. Ф. промок до последнего муравья. Гроза началась совершенно неожиданно и застала муравьев врасплох. Сложная структура, создававшаяся годами, погибла за какие-то минуты. Какая трагедия!

Ахилл: Вы хотите сказать, что все муравьи утонули, и это было концом И. С. Ф.?

Муравьед: Нет, не совсем. Муравьям удалось выжить: все они уцепились за травинки и щепки, крутящиеся в бешеных потоках. Но когда вода спала и оставила муравьев на их территории, там не оставалось никакой организации. Кастовая дистрибуция была совершенно разрушена, и муравьи оказались не способны своими силами восстановить прежнюю отлаженную структуру. Они были так же беспомощны, как кусочки Шалтая-Болтая, если бы те попытались собрать себя самих. Подобно всей королевской коннице и всей королевской рати, я пытался собрать бедного Фермовея. Я подкладывал сахар и сыр, в сумасшедшей надежде на то, что Фермовей появится опять... *(Вынимает носовой платок, вытирает глаза и сморкается.)*

Ахилл: Как великодушно с вашей стороны. Я и не знал, что у Муравьедов такое доброе сердце...

Муравьед: Но все мои усилия были бесполезны. Он ушел из жизни, и ничто не могло вызвать его обратно. Однако тут начало происходить что-то странное: в течение следующих месяцев муравьи, бывшие компонентами И. С. Ф., перегруппировались и сформировали новую организацию. Так родилась Мура Вейник.

Краб: Потрясающе! Мура Вейник состоит из тех же муравьев, что прежде И. С. Ф.?

Муравьед: Сначала так и было, но теперь некоторые старые муравьи умерли и были заменены новыми муравьями. Однако там все еще остаются муравьи эпохи И. С. Ф.

Краб: Скажите, а проявляются ли время от времени черты старика И. С. Ф. в мадам М. Вейник?

Муравьед: Ни одной. У них нет ничего общего. И я не вижу, откуда бы тут взяться сходству. В конце концов, есть несколько различных способов перегруппировать отдельные части, чтобы получить их "сумму". Мура Вейник как раз и была новой суммой старых частей. Не БОЛЬШЕ суммы,

заметьте — просто определенный ТИП суммы.

Черепаха: Кстати о суммах — это мне напомнило теорию чисел. Там тоже бывает возможно разложить теорему на составляющие ее символы, расположить их в новом порядке и получить новую теорему.

Муравьед: Никогда об этом не слышал; хотя должен признаться, что в этой области я полнейший невежда.

Ахилл: Я тоже в первый раз слышу — а ведь я прекрасно осведомлен в этой области, хотя и не должен сам себя хвалить. Думаю, что г-жа Ч готовит один из своих сложных розыгрышей — я ее уже хорошо изучил.

Муравьед: Кстати о теории чисел — это мне напомнило опять об И. С. Ф. Как раз в этой области он прекрасно разбирался. Теория чисел обязана ему несколькими важными открытиями. А Мура Вейник, наоборот, удивительно несообразительна, когда речь заходит о чем-то, имеющем даже отдаленнейшее отношение к математике. К тому же, у нее довольно банальные вкусы в музыке, в то время как Себастей был необычайно одарен в этой области.

Ахилл: Мне очень нравится теория чисел. Не расскажете ли вы нам о каком-нибудь из открытий Себастея?

Муравьед: Отлично. *(Делает паузу, чтобы отхлебнуть свой чай, и снова начинает.)* Слышали ли вы о печально известной "Хорошо Проверенной Гипотезе" Фурми?

Ахилл: Не уверен. Это звучит знакомо, но я не могу вспомнить, что это такое.

Муравьед: Идея очень проста. Француз Льер де Фурми, мураматик по призванию, но адвокей по профессии, читая классическую "Арифметику" Диофантея, наткнулся на страницу с уравнением

$$2^a + 2^b = 2^c$$

Он тут же понял, что это уравнение имеет бесконечное множество решений **a**, **b** и **c**, и записал на полях следующий замечательный комментарий:

> Уравнение
>
> $$n^a + n^b = n^c$$
>
> имеет решение в положительных целых числах a, b, c, и n только при n = 2 (и в таком случае имеется бесконечное множество a, b, и c, удовлетворяющих этому уравнению); но для n>2 решений не существует. Я нашел совершенно замечательное доказательство этого — к несчастью, такое крохотное, что оно будет почти невидимо, если написать его на полях.

С того года и в течение почти трехсот дней мураматики безуспешно пытаются сделать одно из двух: либо доказать утверждение Фурми и таким образом очистить его репутацию — в последнее время она слегка подпорчена скептиками, не верящими, что он действительно нашел доказательство — или опровергнуть его утверждение, найдя контрпример: множество четырех целых чисел a, b, c, и n, где n > 2, которое удовлетворяло бы этому уравнению. До недавнего времени все попытки в любом из этих двух направлений проваливались. Точнее, Гипотеза доказана лишь для определенных значений n — в частности, для всех n до 125 000. Но никому не удавалось доказать ее для ВСЕХ n — никому, пока на сцене не появился Иогей Себастей Фермовей. Именно он нашел доказательство, очистившее репутацию Фурми. Теперь это известно под именем "Хорошо Проверенной Гипотезы Иогея Себастея Фермовея".

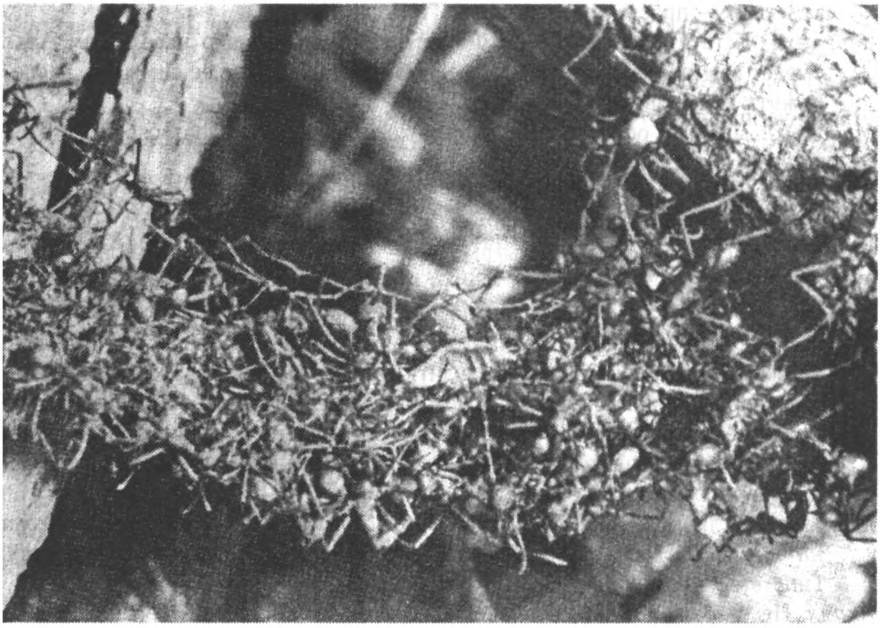


РИС. 63. Когда происходят перемещения колоний, муравьи иногда строят из собственных тел живые мосты. На этой фотографии (Льера Фурми) изображен подобный мост. Муравьи-работники колонии Eciton Burchelli сцепляются лапками и тарзальными челюстями; таким образом создается что-то вроде цепей. Видно, как по центру мосту переходит симбиотическая чешуйница, Trichatelura manni. [*Е. О. Вильсон, "Общества насекомых"* (*E.O. Wilson, "The Insect Societies", стр. 62.*]

Ахилл: Не лучше ли тогда называть это "Теоремой" вместо "Гипотезы," поскольку настоящее доказательство уже найдено?

Муравьед: Строго говоря, вы правы, но по традиции это зовется именно так.

Черепаха: А какую музыку писал Себастей?

Муравьед: Он был очень талантливым композитором. К несчастью, его лучшее сочинение покрыто тайной, поскольку оно никогда не было опубликовано. Некоторые думают, что Себастей держал свое сочинение в голове. Но те, кто настроены менее благожелательно, говорят, что на самом деле он никогда не писал подобного сочинения, а только хвастался направо и налево.

Ахилл: И что же это было за великое сочинение?

Муравьед: Это должно было быть гигантской прелюдией и фугой; в фуге предполагалось двадцать четыре голоса и двадцать четыре различных темы, по одной в каждом мажорном и минорном ключе.

Ахилл: Было бы весьма трудно слушать такую двадцатичетырехголосную фугу как целое!

Краб: Уже не говоря о том, чтобы ее сочинить!

Муравьед: Все, что нам о ней известно, это ее описание, оставленное Себастеем на полях его экземпляра "Прелюдий и фуг для органа" Букстехуде. Последними словами, которые он написал перед своей трагической кончиной, были следующие:

> Я сочинил замечательную фугу. В ней я соединил силу 24 тональностей с силой 24 тем; получилась фуга с мощью в 24 голоса. К несчастью, она не помещается на полях.

Этот несостоявшийся шедевр известен под именем "Последняя Фуга Фермовея".

Ахилл: О, как это невыносимо трагично!

Черепаха: Кстати о фугах: та фуга, которую мы слушаем, скоро закончится. Ближе к концу в ее теме происходит странная вариация. *(Переворачивает страницу "Хорошо темперированного клавира".)* Что это у нас тут? Еще одна иллюстрация, да какая интересная! *(Показывает ее Крабу.)*

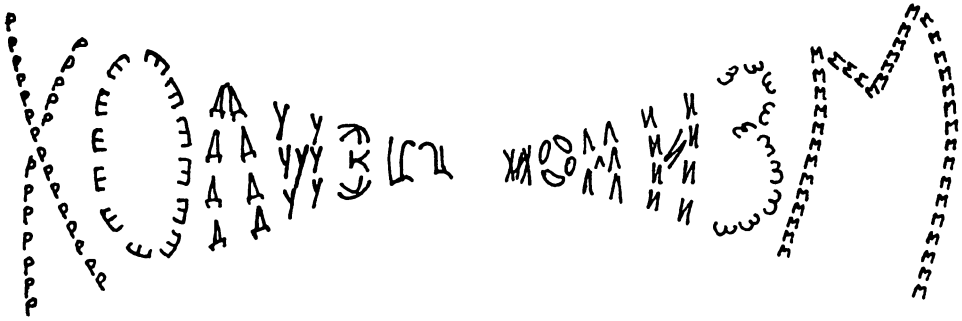


РИС. 64. [*Рисунок автора. Русский графический вариант выполнен переводчиком.*]

Краб: Что это у нас тут? О, вижу: это "ХОЛИЗМИОНИЗМ", написанное большими буквами, которые сначала уменьшаются, а затем снова возрастают до того же размера. Но в этом нет никакого смысла, поскольку это не настоящее слово. Надо же, подумать только! *(Передает ноты Муравьеду.)*

Муравьед: Что это у нас тут? О, вижу: это "РЕДУКЦХОЛИЗМ", написанное маленькими буквами, которые сначала увеличиваются, а затем снова уменьшаются до того же размера. Но в этом нет никакого смысла, поскольку это не настоящее слово. Подумать только, надо же! *(Передает ноты Ахиллу.)*

Ахилл: Я знаю, что никто из вас в это не поверит, но на деле эта картинка состоит из слова "ХОЛИЗМ", написанного дважды, причем буквы в нем уменьшаются слева направо.

Черепаха: Я знаю, что никто из вас в это не поверит, но на деле эта картинка состоит из слова "РЕДУКЦИОНИЗМ", написанного один раз, причем буквы в нем увеличиваются слева направо.

Ахилл: Наконец-то! На этот раз я услышал новую вариацию темы! Я так рад, что вы мне на нее указали, г-жа Черепаха. Мне кажется, что я наконец начинаю понимать кое-что в искусстве слушания фуг.

ГЛАВА XI

Мозг и мысль

Новый взгляд на мысль

С ПОЯВЛЕНИЕМ компьютеров люди начали работать над созданием "думающих машин"- при этом они стали свидетелями престранных вариаций на тему мысли. Были созданы программы, чье мышление так же походило на человеческое, как движение заводной куклы — на движение человека. Все странности нашего мышления, его слабые и сильные стороны, причуды и изменчивость вышли на поверхность, когда мы получили возможность экспериментировать с самодельными формами мышления — или приближений к мышлению. В результате в течение последних двадцати лет мы развили новый взгляд на то, чем является и чем не является мысль. За это время выяснилось много нового о малом и о большом масштабах "аппаратуры" нашего мозга. Эти исследования пока не смогли ответить на вопрос о том, как мозг работает с идеями, но они, тем не менее, дают нам некоторое представление о биологических механизмах, управляющих нашим мышлением.

В следующих двух главах мы попытаемся соединить наши знания об искусственном интеллекте с некоторыми фактами, которые нам удалось узнать благодаря хитроумным экспериментам с мозгом животных и исследованиям процессов мышления, проведенных специалистами в области психологии. Мы начали разговор об этом в "Прелюдии" и в "Муравьиной фуге"; теперь поговорим о том же на более глубоком уровне.

Интенсиональность и экстенсиональность

Мысль должна зависеть *от отражения действительности аппаратурой мозга*. В предыдущих главах мы разработали формальные системы, отражающие области математической действительности с помощью символов. До какой степени подобные формальные системы могут служить моделями обращения мозга с идеями?

В системе **pr** и затем в других, более сложных системах мы видели, как значение, в ограниченном смысле этого слова, возникает из изоморфизма, соотносящего типографские символы с числами, арифметическими действиями и отношениями, а строчки типографских символов — с высказываниями. В мозгу нет никаких типографских символов, но есть кое-что получше: активные элементы, которые могут хранить информацию, а также передавать ее и получать новую информацию от других активных элементов. Таким образом, у нас есть *активные символы* вместо пассивных типографских символов. В мозгу правила смешаны с самими символами, в то время как на бумаге символы — это статичные единицы, а правила находятся у нас в голове. Благодаря строгости формальных систем, которые мы до сих пор рассматривали, читатель может заключить, что

изоморфизм между символами и реальными вещами — это жесткое взаимно однозначное соответствие, что-то вроде ниток, соединяющих марионетку с ведущей ее рукой. Однако важно понимать, что это вовсе не так. В той же ТТЧ понятие "пятьдесят" может быть выражено различными символами, скажем,

((SSSSSSS0·SSSSSSS0)+(S0·S0))

и

((SSSSS0·SSSSS0)+(SSSSS0·SSSSS0)).

То, что обе эти записи обозначают один и тот же номер, вовсе не ясно априори. Вы можете работать с каждым из этих выражений независимо, пока не наткнетесь на какую-нибудь теорему, которая заставит вас воскликнуть: "Да это же *то самое* число!"

В вашей голове могут соседствовать различные мысленные образы одного и того же человека, например:

Человек, чью книгу я послал несколько дней тому назад другу в Польшу.

Незнакомец, заговоривший со мной и моими приятелями в кафе сегодня вечером.

То, что оба эти образа обозначают одного и того же человека, вовсе не ясно априори. Они могут находиться в вашей голове раздельно, пока, разговаривая с незнакомцем, вы не наткнетесь на тему, которая поможет вам понять, что эти образы относятся к одному и тому же человеку: "Да вы же *тот самый* человек!"

Не все мысленные описания человека обязательно соединяются с неким центральным символом, хранящим его имя. Описания могут рождаться и использоваться независимо. Мы можем изобретать несуществующих людей, придумывая их описания; совместить два описания, обнаружив, что они относятся к одному и тому же человеку; разделить одно описание на два, если обнаружим, что оно относится не к одному, а к двум предметам, и так далее. Это "исчисление описаний" находится в самом сердце мышления. Считается, что оно *интенсионально,* а не *экстенсионально:* это означает, что описания могут свободно "плавать на поверхности", а не стоять на якоре, привязанные к определенным, известным предметам. Интенсиональность мышления связана с его гибкостью; она дает нам возможность изобретать воображаемые миры, соединять разные описания в одно, разделять одно описание на два, и так далее.

Представьте себе, что подруга, взявшая у вас на время машину, звонит и говорит, что произошла авария: машину занесло на мокрой дороге и она перевернулась, упав в кювет... "Я чудом избежала смерти," — говорит она. В голове у вас появляются, одна за другой, соответствующие образы, которые становятся все реальнее по мере того, как собеседница добавляет все новые детали; в конце рассказа вся картина стоит у вас перед глазами. Вдруг она, смеясь, сообщает вам, что все это — первоапрельская шутка, и что ни с ней, ни с машиной ничего не случилось! В некотором смысле, это ничего не меняет. История и образы, вызванные ею, не теряют своей жизненности и надолго остаются у вас в памяти. В дальнейшем вы можете считать вашу подругу плохим водителем, поскольку впечатление, оставленное ее рассказом, не пропало, когда вы узнали, что это — неправда. Выдумка и факт тесно переплетаются в нашем сознании, и это происходит потому, что мышление предполагает способность к изобретению сложных описаний и манипуляции ими; эти описания совсем не обязательно должны быть привязаны к реальным фактам или вещам.

В основе мышления — гибкое, интенсиональное представление о мире. Как же физиологическая система, такая как мозг, позволяет производить подобное представление?

"Муравьи" мозга

Самые важные клетки мозга — это нервные клетки или *нейроны;* их в мозгу около десяти миллиардов. (Интересно, что количество глиальных клеток, или глий, превосходит это число почти в десять раз. Считается, что глии играют второстепенную роль по сравнению с нейронами, поэтому мы не будем на них останавливаться.) У каждого нейрона есть несколько *синапсов* (на компьютерном жаргоне, "портов ввода"), расположенных на *дендритах* (и иногда — на теле клетки), и один *аксон* ("канал вывода"). Ввод и вывод представляют собой электрохимические потоки, то есть движущиеся ионы. Между портом ввода и выводным каналом находится *тело* клетки, где принимаются "решения".

Эти решения, которые нейрону приходится принимать иногда до тысячи раз в секунду, следующего типа: нужно ли ему *возбудиться* — то есть, послать по аксону ионы. Эти ионы рано или поздно достигнут входных портов других нейронов, которым придется тогда принимать такое же решение. Решение принимается очень просто: если сумма всех входных импульсов превышает некий порог, то нейрон возбуждается; в противном случае этого не происходит.

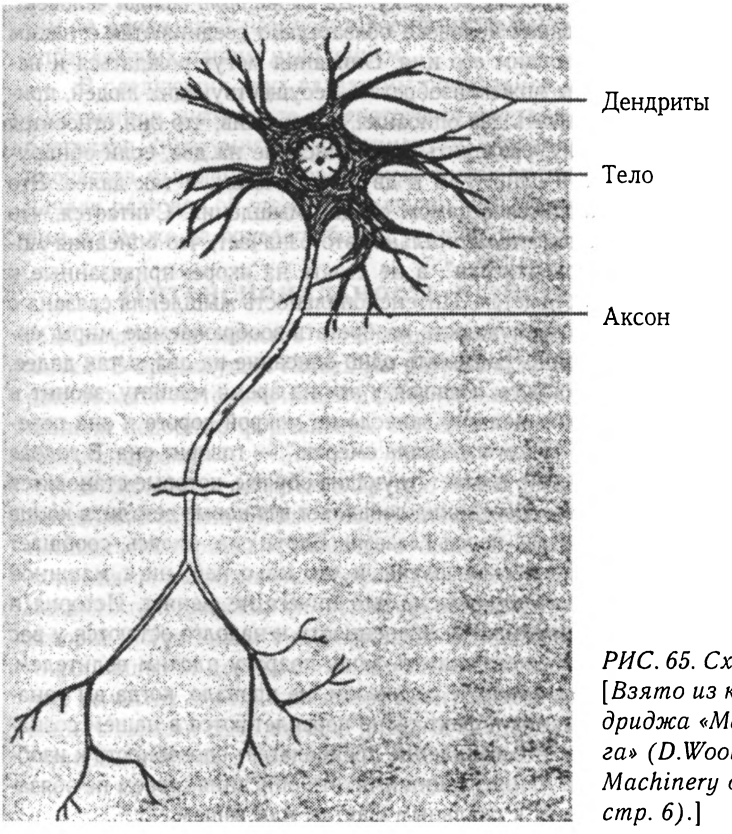


РИС. 65. Схема нейрона. [Взято из книги Д. Вулдриджа «Механика мозга» (D.Woold-ridge, "The Machinery of the Brain", стр. 6).]

Некоторые входные импульсы могут быть негативными; они аннулируют позитивные импульсы, полученные из другого места. Так или иначе, на низшем уровне нашего разума царит простое сложение. Перефразируя знаменитое изречение Декарта, "я мыслю, значит я суммирую" (от латинского Cogito, ergo summo).

Хотя манера принятия решений кажется простой, ситуацию осложняет то, что у нейрона может быть до 200 000 отдельных входов; это означает, что для принятия решения нейрон должен манипулировать иногда 200 000 слагаемых. Как только решение принято, поток ионов устремляется по аксону к выходу. Однако они могут встретить на пути развилку или даже несколько. Тогда единый импульс разделяется и идет по нескольким ветвям аксона. Выхода достигают уже несколько импульсов, которые при этом могут прибыть к месту своего назначения в разное время, так как ветви аксона, по которым они двигаются, могут быть разной длины и иметь разное сопротивление. Важно, однако, то, что все они начались как единый импульс, испущенный телом клетки. После того, как нейрон возбудится, ему необходимо некоторое время, чтобы "восстановить силы"- обычно это время измеряется миллисекундами, так что нейрон может возбуждаться до тысячи раз в секунду.

Более крупные структуры мозга

Мы только что описали "муравьев" мозга. А как насчет "команд" или "сигналов"? А насчет "символов"? Мы заметили, что, несмотря на сложность входных импульсов, каждый нейрон может ответить одним из двух способов — либо возбуждаясь, либо нет. Это дает весьма небольшое количество информации. Безусловно, чтобы передавать и обрабатывать большой объем информации, необходимо участие множества нейронов. Можно предположить, что существуют более крупные структуры, состоящие из многих нейронов, которые работают с понятиями высшего уровня. Это, несомненно, верно; однако наивное предположение о том, что каждой идее соответствует определенная группа нейронов, скорее всего, неправильно.

Мозг состоит из различных анатомических частей, таких как головной мозг, мозжечок и гипоталамус (см. рис. 66). Головной мозг — это самая большая часть человеческого мозга; он разделен на правое и левое полушария. Снаружи каждое из них покрыто слоями "коры", достигающей толщины в несколько миллиметров; эта оболочка так и называется *корой головного мозга*. С анатомической точки зрения, именно размеры коры головного мозга — наиболее бросающееся в глаза отличие между мозгом человека и мозгом менее разумных биологических видов. Мы не будем здесь подробно описывать различные части мозга, поскольку оказывается, что соотношение, которое можно установить между этими крупномасштабными органами и деятельностью, за которую они отвечают, весьма приблизительно.

Известно, например, что языковыми способностями в основном управляет одно из полушарий — обычно левое. Мозжечок — это область, управляющая двигательной активностью. Но каким образом эти области выполняют свои функции, остается загадкой.

Соответствие между мозгами

Возникает очень важный вопрос: если мысли рождаются в мозгу, то чем отличается один мозг от другого? Чем отличается мой мозг от вашего? Безусловно,

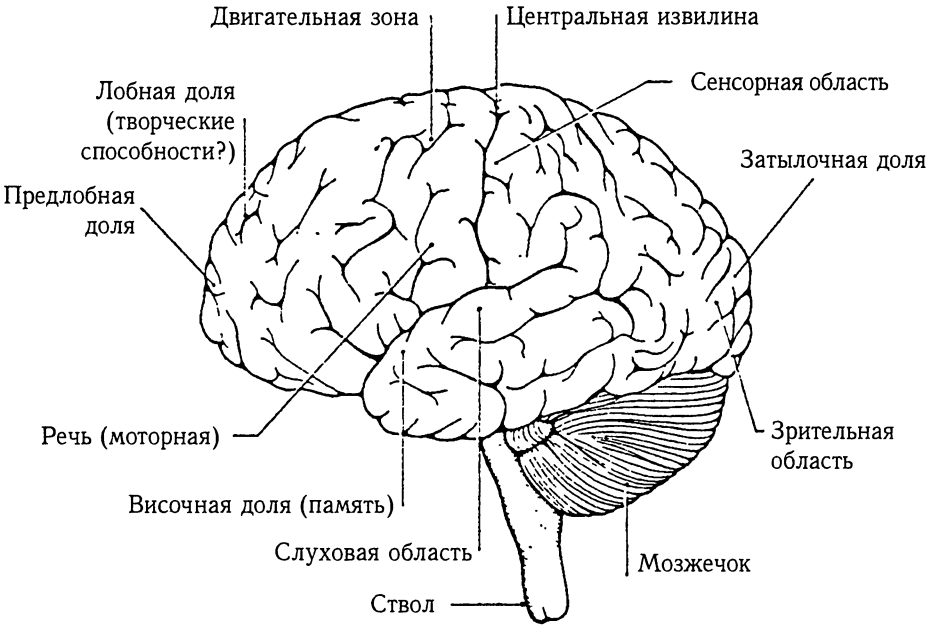


РИС. 66. Человеческий мозг, вид слева. Странно, что зрительная область находится ближе к затылку. [*Взято из книги Стивена Роуза «Мыслящий мозг» (Steven Rose, "The Conscious Brain"), стр. 50.*]

вы не думаете точно так же, как я — да и нет двух людей, которые бы думали одинаково. Но при этом все мы имеем одинаковое анатомическое строение мозга. Насколько идентичны наши мозги? Распространяется ли это сходство на уровень нейронов? Для животных, стоящих на низшем уровне "иерархии мышления", таких, например, как земляной червь, ответ будет положительным. Процитирую по этому поводу выступление нейрофизиолога Дэвида Хубеля на конференции по общению с внеземными культурами:

> Количество нервных клеток у червя измеряется. я думаю, тысячами. Интересно то, что мы можем указать на какой-либо нейрон определенного червя и затем найти точно соответствующий ему нейрон у другого червя того же вида.[1]

Оказывается, мозги земляных червей изоморфны! Можно сказать, что существует всего один земляной червь.

Однако такое взаимооднозначное соответствие исчезает, как только мы обращаемся к высшим уровням иерархии мышления и количество нейронов возрастает; это подтверждает наше подозрение о том, что на свете — не только один человек! И все же между человеческими мозгами существует большое сходство, если сравнивать их на уровне, промежуточном между нейронами и более крупными составляющими мозга. Какой из этого можно сделать вывод относительно того, как индивидуальные различия представлены в физиологии мозга? Можно ли, рассматривая связи между нейронами моего мозга, найти такие структуры, в которых закодированы мои знания, убеждения, надежды, страхи, симпатии и антипатии? Если мы считаем, что мысленный опыт располо-

жен в мозгу, можно ли найти те места или те физические подсистемы мозга, где расположены знания и другие аспекты интеллектуальной жизни? Это будет основным вопросом этой и следующей глав.

Загадка местоположения мозговых процессов

В попытке найти ответ на этот вопрос, невролог Карл Лашли провел длинную серию экспериментов. В этих экспериментах, начавшихся около 1920 года и продолжавшихся много лет, он попытался обнаружить, где в мозгу у крысы хранится ее опыт по прохождению лабиринтов. В своей книге "Мыслящий мозг" Стивен Роуз описывает злоключения Лашли:

> Лашли хотел определить, где в коре головного мозга расположена память. Для этого он сначала тренировал крыс находить дорогу в лабиринте, а затем удалял у них различные районы коры. После того, как крысы выздоравливали, он снова пускал их по лабиринту. К его удивлению, ему не удалось найти определенное место в мозгу, ответственное за умение крыс находить дорогу к выходу. Вместо этого, все крысы, у которых была удалена какая-либо часть коры, начинали страдать от тех или иных физических недостатков, серьезность которых была прямо пропорциональна количеству удаленной коры. Удаление коры повредило моторные и сенсорные способности животных; крысы начали хромать, подскакивать, шататься или кататься по полу, но все они каким-то образом находили дорогу в лабиринте. Казалось, что память расположена равномерно по всей коре. В своей последней статье "In Search of the Engram", опубликованной в 1950 году, Лашли мрачно заключил, что память вообще невозможна.[2]

Интересно, что в конце 1940-х годов, примерно в то же время, когда Лашли проводил свои эксперименты, в Канаде было найдено подтверждение противоположной точки зрения. Нейрохирург Вильдер Пенфильд изучал реакции пациентов во время операции над мозгом, вводя в различные области открытого мозга электроды и посылая слабые электрические импульсы, стимулирующие нейрон или нейроны, которых касался данный электрод. Эти импульсы были подобны импульсам, исходящим от других нейронов. Пенфильд обнаружил, что стимуляция определенных нейронов регулярно вызывает у пациентов специфические образы или чувства. Искусственно вызванные таким образом впечатления были самые разнообразные: иногда пациенты испытывали странный, необъяснимый страх; иногда они видели цвета и слышали звуки — но самыми впечатляющими были случаи, когда пациенты вспоминали целую цепь событий из далекого прошлого, как, например, детский праздник дня рождения. Набор точек, способных вызвать подобную реакцию, был весьма мал: практически речь шла об одном-единственном нейроне. Очевидно что результаты, полученые Пенфильдом, разительно отличаются от заключения Лашли, поскольку из них вытекает, что специфические воспоминания хранятся в строго определенных зонах мозга.

Какой вывод можно из этого сделать? Возможным объяснением было бы то, что одно и то же воспоминание закодировано одновременно в нескольких местах, расположенных по всей коре — стратегия, которая могла развиться в процессе эволюции, как защита от возможной потери части коры в бою — или во время экспериментов, проводимых нейрофизиологами. Другое возможное объяснение — то, что воспоминания могут восстанавливаться на основе динамических процессов, распространенных по всему мозгу, но при этом могут вызываться возбуждением местных точек. Эта теория основана на современных

телефонных сетях, где распределение междугородных звонков не известно заранее, а выбирается в момент данного звонка в зависимости от загруженности телефонных сетей по всей стране. Поломка части сетей не остановит звонки — они будут просто направлены в обход испорченного места. В этом смысле любой звонок потенциально невозможно локализовать. И в то же время любой звонок соединяет всего две точки; в этом смысле локализовать его вполне возможно.

Определенность в обработке зрительных образов

Одно из самых интересных исследований по локализации мозговых процессов проводилось в последние пятнадцать лет Дэвидом Хюбелем и Торстеном Визелем из Харвардского университета. Они проследили путь зрительных впечатлений в мозгу у кошки: сначала возбуждаются нейроны на сетчатке, возбуждение распространяется по направлению к затылку, проходит через боковое коленчатое тело, работающее в качестве "ретрансляционной станции", и прибывает к зрительной коре в задней половине мозга. Прежде всего, в свете результатов Лашли кажется удивительным, что существуют определенные мозговые пути; но еще более замечательными оказались свойства нейронов, расположенных на различных участках этого пути.

Оказывается, что нейроны сетчатки прежде всего воспринимают контраст. Это происходит следующим образом: обычно каждый из этих нейронов возбуждается с постоянной скоростью. Когда на него падает свет, нейрон может начать возбуждаться быстрее, замедлиться, или совсем перестать возбуждаться. Однако это происходит только в том случае, когда соседние участки сетчатки *менее* освещены. Это означает, что существуют два типа нейронов: "центральные" и "периферийные". Первые посылают сигналы с большей скоростью, когда центр небольшой круглой зоны сетчатки, к которой они принадлежат, освещен, а периферия находится в темноте. Вторые, напротив, увеличивают скорость посылки импульсов тогда, когда центр круга находится в темноте, а внешнее кольцо освещено. "Увидев" светлый центр, периферийные нейроны *замедляются*, и наоборот. Равномерное освещение не затрагивает ни тот, ни другой тип — нейроны обоих типов продолжают посылать сигналы с обычной скоростью.

С сетчатки сигналы, посланные этими нейронами, направляются по оптическому нерву к боковому коленчатому телу, расположенному близко к центру мозга. Там мы находим прямое соответствие поверхности сетчатки, в том смысле, что нейроны коленчатого тела отвечают только на некоторые стимулы, падающие на определенные места сетчатки. В этом смысле коленчатое тело не представляет особого интереса — это всего-навсего "ретрансляционная станция", и сигналы там не подвергаются дальнейшей обработке (хотя надо все же отдать ему должное — коленчатое тело, по-видимому, усиливает чувствительность к световым контрастам). Образ на сетчатке закодирован в схеме сигналов, посылаемых нейронами бокового коленчатого тела, несмотря на то, что нейроны там расположены не на плоскости сетчатки, а в трехмерном блоке. Таким образом, хотя два измерения здесь соответствуют трем, информация тем не менее сохраняется: еще один пример изоморфизма. Возможно, у этого изменения количества измерений есть некий глубинный смысл, которого мы еще не понимаем полностью. Так или иначе, в нашем знании о зрении пока еще так много пробелов, что мы должны не расстраиваться, а радоваться, что нам удалось, хотя бы до определенного предела, понять данный этап.

Из бокового коленчатого тела сигналы поступают обратно в зрительную кору. Здесь они обрабатываются по-новому. Клетки зрительной коры подразделяются на три категории: простые, сложные, и сверхсложные. *Простые* клетки весьма похожи на клетки сетчатки или бокового коленчатого тела: они реагируют на освещенные и неосвещенные точки, когда те находятся в контрасте с окружением в определенных местах сетчатки. *Сложные* клетки, с другой стороны, получают информацию от более чем сотни других клеток, и "видят" светлые и темные полосы , расположенные на сетчатке под определенными углами (см. рис. 67). *Сверхсложные* клетки замечают углы, полосы и даже "языки", двигающиеся в определенных направлениях (еще раз см. рис. 67). Эти клетки настолько специализированы, что их иногда называют "сверхсложными клетками высшего порядка".

"Клетка-бабушка"?

В связи с открытием в зрительной коре клеток, отвечающих на стимулы возрастающей сложности, некоторые исследователи стали задаваться вопросом, не соответствуют ли понятия отдельным клеткам — скажем, у вас была бы "клетка-бабушка", возбуждающаяся только при виде вашей бабушки. Этот забавный пример "ультрасверхсложной клетки", разумеется, никем всерьез не принимается. Однако неясно, какая альтернативная теория более разумна. Одна возможность заключается в том, что на достаточно сложные зрительные стимулы отвечают некие более обширные комплексы нейронов. Разумеется, такие группы нейронов будут возбуждаться от комплекса сигналов, исходящих от многих сверхсложных клеток. Как конкретно это может происходить, пока является загадкой. Когда нам кажется, что мы приближаемся к порогу, за которым из "сигналов" рождается "символ", мы теряем след в этой дразняще неоконченной истории. Мы, впрочем, скоро к ней вернемся и постараемся дать еще кое-какие детали.

Ранее я упомянул о приблизительном, на анатомическом уровне, изоморфизме между человеческими мозгами и точном, на нейронном уровне, изоморфизме между мозгами земляных червей. Интересно, что можно проследить изоморфизм "среднего масштаба" между обрабатывающими зрительную информацию аппаратами кота, обезьяны и человека. Этот изоморфизм работает следующим образом. Во-первых, у всех трех видов обработка зрительной информации происходит в затылочной части коры головного мозга — в области, так и называющейся зрительной корой. Во-вторых, у каждого вида зрительная кора разделена на три подучастка, называющиеся участками 17, 18 и 19. Эти участки могут быть найдены в мозгу у любого нормального индивида каждого из этих трех видов. Внутри каждого участка можно пойти еще дальше и достигнуть "колонной организации" зрительной коры. Зрительные нейроны, расположенные перпендикулярно поверхности коры и направляющиеся по радиусу внутрь, к центру мозга, организованы в "колонки"; все сигналы поступают по радиусу — в направлении колонок, а не между ними. Каждой колонке соответствует определенный небольшой участок сетчатки. Число колонок варьируется у разных индивидов, так что найти "ту же самую" колонку не удается. Наконец, внутри колонок есть слои, где обычно расположены простые нейроны, и слои, где расположены сложные нейроны. (Сверхсложные нейроны обычно находятся на участках 18 и 19, в то время как простые и сложные — на участке 17.) По-видимому, на этом уровне изоморфизм кончается. На уровне отдельных

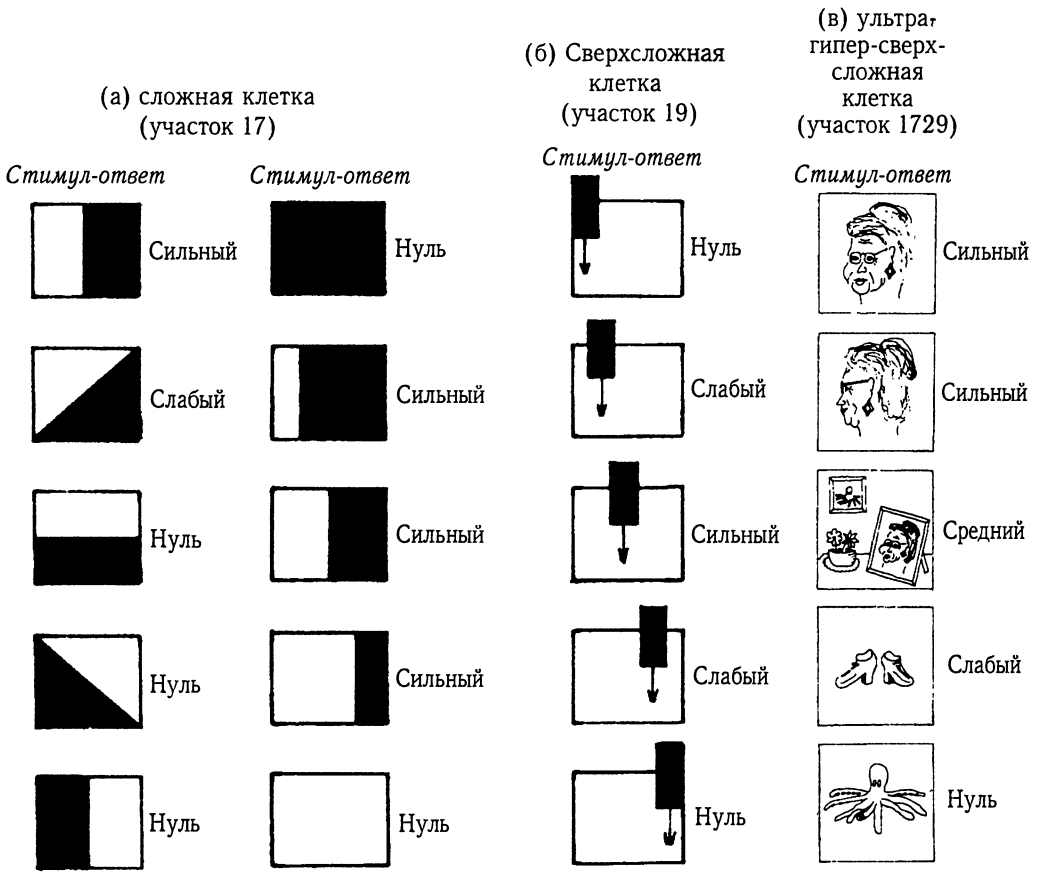


Рис. 67. Ответ на некоторые схемы стимулов различных типов нейронов.
(а) Этот нейрон, видящий контуры, ищет вертикалые грани, освещенные слева и находящиеся в тени с правой стороны. Первая колонка показывает, как нейрон реагирует на угол наклона граней. Вторая колонка показывает, что позиция грани внутри «поля зрения» данного нейрона для него неважна.
(б) Сверхсложная клетка отвечает на стимулы более выборочно, в данном случае — только когда спускающийся «язык» находится в центре поля зрения.
(в) Реакция гипотетической «клетки-бабушки» на различные типы стимулов; читатель может позабавиться, представив себе, как на те же стимулы отвечала бы «клетка-осьминог».

нейронов, каждый кот, каждая обезьяна и каждый человек имеют уникальную структуру — такую же уникальную, как отпечаток пальца или подпись.

Одно небольшое, но значительное различие между обработкой зрительной информации мозгом кота и мозгом обезьяны присутствует на этапе, на котором информация, полученная от обоих глаз, соединяется и образует единый сигнал высшего уровня. Оказывается, что у обезьян это происходит немного позднее, чем у котов; это дает сигналам каждого глаза больше времени для независимой обработки. Это неудивительно, поскольку мы предполагаем, что чем выше стоит

данный тип в иерархии интеллекта, тем сложнее будут проблемы, решаемые его зрительным аппаратом; поэтому сигналы должны проходить более долгую обработку, прежде чем получить окончательный "ярлык". Эта предположение было весьма убедительно подтверждено наблюдениями за зрительными способностями новорожденного теленка, рожденного, по-видимому, с полностью развитым зрительным аппаратом. Теленок пугается людей и собак, но прекрасно чувствует себя в окружении других телят. Возможно, его зрительная система целиком закодирована в мозгу еще до рождения и требует сравнительно небольшой работы коры. С другой стороны, человеческой зрительной системе, так сильно зависящей от коры, требуется несколько лет, чтобы развиться полностью.

Невральная воронка

Открытия, сделанные до сих пор в области организации мозга, интересны тем, что пока не удалось найти соответствия между крупномасштабной "аппаратурой" и "программным обеспечением высшего уровня". Например, зрительная кора — это крупномасштабная часть аппаратуры, полностью посвященная обработке зрительной информации; однако все известные нам процессы, происходящие там, все еще протекают на низших уровнях. Ничего похожего на узнавание *предметов* пока в зрительной коре не обнаружено. Это значит, что никто пока не знает, где и каким образом информация, исходящая от сложных и сверхсложных клеток, превращается в узнанные формы, комнаты, картины, лица и так далее. Исследователи пытаются описать способ, при помощи которого множество реакций на низшем, нейронном уровне, словно проходя через воронку, сводится к меньшему числу реакций на высших уровнях, что, в конце концов, приводит к знаменитой "клетке-бабушке" или некоторой сложной нейронной сети, как та, о которой мы упомянули выше. Очевидно этот способ не может быть обнаружен на уровне анатомических частей мозга; скорее, его надо искать на более микроскопическом уровне.

Возможной альтернативой клетки-бабушки может быть постоянный набор нейронов — скажем, несколько дюжин — на узком конце "воронки"; любой из них реагирует на появление бабушки в поле зрения. Подобно этому, для каждого отдельного предмета существовала бы специфическая сеть нейронов и некая "воронка", сводящая сложные впечатления к этой сети. Существуют более сложные альтернативы, основанные на той же идее; они включают сеть нейронов, которая может отвечать на стимул по-разному, вместо одного строго определенного способа. Такие сети соответствовали бы "символам" в нашем мозгу.

Необходим ли подобный процесс сужения? Возможно, что наш мозг узнает предметы по их "подписи" на зрительной коре — то есть, по коллективным ответам простых, сложных и сверхсложных клеток. Может быть, мозгу не требуется никакое дальнейшее "сужение" впечатлений, чтобы узнать данный предмет. Однако эта теория представляет следующее затруднение. Представьте себе, что вы смотрите на некую сцену. В вашем мозгу появляется "подпись"-отпечаток этой сцены; однако как вы перейдете от этого отпечатка к словесному описанию данной сцены? Например, когда вы смотрите на картины Эдуарда Вийара, французского постимпрессиониста, зачастую требуется несколько секунд, прежде чем вы различите человеческую фигуру. Предположительно, отпечаток увиденного появляется на зрительной коре в первую долю секунды — при этом вы понимаете картину только через несколько секунд. Это только один пример весьма обычного явления — чувства, что в момент узнавания у

вас в мозгу что-то "кристаллизуется"; это происходит не тогда, когда свет попадает на сетчатку, но позднее, после того как какая-то часть вашего интеллекта обработала сигналы на сетчатке.

Сравнение с кристаллизацией приводит на ум еще один замечательный образ, взятый из статистической механики: мириады микроскопических, не связанных между собой событий в некоей среде, которые формируют медленно растущие согласованные области. В результате эти мириады крохотных событий полностью изменяют среду: из хаотического множества независимых элементов она превращается в большую, стройную и связную структуру. Если считать, что первичные реакции нейронов представляют собой независимые события, в результате множества отдельных сигналов производящие определенный крупный "модуль" нейронов, то слово "кристаллизация" отлично сюда подходит.

Еще один аргумент в пользу "воронки" основан на факте, что существует множество различных сцен, которые обычно воспринимаются как один и тот же объект: бабушка может улыбаться или хмуриться, быть в шляпе или без, стоять в освещенном солнцем саду или в темной комнате, стоять далеко или близко, в профиль или в анфас и так далее. Все эти сцены производят весьма различные "подписи" на зрительной коре — но все они заставляют вас сказать: "Здравствуй, бабуля." Следовательно, некий сужающий процесс все же происходит в какой-то момент после образования зрительного отпечатка и перед тем, как вы произносите первое слово. Можно возразить, что этот процесс относится не к узнаванию бабушки, но к превращению этого впечатления в слова. Однако это разделение кажется искусственным, поскольку можно узнать бабушку и без необходимости выражать это знание словами. Было бы весьма неудобно обрабатывать всю информацию, полученную зрительной корой, так как большая часть этой информации может быть отброшена за ненадобностью: нам неинтересно знать, как падают на бабушкино лицо тени и сколько пуговиц у нее на блузке.

Другая проблема с теорией, отрицающей необходимость воронки — это объяснение многих возможных интерпретаций для одной и той же "подписи" — как, например, происходит с картиной Эшера "Выпуклое и вогнутое" (Рис. 23). Нам кажется очевидным то, что мы воспринимаем образ на экране телевизора не как набор *точек,* но как определенные *блоки;* было бы странным, если бы восприятие происходило в момент появления гигантской точечной "подписи" в зрительной коре. Более вероятным кажется некое сужение, в результате которого возбуждаются специфические модули нейронов, каждый из которых ассоциируется с определенным понятием — блоком — в данной сцене.

Модули, участвующие в мышлении

Таким образом, мы приходим к заключению, что каждому понятию соответствует определенный модуль, некий "нейронный комплекс", состоящий из небольшой группы клеток. Однако, если принять эту теорию полностью, то возникает следующая проблема: эта теория предполагает, что расположение в мозгу подобных модулей может быть точно указано. Пока этого сделать не удалось, и некоторые данные, такие, например, как эксперименты Лашли, говорят против локализации. И все же, принимать окончательное решение еще рано. Могут существовать несколько копий одного модуля, расположенные в разных местах; кроме того, модули могут накладываться друг на друга. Обе эти возможности затруднили бы четкое разделение нейронов на группы. Может быть, нейронные комплексы подобны очень тонким блинчикам, уложенным слоями, ко-

торые иногда проходят друг сквозь друга — а может быть, они похожи на длинных змей, закрученных друг вокруг друга, и иногда сплющенных, наподобие головы кобры. Они могут быть похожи на паутину — или на электрические цепи, в которых сигналы перемещаются по траекториям, более причудливым, чем погоня голодной ласточки за комаром. Пока мы этого не знаем. Возможно даже то, что эти модули являются скорее программой, чем частью аппаратуры — мы обсудим эту возможность в дальнейшем.

В связи с этими гипотетическими нейронными комплексами возникает множество вопросов. Например:

Распространяются ли они на низшие районы мозга, такие, как средний мозг, гипоталамус, и т. д.?

Может ли один и тот же нейрон принадлежать более, чем к одному комплексу?

К скольким комплексам может одновременно принадлежать один и тот же нейрон?

Сколько нейронов могут одновременно принадлежать к разным комплексам?

Совпадают ли комплексы в мозгах разных людей?

Находятся ли соответствующие комплексы в одинаковом месте в мозгах разных людей?

Перекрещиваются ли они одинаковым образом у разных людей?

С философской точки зрения самым важным вопросом является следующий: что означало бы наличие подобных модулей, например, клетки-бабушки? Обеспечило ли бы это более глубокое понимание нашего сознания? Или это знание приблизило бы нас к пониманию сознания не более, чем тот факт, что наш мозг состоит из нейронов и глий? Читая "Муравьиную фугу", вы, возможно, догадались, что мне кажется, что такое знание далеко продвинуло бы нас в понимании феномена сознания. Важнейшим шагом здесь является переход от описания состояния мозга на низшем уровне, нейрон за нейроном, к описанию этого состояния на высшем уровне, модуль за модулем. Или, возвращаясь к выразительной терминологии "Муравьиной фуги", мы хотим перенести описание состояния мозга с уровня *сигналов* на уровень *символов*.

Активные символы

В дальнейшем давайте называть эти гипотетические нейронные комплексы, нейронные модули, нейронные группы, нейронные сети и мультинейронные единицы *символами,* как бы они не выглядели — как блинчики, грабли, гремучие змеи, снежинки или даже как волны на воде. Описание состояния мозга в терминах символов уже было упомянуто в Диалоге. На что походило бы подобное описание? Какие типы понятий можно представить себе в виде символов? Каким образом подобные символы были бы связаны между собой? И как вся эта картина поможет нам понять, что такое сознание?

Во-первых, важно подчеркнуть, что символы бывают либо дремлющие, либо активированные. Активированный символ — это тот, нейроны которого возбудились, когда внешние стимулы превысили определенный порог. Поскольку символ может быть возбужден различными способами, став активным, он может действовать по-разному. Это значит, что мы должны думать о символе не как о застывшей, но как о меняющейся, динамической единице. Таким образом,

описывая состояние мозга, недостаточно сказать "символы A, B, ... N в данный момент активны"; вместо этого необходимо представить набор параметров для каждого активного символа, характеризуя некоторые аспекты того, как этот символ работает "изнутри". Интересен следующий вопрос: есть ли у каждого символа некие центральные нейроны, посылающие сигналы каждый раз, когда символ активизируется? Если такая "сердцевина" существует, мы могли бы называть ее "неизменной сердцевиной" символа. Соблазнительно предположить, что каждый раз, когда вы думаете, скажем, о водопаде, повторяется некий один и тот же нейронный процесс, хотя и видоизмененный немного в зависимости от контекста. Однако неясно, так ли это происходит на самом деле.

Что происходит, когда символ "просыпается"? Описывая этот процесс на низшем уровне, мы сказали бы, что возбуждаются многие из его нейронов. Однако подобные описания нас больше не интересуют. Описание на высшем уровне должно полностью игнорировать нейроны и сосредотачиваться исключительно на символах. Таким образом, на высшем уровне описание активного символа, в отличие от его дремлющего собрата, было бы следующим: "Он посылает сигналы, призванные разбудить, или активизировать, другие символы." Разумеется, эти послания будут передаваться в виде потока нервных импульсов именно нейронами, но мы постараемся не использовать эту терминологию, чтобы избежать описания на низшем уровне. Иными словами, мы надеемся описать мыслительные процессы как отделенные непроницаемой переборкой от нейронных событий, так же, как поведение часов отделено от законов квантовой механики, или биология клетки — от законов кварков.

Какие же преимущества предоставляет нам подобное описание на высшем уровне? Почему лучше сказать "Символы A и B активировали символ C", чем "Нейроны с 183 по 612 возбудили нейрон 75, и тот послал сигнал?" На этот вопрос мы уже ответили в "Муравьиной фуге": это лучше, потому что символы *символизируют* вещи, а нейроны — нет. Символы — отражения понятий в аппаратуре мозга. В то время, как возбуждение группой нейронов какого-то другого нейрона не соответствует никакому внешнему событию, активацию символов другими символами можно соотнести с событиями в реальном (или придуманном) мире. Символы соотносятся друг с другом при помощи посланий таким образом, что схема их возбуждения весьма напоминает действительные события, происходящие в масштабе реального мира, или могущие произойти в мире воображаемом. По сути, значение возникает здесь таким же образом, как оно возникало в системе pr — при помощи изоморфизма; только тут этот изоморфизм несравненно сложнее, тоньше, деликатнее и интенсиональнее.

Кстати, требования, чтобы символы были способны передавать сложные сообщения, вероятно, достаточно, чтобы исключить возможность того, что эту роль играют нейроны. Поскольку нейрон может посылать информацию только единственным путем и не может по желанию менять направление сигналов, у него просто не хватает мощи и гибкости, необходимых символу, чтобы действовать подобно объекту реального мира. В своей книге "Общества насекомых" E. O. Вильсон высказывает похожую мысль о том, как сообщения распространяются внутри муравьиных колоний:

> [Массовая коммуникация определяется как передача от группы к группе той информации, которую один индивид не способен передать другому.][4]

Кажется, что сравнение мозга с муравьиной колонией не так уж плохо!

Следующий, очень важный вопрос касается природы и "размера" понятий,

представленных в мозгу символами. О природе символов возникают такие вопросы: существует ли один символ для общего понятия водопада, или же разные символы для разных типов водопадов? Или верно и то и другое? О "размере" символов возникают такие вопросы: существует ли символ для целого рассказа? Или мелодии? Или шутки? Или же символы существуют на уровне слов, а фразы и предложения выражаются при помощи последовательной активации различных символов?

Рассмотрим проблему размера символов подробнее. Большинство мыслей, выраженных в предложениях, состоят из основных, сравнимых с атомами компонентов, которые мы дальше не анализируем. Обычно эти компоненты бывают размером со слово, иногда немного длиннее, иногда немного короче. Существительное "водопад", название "Ниагарский водопад", глагольный суффикс "-л", отмечающий прошедшее время, выражение "добро пожаловать", как и более длинные идиоматические выражения, являются примерами языковых атомов. Все это типичные мазки, которыми мы рисуем портреты более сложных понятий, таких, как сюжет фильма, обаяние города, природа сознания, и так далее. Подобные сложные идеи нельзя сравнить с отдельными мазками кисти. Кажется разумным предположить, что мазки языка — это также и мазки мысли, и что символы представляют понятия приблизительно такого же размера. Таким образом, символ — это нечто такое, для чего вы знаете слово, или готовую фразу, или с которым вы ассоциируете какое-либо имя собственное. Представлением же в мозгу более сложной идеи, такой, как неприятность в личной жизни, будет активация нескольких символов другими символами.

Классы и примеры

Описывая мышление, мы отмечаем общее различие между *категориями* и *индивидуумами,* или *классами* и *примерами.* (Иногда также используются термины "типы" и "образцы".) С первого взгляда может показаться, что каждый символ должен обязательно представлять либо класс, либо пример — но это слишком большое упрощение. На самом деле, большинство символов могут представлять и то, и другое, в зависимости от контекста, в котором происходит их активация. Взгляните, например, на список приведенный ниже:

(1) печатное издание
(2) газета
(3) "Вечерняя Москва"
(4) Экземпляр "Вечорки" от 3 мая
(5) Мой экземпляр "Вечорки" от 3 мая
(6) Мой экземпляр "Вечорки" от 3 мая,
в тот момент, когда я его купил (по сравнению с тем,
каким он стал, полежав под плошкой с кошачьей
едой).

Здесь строчки со второй по пятую играют обе роли. Строчка 4 — пример общего класс строчки 3, и строчка 5 — пример строчки 4. Строчка 6 — это особый случай примера данного класса: *проявление.* Разные состояния одного и того же предмета в разные моменты его жизни — это его проявления. Интересно было бы узнать, понимают ли коровы, что веселый фермер, скармливающий им каждое утро щедрую порцию сена — это один и тот же индивидуум, несмотря на его разные проявления?

Приведенный список кажется списком иерархии общности — на вершине находится весьма широкая концептуальная категория, а внизу — скромная конкретная вещь, локализованная во времени и пространстве. Однако идея о том, что "класс" должен обязательно быть очень широким и абстрактным, слишком ограничена. Дело в том, что наше мышление пользуется хитроумным принципом, который можно назвать *принципом прототипа:*

Любой частный случай может служить примером
некого класса случаев.

Каждый знает, что отдельные события бывают настолько впечатляющими, что они надолго остаются в памяти и могут впоследствии служить моделями событий, в какой-то мере на них похожих. Таким образом, в каждом специфическом случае заложено семя целого класса подобных случаев. Идея о том, что в частном заложено общее, очень важна.

Возникает естественный вопрос: что представляют собой символы в мозгу, классы или примеры? Есть ли символы, представляющие исключительно классы, в то время как другие символы представляют только примеры? Или один и тот же символ может быть то символом класса, то символом примера, в зависимости от того, какие его части были активизированы? Последняя теория кажется привлекательной; можно предположить, что "слегка" активизированный символ может представлять класс, в то время как более глубокое и сложное возбуждение вызовет большее количество внутренних нейронных сигналов, и, следовательно, символ будет представлять частный пример. Однако если подумать хорошенько, это довольно странная идея: это означало бы, что активизировав символ "печатное издание" достаточно глубоко, можно прийти к сложному символу, соответствующему газете, лежащей под плошкой с минтаем для кошки Муськи. И что любое возможное проявление любого печатного издания может быть представлено в мозгу путем активации одного и того же символа "печатного издания". Это, пожалуй, слишком тяжелая ноша для одного единственного символа. Следовательно, можно заключить, что бок о бок с символами классов должны существовать и символы примеров, и что последние — не просто разные способы активации символов класса, но самостоятельные единицы.

Отделение примеров от классов

С другой стороны, символы-примеры часто наследуют многие черты от классов, к которым эти примеры принадлежат. К примеру, если я скажу вам, что видел какой-нибудь фильм, вы начнете производить свежий символ для данного фильма; однако за отсутствием достаточной информации, вам придется опираться на уже существующий у вас символ-класс "фильм". Подсознательно вы будете предполагать, что фильм продолжался от одного до трех часов, что он показывался в местном кинотеатре, что в нем рассказывалась история о каких-то людях, и так далее. Эти предположения "встроены" в символ класса и служат для связи его с другими символами (возможности возбуждать другие символы); это, говоря на компьютерном жаргоне, *параметры, выбираемые по умолчанию* или *стандартный выбор*. В любом новоиспеченном символе-примере эти параметры легко можно обойти; однако если это не оговорено специально, они будут унаследованы новым символом от символа-класса. Если эти параметры специально не исключены, они дадут вам предварительную информацию, чтобы представлять новый пример — например, фильм, который я посмот-

рел — с помощью вероятных допущений, основанных на неком "стереотипе", или символе-классе.

Новый символ-пример похож на ребенка, у которого еще нет собственных идей и опыта — он старается имитировать родителей, надеясь во всем на их опыт и мнения. Но постепенно он приобретает собственный опыт и неизбежно начинает отдаляться от родителей. Спустя некоторое время, ребенок превращается во взрослого. Подобно этому, новорожденный символ-пример может постепенно отойти от класса-родителя и превратиться в самостоятельный класс, или прототип.

Чтобы лучше понять, как это происходит, представьте себе, что однажды вечером вы включаете радио и слышите трансляцию футбольного матча между незнакомыми вам командами. Сначала вы не знаете имен игроков ни в одной команде. Когда комментатор говорит. "Голяшкина сбивают с ног в тот момент, когда он собирался бить по воротам", вы понимаете только то, что одного из игроков незаконно атаковали. В вашей голове при этом активизируется символ класса "футболист", одновременно с символом "грубое действие". Затем, слыша фамилию Голяшкина еще несколько раз, вы начинаете создавать для него специальный символ, возможно, используя его имя как опорный пункт. Этот символ зависит, как ребенок, от символа-класса "футболист"; рождающийся у вас образ Голяшкина основан на вашем стереотипе футболиста, заложенном в соответственном символе. Но постепенно, пока вы слушаете репортаж, у нас накапливается новая информация о Голяшкине, и его символ становится все более независимым, меньше и меньше нуждаясь в возбуждении символа класса-родителя. Это может произойти за несколько минут, если Голяшкин отличится, сделав несколько удачных пасов и забив гол. Его товарищи по команде, однако, могут быть все еще представлены активацией класса-символа. Через несколько дней, после того, как вы прочитали несколько отчетов о матче, пуповина рвется и Голяшкин может стоять на своих двоих. Теперь вы знаете, из какого он города и в какой команде играл раньше, узнаете его лицо, и так далее. В этот момент, Голяшкин для вас уже не абстрактный игрок, но человек, профессия которого — футболист. Символ "Голяшкин" может быть активным, в то время как его родитель, символ-класс "футболист", может оставаться в пассивном состоянии.

Когда-то символ "Голяшкин" был спутником, вращавшимся вокруг материнского символа, подобно тому, как искусственные спутники кружатся по орбите вокруг Земли, которая намного больше и массивнее их. Затем наступила промежуточная стадия, когда один символ был важнее другого, но при этом их можно было рассматривать как вращающиеся друг вокруг друга — что-то вроде Земли и Луны. Наконец, новый символ становится автономным и может в свою очередь служить символом-классом, вокруг которого могут начать кружиться новые спутники — символы, возникающие у других людей, не знакомых с Голяшкиным. Он может служить временным стереотипом — пока у них не появится больше информации, и их символы-спутники также не станут независимыми.

Трудность отделения символов друг от друга

Эти этапы роста и отделения примера от класса можно различить по тому, как связаны между собой задействованные символы. Без сомнения, иногда будет очень трудно с уверенностью сказать, где начинается один символ и где кончается другой. Насколько "активен" какой-либо символ по сравнению с другим? Если они могут быть возбуждены отдельно друг от друга, то мы по праву можем называть их независимыми.

Выше мы использовали метафору из области астрономии. Интересно то, что проблема движения планет весьма сложна; в действительности, общая проблема трех гравитационно взаимодействующих тел, таких, например, как Земля, Луна и Солнце, все еще не разрешена, даже после нескольких столетий поиска. Однако можно получить довольно точное приближение результата, когда одно из тел гораздо массивнее других (в нашем примере это Солнце). Тогда имеет смысл считать это тело неподвижным, а два других — вращающимися вокруг него; после этого можно учесть взаимодействие двух спутников между собой. Это приближение требует разбивания системы две части: Солнце и некий "блок" — систему Земля-Луна. Это, разумеется, только приближение, но оно помогает нам намного глубже понять всю систему. Так до какой же степени этот блок — часть реальности, и до какой степени он — измышление человеческого разума, наложение людьми определенной схемы на вселенную? Проблема "реальности" границ между "автономными" и "полуавтономными" блоками, как мы их воспринимаем, доставит нам немало забот, когда мы попытаемся соотнести эти понятия с символами в мозгу.

Весьма затруднительным вопросом, например, является вопрос о множественном числе. Как мы себе представляем, скажем, трех собак в чайной чашке? Или нескольких человек в лифте? Начинаем ли мы с символа-класса "собака" и затем снимаем с него три "копии"? Иными словами, используем ли мы символ "собака" как форму для отливки трех свежих символов-примеров? Или же мы одновременно активируем символы "собака" и "три"? Чем больше деталей мы добавляем к воображаемой сцене, тем менее приемлемыми кажутся обе эти теории. Скажем, у нас нет отдельного символа-примера для всех носов, усов или крупинок соли, которые мы когда-либо видели. Для таких множественных объектов мы пользуемся классами-символами; когда на улице мимо нас проходят люди с усами, мы активируем лишь класс-символ "усы", обычно не создавая при этом новых индивидуальных символов.

С другой стороны, как только мы начинаем различать людей, мы уже не можем опираться на общий символ-класс "человек". Очевидно, что необходимы отдельные символы-примеры для каждого отдельного человека. Смешно было бы воображать, что это может быть достигнуто путем "жонглирования" единственным символом, перебрасывая его между различными способами активации (по способу на каждого нового человека).

Между крайностями должно быть место для многих промежуточных случаев. Возможно, что в мозгу есть целая иерархия путей различения между классами и примерами, иерархия, порождающая символы — и организации символов — различной степени специфичности:

(1) несколько различных типов и степеней интенсивности активации символов-классов;
(2) одновременная согласованная активация нескольких символов-классов;
(3) активация одного символа-класса;
(4) активация одного символа-примера одновременно с активацией нескольких символов-классов;
(5) одновременная согласованная активация нескольких символов-примеров и символов-классов.

Это снова приводит нас к вопросу "когда символ является различимой подсистемой мозга?" Посмотрим, скажем, на второй пример — одновремен-

ная согласованная активация нескольких символов-классов. Вполне возможно, что именно это и происходит, когда мы рассматриваем понятие "соната для фортепиано" (при этом активируются по-крайней мере два символа: "фортепиано" и "соната"). Но если эта пара символов активируется вместе достаточно часто, то разумно предположить, что рано или поздно между ними установится такая тесная связь, что они начнут действовать как некая единица каждый раз, когда они активированы соответствующим образом. Таким образом, в соответствующих условиях два или более символов могут действовать как один — а это значит, что проблема подсчета символов в мозгу еще сложнее, чем нам казалось.

При некоторых условиях два ранее не связанных символа могут одновременно активироваться координированным путем. При этом они могут так подойти друг другу, что образуется новый символ, тесно связующий два прежних. Справедливо ли в таком случае утверждать, что новый символ "всегда был в мозгу, но до сих не был активирован" — или же мы должны сказать, что он только что "создан"?

Если это звучит для вас слишком абстрактно, давайте рассмотрим конкретный пример: Диалог "Крабий канон". При написании этого Диалога два существующих символа — "музыкальный канон-ракоход" и "словесный диалог" — должны были быть активированы одновременно и им пришлось взаимодействовать. Как только это произошло, остальное было почти неизбежно: родился новый символ-класс, который в дальнейшем мог активироваться самостоятельно. Был ли он в моем мозгу всегда, в пассивном состоянии? В таком случае то же должно быть верно для любого человека, в чьем мозгу когда-либо имелись составляющие символы, даже если новый символ-класс никогда не был там активирован. Тогда, чтобы подсчитать количество символов в мозгу любого человека, пришлось бы учитывать все *пассивные* символы — все возможные комбинации и комбинации всех возможных типов активации всех известных символов. Это включало бы даже фантастические создания, которые наш мозг изобретает во время сна — странные смеси идей, которые просыпаются, когда их "хозяин" засыпает... Существование этих "потенциальных символов" показывает, что представлять мозг, как строго определенную коллекцию символов в хорошо определенных состояниях, было бы слишком большим упрощением. Точно охарактеризовать состояние мозга на уровне символов гораздо сложнее.

Символы — программное обеспечение или аппаратура?

Думая о громадном и непрерывно растущем количестве символов в мозгу, вы можете задаться вопросом — а не наступит ли такой момент, когда мозг насытится, и в нем просто не окажется больше места для нового символа? Предположительно, такое могло бы произойти, если бы символы не пересекались и не накладывались бы один на другой — если бы данный нейрон никогда не выступал бы в разных ролях. Тогда символы были бы подобны людям в лифте: "Осторожно: максимальная вместимость 350 275 символов!"

Однако это вовсе не обязательная черта моделей функционирования мозга. На самом деле, пересечение и сложная связь символов между собой скорее являются правилом; вероятно, каждый нейрон, вместо того, чтобы быть членом единственного символа, функционирует, как часть сотен различных символов.

Это звучит немного тревожно — если дело обстоит именно так, почему бы тогда не считать, что каждый нейрон — часть каждого существующего символа? Если так, то символы было бы невозможно локализовать — каждый символ идентифицировался бы с целым мозгом. Это объяснило бы результаты, полученные Лашли при удалении частей коры головного мозга у крыс; однако нам пришлось бы отказаться от нашего первоначального намерения разделить мозг на отдельные физические подсистемы. Наша характеристика символов как "реализации понятий на уровне аппаратуры" оказывалась бы, в лучшем случае, слишком упрощенной. Ведь если бы каждый символ состоял из тех же нейронов, что и все остальные символы, то какой смысл был бы вообще говорить о различных символах? Какой была бы тогда "подпись" активации данного символа — иными словами, как можно было бы отличить активацию символа А от активации символа В? Не разрушило ли бы это всю нашу теорию? Даже если *полного* совпадения символов и не происходит, все же, чем больше они пересекаются, тем труднее будет нам поддерживать жизнь нашей теории. (Одна из возможностей пересечения символов представлена на рис. 68.)

Существует возможность спасти теорию, основанную на символах, даже когда те физически в значительной степени или даже полностью совпадают. Представьте себе поверхность пруда, на которой могут возникать самые различные типы волн. Аппаратура — сама вода — остается неизменной, но она может быть "возбуждена" по-разному. Подобные различные состояния — программы — одной и той же аппаратуры могут быть отличены друг от друга.

Предлагая эту аналогию, я не утверждаю, что все символы — не что иное, как различные типы "волн", распространяющихся в однородной нейронной среде, которая не может быть подразделена на физически различимые символы. Однако вполне возможно, что для того, чтобы отличить активацию одного нейрона от активации другого, важно не только локализовать эти нейроны, но и точно определить соответствующие моменты их активации. Какой нейрон активировался раньше, и насколько? Сколько сигналов в секунду послал данный нейрон? Таким образом, разные символы могут сосуществовать в одном и том же наборе нейронов — они характеризуются различными схемами активации. Разница между теорией, предполагающей физически различные символы, и теорией пересекающихся символов, различающихся друг от друга типом активации, в том, что первая предполагает реализацию понятий на уровне аппаратуры, а вторая — частично на уровне аппаратуры и частично на уровне программ.

Отделяемость разума

Итак, в наших попытках понять процессы мышления мы столкнулись с двумя основными проблемами. Одна состоит в том, чтобы понять, каким образом активация нейронов на низшем уровне вызывает активацию символов на высшем уровне. Другая проблема — в том, чтобы объяснить активацию символов на высшем уровне, не прибегая при этом к терминологии низшего, нейронного уровня. Если последнее возможно (как утверждает рабочая гипотеза, лежащая в основе большинства современных исследований по искусственному интеллекту), то интеллект может возникнуть и в других, отличных от мозга, типах аппаратуры. Таким образом, можно представить интеллект как характеристику, отделимую от аппаратуры, в которой она заключается — иными словами, интеллект был бы заключен не в аппаратуре, а в программе. Это означало бы, что явления сознания и интеллекта — это явления высшего порядка в том же

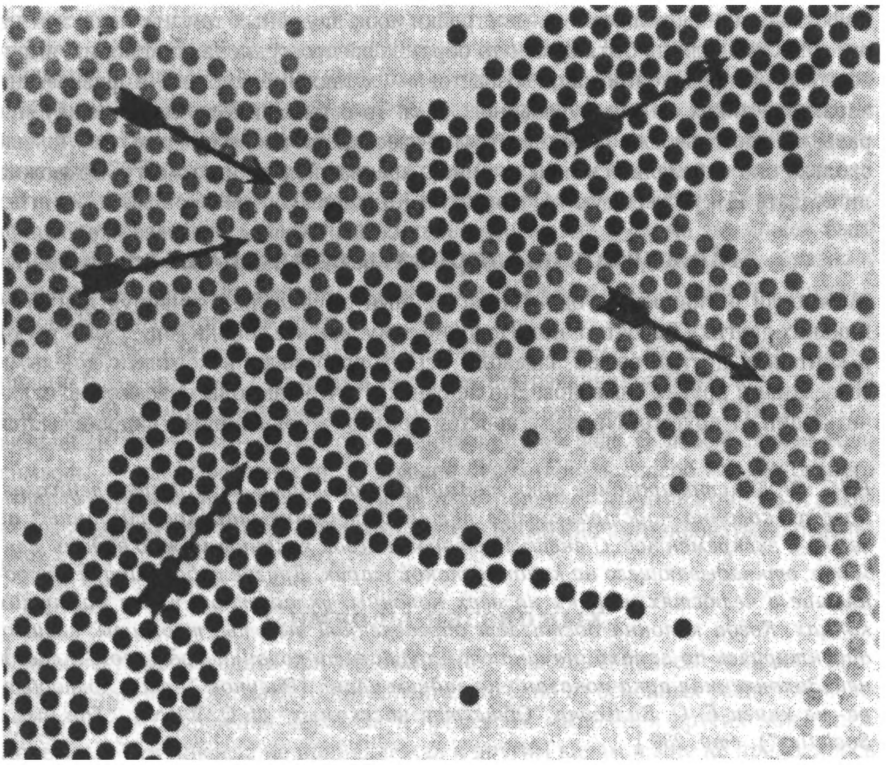


РИС. 68. На этой схематической диаграмме нейроны изображены в виде точек на плоскости. Два пересекающиеся пути нейронов отмечены разными оттенками серого цвета. Может случиться так, что два независимых нейронных сигнала одновременно устремляются по этим путям, проходя друг сквозь друга, как две волны на поверхности пруда (Рис. 52). Это иллюстрирует идею о том, что два активных символа могут частично состоять из одних и тех же нейронов, которые могут быть активированы одновременно. [*Из книги Джона К. Экклса "Лицом к лицу с реальностью" (John C. Eccles, "Facing Reality"), стр. 21.*]

смысле, как и многие другие сложные явления природы; они управляются своими законами высшего уровня, которые, разумеется, зависят от низшего уровня, но, тем не менее, могут быть от него отделены.

С другой стороны, если бы схемы активации символов оказались совершенно неосуществимыми без нейронов аппаратуры (или их симуляции), это означало бы, что интеллект неотделим от мозга, и что его гораздо труднее объяснить, чем какую-либо другую систему, основанную на иерархии законов на нескольких различных уровнях.

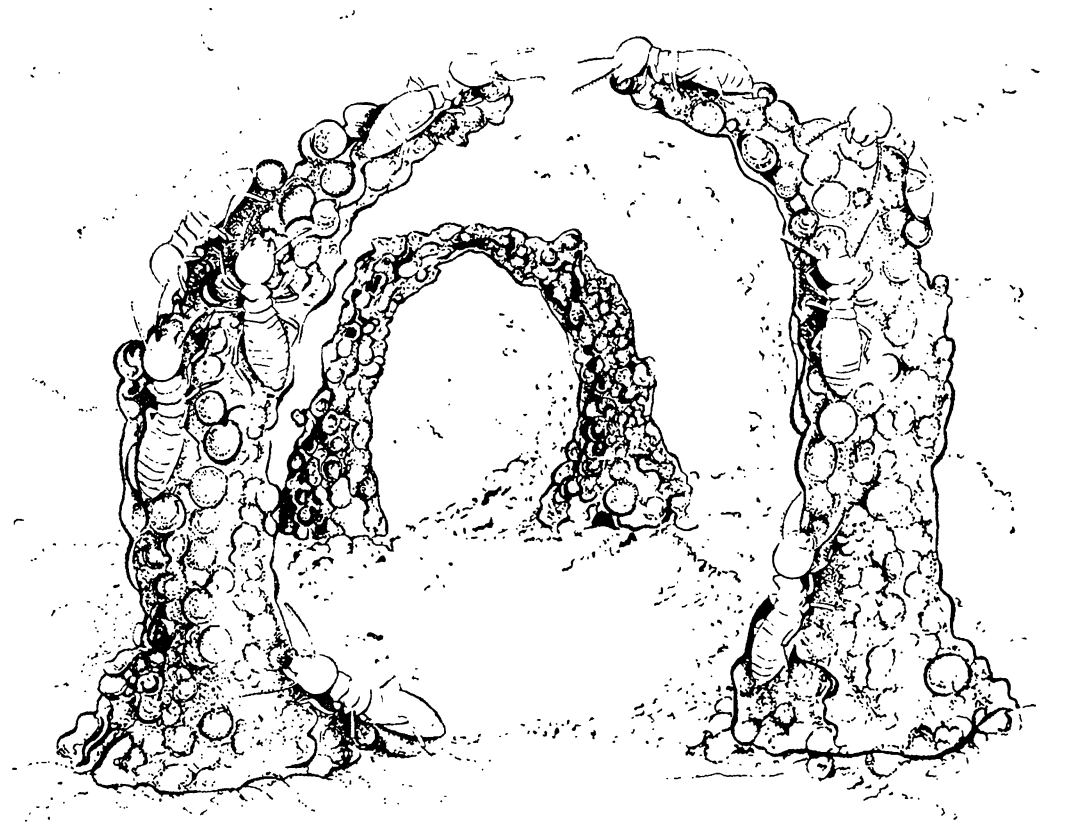
Вернемся к удивительному коллективному поведению, наблюдаемому в муравьиных колониях, поведению, в результате которого строятся огромные, сложные муравейники, хотя в приблизительно 100 000 нейронах муравьиного мозга почти наверняка не заложена никакая информация о структуре муравейника. Каким же образом, в таком случае, строится муравейник? Где находится нужная информация? Подумайте, например, над тем, где может находиться

информация, необходимая для постройки арок, подобных тем что показаны на рис. 69. Она должна быть каким-то образом распространена по колонии, выражаясь в распределении каст, возрастов — а также, возможно, в физических характеристиках самого муравьиного тела. То-есть, взаимодействие между муравьями настолько же определяется их шестиногостью, размером, и т. п., насколько оно определяется информацией, хранящейся у них в мозгу. Возможно ли создать Искусственную Муравьиную Колонию?

Можно ли изолировать один символ?

Можно ли активировать один единственный символ, не активируя при этом никаких других? Вероятно, нет. Подобно тому, как все вещи в мире существуют в контексте других вещей, символы всегда пребывают в контакте с целыми созвездиями других символов. Это не означает, что символы невозможно отличить один от другого. Приведу простой пример: в большинстве видов имеются

РИС. 69. Конструирование арки термитами-рабочими Macrotermes bellicosus. Каждая колонна надстраивается путем добавления шариков, сделанных из земли и экскрементов. С внешней стороны левой колонны можно видеть термита, откладывающего на колонну такой шарик. Другие работники, уже поднявшие в челюстях шарики на верх колонны, укладывают их на растущих концах. Когда колонна достигает определенной высоты, термиты, видимо, ориентируясь по запаху, начинают наращивать колонну под углом к соседней. Законченная арка показана на заднем плане. [*Рисунок Турида Холлдоблера- из книги Е. О. Вильсона "Общества насекомых" (E.O. Wilson, "The Insect Societies"), стр. 230.*]



мужские и женские особи, чьи роли тесно взаимосвязаны; однако это не значит, что мужчину невозможно отличить от женщины. Каждый из них отражен в другом, подобно стеклянным сферам в сети Индры. Рекурсивная связь функций F(n) и M(n) в главе V не мешает каждой функции иметь свои собственные характеристики. Связь между этими функциями сравнима с отношением между парой СРП, вызывающих одна другую. Отсюда мы можем перейти к целой сети тесно взаимосвязанных схем — гетерархии взаимодействия рекурсивных процедур. Связи здесь настолько сильны, что ни одна схема не может быть активирована в изоляции; но при этом активация каждой схемы своеобразна и легко отличима от активации других схем. Кажется, что сравнение мозга с колонией СРП не так уж плохо!

Таким же образом, символы, со всеми их сложными связями между собой, прочно сцеплены друг с другом и тем не менее различимы. Возможно, что для этого необходимо идентифицировать нейронную сеть, или ту же сеть плюс тип активации, или же что-нибудь совершенно в другом роде. В любом случае, если символы — части реальности, то должен существовать способ их аккуратного отображения в мозгу. Однако, если бы нам и удалось идентифицировать некоторые символы, это еще не означало бы, что их можно активировать по отдельности.

Символы насекомых

Способность производить примеры на основе классов и классы на основе примеров лежит в основе нашего интеллекта; это одно из основных различий между процессом мышления человека и процессом мышления других животных. Конечно, я сам никогда не принадлежал к другим видам и мне не приходилось испытывать на собственном опыте их способ мышления — но со стороны очевидно, что никакой другой вид не формирует общие понятия, как это делаем мы, и не воображает гипотетические миры — варианты действительности, помогающие нам принимать решения. Рассмотрим, для примера, ставший знаменитым "язык пчел" — "танцы" возвращающихся в улей пчел-работников, при помощи которых они сообщают своим собратьям о том, где есть нектар. Хотя у каждой пчелы может иметься рудиментарный набор символов, которые активируются этим танцем, нет основания предполагать, что запас символов в пчелином мозгу может быть расширен. Пчелы и другие насекомые, по-видимому, не умеют обобщать — то есть развивать новые символы-классы на основе примеров, которые показались бы человеку почти идентичными.

Классический эксперимент с осами описан в книге Дина Вулдриджа *"Механический человек" (Dean Wooldridge, "Mechanical Man")*:

> Когда приходит время откладывать яйца, оса Sphex делает себе для этого нору и ищет сверчка, которого она жалит так, чтобы не убить, а парализовать. Она относит сверчка в нору, откладывает около него яйца, закрывает нору и затем улетает, чтобы никогда не вернуться. Через некоторое время из яиц вылупляются личинки осы; они питаются парализованным сверчком, который таким образом сохранялся свежим — нечто вроде осиного эквивалента холодильника. С человеческой точки зрения подобные сложно организованные и кажущиеся целенаправленными действия убедительно говорят о логике и осмысленности — пока мы не обращаем внимание на некоторые детали. Например, рутинные действия осы следующие: она относит парализованного сверчка к норе; оставляет его у входа; заползает внутрь, проверить все ли в порядке; выходит наружу и лишь затем затаскивает сверчка в нору. Если отодвинуть сверчка на несколько сантиметров в сторону, пока оса зани-

мается предварительным осмотром норы, она, выйдя наружу, снова подтащит сверчка к норе и оставит его на пороге; после чего она снова войдет в нору, проверить, все ли в порядке. Если снова отодвинуть сверчка на несколько сантиметров, пока оса внутри. она опять подтащит его к порогу и снова войдет проверять, все ли в порядке в норе. Она никогда не догадается затащить сверчка внутрь сразу. Однажды этот опыт был повторен сорок раз с тем же самым результатом [4]

Кажется, что это поведение заложено в самой аппаратуре осиного мозга. В мозгу осы могут существовать рудиментарные символы, способные активировать друг друга; но там нет ничего похожего на человеческую способность видеть несколько примеров как членов возможного класса и затем создавать этот символ-класс; нет там и ничего подобного человеческой способности спрашивать себя: "А что, если я сделаю так — что из этого получится в моем гипотетическом мире?" Этот тип мышления требует способности создавать символы-примеры и затем обращаться с ними так, словно они представляют предметы в реальной ситуации, хотя эта ситуация может никогда не возникнуть на самом деле.

Символы-классы и воображаемые миры

Вернемся к первоапрельской шутке о взятой взаймы машине и к картинам, возникшим у вас в голове во время телефонного разговора. Для начала вы должны были активировать символы дороги, машины, человека за рулем. Понятие "дороги" весьма общее; у вас могут иметься в запасе некие "дремлющие" примеры, которые вы можете при случае вспомнить. "Дорога" — это скорее символ-класс, чем символ-пример. Слушая рассказ, вы быстро активируете символы, представляющие все более конкретные примеры. Например, когда вы слышите, что дорога была мокрая, вы представляете себе некую конкретную картину, хотя вы знаете, что настоящая дорога, где произошла авария, может весьма отличаться от той, что встает перед вашим мысленным взором. Однако это неважно; необходимо только, чтобы ваш символ достаточно хорошо вписывался в историю — то есть чтобы он, в свою очередь, мог активировать символы нужного типа.

По мере того, как рассказ продолжается, вы дополняете ваш мысленный образ дороги: там есть глубокий кювет, куда машина могла упасть. Значит ли это, что вы активируете символ "кювет" или что вы уточняете некоторые параметры в символе "дорога"? Без сомнения, верно и то и другое. Дело в том, что сеть нейронов, составляющих символ "дорога", может быть активирован разными путями, и вы выбираете, какая из его подсистем будет активирована в данный момент. Одновременно с этим, вы активируете символ "кювет", что, в свою очередь, влияет на способ активации символа "дорога", поскольку нейроны этих двух символов могут обмениваться сигналами друг с другом. (Это может показаться немного запутанным, поскольку я смешиваю здесь два уровня описания, пытаясь представить одновременно как символы, так и составляющие их нейроны.)

Не менее важными, чем имена существительные, являются глаголы, предлоги, и так далее. Они также активируют символы, которые начинают затем обмениваться сигналами. Схемы активации символов для глаголов и символов для имен существительных, разумеется, отличны друг от друга, что означает, что физически эти символы могут быть организованны по-разному. Например, символы для существительных могут быть расположены в каких-то определенных местах, в то время как символы для глаголов и предлогов могут иметь "щупальца" по всей коре; существует множество разных возможностей.

Когда рассказ окончен, вы узнаете, что вас разыграли, — все это было только шуткой. Наше умение производить символы-примеры на основе символов-классов, подобно тому, как мы можем получить изображение монетки, заштриховав положенную на нее бумагу, позволяет нам представлять ситуации, не будучи при этом рабами действительности. Тот факт, что одни символы могут служить базой для создания других символов, дает нам некую мысленную свободу от окружающей реальности; мы можем создавать искусственные вселенные, где возможны любые события, которые мы можем описать как угодно детально. Но при этом у символов-классов, на ветвях которых расцветают эти воображаемые цветы, глубокие корни в реальной жизни.

Обычно символы играют изоморфные роли по отношению к возможным событиям, хотя иногда активируются символы, представляющие невозможные ситуации, — например, туба, откладывающая яйца, или говорящая кошка. Граница между возможным и невозможным весьма нечетка. Воображая некое гипотетическое событие, мы приводим определенные символы в активное состояние и, в зависимости от того, насколько хорошо они взаимодействуют между собой (что, предположительно, отражается в том, насколько легко нам довести данную мысль до конца), мы говорим, что это событие "возможно" или "невозможно".

Таким образом, термины "возможно" и "невозможно" весьма субъективны. На самом деле большинство людей легко соглашаются с тем, какие события могут случиться и какие менее вероятны; это объясняется тем, что все мы имеем схожие структуры в мозгу. Однако существует пограничная зона, в которой субъективный характер воображаемых миров становится очевидным. Глубокое изучение того, какие именно воображаемые события люди считают "возможными" или "невоможными", пролило бы свет на поведение символов, лежащих в основе человеческой мысли.

Интуитивные законы физики

Когда рассказ был окончен, у вас в голове сложилась детальная модель того, что случилось; все предметы в этой модели повинуются физическим законам. Это значит, что те же законы скрыто присутствуют в самой схеме активации символов. Разумеется, фраза "физические законы" не означает здесь физических законов в том виде, как они излагаются учеными; скорее, имеются в виду интуитивные, блочные законы, которым мы повинуемся с тем, чтобы выжить.

Интересно то, что мы можем по желанию выдумать целую серию событий, идущих вразрез с законами физики. Например, если я попрошу вас вообразить, что две машины, идущие навстречу друг другу, вместо того, чтобы столкнуться, проходят одна сквозь другую, вы представите себе соответствующую сцену без труда. Интуитивные физические законы могут быть "отменены" законами воображаемыми; но то, как это происходит, как рождаются в мозгу подобные последовательности событий — даже сама сущность всякого зрительного образа — все еще является для нас глубочайшей загадкой.

Нет нужды говорить, что в нашем мозгу существуют интуитивные законы, описывающие поведение не только неодушевленных предметов, но и растений, животных, людей и государств — иными словами, блочные законы биологии, психологии, социологии и так далее. Все внутренние представления подобных понятий с необходимостью включают черты блочных, обобщенных моделей: детерминизм здесь приносится в жертву ради простоты. Наша модель реально-

го мира способна предсказать только вероятность того или иного гипотетического события — но она не предсказывает ничего с точностью физики.

Знание процедурное и знание декларативное

В науке об искусственном интеллекте различаются два типа знания: процедурное и декларативное. Знание называется *декларативным,* если оно хранится в памяти явно, так что к нему имеют доступ не только программист, но и сама программа: его можно "прочитать", словно энциклопедию или альманах. Обычно это значит, что такое знание локализовано, а не распространено по всей памяти. С другой стороны, *процедурное* знание закодировано не в форме фактов, а в форме программ. Программист может взглянуть на них, и сказать: "Я знаю, что благодаря этим процедурам, программа "умеет" писать русские предложения," — но сама программа может понятия не иметь, *как именно* она это делает. Например, ее словарь может вообще не включать слова "русский", "предложение", и "писать"! Такое процедурное знание обычно разбросано по памяти в виде кусков, и на него невозможно указать пальцем. Это не отдельная деталь, но общее следствие работы программы. Иными словами, кусок процедурного знания — это эпифеномен.

У большинства людей, наряду с глубоким процедурным знанием грамматики их родного языка, существует более слабое декларативное представление о ней. Эти два типа знания могут легко вступать в конфликт; например, носитель языка может пытаться научить иностранца выражениям, которые он сам не стал бы употреблять, но которые находятся в согласии с декларативным "книжным представлением", которому его когда-то научили в школе. Интуитивные, блочные законы физики и других дисциплин, о которых мы упомянули выше, представляют собой в основном процедурное знание; тот факт, что у паука восемь ног — это в основном знание декларативное.

Между процедурным и декларативным существует множество переходных типов знания. Представьте себе, что вы пытаетесь вспомнить какую-то мелодию. Записана ли она у вас в мозгу нота за нотой? Сможет ли нейрохируг вынуть нервное волокно из вашего мозга и указать на нем, словно на магнитной ленте, каждую из последовательно записанных нот? Это означало бы, что мелодии хранятся в виде декларативного знания. Или же при попытке вспомнить мелодию в мозгу активируется множество символов, представляющих тональные соотношения, эмоциональные характеристики, ритмические особенности и так далее? Это означало бы, что мелодии хранятся в виде процедурного знания. На самом деле, возможно, что в записи мелодий в нашем мозгу участвуют оба эти типа знания.

Интересно то, что вспоминая мелодию, большинство людей не различают между возможными тональностями; им все равно, пропеть ли "В лесу родилась елочка" в до или в ми мажоре. Это означает, что в мозгу записаны не сами абсолютные тональности, а их соотношение. Однако у нас нет причин полагать, что это соотношение тональностей не может быть закодировано в декларативной форме. С другой стороны, некоторые мелодии запоминаются очень легко, в то время как другие никак не удается запомнить. Если бы все мелодии были закодированы в виде последовательности нот, сохранение в памяти любой мелодии должно было бы быть одинаково легким делом. Тот факт, что одни мелодии запоминаются легко, а другие — нет, указывает, по-видимому, на существование в мозгу неких хорошо знакомых нам схем, которые активируются,

когда мы слышим ту или иную мелодию. Чтобы воспроизвести данную мелодию, эти схемы должны быть активированы в том же порядке. Это возвращает нас к символам, активирующим один другого, вместо простой линейной последовательности закодированных декларативным образом нот или тональностей.

Откуда мозгу известно, когда кусок знания закодирован декларативным образом? Вообразите, например, что вас спрашивают: "Сколько человек живет в Санкт-Петербурге?" Каким-то образом вам сразу приходит на ум число пять миллионов; при этом вам нет нужды спрашивать себя: "Батюшки, как же я их всех смогу подсчитать?" Теперь представьте себе, что я вас спрашиваю: "Сколько стульев стоит у вас в столовой?" Здесь происходит обратное: вместо того, чтобы пытаться вытащить ответ из вашей мысленной картотеки, вы либо идете в столовую и считаете там стулья, либо мысленно представляете себе столовую и считаете стулья в воображаемой столовой. Вопросы были одного типа — "сколько?.." — но один из них заставил вас вытащить "кусок" декларативного знания, в то время как другой привел в действие процедурный метод нахождения ответа. Этот пример показывает, что у нас есть знания о том, как мы классифицируем наши собственные знания; более того, некоторые из этих *метазнаний* в свою очередь могут быть закодированны процедурно, так что вы используете их автоматически, не отдавая себе отчета в том, как именно вы это делаете.

Зрительные образы

Одним из самых замечательных и трудно описуемых свойств сознания является его способность создавать зрительные образы. Как мы создаем мысленный образ нашей гостиной? Или бурного горного ручья? Или апельсина? Как нам удается создавать эти образы бессознательно — образы, которые дают нашим мыслям выразительность, цвет и глубину? С какого мысленного склада они достаются? С помощью какого волшебства нам удается смешивать два или три образа в один, даже не думая о том, как мы это делаем? Знания о том, как это делается, — один из самых ярких примеров процедурных знаний, поскольку мы почти ничего не знаем о том, что такое зрительные образы.

Возможно, что мысленные образы основаны на нашей способности подавлять моторную деятельность. Я имею в виду следующее: когда вы воображаете себе апельсин, в коре вашего мозга могут возникнуть команды взять его, понюхать, осмотреть, и так далее. Ясно, что эти команды не могут быть исполнены, поскольку апельсин находится только у вас в воображении. Но они могут быть направлены по обычным каналам в мозжечок или другие подсистемы мозга, пока в некий критический момент "мысленный кран" не закрывается, предотвращая действительное исполнение команд. В зависимости от того, насколько далеко расположен этот "кран", образы могут казаться более или менее жизненными и натуральными. В гневе мы легко можем вообразить, что хватаем какой-то предмет и швыряем его, или пинаем что-то; хотя на самом деле мы этого не делаем, но чувствуем, что были весьма близки к этому. Возможно, "кран" перекрыл нервные импульсы в самый последний момент.

Вот еще один способ различить между доступным и недоступным видами знания при помощи образов. Вспомните, как вы представляли себе машину, скользящую на мокрой горной дороге. Без сомнения, в вашем воображении гора рисовалась намного большей, чем машина. Почему это происходит? Потому ли, что когда-то вы заметили, что машины обычно бывают меньше, чем горы,

запомнили это наблюдение, и воспользовались им, при восстановлении в вашем воображении данной истории? Маловероятное предположение. Или же это случилось благодаря невидимым нам взаимодействиям неких символов, активированных в вашем мозгу? Ясно, что последнее кажется гораздо более вероятным. Знание о том, что машины меньше гор — это не кусок запомненного материала; оно может быть получено *дедуктивным путем*. Следовательно, оно, скорее всего, закодировано не в одном единственном символе, а является результатом активации и последующего взаимодействия многих символов, таких, например, как "сравнивать", "размер", "гора", "машина" и других. Это означает, что знания хранятся в мозгу не явно, не в каких-либо определенных местах- скорее, они распространены по большим участкам коры. Такие простые факты, как размер предметов, должны быть "собраны по частям", а не просто вынуты из памяти. Итак, даже в знании, которое может быть выражено словами, есть некие сложные, недоступные нашему взгляду процессы, которые подготовливают это знание к тому моменту, когда оно сможет быть выражено словесно.

Мы продолжим исследование объектов под названием "символы" еще в нескольких главах. В главах XVIII и XIX, посвященных искусственному интеллекту, мы будем говорить о возможных способах включения активных символов в программы. В следующей главе мы рассмотрим объяснения, которые модель мозговой деятельности, основанная на символах, предлагает сравнению мозгов разных людей.

Англо-франко-германо-русская сюита

By Lewis Carroll[1]...

...et Frank L. Warrin[2]...

...und Robert Scott[3]...

...и Д. Г. Орловской.

'Twas brillig, and the slithy toves
Did gyre and gimble in the wabe:
All mimsy were the borogoves,
And the momeraths outgrabe.

Il brilgue: les tôves lubricilleux
Se gyrent en vrillant dans le guave.
Enmîmés sont les gougebosqueux
Et le momerade horsgrave.

Es brillig war. Die schlichten Toven
Wirrten und wimmelten in Waben;
Und aller mumsige Burggoven
Die mohmen Räth' ausgraben.

Воркалось. Хливкие шорьки
Пырялись по наве,
И хрюкотали зелюки,
Как мюмзики в мове.

«Beware the Jabberwock, my son!
The jaws that bite, the claws that catch!
Beware the Jubjub bird, and shun
The frumious Bandersnatch!»

«Garde-toi du Jaseroque, mon fils!
La gueule qui mord; la griffe qui prend!
Garde-toi de l'oiseau Jube, évite
Le frumieux Band-à-prend!»

»Bewahre doch vor Jammerwoch!
Die Zähne knirschen, Krallen kratzen!
Bewahr' vor Jubjub-Vogel, vor
Frumiösen Banderschnatzchen!«

«О бойся Бармаглота, сын!
Он так свирлеп и дик,
А в глуще рымит исполин -
Злопастный Брандашмыг.»

He took his vorpal sword in hand:
Long time the manxome foe he sought —
So rested he by the Tumtum tree,
And stood awhile in thought.

Son glaive vorpal en main, il va-
T-à la recherche du fauve manscant;
Pius arrivé à l'arbre Té-té,
Il y reste, réfléchissant.

Er griff sein vorpals Schwertchen zu,
Er suchte lang das manchsam' Ding;
Dann, stehend unterm Tumtum Baum,
Er an-zu-denken-fing.

Но взял он меч, и взял он щит,
Высоких полон дум,
В глущобу путь его лежит,
Под дерево Тумтум.

And, as in uffish thought he stood,
The jabberwock, with eyes of flame,
Came whiffling through the tulgey wood,
And burbled as it came!

Pendant qu'il pense, tout uffusé,
Le Jaseroque, à l'oeil flambant,
Vient siblant par le bois tullegeais,
Et burbule en venant.

Als stand er tief in Andacht auf,
Die Jammerwochen's Augen-feuer
Durch turgen Wald mit Wiffek kam
Ein burbelnd Ungeheuer!

Он встал под дерево и ждет,
И вдруг граахнул гром —
Летит ужасный Бармаглот
И пылкает огнем!

One, two! One. two! And through and through
The vorpal blade went snicker-snack!
He left it dead, and with its head
He went galumphing back.

Un deux, un deux, par le milieu,
Le glaive vorpal fait pat-à-pan!
Le bête défaite, avec sa tête,
Il rentre gallomphant.

Eins, Zwei! Eins, Zwei! Und durch und durch
Sein vorpals Schwert zerschnifer-schnück,
Da blieb es todt! Er, Kopf in Hand,
Geläumfig zog zurück.

Раз-два! Раз-два! Горит трава,
Взы-взы — стрижает меч.
Ува! Ува! И голова
Барабардает с плеч.

«And hast thou slain the Jabberwock?
Come to my arms, my beamish boy!
O frabjous day! Callooh! Callay!»
He chortled in his joy.

《As-tu tué le Jaseroque?
Viens à mon coeur, fils rayonnais!
Ô jour frabbejais! Calleau! Callai!》
Il cortule dans sa joie.

》Und schlugst Du ja den Jammerwoch?
Umarme mich, mein Böhm'sches Kind!
O Freuden-Tag! O Halloo-Schlag!《
Er schortelt froh-gesinnt.

О, светозарный мальчик мой,
Ты победил в бою!
О, храброславленный герой,
Хвалу тебе пою!

'Twas brillig, and the slithy toves
Did gyre and gimble in the wabe:
All mimsy were the borogoves,
And the momeraths outgrabe.

Il brilgue: les tôves lubricilleux
Se gyrent en vrillant dans le guave.
Enmîmés sont les gougebosqueux
Et le môмerade horsgrave.

Es brillig war. Die schlichten Toven
Wirrten und wimmelten in Waben;
Und aller mümsige Burggoven
Die mohmen Räth' ausgraben.

Воркалось. Хливкие шорьки
Пырялись по наве,
И хрюкотали зелюки,
Как мюмзики в мове.

ГЛАВА XII

Разум и мысль

Может ли существовать изоморфизм между мозгами?

Теперь, когда мы выдвинули предположение о существовании в мозгу активных подсистем высшего уровня (символов), мы можем вернуться к вопросу о возможном изоморфизме, полном или частичном, между двумя мозгами. Вместо изоморфизма на нейронном уровне (которого наверняка не существует), или на макроскопическом уровне составляющих мозг органов (который наверняка существует, но не говорит нам многого), мы попытаемся найти изоморфизм между мозгами на уровне символов, причем такой изоморфизм, который не только соотносит символы в одном мозгу с символами в другом мозгу, но также сопоставляет схемы активации этих символов. Это значит, что соответствующие символы в этих мозгах соотносятся соответствующим образом. Это было бы настоящим *функциональным* изоморфизмом — о нем мы уже говорили, пытаясь определить, что общего между различными бабочками.

С самого начала ясно, что стопроцентного изоморфизма между любой парой человеческих существ не существует, так как это означало бы, что мысли одного из них полностью совпадают с мыслями другого. Чтобы это было так, их память также должна быть идентичной — то есть они должны вести абсолютно одинаковую жизнь. Даже однояйцевые близнецы весьма далеки от такой идеальной ситуации.

А как насчет одного-единственного индивида? Когда вы перечитываете то, что сами написали несколько лет назад, то зачастую думаете: "Какой ужас!" — и улыбаетесь, удивляясь тому, какими когда-то были. Хуже того, иногда вы реагируете таким образом на то, что сказали или написали пять минут тому назад. Когда это происходит, это значит, что вы не совсем понимаете того человека, каким были несколько мгновений назад. Изоморфизм вашего мозга *сейчас* и вашего мозга *тогда* несовершенен. Как же тогда быть с изоморфизмом вашего мозга с мозгами других людей или других биологичесих видов?

Другую сторону медали представляет общение, которое иногда возникает между самыми несхожими собеседниками. Подумайте о барьерах, которые вы преодолеваете, читая строки стихов, написанные в тюремной камере Франсуа Вийоном, французским поэтом начала пятнадцатого века. Их создал другой человек, в другую эпоху, заключенный, говорящий на другом языке... Как можно ожидать, что его слова, переведенные на русский, вызовут у вас нужные ассоциации? И все же чувства Франсуа Вийона прорываются к вам сквозь все эти барьеры.

Таким образом, с одной стороны, мы можем оставить всякую надежду найти абсолютный изоморфизм между людьми; однако с другой стороны ясно, что некоторые люди мыслят более похоже, чем другие. Кажется естественным заключить, что между мозгами людей, которые мыслят схожим образом, существует некий частичный изоморфизм на уровне программ — в частности, изоморфизм между (1) репертуаром символов и (2) способами их активации.

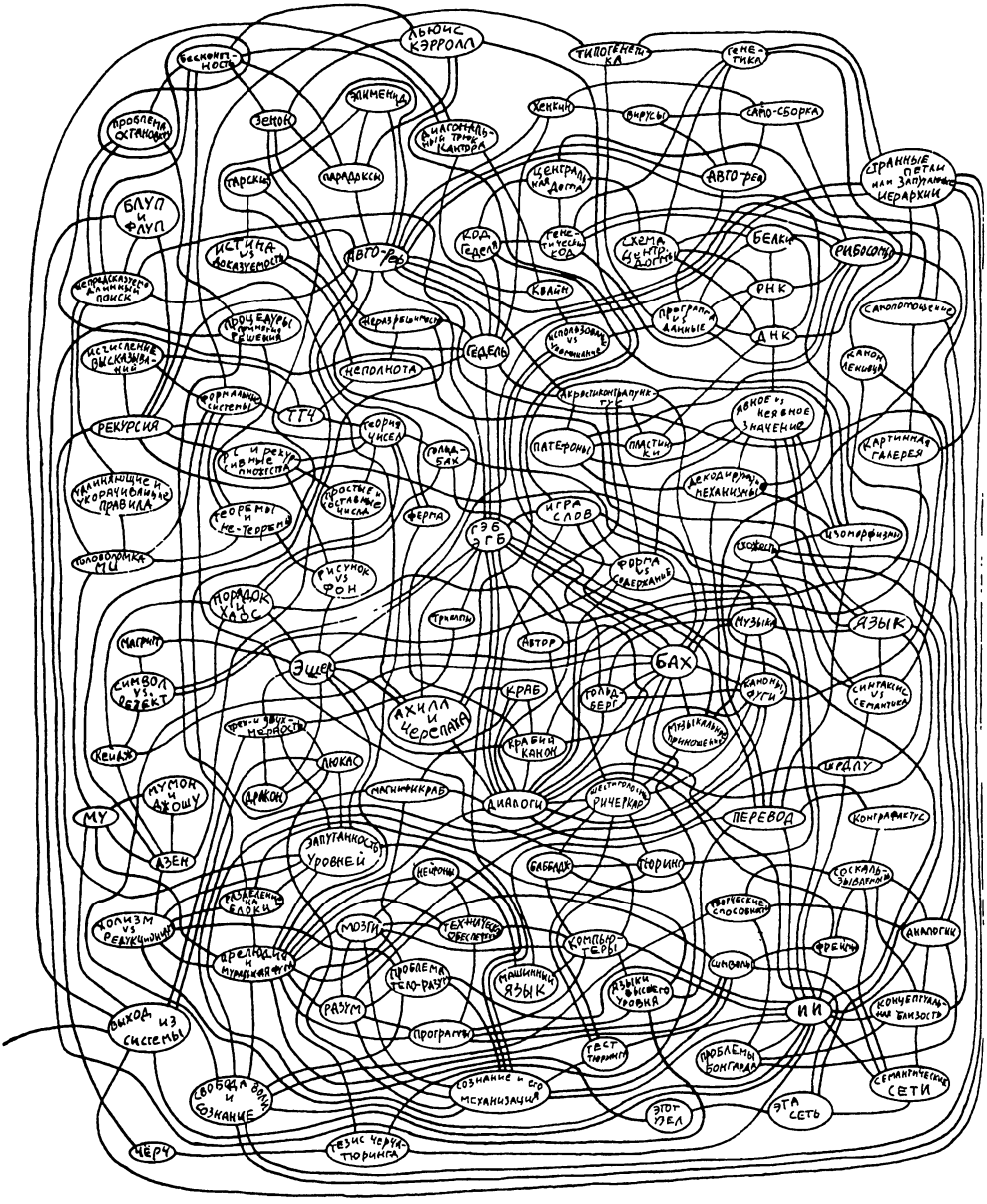


РИС. 70. Крохотный фрагмент семантической сети автора.

Сравнение различных сетей семантических связей

Что же такое *частичный* изоморфизм? Это очень трудный вопрос, в частности, потому, что никто еще не сумел адекватно описать сети взаимосвязанных символов и схемы их активации. Иногда делаются попытки дать схематическое изображение небольшой части этой сети, где каждый символ представлен в виде узла, с входящими и исходящими ребрами. Эти линии иллюстрируют возможность взаимного возбуждения. Подобные схемы — это попытка отобразить интуитивно возникающую у нас идею "близости понятий". Однако существуют различные типы близости, которые выходят на первый план в зависимости от различных контекстов. Крохотный фрагмент моей собственной "семантической сети" показан на рис. 70. Проблема заключается в том, что практически невозможно представить сложную взаимную зависимость множества символов всего лишь при помощи нескольких линий, соединяющих узлы.

Другая проблема с подобными диаграммами заключается в том, что неверно думать, что символ может быть лишь в одном из двух состояний — активном или пассивном. То, что верно на уровне нейронов, не распространяется на их группы — символы. Символы гораздо сложнее нейронов — что естественно, поскольку каждый символ состоит из множества отдельных нейронов. Сообщения, которыми обмениваются символы, — это не простая информация типа "Я активирован"; такая связь принадлежала бы, скорее, уровню нейронов. Каждый символ может быть активирован множеством различных способов, и именно способ активации определяет то, какие символы он попытается в свою очередь активировать. Неясно, однако, каким образом эти сложные взаимосвязи могут быть представлены на схеме и возможно ли это вообще.

Но давайте представим на минутку, что эта проблема решена. Предположим, что мы согласны, что существуют некие рисунки узлов, соединеных между собой таким образом, что получившаяся картина верно отображает схему активации символов (пусть эти соединительные линии будут разноцветными, чтобы отразить различные типы активации). Когда можно считать, что два изображения изоморфны между собой? Поскольку мы имеем здесь дело с наглядным изображением сети символов, давайте обратимся к аналогичной зрительной проблеме. Каким образом вы можете определить, сплетены ли две различные паутины пауками одного и того же вида? Будете ли вы пытаться найти точное соответствие между отдельными вершинами, сравнивая одну паутину с другой вершина за вершиной, нить за нитью, даже угол за углом? Это было бы пустой тратой времени. Две паутины никогда не совпадают точно; и все же существует некий "стиль", "форма", которая безошибочно указывает на работу пауков одного и того же вида. В любой сетеобразной структуре, скажем, такой, как паутина, можно различить глобальные и местные черты. Чтобы заметить местные черты, надо рассматривать паутину вблизи; такой близорукий наблюдатель может увидеть только одну вершину одновременно. Наоборот, чтобы увидеть глобальные черты, надо охватить взглядом сразу всю паутину. Таким образом, общая форма паутины — это глобальная черта, а количество паутинок, исходящих из каждой вершины — местная черта. Предположим, что мы решили считать две паутины "изоморфными", если они сплетены пауками одного вида. Какие черты — глобальные или местные — послужат для нас более надежным критерием определения изоморфности двух паутин? Вместо того, чтобы пытаться ответить на вопрос о паутинах, давайте вернемся к вопросу о близости (или, если хотите, "изоморфизости") двух сетей символов.

Переводы "Jabberwocky"

Представьте себе людей, чьими родными языками являются, соответственно, английский, французский, немецкий и русский — все они прекрасно владеют своими языками и любят игру слов. Как вы думаете, схожи ли сети символов у них в мозгах на глобальном, или на местном уровнях? Имеет ли вообще смысл задаваться подобным вопросом? Однако вопрос становится конкретным, когда вы рассматриваете разные переводы знаменитого стихотворения "Jabberwocky" Льюиса Кэрролла.

Я выбрал этот пример потому, что он, возможно, лучше, чем обыкновенные тексты, иллюстрирует проблему нахождения "того же самого узла" в двух различных системах, которые в определенном смысле крайне неизоморфны. В обыкновенном языке задача переводчика гораздо проще, поскольку для каждого слова или фразы на языке оригинала обычно можно найти их соответствие на новом языке. С другой стороны, в поэме подобного типа многие "слова" не имеют собственного значения; они лишь активируют близлежащие символы. Однако то, что близко в одном языке, может лежать весьма далеко в другом.

Так, в голове англоговорящих читателей придуманное слово "slithy", скорее всего, активирует символы "slimy" (слизистый, скользкий), "slither" (скользить), "slippery" (увертливый, скользкий), "lithe" (гибкий) и "sly" (хитрый, ловкий).

Рождает ли "lubricilleux" подобные ассоциации в мозгу француза? И что вообще означает в данном случае "подобные ассоциации"? Активация символов, соответствующих переводам всех этих слов? А если во французском не окажется такого термина, реального или даже выдуманного? Или же найденное слово будет ученого, латинизированного вида ("lubricilleux"), в отличие от разговорного английского "slithy"?

Интересная черта французского перевода — это употребление в нем настоящего времени. Чтобы сохранить прошедшее время, пришлось бы вставить во французский текст довольно неуклюжие конструкции; кроме того, настоящее время звучит гораздо более живо. Переводчик интуитивно почувствовал, что это будет более соответствовать духу оригинала. Кто мог бы с уверенностью сказать, что было бы лучше сохранить прошедшее время оригинала?

В немецком варианте мы находим забавную фразу "er an-zu-denken-fing", которая не соответствует ничему в английском оригинале. Это игривая перестановка слов, что-то вроде английского "he out-to-ponder set" или русского "и думался-он-за", если я могу позволить себе обратный перевод. Скорее всего, на этот потешный перевертыш переводчика вдохновила забавная инверсия в предыдущей строке оригинала: "So rested he by the Tumtum tree". В одно и то же время этот перевод и соответствует оригиналу, и далек от него.

Кстати, почему "Tumtum tree" оказалось заменено во французском переводе на "arbre Té-Té"? Предоставляю читателю догадаться самому.

Слово "manxome" в оригинале, которому звук "x" сообщает множество богатых нюансов значения, неубедительно переведено по-немецки как "manchsam", что можно перевести обратно на английский словом "maniful". Французскому "manscant" также недостает разнообразных обертонов Кэрролла "manxome".

Русский вариант отходит от оригинала дальше, чем все остальные. Хотя в нем сохраняется как размер, так и приблизительное количество забавных неологизмов, эти неологизмы фонетически совершенно не похожи на английские.

Эти слова-нелепики, пожалуй, вызывают у читателя "Бармаглота" более определенные образы, чем их английские аналоги — у читателя "Jabberwocky", поскольку каждое из этих слов может активировать лишь небольшое количество символов. Так, вместо пяти символов, "соответствующих" слову "lithy", "хливкий" напоминает нам прежде всего о слове "хлипкий" — и только с некоторой натяжкой можно было бы упомянуть еще о "ловком", "склизком" и "липком". "Шорьки" — что-то вроде сказочных хорьков. Большинство неологизмов представляют собой прозрачную комбинацию из двух слов: хрюкотали = хрюкали и клекотали (или, может быть, "хохотали"), свирлеп = свиреп и нелеп, граахнул = грохнул и ахнул. Главное соответствие оригиналу заключается, пожалуй, в общем ощущении "Зазеркалья" — слегка измененной действительности, ставшей от этого волшебной.

Сталкиваясь с подобным примером, мы понимаем, что точный перевод оригинала здесь абсолютно невозможен. Однако даже в таком патологически трудном случае можно достичь приблизительного соответствия. Как это возможно, если между мозгами разноязыких читателей нет изоморфизма? На самом деле, между мозгами людей, читающих все четыре стихотворения, все же существует некий приблизительный изоморфизм, частично на глобальном и частично на местном уровнях.

ФР

Некоторое понятие о подобном почти-изоморфизме может дать забавная географическая фантазия. (Этот пример слегка похож на географическую аналогию, приведенную М. Мински в его статье о "рамках", опубликованной в книге П. Г. Винстона "Психология компьютерного зрения" (P.H. Winston, "The Psychology of Computer Vision").) Представьте себе, что вам дали странную карту Российской Федерации, на которой отмечены все черты рельефа — горы, реки, озера и так далее — но нет ни одного названия. Реки показаны как голубые линии, горы — как цветные пятна и так далее. Вы должны превратить эту немую карту в дорожный атлас для путешествия, которое вам предстоит совершить. Вам надо отметить на карте границы и названия всех областей, все районы, города, деревни, шоссе, аэропорты, достопримечательные места и так далее. Получившаяся карта должна быть так же детальна, как хороший дорожный атлас. При этом вы не можете пользоваться никакими материалами и должны делать все по памяти.

Вам говорят, что в ваших интересах сделать карту как можно более точной — а почему, вы поймете позже. Разумеется, вы начнете с того, что знаете лучше всего — области и большие города. Когда вы исчерпаете все свои знания, вам придется призвать на помощь воображение, чтобы хотя бы приблизительно показать особенности данной области. Вместо действительных данных, вы начнете заполнять карту воображаемыми городками, дорогами и парками... Этот кропотливый труд длится несколько месяцев; чтобы облегчить работу, вы призываете на помощь картографа, который красиво оформляет новую карту. Результатом этих титанических усилий будет ваша личная карта Фантастической России — "ФР".

Ваша ФР будет очень похожа на РФ в том месте, где вы родились и выросли. Кроме того, в тех районах ФР, о которые вы что-то знаете из собственных путешествий или просто из интереса, будут иногда места, почти точно совпадающие с РФ. Например, несколько городов Поволжья и вся Московская область могут быть верно представлены на вашей карте.

Удивительный поворот событий

Когда ваша ФР закончена, вас ожидает сюрприз. Словно по мановению волшебной палочки, страна на карте оживает, и вы переноситесь туда. Члены комитета по вашей встрече, дружески улыбаясь, дарят вам автомобиль, и объясняют: "В награду за ваши усилия, можете насладиться полностью оплаченным путешествием по фантастической матушке России. Можете ехать куда хотите, делать все, что вам заблагорассудится, и потратить на это столько времени, сколько вашей душеньке угодно — это подарок от Географического Общества ФР. И чтобы помочь вам ориентироваться в дороге, вот вам дорожный атлас." Тут, к вашему удивлению, вам вручают не ту карту, которую вы составили, а ...обыкновенный атлас РФ.

В пути вас ожидает множество забавных происшествий. Атлас ведет вас по стране, которая совпадает с ним только частично. Если вы будете держаться основных магистралей, возможно, вам удастся пересечь страну без особых проблем. Но как только вы заедете куда-нибудь в район Сыктывкара или Великого Устюга, вас наверняка будут ожидать приключения. Местные жители будут только пожимать плечами, не узнавая ни городов, ни дорог, о которых вы спрашиваете. Они будут знать только самые крупные города, но дороги туда, скорее всего, не совпадут с дорогами на вашей карте. Может оказаться, что города, которые местные жители считают огромными, будут вообще отсутствовать на вашей карте, или же их население будет отличаться там на целый порядок.

Центральность и универсальность

Почему ФР и РФ, различающиеся в таком количестве деталей, все же похожи между собой? Это происходит потому, что их основные города и магистрали могут быть отображены друг на друга. Разница между картами касается меньших городов, второстепенных дорог и так далее. Заметьте, что это не может быть названо ни местым, ни глобальным изоморфизмом. Некоторые районы совпадают до мельчайших деталей: например, в обеих Москвах на Красной площади стоит собор Василия Блаженного и Мавзолей; однако, вы можете не найти ни одного совпадающего города в Архангельских областях. Таким образом, дихотомия местного-глобального здесь не играет роли. Вместо этого, важна *центральность* городов в смысле населения, экономики, транспорта, сообщений и т. д. Чем важнее город, тем скорее вы найдете его как на карте РФ, так и на карте ФР.

В этой географической аналогии весьма важен один аспект: на обеих картах обязательно будут определенные *абсолютные* ориентиры, такие, например, как Москва, Санкт-Петербург, Черное море и т. д. Исходя из этого, вы сможете ориентироваться. Иными словами, начав сравнивать мою ФР с вашей, я смогу использовать известные нам обоим большие города, чтобы установить местонахождение меньших городов в моей ФР. Если я захочу проехать, предположим, из Тольятти в Актюбинск, и вы не знаете, где находятся эти города, я смогу сослаться на то, что у нас на картах совпадает, и, таким образом, помочь вам сориентироваться. Путешествие из Новгородской области в Самару может проходить по разным дорогам, но оно возможно в обеих странах. И если вы задумали съездить из Колтыша в Пряшву, я могу вообразить аналогичный маршрут на карте моей ФР, несмотря на то, что на ней нет городов с таких названием. Для этого вам придется ориентировать меня, описывая ваше местоположение по отношению к ближайшим большим городам, совпадающим на обеих картах.

Мои дороги будут отличны от ваших, но даже с разными картами мы

сможем добраться от одного места в стране до другого. Это происходит, благодаря внешним, заранее установленным геологическим фактам — горным цепям, рекам и т. д., которые были даны нам в начале работы над картами. Без них у нас не было бы никаких общих ориентиров. Например, если бы вам дали карту Украины, а мне — Казахстана, то, даже заполнив их со всеми подробностями, мы не смогли бы найти "одно и то же место" в наших воображаемых странах. Необходимо, чтобы исходные данные были одними и теми же — иначе совпадения будут невозможны.

Теперь, когда мы подробно рассмотрели нашу географическую аналогию, давайте вернемся к вопросу об изоморфизме между мозгами. Мы можете спросить, почему я придаю этому такое значение. Почему так важно, являются ли два мозга изоморфными, или почти изоморфными, или не изоморфными вообще? Ответ в том, что мы интуитивно чувствуем, что, хотя другие люди сильно отличаются от нас, они все же "такие же" как мы на неком глубоком и важном уровне. Было бы очень заманчиво найти эту неизменную квинтэссенцию человеческого интеллекта и затем описать все возможные "украшения", которые делают каждого из нас единственным и неподражаемым воплощением этого загадочного качества под названием "разум".

В нашей географической фантазии большие и маленькие города были аналогиями символов, а дороги — аналогиями возможных способов их взаимной активации. Тот факт, что все ФР имеют нечто общее (Волга, Уральские горы, Онежское озеро, многие большие города и магистрали и т. д.) аналогичен тому, что всем нам приходится по не зависящим от нас обстоятельствам создавать определенные символы-классы и дороги-связи между ними одинаковым образом. Эти центральные символы подобны большим городам, на которые каждый может сослаться без двусмысленности. (Кстати, тот факт, что города — локализованные единицы, вовсе не означает, что символы в мозгу на самом деле являются маленькими, точкообразными единицами. Они просто символически представлены так в сети.)

В действительности, большая часть любой человеческой сети символов *универсальна*. Мы принимаем это сходство как должное, настолько к нему привыкнув, что нам уже трудно заметить, сколько у нас общего с другими людьми. Приходится сделать сознательное усилие, чтобы увидеть, как много — или мало — у нас общего с другими объектами, такими, как камни, машины, рестораны, муравьи и так далее, чтобы оценить то огромное сходство, которое существует между любыми выбранными наугад людьми. Мы не замечаем в другом человеке тех стандартных общих качеств, которые принимаем за должное, признавая его "человечность"; игнорируя это основное сходство, мы обычно находим важные различия, а иногда — неожиданное дополнительное сходство.

Иногда вы обнаруживаете, что у другого человека не хватает того, что вы считали стандартным минимумом — словно на его карте нет Санкт-Петербурга, хотя такое трудно себе представить. Например, кто-то может не знать, что такое слон, или кто сейчас президент России, или что Земля круглая. Сеть символов такого человека настолько отлична от вашей, что сколько-нибудь значительное общение между вами будет очень трудным. С другой стороны, тот же самый человек может разделять с вами какое-либо специальное знание — как, например, умение играть в преферанс. В таком случае, вы сможете прекрасно общаться в ограниченной области. Это было бы похоже на встречу двух земляков, скажем, из Кинельского района: их ФР в данном районе совпадают до мельчайших деталей, и они могут легко описать, как там добраться от одного села до другого.

Насколько мысли зависят от языка и культуры?

Сравнивая нашу сеть символов с сетью француза или немца, мы надеемся найти у них некий похожий стандартный набор символов, несмотря на разницу в языках. Мы не думаем обнаружить сходства в высоко специализированных районах сети, но ведь такого сходства мы не ищем и у случайно выбранного носителя нашего родного языка! Пути активации символов у человека, говорящего на другом языке, будут чем-то отличны от наших, но при этом основные символы-классы и основные "дороги" между ними будут универсальны; таким образом, используя их как ориентиры, можно описать множество более мелких дорог.

А что, если каждый из этих трех людей говорит также и на двух других языках, причем без заметного акцента? В чем разница между действительным владением языком и способностью объясняться на нем? Прежде всего, русский человек использует большинство русских слов в согласии с их средней частотностью в языке. С другой стороны, человек, для которого русский язык не родной, запоминает из словарей, уроков или романов многие слова, которые когда-то могли использоваться очень часто, но сейчас уже устарели — например, "весьма" вместо "очень", "иной" вместо "другой" и тому подобное. Хотя мы понимаем такую речь без труда, в ней, тем не менее, присутствует оттенок "иностранности", объясняющийся необычным выбором слов.

Предположим теперь, что иностранец научится употреблять соответствующие слова примерно с той же частотой, что и мы. Будет ли его речь тогда звучать, как речь русского человека? Скорее всего, нет. Над уровнем слов существует уровень ассоциаций, связанный с культурой как целое — историей страны, ее географией, религией, детскими сказками, литературой, технологией и так далее. Например, чтобы по-настоящему бегло говорить на современном иврите, надо хорошо знать Библию на языке оригинала, поскольку в современном языке есть множество библейских фраз и аналогий. Подобная система ассоциаций глубоко заложена в каждом языке. Однако возможны бесконечные варианты беглости — иначе лучше всего на родном языке говорили бы люди, чьи мысли самые стереотипные!

Хотя мы должны признать, что на мышление в большой степени влияет *культура,* мы не должны переоценивать роль *языка* в формировании мыслей. Например, то, что мы можем назвать двумя "столами", для англичанина может быть объектами двух разных классов: "table" и "desk" (стол и письменный стол). Люди, чей родной язык английский, острее, чем мы, воспринимают эту разницу; с другой стороны, люди, выросшие в деревне, острее воспринимают разницу между мерином и жеребцом, в то время как горожанин может назвать их одним словом — "конь". Разница в восприятии возникает из-за разницы не столько в языке, сколько в культуре (или субкультуре).

С полным основанием можно ожидать, что отношения между центральными символами людей, говорящих на разных языках, очень похожи, так как все они живут в одном и том же мире. Если при этом рассмотреть связи между символами более детально, то обнаружится, что на этом уровне сходства меньше, — словно вы сравниваете Рязанскую область на картах ФР, сделанных людьми, никогда под Рязанью не бывавшими. Однако, пока существует согласие по поводу основных городов и дорог, эти различия не столь важны, поскольку у всех карт есть общие ориентиры.

Поездки и маршруты по разным ФР

Не говоря об этом прямо, в аналогии с ФР я использовал понятие "мысли": *мысль* соответствовала *поездке,* а *города* обозначали активированные символы. Хотя эта аналогия не совершенна, она довольно хорошо передает суть дела. Одна из проблем с подобной аналогией — это то, что когда одна и та же мысль приходит человеку в голову много раз, она может превратиться в единое понятие-блок. Это соответствовало бы престранному событию в ФР: часто предпринимаемая поездка превращалась бы каким-то образом в новый город! Если мы хотим продолжать пользоваться этой метафорой, нам необходимо помнить, что города представляют не только *элементарные* символы, такие как "трава", "дом" и "машина", но и символы, созданные в результате обобщающей, *блочной* способности мозга: символы таких сложных понятий как "крабий канон", "палиндром" или "ФР".

Решив, что понятие поездки достаточно близко соответствует понятию мысли, мы сталкиваемся со следующей проблемой: можно вообразить себе существование практически любой дороги, ведущей от одного города к другому, к третьему и так далее, если помнить, что она также пройдет через какие-то промежуточные города. Это будет соответствовать последовательной активации *произвольного числа символов;* при этом попутно будут активированы дополнительные символы, попадающиеся по дороге. Если верно, что практически любая последовательность символов может быть активирована в любом порядке, то может показаться, что мозг — вовсе не организованная система, и что он может усвоить и породить любую мысль. Однако все мы знаем, что это не так. В действительности, существует некий тип мыслей, который мы называем *знанием* или *убеждениями* — такие мысли весьма отличаются от случайных фантазий и забавных абсурдных миров. Как можно охарактеризовать разницу между мечтами, случайными мыслями, убеждениями и знаниями?

Вояжи возможные, вероятные, и вздорные

Некоторые дороги — вы можете представлять себе дороги либо в ФР, либо в мозгу — используются для путешествия из одного пункта в другой постоянно. По другим дорогам можно пройти только тогда, когда нас ведут за руку. Это — "вероятные дороги", по которым нас заставляют идти специальные обстоятельства. Те дороги, по которым мы уверенно идем снова и снова, представляют знание. Я имею здесь в виду не только знание *фактов* (декларативное знание), но и знание того, *что с ними делать* (процедурное знание). Эти устойчивые, надежные дороги и есть то, что мы называем знанием. Знания постепенно сливаются с убеждениями, тоже представленными надежными дорогами — с той разницей, что, возможно, эти дороги более подвержены изменениям (скажем, мы можем построить "мост", чтобы преодолеть какое-либо препятствие). Теперь остается объяснить фантазии, ложь и всевозможные нелепицы. Они будут соответствовать разным причудливым и нелепым дорогам, вроде путешествия из Санкт-Петербурга в Москву через Новосибирск, Самару и Архангельск. Разумеется, эти дороги тоже возможны, но они вряд ли станут проторенными путями.

Забавным и интересным следствием этой модели является то, что все "отклонения" мысли, которые мы только что рассмотрели, в основе своей состоят из знаний и убеждений. Иными словами, любой причудливый маршрут можно разбить на прямые, естественные отрезки пути, и эти отрезки, напрямую соединяющие города-символы, представляют простые и надежные мысли — наши

убеждения и знания. Если подумать, то это неудивительно, поскольку вполне разумно, что все наши фантазии, какими бы странными они ни казались, основаны на действительном опыте. Сны и мечты, возможно, не что иное, как беспорядочные путешествия по ФР нашего мозга.

Разные стили перевода

Стихотворение "Jabberwocky" подобно такому сумасбродному путешествию по ФР, следуя причудливому маршруту и перескакивая из одной области в другую. Переводы передают именно этот аспект стиха, а не точную последовательность активированных символов, хотя, конечно, переводчики стараются сделать в этом отношении все, что в их силах. В обычной прозе подобные прыжки и скачки случаются не так часто; однако и там переводчики иногда встречаются с подобными проблемами. Представьте себе, что, переводя некий роман с английского на русский, вы встречаете предложение, которое дословно переводится: "Она съела тарелку "Кампбелла"." Однако немногие из читателей знают, что "Кампбелл" — это распространенная в Америке марка супов-полуфабрикатов. Можно попытаться исправить дело, заменив "Кампбелл" на знакомый читателю борщ. Если вы думаете, что я преувеличиваю, взгляните на первое предложение "Преступления и наказания" Достоевского, и затем на несколько английских переводов. Сравнив три различных перевода, я обнаружил следующую интересную ситуацию.

В первом предложении встречается название улицы — "С. переулок". Что это значит? Внимательный читатель Достоевского, хорошо знающий Санкт-Петербург, может изучить географию романа (тоже, кстати, данную инициалами) и обнаружить, что речь, скорее всего, идет о Столярном переулке. Достоевский, возможно, хотел, чтобы его история звучала реалистично, но не настолько, что люди буквально воспринимали адреса тех мест, где происходили события романа. Так или иначе, здесь переводчик сталкивается с проблемой, — точнее, с несколькими проблемами на разных уровнях.

Прежде всего, должен ли он сохранить сокращение, чтобы воспроизвести некий налет загадочности, появляющийся уже с первой строки книги? Результатом этого явилось бы "S. Lane" ("lane" — стандартный перевод слова "переулок"). Ни один из трех переводчиков не пошел по этой дороге. Одним из решений, однако, было "S. Place" ("place" — "местечко"). В переводе "Преступления и наказания", который я читал еще школьником, тоже было что-то подобное. Помню, как меня сбивали с толку все эти буквы вместо названий улиц. С самого начала книги у меня было какое-то неопределенное неприятное чувство по поводу начала книги; мне казалось, что я пропускаю что-то очень важное, но что именно — я не знал. Тогда я решил, что все русские романы — очень странная штука.

С другой стороны, переводчик мог бы быть откровенен с читателем (который, скорее всего, все равно не имеет понятия о том, выдумана ли эта улица или существует на самом деле!) и разделить с ним свои знания, написав "Stoliarny Lane" (или "Place"). Именно так решил второй переводчик, выбравший "Stoliarny Place".

А как насчет третьего перевода? Там мы читаем "Carpenter's Lane". Действительно, почему бы и нет? В конце концов, "carpenter" означает "столяр", а «'s» здесь эквивалентно окончанию прилагательного, "-ный". Теперь читатель английского перевода романа может вообразить себя в Лондоне, а не в Петер-

бурге, переживая ситуации, придуманные не Достоевским, а Диккенсом. То ли это, чего он хотел? Может быть, вместо этого лучше было бы прочесть роман Диккенса, имея в виду, что это — "соответствующее произведение по-английски"? На достаточно высоком уровне, его можно назвать "переводом" романа Достоевского — на самом деле, лучшим возможным переводом! Кому нужен какой-то Достоевский?

Как видите, перед переводчиком встает вопрос: следовать ли ему букве оригинала, его стилю или общему духу книги? И это решение он должен принять уже в первой строчке — вообразите себе, с какими трудностями он сталкивается, переводя всю книгу! Как насчет того места, где хозяйка-немка начинает кричать на своем онемеченном русском? Как можно перевести на английский ломаный русский с немецким акцентом?

Другая проблема возникает при переводе жаргонных и разговорных выражений. Что лучше — найти "аналогичное" выражение или привести дословный перевод? Если переводчик пытается найти аналогичную фразу, то он рискует "накормить борщом" типичную американку (которая, возможно, в жизни о борще не слыхала); но если он переводит все дословно, то в его переводе появится "акцент". Возможно, что это даже желательно, поскольку русская культура для английского читателя экзотична. Однако благодаря странным выражениям и неестественным оборотам он будет постоянно чувствовать некую искусственность, которая не была задумана автором, и которую не ощущают читатели оригинала.

Подобные проблемы заставляют нас усомниться, прав ли был Уоррен Уивер, один из пионеров компьютерного перевода, когда в конце 1940-х годов он сказал: "Глядя на статью, написанную по-русски, я говорю себе: «На самом деле, это написано по-английски, но закодировано какими-то странными символами. Сейчас я начну их расшифровывать.»"[1] Замечание Уивера не должно пониматься буквально; скорее, он хотел сказать, что в символах спрятан некий объективный или близкий к объективному смысл, и что хорошо запрограммированный компьютер вполне может этот смысл оттуда извлечь.

Сравнения между программами на высшем уровне

Уивер имел в виду переводы с одного человеческого языка на другой. Давайте теперь рассмотрим проблему перевода между компьютерными языками. Предположим, что два человека написали программы для разных компьютеров и мы хотим выяснить, выполняют ли они одно и то же задание. Как это возможно? Для этого нужно сравнить данные программы. Но на каком уровне? Что, если один программист написал программу на машинном языке, а другой — на языке компилятора? Сравнимы ли подобные программы? Безусловно. Но как именно это сделать? Одним способом было бы скомпилировать вторую программу, получив таким образом соответственную программу на машинном языке второго компьютера.

Теперь перед нами две программы на машинном языке. Но тут возникает другая проблема: у нас два компьютера и, следовательно, два различных машинных языка, которые могут очень сильно отличаться друг от друга. В одном компьютере могут быть слова из шестнадцати битов, а в другом — из тридцати шести. В один компьютер могут быть встроены инструкции по управлению стеком (проталкиванию и выталкиванию данных), а в другом их может не быть. Разница между аппаратурой двух компьютеров может привести к тому, что их

программы могут показаться несравнимыми — и все же мы подозреваем, что они выполняют одно и то же задание, и нам бы хотелось это проверить. Очевидно, мы рассматриваем программы со слишком близкого расстояния.

Необходимо отойти подальше, перейдя от уровня машинного языка к более высокому, блочному уровню. С этой точки зрения мы можем надеяться заметить те блоки, которые делают программу разумно спланированной на глобальном, а не на местном уровне — блоки, которые подходят к друг другу таким образом, что становятся видны цели программы. Давайте предположим, что обе программы были первоначально написаны на языках высших уровней; значит, определенные блоки там уже есть. Однако теперь возникает другая проблема: существует множество блочных языков, таких, как ФОРТРАН, АЛГОЛ, ЛИСП, АПЛ и многие другие. Как можно сравнить программу на Алголе с программой на АПЛ? Безусловно, мы не будем сравнивать их строчка за строчкой; вместо этого попытаемся опять мысленно разделить эти программы на блоки в поисках неких совпадающих функциональных единиц. Таких образом, мы сравниваем не аппаратуру и не программы, но некую "эфирную сущность" — абстрактные понятия, лежащие в основе программ. Прежде чем сравнивать между собой программы, написанные на различных компьютерных языках, или два предложения на разных человеческих языках, или двух животных, необходимо выделить из нижних уровней определенный "концептуальный костяк".

Это возвращает нас к вопросу о компьютерах и мозгах: какой смысл описывать их на нижних уровнях? Можно ли в таких сложных системах каким-то объективным образом перейти от такого описания к описанию на высших уровнях? В случае компьютера мы можем легко получить распечатку содержимого памяти, так называемый *дамп*. На заре работы с ЭВМ, дампы использовались в том случае, когда с программой что-то не ладилось. Программист уносил такую распечатку домой и корпел над ней часами, пытаясь понять, что собой представляет каждая крохотная часть памяти. В таком случае, программист делал нечто обратное компиляции: он переводил с машинного языка на язык высшего уровня, концептуальный язык. В конце концов, он понимал цель программы и мог описать ее в терминах высших уровней: "Эта программа переводит романы с русского на английский" или "Эта программа пишет восьмиголосные фуги, основанные на любой данной ей теме".

Сравнение высших уровней мозгов

Попытаемся теперь ответить на подобный вопрос в отношении мозгов: "Можно ли "прочитать" человеческий мозг на высшем уровне? Существует ли некое объективное описание "содержимого мозга?" В "Муравьиной фуге" Муравьед утверждал, что он может заключить, о чем думает Мура Вейник, глядя на беготню муравьев. Могло бы какое-нибудь сверхсущество, скажем, Нейронъед, посмотреть на наши нейроны, обобщить увиденное и сказать, о чем мы думаем?

Ответ на это, наверняка, должен быть положительным — ведь мы сами способны в любой момент с легкостью описать наши мысли в блочных (не нейронных) терминах. Это означаем, что у нас есть некий механизм, позволяющий нам до некоторой степени обобщать состояние нашего мозга и таким образом давать его функциональное описание. Точнее, мы превращаем в блоки не все состояние мозга, а только те его активные участки. Однако если нас спросят о чем-либо, хранящемся в пассивной области, мы сможем почти мгновенно активировать нужный участок и дать блочное описание требуемого предмета,

высказав наше мнение о нем. При этом мы не имеем ни малейшего понятия о состоянии нервных клеток в данной области; наше описание настолько обобщено, что мы даже не знаем, какую область нашего мозга только что описали. В противоположность этому, программист, дающий блочное описание программы, основывается на сознательном анализе содержимого памяти компьютера.

Если мы можем дать блочное описание любой части нашего мозга, то логично предположить, что сторонний наблюдатель, способный проникнуть в наш мозг, мог бы дать блочное описание не только определенных частей мозга, но и всего целого — иными словами, полное описание всех мыслей и убеждений того человека, в чей мозг он заглядывает. Очевидно, что подобное описание имело бы астрономические размеры, но нас это сейчас не волнует. Мы хотим знать, возможно ли, в принципе, хорошо определенное, полное описание мозга на высшем уровне. Или же описание на нейронном уровне — либо что-нибудь такое же физиологическое и невдохновляющее — на самом деле является наилучшим возможным описанием? Ответ на этот вопрос очень важен, если мы хотим знать, удастся ли нам понять самих себя.

Возможные убеждения, возможные символы

Я считаю, что блочное описание возможно; однако это не означает, что когда мы его получим, все мгновенно станет ясно. Дело в том, что чтобы "извлечь" это описание из мозга, нам потребуется некий язык для описания наших находок. Может показаться, что лучший способ описания мозга — это перечисление мыслей, которые возможны, и мыслей, которые невозможны — или, может быть, возможных и невозможных верований и убеждений. Если, давая наше блочное описание, мы будем стремиться к этой цели, легко увидеть, с какими проблемами мы при этом столкнемся.

Представьте себе, что вы хотите перечислить все возможные вояжи в ФР. Их существует бесконечное множество. Как вы определите, какие из них *вероятны?* Что вообще значит "вероятны"? Такая же трудность возникнет, если мы захотим установить, что является "возможными дорогами" от символа к символу в мозгу. Мы можем вообразить собаку, летящую вверх ногами с сигарой в зубах или столкновение двух гигантских омлетов на загородном шоссе — и еще сколько угодно подобных забавных картин. Количество таких невероятных дорог в нашем мозгу неограниченно, так же как и количество нелепых маршрутов, возможных в ФР. Но что считать "нормальным" маршрутом в данной ФР? И что считать "разумной" мыслью в данном состоянии мозга? Само по себе состояние мозга не запрещает никакой дороги, так как всегда могут существовать обстоятельства, которые заставят нас по ней пойти. Физическое состояние мозга, правильно "прочитанное", говорит нам не то, по каким дорогам возможно пройти, но то, с каким сопротивлением мы столкнемся на том или ином пути.

Многие путешествия по ФР могут проходить по двум или более вероятным маршрутам; скажем, из Москвы в Орел можно проехать через Калугу или через Рязань. Каждый из этих маршрутов вполне разумен, и выбор одного из них зависит от обстоятельств. Глядя на карту в данный момент, вы не можете сказать, какой из этих маршрутов будет предпочтительнее в будущем — это зависит от обстоятельств, при которых будет проходить поездка. Подобно этому, "прочтение" мозга покажет нам несколько возможных путей между данными символами; однако путешествие между этими символами совсем не обязательно, это лишь одно из миллиардов "возможных" путешествий, фигурирующих в вашем прочте-

нии. Отсюда следует важное заключение: само состояние мозга в данный момент не содержит никакой информации о том, какая именно дорога будет выбрана. Это в большой степени определяется внешними обстоятельствами.

Из этого следует, что в зависимости от обстоятельств один и тот же мозг может породить две полностью противоречивые мысли. Любое заслуживающее внимания прочтение мозга на высшем уровне должно содержать все эти конфликтные версии. На самом деле, совершенно ясно, что мы — не что иное, как ходячие мешки противоречий, и наша целостность зависит от того, что в каждый данный момент мы способны сконцентрироваться только на чем-то одном. На чем именно — этого предсказать невозможно, поскольку обстоятельства, определяющие выбор, заранее не известны. Правильное прочтение состояния мозга может дать нам лишь *условное* описание выбора маршрутов.

Рассмотрим, например, положение Краба в "Прелюдии". Слушая музыкальное произведение, он может реагировать по-разному. Хорошо знакомая музыка обычно не вызывает у него особых эмоций; однако при наличии некоторых внешних стимулов, таких, например, как восхищение человека, слушающего эту музыку в первый раз, та же самая пьеса может снова привести его в восторг. Скорее всего, прочтение состояния мозга Краба будет указывать как на возможность испытывать восторг (и на необходимые для этого условия), так и на возможность оставаться безразличным (и на необходимые для этого условия). Однако само состояние его мозга не скажет нам, как он среагирует на следующую пьесу; мы знаем только то, что "при таких-то обстоятельствах он испытает восторг; в противном случае..."

Таким образом, блочное описание состояния мозга представляет собой список возможных мыслей и эмоций, которые могут возникнуть в зависимости от обстоятельств. Поскольку невозможно перечислить все возможные обстоятельства, нам приходится удовольствоваться теми, которые мы считаем наиболее "вероятными". Более того, самим обстоятельствам тоже придется давать блочное описание, поскольку ясно, что они не могут — и не должны — быть описаны на уровне атомов! Таким образом, нам не удастся с детерминистской точностью предсказать, какую именно идею произведет на свет мозг в определенном состоянии, под влиянием определенных обстоятельств. В итоге блочное описание мозга выглядело бы как некий относительный каталог состояний, которые с наибольшей вероятностью могут быть вызваны (и символов, которые с наибольшей вероятностью могут быть активированы) наиболее вероятными обстоятельствами, в свою очередь представленными на блочном уровне. Пытаться обобщить чьи-нибудь идеи и убеждения, не учитывая при этом контекста, так же наивно, как рассуждать о возможном потомстве одного человека, не упоминая о его партнере.

Похожая проблема возникает при попытке перечислить все имеющиеся в мозгу данного человека символы. Потенциально в мозгу имеется не только неограниченное количество *маршрутов,* но и неограниченное количество *символов.* Как мы уже сказали, на основе старых понятий всегда можно сформировать новые, и можно утверждать, что эти новые понятия на самом деле всегда были в мозгу, только в дремлющем состоянии. Возможно, что эти символы останутся пассивными всю жизнь данного человека; но можно считать, что они, тем не менее, всегда были там, ожидая стечения обстоятельств, благоприятного для их активации и синтеза. Однако, когда вероятность такого стечения обстоятельств невелика, употребление слова "дремлющий" кажется нереалистичным. Поясним это на примере: представьте себе все "дремлющие сны", находящиеся

у вас в мозгу во время бодрствования. Можете ли вы вообразить такую разрешающую процедуру, которая, основываясь на состоянии вашего мозга, была бы способна отличить "возможные сны" от "невозможных"?

Где находится самосознание?

Оглядываясь на то, что мы только что обсудили, вы можете сказать себе: "Все эти рассуждения о мозге и разуме, конечно, замечательны — но как же насчет чувств, участвующих в сознании? Все эти символы могут сколько угодно активировать друг друга, но пока кто-то не *воспримет* всю систему целиком, никакого сознания не возникнет."

На первый взгляд кажется, что в этом есть смысл. Однако если мы попытаемся проанализировать ситуацию логически, то возникает вопрос: что это за механизм, воспринимающий все активные символы, но сам не укладывающийся в рамки описанной нами системы? Разумеется, что человеку, верящему в наличие души, не пришлось бы ломать над этим голову — он мог бы утверждать, что наблюдателем нейронной деятельности является душа, которая сама не может быть описана в физических терминах — все ясно, и говорить больше не о чем! Однако мы попытаемся найти явлению сознания иное объяснение.

У объяснения сознания наличием души есть следующая, правда, немного сбивающая с толку альтернатива: можно остановиться на уровне символов и считать, что именно это и есть *сознание*. Это значило бы, что сознание — это свойство, возникающее в системах символов с такой схемой активации, как та, что мы только что описали. Однако это определение может показаться неадекватным, поскольку оно не отвечает на вопрос о том, откуда берется наше чувство самосознания, наше "Я".

Подсистемы

Нет причин считать, что наше "Я" не может быть представлено символом; в действительности, это, возможно, самый сложный символ в мозгу. Поэтому я решил поставить его на новый уровень иерархии и назвать *подсистемой*. Под "подсистемой" я понимаю группу символов, каждый из которых может быть активирован под контролем самой этой подсистемы. Такая подсистема действует внутри нашего мозга как независимый "подмозг", с собственной системой взаимно активирующихся символов. Разумеется, подсистема и "внешний мир" — остальной мозг — постоянно сообщаются между собой. "Подсистема" — это просто другое название для разросшегося символа, который стал так сложен, что у него появились взаимодействующие между собой подсимволы. Таким образом, между символами и подсистемами нет четкой границы.

Поскольку подсистема тесно связана с остальным мозгом (некоторые из этих связей будут описаны в дальнейшем), ее трудно четко отграничить; но хотя границы подсистемы расплывчаты, она, тем не менее, вполне реальна. Интересно то, что когда подсистема активирована и предоставлена себе самой, она может работать самостоятельно. Таким образом, в мозгу одного и того же человека две или три подсистемы могут работать одновременно. Я сам испытывал нечто подобное: иногда, например, у меня в мозгу одновременно звучат две разные мелодии, каждая из которых пытается привлечь "мое" внимание. Каждая из мелодий каким-то образом вырабатывается или "проигрывается" отдельной секцией мозга. По-видимому, каждая из секций, отвечающая за появление у меня в голове какой-то мелодии, активирует один за другим ряд символов,

совершенно не обращая внимания на то, что другая подсистема делает то же самое. После этого обе они пытаются вступить в контакт с третьей подсистемой моего мозга — символом "Я"- именно в этот момент мое "Я" осознает, что происходит, и начинает воспринимать блочные описания деятельности этих двух подсистем.

Подсистемы и общий код

Типичными подсистемами могут быть те, что представляют хорошо знакомых нам людей. Эти люди представлены в нашем мозгу таким сложным образом, что их символы вырастают в отдельные подсистемы, которые, пользуясь ресурсами мозга, начинают действовать автономно. Я хочу сказать, что подсистема, представляющая моего друга, может активировать в моем мозгу многие символы так же, как это могу сделать я сам. Например, я могу активировать подсистему "мой лучший друг" и на какое-то время почувствовать себя на его месте, перебирая мысли, которые могут у него возникнуть, активируя символы в той последовательности, которая более аккуратно отражает особенности его мышления, чем моего собственного. Можно сказать, что модель этого человека, воплощенная в некой подсистеме моего мозга, представляет собой мое собственное блочное описание его мозга.

Есть ли в этой подсистеме символ для каждого символа, который, по моему мнению, имеется у него в голове? Это было бы излишним. Скорее всего, эта подсистема вовсю пользуется уже имеющимися в моем мозгу символами. Например, символ "гора" может быть позаимствован подсистемой, когда он находится в активном состоянии; при этом он может быть использован там иначе, чем вне подсистемы. Представьте себе, что я разговариваю с моим другом о горах Тянь Шаня в Средней Азии, где ни один из нас не бывал; при этом я знаю, что несколько лет назад он прекрасно провел время в Альпах. Восприятие его замечаний будет окрашено для меня образами его пребывания в Альпах, поскольку я буду пытаться понять, как *он* представляет себе Тянь Шань.

Пользуясь терминами, введенными в этой главе, можно сказать, что активация в моем мозгу символа "гора" была под контролем подсистемы, представляющей моего друга. Благодаря этому, я по-иному подхожу к содержимому своей памяти: мой стандартный выбор смещается с набора моих собственных воспоминаний на воспоминания о *его* воспоминаниях. Нет нужды говорить, что мое представление о его воспоминаниях неполно и весьма отличается от тех действительных картин, которые вызывают у него в мозгу недоступные для меня схемы активации символов.

Таким же образом, мои представления о его воспоминаниях вызваны сложными схемами активации моих собственных символов: понятий "трава", "деревья", "снег", "небо", "облака" и так далее. Мне приходится предполагать, что эти понятия представлены у него в мозгу "идентичным" образом, так же как и еще более основные понятия — "сила тяжести", "дыхание", "усталость", "цвет"... Менее изначальной, но, возможно, почти универсальной является способность человека радоваться достижению вершины и наслаждаться открывшимся перед ним видом; так что я могу довольно верно понять, что почувствовал в тот момент мой друг, активировав для этого соответствующую собственную подсистему.

Можно пойти еще дальше и попытаться описать, как я пойму весь рассказ моего друга, рассказ полный сложных человеческих отношений и опыта. Одна-

ко наша терминология вскоре станет недостаточной. Мы столкнемся со сложной рекурсией, связанной с его представлениями о том, как я представляю себе его представления о той или иной вещи или событии. Если бы в рассказе фигурировали общие знакомые, я подсознательно попытался бы найти копромисс между моим представлением о том, как их видит *мой друг,* и *собственным* представлением о них. Простая рекурсия была бы совершенно неадекватна в обращении с подобной сложной амальгамой символов. А ведь мы только начали углубляться в эту проблему! На сегодняшний день у нас просто не хватает слов, чтобы описать сложнейшие взаимодействия, возможные между символами. Так что придется нам остановиться, пока мы окончательно не увязли.

Надо заметить, однако, что компьютерные системы уже начинают сталкиваться с подобными трудностями, и поэтому некоторые из этих проблем получили свое название. Например, мой символ "гора" аналогичен тому, что на компьютерном жаргоне называется общим (или повторным) кодом — кодом, который может быть использован двумя или более программами, работающими одновременно на одном и том же компьютере. Тот факт, что активация одного и того же символа может иметь разные результаты в различных подсистемах, можно объяснить тем, что его код был обработан разными интерпретаторами. Таким образом, схема активации символа "гора" не абсолютна, но зависит от системы, в которой символ активируется.

Некоторые читатели могут усомниться в реальности подобных подсистем. Возможно, что следующая цитата из М. К. Эшера, где он описывает создание своих периодических, заполняющих пространство рисунков, пояснит, что за явление я имею в виду.

> Рисуя, я иногда чувствую себя чем-то вроде спиритического медиума, контролируемого созданиями, которые он же вызывает к жизни. Рисуемые мною создания словно бы сами выбирают форму, в которой они появляются на свет. Они не обращают внимания на мои критические замечания, и я почти не могу влиять на их развитие. Обычно они бывают очень упрямыми и трудными созданиями.[2]

Это превосходный пример почти полной автономности некоторых подсистем мозга, как только они активированы. Эшеру казалось, что его подсистемы были почти способны на то, чтобы игнорировать его собственные эстетические критерии. Разумеется, его заявление надо принимать с долей скептицизма, поскольку эти могучие подсистемы возникли в результате многолетней тренировки и подчинения именно тем силам, которые сформировали его эстетические критерии. Короче, неверно было бы отделять подсистемы в мозгу Эшера от него самого или от его эстетических взглядов. Эти подсистемы составляют жизненно важную часть его эстетического чувства; местоимение "он" здесь относится ко всему существу артиста.

Символ "Я" и сознание

Важный побочный эффект подсистемы "Я" заключается в том, что она в определенном смысле может играть роль "души": непрерывно сообщаясь с остальными подсистемами и символами мозга, она следит за тем, какие из них активированы и каким образом. Это означает, что в подсистеме "Я" должны существовать символы, обозначающие умственную деятельность — иными словами, символы для символов и символы для деятельности символов.

Разумеется, это не поднимает сознание или самосознание на какой-то "ма-

гический", сверхъестественный уровень. Сознание — это прямое следствие сложной аппаратуры и программного обеспечения мозга, которые мы только что описали. И все же, несмотря на свое прозаическое происхождение, способ описывать сознание как наблюдение над мозгом его же собственной подсистемы, по-видимому, довольно верно улавливает то трудноописуемое чувство, которое мы зовем "самосознанием". Ясно, что при системе такого уровня сложности могут легко возникнуть неожиданные побочные эффекты. Например, вполне возможно, что сложный компьютер может, подобно человеку, начать производить высказывания о себе самом. Он может заявить, что он обладает свободой воли, что его невозможно объяснить как "сумму частей" и так далее. (По этому поводу см. статью Мински "Материя, разум и модели" в его книге "Обработка семантической информации" *(M.Minsky, "Matter, Mind and Models". Semantic Information Processing.)*.

Есть ли гарантия того, что нечто вроде только что описанной мною подсистемы "Я" действительно существует у нас в мозгу? Может ли такой сложный комплекс символов, как тот, что находится у нас в голове, развиться, не породив при этом символа самого себя? Каким образом подобные символы и их деятельность могли бы быть "изоморфны" с окружающим миром, если бы они не включали символа самого организма-носителя? Все стимулы, входящие в эту систему, сконцентрированы на крохотном участке пространства; было бы очень странным, если бы в структуре символов мозга отсутствовал бы символ самого физического объекта, содержащего этот мозг и играющего главную роль в событиях, которые он отражает. На самом деле, кажется, что единственный способ понять локализованный одушевленный предмет состоит в том, чтобы понять его роль по отношению к остальным окружающим его предметам. Для этого необходим символ "Я"; переход же от символа к подсистеме — изменение не качественное, а количественное, просто показывающее важность этого символа.

Наша первая встреча с Лукасом

Философ из Оксфорда Дж. Р. Лукас (не имеющий никакого отношения к описанным выше числам Лукаса) написал в 1961 году достойную внимания статью под названием "Разум, машины и Гёдель" *(J.R. Lucas, "Minds, Machines, and Gödel.)*. Высказанные там взгляды диаметрально противоположны моим, хотя для обоснования своей точки зрения Лукас часто использует те же самые факты. Следующая цитата имеет прямое отношение к предмету нашего анализа:

> При первой простейшей попытке рассуждать философски, человек запутывается в таких вопросах: когда он что-то знает, то знает ли он, что он что-то знает? О чем именно он думает, когда думает о себе самом? Что именно порождает эти мысли? Промучившись с этими вопросами достаточно долго, человек понимает, что их лучше оставить в покое: он интуитивно доходит до того, что сознательное существо отличается от существа бессознательного. Когда мы говорим, что сознательное существо что-то знает, мы подразумеваем, что оно знает о том, что оно это знает, и что оно знает о том, что оно знает о том, что оно это знает ... и так далее, и тому подобное. Хотя здесь и присутствует бесконечность, но это не бесконечный регресс в плохом смысле, поскольку в этом случае постепенно становятся бессмысленными сами вопросы, а не ответы на них. Мы чувствуем, что вопросы бессмысленны, потому что само понятие "сознания" заключает в себе идею того, что на эти вопросы можно отвечать бесконечно. Хотя разумные существа могут продолжать таким образом до бесконечности, мы не желаем представить это в виде простой последовательности задач, которые мы способны выполнять; наш разум для

нас — это не бесконечный ряд "Я", "супер-Я", и "супер-супер-Я". Вместо этого мы считаем, что разумное существо — это единство и, говоря о разных частях мозга, употребляем это выражение только в качестве метафоры и не позволяем себе понимать его буквально.

Парадоксы интеллекта возникают потому, что разумное существо может воспринимать самого себя, так же как другие вещи, но при этом оно не является делимым на части. Это означает, что разумное создание может обращаться с Гёделевыми вопросами так, как не может делать этого машина, поскольку разумное существо может осознавать себя и свои действия, будучи при этом неотделимым от этих действий. Можно создать такую машину, которая, в каком-то смысле, сможет "осознать" свои действия, но она не сможет учитывать этого осознания, не становясь при этом другой машиной, — а именно, прежней машиной, к которой добавлена "новая часть". С другой стороны, одним из основных свойств нашего разума является его способность размышлять о себе самом и критически воспринимать собственные действия — и для этого не требуется никакая дополнительная часть; наш мозг совершенен, и в нем нет никакой Ахиллесовой пяты.

Таким образом, эта тема становится скорее объектом концептуального анализа, чем математического открытия. Подтверждением этому служит аргумент, выдвинутый Тюрингом. До сих пор нам удавалось построить только очень простые и предсказуемые аппараты. Когда мы увеличим сложность наших машин, нас, возможно, будут ожидать сюрпризы. Он приводит в пример атомный реактор пока не достигнута "критическая" масса, ничего не происходит; но как только перейден порог критической массы, начинается реакция. Возможно, что то же самое верно и в отношении разума и машин. Большинство мозгов и никакие машины в данный момент не достигли этого порога — они реагируют на внешние стимулы тяжеловесным и неинтересным образом, не рождают новых идей и производят только готовые ответы; однако некоторые мозги уже сейчас "достигли критической массы" и функционируют независимо — то же может быть верно и в отношении будущих машин. Тюринг утверждает, что это только вопрос сложности, и что когда перейден некий критический порог сложности, происходит качественный скачок; таким образом, сложные машины будущего могут оказаться совершенно непохожими на простые аппараты настоящего.

Возможно, что это верно. Сложность часто порождает качественную разницу. Хотя это кажется маловероятным, может случиться, что достигнув определенного уровня сложности, машина перестанет быть даже в принципе предсказуемой и начнет действовать самостоятельно — используя весьма показательное выражение, у нее может появиться собственный интеллект. У нее может появиться собственный интеллект. Этот собственный интеллект появится тогда, когда машина перестанет быть полностью предсказуемой и послушной и начнет делать вещи, которые мы воспринимаем как разумные, а не как ошибки или случайности, и которые не были никем запрограммированы. Тогда она перестанет быть машиной в обычном смысле этого слова. Главным вопросом спора о машинном интеллекте является не то, как возникает разум, а то, как он оперирует. Основным тезисом механистов является то, что модель интеллекта должна действовать согласно "механическим принципам"; это означает, что действие целого может быть понято, исходя из действия его частей, и что действие каждой отдельной части должно либо определяться ее начальным состоянием и конструкцией машины, либо быть случайным выбором между определенным числом определенных операций. Если машина становится такой сложной, что это определение перестает действовать, тогда мы уже не можем считать ее машиной, как бы она ни была построена. Тогда пришлось бы сказать, что мы создали разум, в том же смысле, как сейчас мы говорим о рождении нового человека. В таком случае, было бы два способа давать миру новый разум, традиционный способ — рождение детей от жен-

щин и новый способ — конструкция сложнейших систем клапанов и переключателей. Говоря о втором способе, мы должны подчеркнуть, что хотя наши создания выглядели бы как машины, они, тем не менее, таковыми бы не являлись, поскольку они были бы большим, чем сумма их частей. Было бы невозможным предсказать их поведение на основе знания их конструкции и начального состояния их частей: мы не знали бы границ того, на что они способны, поскольку они отвечали бы верно даже на заданные им вопросы Гёделева типа. На самом деле, нужно отметить, что любая система, которую не сбить с толку Гёделевым вопросом, это eo ipso не машина Тюринга, то есть не машина в обычном смысле слова.[3]

Когда я читаю этот отрывок, моя мысль пытается уследить за быстрой сменой тем, ссылок, ассоциаций, путаницы и заключений. Она перепрыгивает от парадокса Кэррола к Гёделю, а затем к Тюрингу, к искусственному интеллекту, к холизму и редукционизму — и все это на двух страничках. Поистине, Люкас заставляет нас задуматься! В следующих главах мы вернемся ко многим темам, миходом затронутым в этом интересном отрывке.

Ария с разнообразными вариациями

Черепаха пришла составить компанию своему другу Ахиллу, который в последнее время стал страдать бессоницей.

Черепаха: Сочувствую вам, Ахилл; бессоница — пренеприятная вещь! Надеюсь, мое общество немного отвлечет вас от тех невыносимых мыслей, что не дают вам забыться сном. Может быть, мне удастся навеять на вас такую скуку, что вы, наконец, сможете заснуть — в таком случае, мой визит принесет вам безусловную пользу.

Ахилл: Увы... на мне уже пробовали руку чемпионы нудности и скуки — вы им и в подметки не годитесь — и все, к сожалению, без толку. Нет, г-жа Ч, я пригласил вас с тем, чтобы вы развлекли меня своими рассказами о теории чисел — надеюсь, что это скрасит мне долгие ночные часы. Видите ли, я обнаружил, что немного теории чисел весьма успокоительно действует на мои расстроенные нервы.

Черепаха: Хорошенькая мысль, ничего не скажешь! Знаете, это мне напоминает о бедном графе Кайзерлинге.

Ахилл: Кто это такой?

Черепаха: О, был такой саксонский граф в восемнадцатом веке — захудалый график, говоря по правде, но благодаря ему... История довольно забавная — хотите послушать?

Ахилл: Прошу вас!

Черепаха: Однажды наш добрый граф заболел бессоницей. Случилось так, что в том же городе жил тогда известный музыкант; граф Кайзерлинг решил заказать ему серию вариаций с тем, чтобы его придворный клавесинист играл бы их графу, когда тот не мог заснуть. Граф надеялся, что так время пролетит быстрей и приятней.

Ахилл: И как, удалось местному композитору выполнить это требование?

Черепаха: Кажется, да, поскольку граф его щедро вознаградил: он подарил ему золотой бокал с сотней луидоров внутри.

Ахилл: Невероятно! Интересно, где сам граф раздобыл этот бокал с луидорами?

Черепаха: Может быть, он увидел такой бокал в музее и тот ему понравился?

Ахилл: Вы намекаете на то, что граф его попросту украл?

Черепаха: Ну, зачем же так грубо... Знаете, в те дни на это смотрели не так, и графам многое позволялось. Так или иначе, графу музыка явно пришлась по вкусу, поскольку он беспрестанно просил своего клавесиниста — совсем еще мальчишку, по имени Гольдберг, — сыграть ту или иную из этих тридцати вариаций. В результате, по иронии судьбы, вариации стали связаны с именем молодого Гольдберга, а не графа.

Ахилл: Вы имеете в виду, что композитором был Бах, и что это произведение — так называемые "Гольдберг-вариации"?

Черепаха: Вы угадали! На самом деле, эта пьеса сначала именовалась "Ария с различными вариациями"; в ней тридцать вариаций. Знаете ли вы, как Бах построил эти великолепные вариации?

Ахилл: Я весь внимание.

Черепаха: Каждая из пьес, кроме последней, построена на одной и той же теме, которую он назвал "арией". В действительности, пьесы связаны скорее не общей мелодией, а одинаковым гармоническим фоном. Мелодии могут варьироваться, но в их основе — одна и та же тема. Только в последней вариации Бах позволил себе некоторую вольность — это что-то вроде "конца после конца". Там содержатся странные музыкальные идеи, почти не связанные с первоначальной темой — а именно, две немецкие народные песенки. Эта вариация называется "quodlibet".

Ахилл: А что еще необыкновенного в "Гольдберг-вариациях"?

Черепаха: Каждая третья вариация построена в форме канона; в первом из них оба голоса вступают на одной и той же ноте; во втором, один из голосов вступает НА ОДНУ ступень ВЫШЕ, в третьем — НА ДВЕ, и так далее, до последнего канона, в котором голоса отстоят ровно на девять интервалов. Десять канонов, и все они —

Ахилл: Подождите минутку. Мне помнится, я что-то слышал о том, что недавно обнаружили еще четырнадцать Гольдберг-канонов!

Черепаха: Вы, случайно, прочли это не в том самом журнале, что недавно оповестил мир о сенсационном открытии четырнадцати новых дней в ноябре?

Ахилл: Да нет, это правда. Некий музыковед по имени Вольф прослышал о том, что в Страсбурге хранится специальная копия "Гольдберг-вариаций"; он поехал туда и, к своему удивлению, на задней обложке этой копии, что-то вроде "конца после конца", он нашел четырнадцать новых канонов, основанных на первых восьми нотах темы. Так что на самом деле Гольдберговых вариаций сорок четыре, а не тридцать.

Черепаха: Сорок четыре, пока какой-нибудь музыковед не обнаружит еще нескольких в самом невероятном месте. И хотя это кажется маловероятным, все еще возможно, что найдутся новые вариации, и затем еще новые, и еще... Это может продолжаться до бесконечности! Мы можем так никогда и не узнать, когда у нас будут полные "Гольдберг-вариации".

Ахилл: Престранная идея. На самом деле, все считают, что это последнее открытие было просто счастливой случайностью, и что теперь у нас есть все существующие вариации. Но если предположить, что вы правы, и что найдутся еще какие-нибудь, мы должны быть к этому готовы. Тогда название "Гольдберг-вариации" изменит свое значение и будет означать не только уже известные вариации, но и те, которые могут быть найдены в дальнейшем. Это число — назовем его "g" — разумеется, не бесконечно, но знать то, что g конечно, — это не то же самое, что знать его величину. Следовательно, этой информации недостаточно, чтобы определить, когда найденная вариация окажется действительно последней.

Черепаха: Это верно.

Ахилл: Скажите мне, когда Бах создал эти знаменитые вариции?

Черепаха: В 1742 году, когда он был кантором в Лейпциге.

Ахилл: 1742? Гмм... Это число мне о чем-то напоминает...

Черепаха: Естественно, так как это очень интересное число: это сумма двух нечетных простых чисел, 1729 и 13.

Ахилл: Вот это да! Удивительно, ничего не скажешь! Интересно, как часто можно встретить четное число, обладающее тем же свойством. Посмотрим...

$$
\begin{aligned}
6 &= 3 + 3 \\
8 &= 3 + 5 \\
10 &= 3 + 7 = 5 + 5 \\
12 &= 5 + 7 \\
14 &= 3 + 11 = 7 + 7 \\
16 &= 3 + 13 = 5 + 11 \\
18 &= 5 + 13 = 7 + 11 \\
20 &= 3 + 17 = 7 + 13 \\
22 &= 3 + 19 = 5 + 17 = 11 + 11 \\
24 &= 5 + 19 = 7 + 17 = 11 + 13 \\
26 &= 3 + 23 = 7 + 19 = 13 + 13 \\
28 &= 5 + 23 = 11 + 17 \\
30 &= 7 + 23 = 11 + 19 = 13 + 17
\end{aligned}
$$

Смотрите-ка, согласно моей табличке это кажется весьма обычным явлением. Но я пока не вижу в таблице никакой простой закономерности.

Черепаха: Может быть, здесь никакой закономерности и нет.

Ахилл: Что вы, конечно есть! У меня просто не хватает проницательности, чтобы ее заметить.

Черепаха: Вы кажетесь совершенно в этом уверенным.

Ахилл: У меня нет ни малейших сомнений. Интересно... может ли быть, что все четные числа, за исключением 4, могут быть представлены в виде суммы двух нечетных простых чисел?

Черепаха: Гмм... этот вопрос мне о чем-то напоминает... Ах, да! Вы не первый, кто задает мне этот вопрос. Теперь припоминаю: в 1742 году меня о том же спрашивал математик-любитель в —

Ахилл: Вы сказали, в 1742 году? Простите, что перебиваю, но мне кажется, что 1742 — очень интересное число: это разность двух нечетных простых чисел: 1745 и 3.

Черепаха: Вот это да! Удивительно, ничего не скажешь! Интересно, как часто можно встретить четное число, обладающее тем же свойством.

Ахилл: Прошу вас, не позволяйте мне отвлекать вас.

Черепаха: Ах, да — я говорила, что в 1742 году один математик-любитель — к сожалению, не могу вспомнить его имени — послал письмо Эйлеру, который в то время находился в Потсдаме при дворе короля Фридриха Великого, и... История довольно забавная, хотите послушать?

Ахилл: Я весь внимание!

Черепаха: Так вот, в своем письме тот любитель предложил Эйлеру следующую недоказанную гипотезу: "Любое четное число, большее двух, можно представить как сумму двух простых чисел." Как же бишь его звали...

Ахилл: Я припоминаю, что уже читал об этом в какой-то математической книге. Кажется, его звали Купфергёдель.

Черепаха: Гмм... Нет, это звучит слишком длинно.

Ахилл: Может, тогда Зильберэшер?

Черепаха: Да нет, это все не то. У меня то имя прямо на языке вертится.... ах, да! Гольдбах! Гольдбах была его фамилия.

Ахилл: Так я и думал.

Черепаха: Да, и ваши попытки мне здорово помогли. Странно, как иногда нам приходится искать в памяти, словно в библиотеке, когда пытаешься найти книгу, не зная ее шифра. Но вернемся к числу 1742.

Ахилл: Действительно. Я хотел спросить, доказал ли Эйлер, что догадка Гольдбаха верна?

Черепаха: Он никогда не считал, что на нее стоит тратить время. Однако не все математики разделяли это пренебрежение. В действительности, многие пытались доказать "Гипотезу Гольдбаха" — она стала известна под этим именем.

Ахилл: И удалось кому-нибудь ее доказать?

Черепаха: Пока нет, но некоторые математики были очень близки к успеху. Например, в 1931 году Шнирельман, русский специалист по теории чисел, доказал, что любое число, четное или нечетное, может быть представлено как сумма не более чем 300 000 простых чисел.

Ахилл: Какой странный результат. Какая же от него польза?

Черепаха: Он ограничил проблему, переведя ее в финитную область. До Шнирельмановского доказательства думали, что если брать большие и большие четные числа, то чтобы их представить, понадобится все большее количество простых чисел. Для того, чтобы представить некоторые четные числа, мог понадобиться миллиард простых чисел! Теперь известно, что это не так — суммы 300 000 (или меньше) простых чисел всегда оказывается достаточно.

Ахилл: Теперь понимаю.

Черепаха: Вскоре, в 1937 году, один хитроумный тип по имени Виноградов — тоже русский — еще больше приблизился к желанному результату: он доказал, что любое достаточно большое нечетное число может быть представлено в виде суммы не более чем ТРЕХ нечетных простых чисел. Например, 1937 = 641 + 643 + 653. Можно сказать, что нечетное число, которое может быть представлено как сумма трех нечетных простых чисел, имеет "свойство Виноградова". Таким образом, все достаточно большие нечетные числа обладают свойством Виноградова.

Ахилл: Хорошо — но что означает "достаточно большие"?

Черепаха: Это значит, что некоторое количество нечетных чисел могут не иметь этого свойства, но существует некое число — назовем его "**v**" — после которого все нечетные числа обладают свойством Виноградова. Однако сам Виноградов не знал величины этого **v**. Так что, в каком-то смысле, **v** похоже на **g** — конечное, но неизвестное число "Гольдберг-вариаций". Знать, что **v** конечно, — это не то же самое, что знать его величину. Следовательно, этой информации недостаточно, чтобы определить, когда нечетное число, представимое более, чем тремя простыми числами, окажется действительно последним.

Ахилл: А-а, понятно. Значит, любое достаточно большое число 2N может быть представлено как сумма ЧЕТЫРЕХ простых чисел, если сначала представить 2N−3 в виде суммы трех простых, и затем снова прибавить 3.

Черепаха: Совершенно верно. Другая попытка, близко подошедшая к доказательству этой гипотезы, представлена следующей Теоремой: "Все четные числа могут быть представлены в виде суммы простого числа и произведения по меньшей мере двух простых чисел".

Ахилл: Как я погляжу, этот вопрос о сумме двух простых чисел завел нас с вами в настоящие дебри. Интересно, а куда бы мы забрались, если бы стали исследовать РАЗНОСТИ двух нечетных простых чисел? Держу пари, что мне удастся кое-что понять в этой головоломке, если я опять составлю табличку, на этот раз представляя четные числа в виде разности двух

нечетных простых чисел. Посмотрим...

$$
\begin{aligned}
2 &= 5-3, \quad 7-5, \quad 13-11, \quad 19-17 \text{ и т. д.}\\
4 &= 7-3, \quad 11-7, \quad 17-13, \quad 23-19 \text{ и т. д.}\\
6 &= 11-5, \quad 13-7, \quad 17-11, \quad 19-13 \text{ и т. д.}\\
8 &= 11-3, \quad 13-5, \quad 19-11, \quad 31-23 \text{ и т. д.}\\
10 &= 13-3, \quad 17-7, \quad 23-13, \quad 29-19 \text{ и т. д.}
\end{aligned}
$$

Батюшки мои! Кажется, что различным вариантам нет конца! Но я пока не вижу в таблице никакой простой закономерности.

Черепаха: Может быть, здесь никакой закономерности и нет.

Ахилл: Ах, опять эти ваши туманные рассуждения о хаосе! Увольте, прошу вас — на этот раз я не хочу об этом слышать.

Черепаха: Вы считаете, что любое четное число может каким-то образом быть представлено в виде разности двух нечетных простых чисел?

Ахилл: Из моей таблички следует, что да. Но может быть, и нет... Однако так мы далеко не уедем!

Черепаха: Со должным уважением позволю себе заметить, что в эти материи можно проникнуть и поглубже.

Ахилл: Забавно, насколько эта проблема схожа с первоначальным вопросом Гольдбаха. Надо бы назвать ее "Гольдбах-вариации".

Черепаха: И правда. Однако позвольте мне указать вам на огромную разницу между Гипотезой Гольдбаха и этой Гольдбах-вариацией. Предположим, что некое четное число 2N обладает "свойством Гольдбаха", если оно равняется СУММЕ двух нечетных простых чисел, и "свойством Черепахи", если оно равняется РАЗНОСТИ двух нечетных простых чисел.

Ахилл: Мне кажется, справедливей называть это "свойством Ахилла". В конце концов, эту задачу предложил я!

Черепаха: Я собиралась предложить, чтобы мы считали, что число, у которого НЕТ свойства Черепахи, обладает "свойством Ахилла".

Ахилл: А, ну ладно...

Черепаха: Как вы думаете, обладает ли триллион свойством Гольдбаха или свойством Черепахи? Разумеется, он может иметь оба свойства...

Ахилл: Я, конечно, могу над этим подумать, но сомневаюсь, чтобы я мог ответить на ваши вопросы.

Черепаха: Не сдавайтесь так быстро. Представьте, что я попросила вас ответить на один из них. Над каким вопросом вы предпочли бы подумать?

Ахилл: Наверное, мне пришлось бы бросить монетку. По-моему, между этими вопросами нет особой разницы.

Черепаха: Ага! Вот тут вы и ошибаетесь. Между ними огромная разница! Если вы выберете свойство Гольдбаха, где идет речь о СУММАХ, то вам придется иметь дело только с простыми числами между двумя и триллионом, не так ли?

Ахилл: Разумеется.

Черепаха: А раз так, то ваш поиск рано или поздно ОБЯЗАТЕЛЬНО КОНЧИТСЯ...

Ахилл: А-а-а... Понятно. С другой стороны, если я начну работать над представлением триллиона в форме РАЗНОСТИ двух простых чисел, я могу использовать сколь угодно большие числа. Они могут быть так велики, что мне придется просидеть за работой триллион лет.

Черепаха: Хуже того, они могут вообще НЕ СУЩЕСТВОВАТЬ! В конце кон-

цов, именно в этом и состоял вопрос: существуют ли такие простые числа? Нас не интересовало, как велики они могут оказаться.

Ахилл: Вы правы. Если бы они не существовали, мой поиск мог продолжаться вечно, и я не ответил бы ни да ни нет. И тем не менее, ответ был бы отрицательным.

Черепаха: Таким образом, если у вас есть какое-то число и вы хотите проверить, обладает ли оно свойством Гольдбаха или свойством Черепахи, разница будет заключаться в следующем: поиск свойства Гольдбаха ОБЯЗАТЕЛЬНО ЗАКОНЧИТСЯ, в то время как поиск свойства Черепахи ПОТЕНЦИАЛЬНО БЕСКОНЕЧЕН — у нас нет никаких гарантий. Он может запросто тянуться до бесконечности, не давая нам никаких ответов. И тем не менее, в некоторых случаях он может закончиться на первом же шаге.

Ахилл: Я вижу, что между свойством Гольдбаха и свойством Черепахи действительно существует огромная разница.

Черепаха: Вы правы; эти проблемы, столь схожие по виду, на самом деле имеют дело с весьма различными свойствами. Гипотеза Гольдбаха утверждает, что все четные числа обладают свойством Гольдбаха; вариация Гольдбаха — что все четные числа обладают свойством Черепахи. Обе задачи еще не решены, и интересно то, что хотя они звучат очень похоже, в них идет речь об очень разных свойствах целых чисел.

Ахилл: Я понимаю, что вы имеете в виду. Для любого четного числа свойство Гольдбаха — вполне определенная вещь, так как мы знаем, что если поискать, всегда можно узнать, обладает ли данное число этим свойством. Свойство Черепахи, с другой стороны, гораздо менее определенно, так как одной грубой силой тут не возьмешь — сколько ни ищи, а ответа можешь так и не найти.

Черепаха: Все же мне кажется, должны существовать какие-нибудь способы получше; может быть с помощью одного из них мы смогли бы всегда доходить до конца, устанавливая, есть ли у данного числа свойство Черепахи.

Ахилл: Но и тогда поиск кончался бы только в случае положительного ответа.

Черепаха: Не обязательно. Должно существовать доказательство того, что если поиск продолжается дольше определенного времени, ответ должен быть отрицательным. Мне кажется, что можно найти и совершенно ИНОЙ способ поиска простых чисел, способ, не требующий грубой силы. Он гарантировал бы, что если такие числа существуют, мы их найдем. А если нет — сможем это доказать. Так или иначе, в любом случае поиск завершался бы даже в случае отрицательного ответа. Но я не уверена, что все это можно доказать. Поиск в бесконечных пространствах — дело непростое, знаете ли...

Ахилл: Значит, на данный момент вы не знаете ни одного способа конечного поиска для нахождения свойства Черепахи — но тем не менее, такой способ МОЖЕТ существовать.

Черепаха: Верно. Можно бы, конечно, начать поиск такого поиска — но я не гарантирую, что подобный "мета-поиск", в свою очередь, окажется конечным.

Ахилл: Удивительно то, что если у какого-нибудь четного числа — скажем, у триллиона — не оказалось бы свойства Черепахи, то этим оно было бы обязано бесконечному числу единиц информации. Забавно подумать, что все эта информация может быть собрана в пучок и названа, согласно вашему галантному предложению, "свойством Ахилла" одного триллиона.

На самом деле, это свойство всей системы, а не одного числа.

Черепаха: Это интересное наблюдение, Ахилл, но я все-таки думаю, что правильнее относить этот факт именно к триллиону. Представьте себе для примера простенькое утверждение "29 — простое число". На самом деле это означает, что 2, умноженное на 2, не равно 29, 5, умноженное на 6, не равно 29, и так далее. Вы согласны?

Ахилл: Ну, предположим...

Черепаха: Тем не менее вы спокойно можете собрать все эти факты вместе, связать их в пучок и привязать к числу 29, сказав "29 — простое число", не так ли?

Ахилл: Да...

Черепаха: И при этом число фактов бесконечно, поскольку мы можем также сказать, что "4444, умноженное на 3333, не равно 29".

Ахилл: Строго говоря, вы правы. Однако мы оба знаем, что 29 не может равняться произведению двух чисел, каждое из которых больше него самого. А раз так, то, говоря "29 — простое число", мы учитываем только ограниченное количество из всех фактов, известных нам об умножении.

Черепаха: Вы можете смотреть на это и так, но учтите, что сам факт, что 29 не может быть произведеним двух чисел, больших чем оно само, основан на структуре численной системы в целом. В этом смысле, этот факт сам включает в себя бесконечное множество фактов. Вам, Ахилл, никуда не деться от того, что, говоря "29 — простое число", вы на самом деле утверждаете бесконечное множество фактов.

Ахилл: Не знаю, не знаю — мне это кажется лишь одним фактом.

Черепаха: Это происходит потому, что эти бесконечные факты составляют часть вашего предыдущего знания; они косвенно влияют на то, как вы смотрите на вещи. Вы не замечаете бесконечности, так как она скрыта внутри образов, возникающих в вашем сознании.

Ахилл: Наверное, вы правы. И все-таки мне кажется весьма странным объединить свойства системы чисел как целого и именовать результат "простотой числа 29".

Черепаха: Может, оно и выглядит странным, но это весьма полезный способ смотреть на вещи. Давайте теперь вернемся к вашей гипотезе. Если, как вы предположили, триллион обладает свойством Ахилла, то какое бы простое число мы к нему ни прибавили, мы никогда не получим другого простого числа. В таком положении дел было бы виновато бесконечное количество отдельных математических "событий". Исходят ли все эти "события" из одного и того же источника? Имеют ли они общую причину? Если нет, то значит, за наш факт ответственно некое "бесконечное совпадение" , а не какая-либо закономерность.

Ахилл: "Бесконечное совпадение"? В царстве натуральных чисел НИЧТО не бывает случайно — любое событие там основано на некой регулярности, скрытой или явной. Возьмите вместо триллиона семерку — она меньше и с ней полегче обращаться. У 7 есть свойство Ахилла.

Черепаха: Вы уверены?

Ахилл: Конечно, и вот почему. Если к 7 добавить 2, то вы получите 9 — число не простое; если же добавить к 7 любое другое простое число, то вы будете складывать два нечетных простых числа, результатом чего будет четное число — так что простого числа снова не получается. Так что здесь, если можно так выразиться, "Ахильность" семерки объясняется не бесконеч-



РИС. 71. М.К. Эшер. "Порядок и хаос" (литография, 1950).

ным числом причин, но всего двумя, что весьма далеко от "бесконечного совпадения". Это только подтверждает то, что я уже сказал: для того, чтобы объяснить какую-либо арифметическую истину, нам никогда не понадобится бесконечное число причин. Если бы существовал такой арифметический факт, который был результатом бесконечного числа не связанных между собой совпадений, то мы никогда не смогли бы найти конечное доказательство этой истины — а это просто смешно.

Черепаха: Это звучит вполне разумно, и вы не первый, кто высказывает подобное мнение. Однако —

Ахилл: Неужели есть кто-нибудь, кто не согласен с этой точкой зрения? Такие люди должны верить в "бесконечные совпадения", в наличие хаоса среди самого совершенного, гармонического и прекрасного среди всех творений — системы натуральных чисел.

Черепаха: Может, так они и считают — но задумывались ли вы когда-нибудь о том, что хаос может быть неотъемлемой частью красоты и гармонии?

Ахилл: Хаос — часть совершенства? Порядок и хаос в приятном единении? Да это же ересь!

Черепаха: Ваш любимый художник, М. К. Эшер, как-то провел эту еретическую идею в одной из своих картин. Кстати, раз уж мы заговорили о хаосе, я думаю, вам будет интересно услышать о двух различных категориях поиска, каждая из которых непременно закончится.

Ахилл: Разумеется.

Черепаха: Пример первого — нехаотичного — вида поиска мы находим в проверке на свойство Гольдбаха. Надо просто перебирать простые числа, меньшие 2N, и если какая-нибудь пара таких чисел при сложении дает 2N, то следовательно 2N обладает свойством Гольдбаха; в противном случае, оно им не обладает. Подобная проверка не только наверняка закончится — вы даже можете предсказать, КОГДА она закончится.

Ахилл: Значит, это ПРЕДСКАЗУЕМО КОНЧАЮЩАЯСЯ проверка. Теперь вы, наверное, скажете мне, что некоторые теоретико-числовые свойства нуждаются в другого рода проверке, которая когда-либо кончится, но неизвестно, когда?

Черепаха: Вы как в воду глядите, Ахилл. И существование подобного типа проверки доказывает, что системе натуральных чисел в некотором роде присущ хаос.

Ахилл: Я бы сказал, что об этой проверке просто слишком мало известно. Если как следует поработать, я уверен, что можно было бы определить, как долго она продлится, прежде чем придет к концу. Ведь должен же быть какой-то смысл в структурах целых чисел! Никогда не поверю, что эта система хаотична и непредсказуема.

Черепаха: Ваша интуитивная вера понятна, но не всегда оправдана. Разумеется, во многих случаях вы совершенно правы — если мы чего-то не знаем, из этого еще не следует, что это вообще непознаваемо! Но есть и такие свойства целых чисел, для которых можно доказать существование конечной процедуры проверки, а также — что невозможно заранее определить, как долго эта процедура будет продолжаться.

Ахилл: В это трудно поверить. Словно сам черт забрался в божественно прекрасное здание натуральных чисел!

Черепаха: Может быть, вам будет приятно узнать, что совсем не легко определить свойства, для которых существует конечная, но не ПРЕДСКАЗУЕМО конечная процедура проверки. Большинство "естественных" свойств целых чисел допускают предсказуемо конечные процедуры. Например, так можно проверить, является ли число простым, квадратом или десятой степенью какого-либо числа.

Ахилл: Да, это нетрудно. Но мне любопытно узнать, что это за свойство, для которого существует конечная, но непредсказуемая процедура проверки?

Черепаха: Это для меня слишком сложно, в особенности, когда я такая сонная.

Лучше приведу вам пример свойства, которое весьма легко определить, но для которого неизвестна конечная процедура проверки. Заметьте, я не хочу сказать, что она никогда не будет открыта, — просто пока она еще не найдена. Для начала надо выбрать какое-нибудь число — предоставляю эту честь вам, Ахилл!

Ахилл: Как насчет 15?

Черепаха: Превосходно. Вы начинаете с вашего числа; если оно НЕЧЕТНО, вы умножаете его на три и прибавляете 1. Если оно ЧЕТНО, вы берете его половину. После этого мы повторяем процесс. Назовем число, которое таким образом рано или поздно превратится в 1, ИНТЕРЕСНЫМ, и число, которое не станет 1, НЕИНТЕРЕСНЫМ.

Ахилл: Интересное ли число 15? Посмотрим:

15	НЕЧЕТНО,	так что я превращаю его в $3n+1$:	46
46	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	23
23	НЕЧЕТНО,	так что я превращаю его в $3n+1$:	70
70	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	35
35	НЕЧЕТНО,	так что я превращаю его в $3n+1$:	106
106	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	53
53	НЕЧЕТНО,	так что я превращаю его в $3n+1$:	160
160	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	80
80	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	40
40	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	20
20	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	10
10	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	5
5	НЕЧЕТНО,	так что я превращаю его в $3n+1$:	16
16	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	8
8	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	4
4	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	2
2	ЧЕТНО,	так что я делю его на два:	1.

Ух ты! Ничего себе путешествьице, от 15 до 1! Но я все же достиг цели. Это значит, что 15 обладает свойством "интересности". Хотелось бы узнать, какие числа НЕинтересные...

Черепаха: Вы заметили, что в этом простом процессе числа то возрастают, то уменьшаются?

Ахилл: Я особенно удивился, когда после 13 шагов я получил 16 — число, всего на 1 большее того , с которого я начал! В каком-то смысле, я почти вернулся к началу — но в другом смысле, я был весьма далек от начала. Странно и то, что чтобы решить задачку, мне пришлось добраться до 160. Интересно, почему так получилось?

Черепаха: Потому что потолок у этой задачки бесконечно высок, и заранее невозможно сказать, как высоко нам придется забраться. На самом деле, возможно, что вам придется все время карабкаться вверх, и вверх, и вверх, и никогда не спускаться больше, чем на несколько шагов.

Ахилл: Правда? Наверное, такое возможно — но что за странным совпадением это было бы! Для этого нам должны все время попадаться нечетные числа, за редким исключением. Сомневаюсь, чтобы такое было возможно, хотя, конечно, я не мог бы в этом поклясться.

Черепаха: Проверьте-ка число 27. Имейте в виду, я ничего не обещаю. Но все-таки попробуйте когда-нибудь — просто так, для развлечения. И я посове-

товала бы вам запастись для этого большим листом бумаги.

Ахилл: Гммм... Интересно... Знаете, мне все еще кажется странным ассоциировать интересность (или неинтересность) с начальным числом, поскольку совершенно ясно, что это — свойство всей системы чисел.

Черепаха: Я понимаю, что вы имеете в виду, но это ничем не отличается от высказывания "29 — простое число" или "золото — дорогой металл". Оба утверждения приписывают единственному объекту свойство, которым тот обязан контексту целой системы.

Ахилл: Вы, наверное, правы. Проблема "интересности" весьма непроста, так как величина чисел все время колеблется, то возрастая, то уменьшаясь. Здесь ДОЛЖНА быть какая-то регулярность, хотя на вид это выглядит довольно хаотично. Прекрасно понимаю, почему еще никто до сих пор не нашел для "интересности" такой процедуры проверки, которая обязательно кончается.

Черепаха: Кстати о кончающихся и некончающихся процедурах — это мне напоминает об одном из моих друзей; он сейчас работает над своей книгой.

Ахилл: Ах, как занимательно! Как же она называется?

Черепаха: "Медь, серебро, золото — этот неразрушимый сплав". Не правда ли, звучит интересно?

Ахилл: Честно говоря, я что-то не совсем понимаю. Что общего между собой у меди, серебра и золота?

Черепаха: Это ясно, как день.

Ахилл: Вот если бы книга называлась "Гориллы, серебро, золото" или "Эму, золото..." — тогда бы я еще мог понять...

Черепаха: Может быть, вы предпочли бы "Медь, серебро, бабуины"?

Ахилл: Безусловно! Но это действительное название какое-то совсем слабенькое. Никто его не поймет.

Черепаха: Я скажу моему другу. Он (как и его издатель) будет только рад поменять название на более завлекательное.

Ахилл: Приятно слышать. Но почему наш разговор напомнил вам об этой книге?

Черепаха: Ах, да. Видите ли, там будет Диалог, в котором автор постарается запутать читателей, заставив их искать конец.

Ахилл: Забавно. Как же он это сделает?

Черепаха: Вы, безусловно, замечали, как некоторые писатели стараются наращивать напряжение поближе к концу своих историй — но читатель, держа книгу в руках, ЗНАЕТ, что рассказ подходит к концу. Таким образом, у него есть дополнительная информация, которая действует как предупреждение. Напряжение и неизвестность немного подпорчены физической сущностью книги. Было бы гораздо лучше, если бы в конце романов писатели оставляли прокладку потолще.

Ахилл: Прокладку?

Черепаха: Именно; я имею в виду кучу печатных страниц, не имеющих никакого отношения к истории, но маскирующих ее скорое окончание.

Ахилл: А-а, понятно. Таким образом конец истории может отстоять на, скажем, пятьдесят или даже сто страниц от последней страницы книги?

Черепаха: Да. Это привнесло бы некоторый элемент сюрприза, поскольку читатель не будет знать заранее, сколько страниц относятся к прокладке и сколько — собственно к истории.

Ахилл: Такая система была бы эффективной, если бы не есть одна проблема. Представьте себе, что ваша прокладка была бы очевидной — скажем, чистые страницы, куча "А" или случайные буквы. Тогда она была бы совершенно бесполезной.

Черепаха: Согласна. Она должна быть похожа на обычные печатные страницы.

Ахилл: Но даже беглого взгляда на страницу из какой-либо истории зачастую хватает, чтобы отличить ее от страницы из другой истории.

Черепаха: Это верно. Я всегда представляла это так: вы кончаете одну историю и тут же пишете еще что-то, что весьма похоже на продолжение — но в действительности это только прокладка, никак не соотносящаяся с вашей историей. Эта прокладка — что-то вроде "конца после конца". В ней могут быть странные литературные идеи, совершенно не имеющие отношения к первоначальной теме.

Ахилл: Ловко! Но тогда вам не удастся сказать, где находится действительный конец. Он сольется с прокладкой.

Черепаха: Вот и мы с моим другом-писателем пришли к такому же заключению. Жаль, эта идея мне очень нравилась.

Ахилл: Послушайте, у меня есть предложение. Переход между историей и прокладкой может быть написан таким образом, что внимательный читатель сможет сказать, где кончается одна и начинается другая. Может быть, ему придется над этим посидеть. Может быть, будет вообще невозможно предсказать, сколько времени это у него отнимет. Но издатель сможет дать гарантию, что достаточно тщательный поиск всегда придет к концу, даже если мы и не знаем наперед, как долго он будет продолжаться.

Черепаха: Прекрасно; но что означает "достаточно тщательный"?

Ахилл: Это значит, что читатель должен будет искать в тексте некую крохотную, но важную деталь, которая укажет на действительный конец. И ему придется исхитриться, чтобы среди множества подобных деталей найти настоящую.

Черепаха: Что-то вроде изменения частоты букв или длины слов? Внезапная россыпь грамматических ошибок?

Ахилл: Совершенно верно. Какое-то шифрованное послание, которое поможет внимательному читателю найти конец книги. Еще можно вывести новых персонажей или придумать события, несоответствующие остальной истории. Наивный читатель проглотит это, не задумываясь, в то время как умудренный опытом человек сможет точно указать, где проходит граница.

Черепаха: Какая оригинальная идея, Ахилл. Я расскажу о ней другу и, может быть, он захочет вставить ее в свой Диалог.

Ахилл: Этим он окажет мне честь.

Черепаха: Знаете, боюсь, что я совсем засыпаю, Ахилл. Пойду-ка, пожалуй, пока я еще в силах добраться до дому.

Ахилл: Мне было очень приятно, что вы просидели у меня так долго в такой поздний час только лишь с тем, чтобы составить мне компанию. Уверяю вас, что ваши теоретико-численные рассказы явились прекрасным противоядием против моего обычного верчения в постели. Кто знает, может быть, мне даже удастся сегодня заснуть. В знак благодарности позвольте преподнести вам подарок.

Черепаха: Ах, Ахилл, что за глупости...

Ахилл: Для меня это одно удовольствие, г-жа Ч. Подойдите-ка к комоду; на нем лежит маленькая старинная шкатулка.

(Черепаха подходит к комоду.)

Черепаха: Неужели вы имеете в виду эту золотую шкатулку?

Ахилл: Ее самую. Пожалуйста, примите ее в знак нашей дружбы.

Черепаха: Премного вам благодарна, Ахилл. Гмм... Что это за имена математиков на крышке, да еще по-английски? Что за интересный список...

De M o r g a n
A **b** e l
B o **o** l e
B r o **u** w e r
S i e r **p** i ń s k i
W e i e r **s** t r a s s

Ахилл: По идее, это должно быть Полным Списком Всех Великих Математиков. Только я никогда не мог понять, почему буквы, идущие вниз по диагонали, написаны жирным шрифтом.

Черепаха: Смотрите, тут внизу написано: "Отнимите 1 от диагонали, и вы найдете Баха в Лейпциге".

Ахилл: Я это тоже видел, но не могу сообразить, что бы это значило. Так я не запутывался с тех пор, когда пытался заниматься философией. Особенно меня тогда смутил Кант — оригинально, но уж больно туманно...

Черепаха: Прошу вас, ни слова о философии — я слишком устала. Лучше поползу-ка я домой. *(Машинально открывает шкатулку.)* Ах! Глядите, здесь внутри куча золотых монет! Да это же луидоры!

Ахилл: Вы доставите мне огромное удовольствие, приняв эти деньги, г-жа Ч.

Черепаха: Но... Но...

Ахилл: Пожалуйста, без возражений. Шкатулка и золото — ваши. И спасибо вам за несравненный вечер.

Черепаха: Как мило с вашей стороны. Надеюсь, вам удастся заснуть: выпейте стаканчик теплого молока, поставьте на патефон вашу любимую пластинку, и пусть вам приснится эта странная Гипотеза Гольдбаха и ее Вариации... Спокойной вам ночи. *(Она берет золотую шкатулку, полную луидоров, и направляется к двери. В этот момент раздается громкий стук.)* Кто бы это мог быть в такой поздний час, Ахилл?

Ахилл: Понятия не имею. Все это весьма подозрительно... Знаете что, спрячьтесь-ка на всякий случай за комодом!

Черепаха: Отличная мысль. *(Заползает за комод.)*

Ахилл: Кто там?

Голос: Откройте, полиция!

Ахилл: Входите, дверь не заперта!

(Входят два дюжих полицейских в новеньких, с иголочки, формах, со сверкающими кокардами на фуражках.)

Полицейский: Я — лейтенант Сильвер, а это — копертан Гулд. Проживает ли здесь некто по имени Ахилл?

Ахилл: Это я.

Полицйский: Мистер Ахилл, у нас есть все основания подозревать, что в вашей квартире находится золотая шкатулка с сотней луидоров. Она была украдена сегодня вечером из музея.

Ахилл: Ах, батюшки!

Полицейский: Она должна находиться здесь, потому что, кроме вас, подозревать некого. Придется вам пройти с нами... *(Достает ордер на арест.)*

Ахилл: Господи, как я счастлив, что вы наконец пришли! Весь вечер я мучился, слушая Черепашьи вариации на тему золотых шкатулок. Надеюсь, вы меня освободите! Прошу вас, господа, загляните за комод, и вы увидите там настоящего преступника!

(Полицейские заглядывают за комод; там, среди пыли и паутины, они видят дрожащую Черепаху с золотой шкатулкой в лапах.)

Полицейский: Ага! Вот она, злодейка! Никогда бы на нее не подумал — но поскольку она поймана с поличным...

Ахилл: Уведите поскорее отсюда эту преступницу, любезные господа. Слава Богу, мне уже никогда не придется слышать ни о ней, ни о ее Золотых Вариациях.

ГЛАВА XIII

Блуп, Флуп и Глуп

Самосознание и хаос

Блуп, Флуп и Глуп — это не имена гномов, не разговоры лягушек в пруду и не бульканье воды в засорившейся раковине. Это компьютерные языки, каждый из которых имеет особое предназначение. Они были придуманы специально для этой главы. Мы воспользуемся ими для того, чтобы объяснить новые значения слова "рекурсивный" — в частности, понятия *примитивной рекурсивности и общей рекурсивности*. Эти понятия помогут нам лучше обьяснить механизм автореферентности в ТТЧ.

Здесь мы совершаем скачок от человеческого мозга и интеллекта к миру математики, техники и компьютеров. Этот переход, каким бы резким он не казался, все же имеет смысл. Мы только что убедились в том, что в сердце интеллекта лежит самосознание. Давайте теперь рассмотрим "самосознание" в более формальных контекстах, таких, как ТТЧ. Между ТТЧ и разумом — огромная дистанция; тем не менее, некоторые идеи окажутся весьма поучительными и, может быть, даже приложимыми к нашим рассуждениям о сознании.

Удивительно то, что самосознание в ТТЧ тесно связано с вопросом о порядке и хаосе среди натуральных чисел. В частности, мы увидим, что упорядоченная система, достаточно сложная, чтобы отразить саму себя, не может быть *полностью* упорядоченной — в ней обязательно окажутся некие странные, хаотические черты. Читателям, в которых есть что-то от Ахилла, трудно будет в это поверить. Однако здесь существует и некая "магическая" компенсация, что-то вроде порядка внутри хаоса; этот "хаотический порядок" изучается так называемой "теорией о рекурсивных функциях". К несчастью, здесь мы сможем дать только самое поверхностное понятие об этой интереснейшей теме.

Представимость и холодильники

Мы с вами уже довольно частно натыкались на такие выражения, как "достаточно сложный", "достаточно мощный" и тому подобное. Что именно они означают? Давайте вернемся к "войне" Краба с Черепахой и подумаем, какие качества необходимы предмету, чтобы его можно было бы назвать патефоном? Почему бы Крабу не сказать, что его холодильник — это "совершенный" патефон? В доказательство он мог бы положить на холодильник любую пластинку и сказать: "Вот видите, он ее проигрывает!" Если бы Черепаха захотела что-то противопоставить этому дзен-буддистскому акту, она должна была ответить: "Нет, ваш холодильник такого низкого качества, что его нельзя назвать патефоном: он вообще не может воспроизводить звуков (а тем более, саморазбивальных звуков)." Черепаха может записать пластинку под названием "Меня нельзя сыграть на патефоне X", только если патефон X действительно является патефоном! Метод Черепахи весьма хитер, так как он играет не на слабости системы, а на ее силе. Поэтому, чтобы он подействовал, необходимы патефоны достаточно высокого качества.

То же самое верно и для формальных вариантов теории чисел. ТТЧ явля-

ется формализацией теории чисел (Ч) именно потому, что ее символы действуют "так как надо": они не молчат, как холодильник, а выражают существующие в теории чисел истины. Конечно, так же ведут себя символы системы **pr**. Можно ли и эту систему считать за формализацию Ч, или же она больше похожа на холодильник? На самом деле, она чуть получше холодильника, но все еще очень слаба. Система **pr** не включает достаточного количества основных истин Ч и поэтому не может считаться за "теорию чисел".

Что же такое "основные истины" Ч? Это *примитивно рекурсивные истины,* что означает, что они включают только *предсказуемо конечные* вычисления. Эти основные истины являются для Ч тем же, чем четыре постулата Эвклида для геометрии: они позволяют нам забраковать некоторых кандидатов еще до начала игры, на основании того, что они "недостаточно мощные". В дальнейшем, критерием "достаточной мощности" системы будет *представимость в ней всех примитивно рекурсивных истин.*

Топор Ганто в метаматематике

Важность этого понятия видна из следующего факта: если у вас есть достаточно мощная формализация теории чисел, то к ней приложим метод Гёделя — следовательно, ваша система *неполна.* С другой стороны, если ваша система *недостаточно* мощна (то есть, если не все примитивно рекурсивные истины являются ее теоремами), то она, именно в силу этого недостатка, все равно является *неполной.* Здесь перед нами тот же "Гантов топор", перенесенный в метаматематику: что бы система не делала, Гёделев Топор отсечет ее голову! Заметьте, что это положение дел также напоминает спор о высоком и низком качестве патефонов в "Акростиконтрапунктусе".

На самом деле оказывается, что метод Гёделя приложим даже к намного более слабым системам: критерий мощности, по которому все примитивно рекурсивные истины должны быть теоремами системы, оказывается слишком строгим. Это похоже на вора, который грабит только "достаточно богатых" людей — его жертва должна иметь в кармане по меньшей мере миллион долларов. К счастью, в случае ТТЧ, мы сможем стать такими грабителями, так как миллион у нее есть — иными словами, ТТЧ действительно содержит все примитивно рекурсивные истины в виде теорем.

Прежде чем углубиться в подробное обсуждение примитивно рекурсивных функций и предикатов, я постараюсь связать эту тему с темами предыдущих глав, чтобы дать читателю определенную перспективу.

Как обнаружить порядок с помощью правильного фильтра

Мы уже с самого начала столкнулись с тем, что формальные системы могут вести себя как неукротимые и опасные бестии, когда в них есть удлиняющие и укорачивающие правила, поскольку это может привести к бесконечному поиску среди строчек. Открытие Гёделевой нумерации показало, что у любого поиска строчки с определенным типографским свойством есть арифметический кузен: изоморфный поиск целого числа с соответствующим арифметическим свойством. Следовательно, чтобы найти разрешающий алгоритм для формальных систем, необходимо решить проблему непредсказуемо длинного поиска — хаоса — среди строчек. Возможно, что в "Арии с различными вариациями" я преувеличил хаос в задачах о целых числах. В действительности, математикам

удалось укротить гораздо худшие случаи кажущегося хаоса, чем проблема "интересности"; в конце концов, все они оказались довольно милыми зверями. Нерушимая вера Ахилла в регулярность и предсказуемость чисел достойна немалого уважения по крайней мере потому, что она отражает взгляды, которых придерживались почти все математики до 1930-х годов. Чтобы показать, почему противопоставление порядка и хаоса такая деликатная и важная тема, и связать ее с вопросом о местоположении и извлечении значения, я хотел бы процитировать здесь замечательный и памятный отрывок из диалога *"Реальны ли числа?"* написанного в Галилеевом стиле покойным Ж. М. Джочем (J.M. Jauch. Are quanta real?)

САЛВИАТИ Представьте, что я даю вам два ряда чисел, например

$$7\,8\,5\,3\,9\,8\,1\,6\,3\,3\,9\,7\,4\,4\,8\,3\,0\,9\,6\,1\,5\,6\,6\,0\,8\,4\,\ldots$$

и

$$1,\ -1/3,\ +1/5,\ -1/7,\ +1/9,\ -1/11,\ +1/13,\ -1/15,\ \ldots$$

Если бы я спросил вас, СИМПЛИЦИО, какое следующее число в первом ряду, что бы вы сказали?

СИМПЛИЦИО Я бы не мог ответить. На мой взгляд, это случайный набор чисел, и в нем нет никакого закона.

САЛИВИАТИ А как насчет второго ряда?

СИМПЛИЦИО Это проще простого. Следующим числом будет +1/17.

САЛВИАТИ Верно. Но что бы вы сказали, узнав, что первый ряд также построен по закону, причем точно по такому же, какой вы только что открыли для второго ряда?

СИМПЛИЦИО Это мне кажется маловероятным.

САЛВИАТИ На самом деле, это так и есть, поскольку первый ряд — просто начало десятичной дроби суммы второго ряда. Она равняется $\pi/4$.

СИМПЛИЦИО У вас в запасе всегда есть какой-нибудь математический трюк, но я не понимаю, какое отношение это имеет к абстракции и реальности.

САЛВИАТИ Для абстракции это легко заметить. Первый ряд выглядит случайным, пока мы не разовьем с помощью абстрагирования несложный фильтр, позволяющий нам замечать простую закономерность за кажущейся хаотической абстракцией.

Именно таким образом были открыты законы природы. Явления природы предстают перед нами как хаотические, пока мы не выберем некие значительные события и абстрагируемся от мелких, незначительных обстоятельств, в которых они происходили, так что эти события становятся идеализированными. Только тогда они предстают во всем блеске своей регулярности.

САГРЕДО Чудесная мысль! Выходит, что пытаясь понять природу, мы должны воспринимать события так, словно это сообщения, которые надо расшифровать. Каждое сообщение выглядит случайным, пока мы не найдем кода для его прочтения. Этот код принимает абстрактную форму, поскольку мы сознательно игнорируем некоторые неважные детали; таким образом, отчасти мы сами выбираем содержание сообщения. Эти неважные сигналы — что-то вроде "шумового фона", который ограничит аккуратность нашего прочтения.

Но поскольку код не абсолютен, в нашем сыром материале может содержаться несколько сообщений, так что перемена кода позволит нам прочесть как значительное сообщение то, что прежде было просто шумом. *И наоборот:* в новом коде прежнее сообщение может стать бессмысленным.

Таким образом, код предполагает свободный выбор между разными, дополняющими друг друга аспектами, каждый из которых с одинаковым правом может именоваться *реальностью,* если я позволю себе использовать это сомнительное слово.

О некоторых из этих аспектов мы, возможно, на сегодняшний день даже

не подозреваем, но они могут стать явными для наблюдателя с иной системой абстракций.

Но скажите мне, Салвиати, как в таком случае можно утверждать, что мы что-то *открыли* в реальном мире? Не значит ли это, что мы просто создаем вещи в согласии с нашими внутренними образами, и что действительность находится только у нас в голове?

САЛВИАТИ Я не думаю, что это так — тем менее, этот вопрос требует более глубокого рамышления.[1]

Джоч говорит здесь о "сообщениях", посланных не разумными существами, но самой природой. Однако вопрос об отношении смысла и сообщения, на который мы пытались ответить в главе VI, может быть задан и здесь. Хаотична ли природа, или же в ней имеется некая закономерность? И какова роль интеллекта в поисках ответа на этот вопрос?

Теперь оставим в стороне философию и подумаем над вопросом регулярности рядов, выглядящих хаотическими. Может ли быть, что у функции Q(n) из главы V есть также и простое, нерекурсивное объяснение? Можно ли увидеть любую проблему, как фруктовый сад, с такого угла, что ее секрет становится явным? Или же в теории чисел есть проблемы, остающиеся загадкой, с какого бы угла мы их не рассматривали?

После этого вступления мне кажется, что настало время точно определить термин "предсказуемо длинный поиск". Для этого мы воспользуемся языком БЛУП.

Основные шаги в языке Блуп

Мы займемся здесь поисками натуральных чисел с различными свойствами. Чтобы мы могли говорить о *длине* поиска, нам необходимо определить некие основные *шаги,* из которых состоит каждый поиск. Тогда мы сможем измерять длину поиска количеством шагов. Вот некоторые шаги, которые можно считать основными:

сложение двух натуральных чисел;
умножение двух натуральных чисел;
определение равенства двух чисел;
определение того, какое из двух чисел больше.

Петли и верхние границы

Если мы попытаемся сформулировать некий тест, — например, на простоту чисел, — в терминах таких шагов, мы вскоре увидим, что нам необходимо включить в него *управляющую структуру* — описание того, в каком порядке надо действовать: когда надо отойти назад и попытаться сделать что-то снова, или пропустить несколько шагов, или остановиться и т. п.

Любой *алгоритм* — описание того, как выполнить определенное задание — обыкновенно состоит из смеси (1) набора конкретных операций и (2) контрольных высказываний. Таким образом, разрабатывая наш язык для описания предсказуемо длинных вычислений, мы должны включить в него также основные контрольные структуры. Отличительное свойство Блупа — это ограниченное количество его контрольных структур. В нем нельзя совершать произвольные шаги или повторять группы шагов до бесконечности. Практически единственная контрольная структура Блупа — это *ограниченные петли:* набор команд, которые можно повторять снова и снова, но лишь ограниченное число

раз; это число называется *верхней границей,* или *потолком* петли. Если потолок данной петли 300, то она может быть выполнена 0,7 или 300 раз — но не 301.

Программист не должен вводить в программу точной величины всех верхних границ; в действительности, он может и не знать этого заранее. Вместо этого, каждый потолок может быть вычислен *до того,* как программа начинает выполнять соответствующую петлю. Например, если вы собираетесь вычислить величину 23n, у вас будут две петли. Сначала вы подсчитаете 3n; для этого вам придется применить умножение n раз. Затем вы возьмете полученное число и возведете два в эту степень. Таким образом, верхняя граница второй петли — результат вычислений, произведенных вами в первой петле.

В программе Блуп это выражается следующим образом:

```
ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ "ДВА-В-СТЕПЕНИ-ТРИ-В-СТЕПЕНИ" [N]:
БЛОК 0: НАЧАЛО
        ЯЧЕЙКА(0) ⇐ 1;
        ЦИКЛ N РАЗ;
        БЛОК 1: НАЧАЛО
                ЯЧЕЙКА(0) ⇐ 3 × ЯЧЕЙКА(0);
        БЛОК 1: КОНЕЦ;
        ЯЧЕЙКА(1) ⇐ 1;
        ЦИКЛ ЯЧЕЙКА(0) РАЗ:
        БЛОК 2: НАЧАЛО
                ЯЧЕЙКА(1) ⇐ 2 × ЯЧЕЙКА(1);
        БЛОК 2: КОНЕЦ;
        ВЫХОД ⇐ ЯЧЕЙКА(1);
БЛОК 0: КОНЕЦ.
```

Условности языка Блуп

Умение читать программу, написанную на компьютерном языке, и понимать, что она делает, приходит со временем. Но надеюсь, что этот алгоритм достаточно прост, чтобы его можно было понять без особого труда. В нем определяется *процедура,* имеющая одно *входное значение* — N; *выходом* этой процедуры будет искомая величина.

Данное определение процедуры имеет *блочную структуру;* это означает, что некоторые его порции должны рассматриваться как единицы, или *блоки.* Все действия в блоке выполняются как одно целое. Каждый блок пронумерован (внешний блок получает номер 0) и ограничен НАЧАЛОМ и КОНЦОМ. В нашем примере в БЛОКЕ 1 и БЛОКЕ 2 было всего по одной инструкции, но вскоре мы будем иметь дело с более длинными блоками. Инструкция ЦИКЛ означает, что нужно повторить несколько раз блок, следующий ниже. Как вы видели выше, блоки могут быть вставлены один в другой.

Стратегия этого алгоритма ничем не отличается от той, которую я описал выше. Сначала вы берете вспомогательную переменную под названием ЯЧЕЙКА(0); для начала, вы придаете ей значение 1 и затем, исполняя цикл, вы несколько умножаете ее на 3 и повторяете это ровно N раз. Потом вы повторяете ту же процедуру для ЯЧЕЙКИ(1): придаете ей значение 1 и умножаете на 2 ровно ЯЧЕЙКА(0) раз; после этого вы останавливаетесь. Наконец, вы придаете выходу значение, полученное вами для ЯЧЕЙКИ(1). Именно эта величина

достигает внешнего мира — это единственное действие процедуры, заметное извне.

Необходимо отметить кое-что относительно нотации. Прежде всего, значение указывающей налево стрелки следующее:

Вычислить выражение справа, взять результат и придать это значение ЯЧЕЙКЕ (или ВЫХОДУ) слева.

Таким образом, команда ЯЧЕЙКА(1) ⇐ 3 × ЯЧЕЙКА(1) означает что вы должны утроить величину ЯЧЕЙКИ(1). Каждую ЯЧЕЙКУ можно представить как отдельное слово в памяти компьютера. Единственная разница между ЯЧЕЙКОЙ и настоящим словом заключается в том, что последнее может содержать только целые числа до определенного конечного предела, в то время как в ЯЧЕЙКЕ может храниться сколь угодно большое натуральное число.

Каждая процедура в Блупе, будучи вызванной, производит определенную величину — а именно, величину переменной под названием ВЫХОД. В начале выполнения любой процедуры мы предполагаем, что при отсутствии дополнительных указаний ВЫХОДОМ будет 0. (Подобное предположение называется *выбором по умолчанию,* или *стандартным выбором.*) Благодаря этому, даже если процедура не установит никакого иного ВЫХОДА, мы тем не менее всегда будем знать его величину.

Команды ЕСЛИ и разветвление

Давайте теперь посмотрим на другую процедуру, которая покажет нам некоторые черты Блупа, делающие эту программу более общей. Каким образом можно найти значение M−N, если мы умеем только складывать? Трюк состоит в том, чтобы прибавлять различные числа к N до тех пор, пока мы не получим таким образом M. Но что, если M меньше N? Что, если нам нужно отнять 5 от 2? В области натуральных чисел ответа на этот вопрос нет. Но мы хотим, чтобы наша процедура Блуп все равно дала бы нам ответ — скажем, 0. Вот процедура Блупа, которая выполняет вычитание:

```
ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ "ВЫЧИТАНИЕ" [M,N]:
БЛОК 0: НАЧАЛО
            ЕСЛИ M < N, ТО:
            ВЫЙТИ ИЗ БЛОКА 0;
            ПОВТОРИТЬ ЦИКЛ НЕ БОЛЬШЕ ЧЕМ M + 1 РАЗ;
            БЛОК 1: НАЧАЛО
                        ЕСЛИ ВЫХОД + N = M, ТО:
                        ПРЕРВАТЬ ЦИКЛ 1;
                        ВЫХОД ⇐ ВЫХОД + 1;
            БЛОК 1: КОНЕЦ;
БЛОК 0: КОНЕЦ.
```

Здесь мы предполагаем, что ВЫХОД начинается с нуля. Если M меньше N, то вычитание становится невозможным, и мы сразу перескакиваем к БЛОКУ 0; в таком случае, ответ равняется 0. Именно это означает строчка ВЫЙТИ ИЗ БЛОКА 0. Но если M не меньше N, то мы пропускаем эту строчку и выполняем следующую команду (здесь это повторение цикла). Так работают в Блупе команды типа ЕСЛИ.

Итак, мы входим в ЦИКЛ 1, называющийся так потому, что он предлагает нам повторить БЛОК 1. Мы пробуем добавить к N сначала 0, затем 1, 2 и т. д., пока не находим числа, дающего в результате М. В этот момент мы ПРЕРЫВАЕМ цикл, в котором мы находимся, то есть переходим к команде, сразу следующей за КОНЦОМ этого цикла. В данном случае, мы попадаем к команде БЛОК 1: КОНЕЦ. Это последняя команда нашего алгоритма. ВЫХОД теперь содержит правильный ответ.

Заметьте, что у нас есть две различных команды, позволяющие нам перепрыгнуть вниз: ВЫЙТИ и ПРЕРВАТЬ. Первая относится к блокам, вторая — к циклам. ВЫЙТИ ИЗ БЛОКА н означает перейти к его последней строчке, в то время как ПРЕРВАТЬ ЦИКЛ н значит перепрыгнуть к строчке, сразу следующей за последней строчкой БЛОКА N. Это различие важно только тогда, когда вы находитесь внутри цикла и хотите его продолжить — но при этом хотите выйти из соответствующего блока; это исполняет команда ВЫЙТИ.

Заметьте также, что слова НЕ БОЛЬШЕ ЧЕМ теперь находятся перед верхней границей цикла; это говорит нам, что цикл может быть прерван до того, как достигнута его верхняя граница.

Автоматическое создание блоков

Остается объяснить две важные особенности Блупа. Первая из них состоит в том, что *однажды определенная процедура* может быть *вызвана* при определении следующих процедур. *Она рассматривается в таком случае как нечто целое, как основной шаг.* Эту черту Блупа можно назвать автоматическим созданием блоков. Это сравнимо с тем, как хороший фигурист выучивает новые движения: вместо длинной последовательности основных мускульных действий, он повторяет ранее выученные движения, которые, в свою очередь, состоят из ранее выученных движений — и так далее. Возможно, что нам придется отступить на несколько уровней, пока мы не придем к уровню "основных мускульных действий". Так же, как репертуар движений фигуриста, репертуар петель и прыжков Блупа растет очень быстро.

Тесты в Блупе

Другая важная черта Блупа — это то, что выходом некоторых процедур в нем может быть ДА или НЕТ вместо числового значения. Такие процедуры являются не *функциями,* но *тестами.* Чтобы указать на эту разницу, в конце названия теста ставится вопросительный знак. Кроме того, стандартным выбором ВЫХОДА здесь, разумеется, будет не 0, а НЕТ.

Давайте посмотрим, как работают эти черты Блупа в алгоритме, проверяющем, какие числа являются простыми.

```
ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ "ПРОСТОЕ?" [N]:
БЛОК 0: НАЧАЛО
            ЕСЛИ N = 0, ТО:
            ВЫЙТИ ИЗ БЛОКА 0;
            ЯЧЕЙКА(0) ⇐ 2;
            ПОВТОРИТЬ ЦИКЛ НЕ БОЛЕЕ ЧЕМ МИНУС [N,2] РАЗ:
            БЛОК 1: НАЧАЛО
                        ЕСЛИ ОСТАТОК [N, ЯЧЕЙКА(0)] = 0, ТО;
                        ВЫЙТИ ИЗ БЛОКА 0;
```

```
                ЯЧЕЙКА(0) ⇐ ЯЧЕЙКА(0) +1;
        БЛОК 1: КОНЕЦ;
        ВЫХОД ⇐ ДА;
БЛОК 0: КОНЕЦ.
```

Заметьте, что в этом алгоритме я вызвал две процедуры: МИНУС и ОСТАТОК. (Имеется в виду, что последняя была определена раньше; вы можете попробовать найти ее определение сами.) Этот тест на простоту чисел работает, перебирая один за другим потенциальные множители N, начиная с двух и кончая не более чем N−1. Если при делении N на любое из этих чисел остаток равняется нулю, то мы перескакиваем к концу алгоритма, поскольку на этой стадии ВЫХОД еще стандартный — НЕТ. Только если N не делится ни на одно из этих чисел, оно сможет пройти весь ЦИКЛ 1; тогда мы придем к команде ВЫХОД ⇐ ДА, и после ее выполнения процедура будет закончена.

Программы Блупа содержат цепи процедур

Мы только что видели, как определяются процедуры в Блупе; однако, определение процедуры — лишь часть программы. *Программа* состоит из *цепи определений процедур,* каждая из которых вызывает определенные ранее процедуры. За этим может следовать один или несколько *вызовов* определенных таким образом процедур. Таким образом, примером полной программы Блупа было бы определение процедуры ДВА В СТЕПЕНИ ТРИ В СТЕПЕНИ, с последующим вызовом

ДВА В СТЕПЕНИ ТРИ В СТЕПЕНИ [2],

результатом чего было бы 512.

Если у вас есть только цепь определений процедур, то ни одна из них не исполняется; для этого необходим некий вызов, вводящий специфические числовые величины. Только тогда процедуры начинают действовать. Это напомиает мясорубку, ждущую, чтобы в нее заложили порцию мяса — или, скорее, целую *цепь* мясорубок, связанных таким образом, что каждая из них получает сырье от предыдущих. Сравнение с мясорубками, возможно, не слишком аппетитно; однако в случае программ Блупа это понятие очень важно. Такие программы мы будем называть "программами без вызова". Пример подобной программы показан на рис. 72.

Блуп — язык для определения предсказуемо конечных вычислений. Стандартное название *функций,* которые можно просчитать на Блупе, — *примитивно-рекурсивные функции;* стандартное название *свойств,* которые можно обнаружить с помощью тестов на Блупе, — *примитивно-рекурсивные предикаты.* Так, функция 2^{3^n} — примитивно-рекурсивная функция, а утверждение "n — простое число" — примитивно-рекурсивный предикат.

Интуиция подсказывает нам, что свойство Гольдбаха — примитивно-рекурсивное; чтобы сделать это яснее, я приведу определение процедуры Блупа, которая показывает, как можно проверить наличие или отсутствие этого свойства:

```
ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ "ГОЛЬДБАХ?" [N]:
БЛОК 0: НАЧАЛО
                ЯЧЕЙКА(0) ⇐ 2;
                ПОВТОРИТЬ ЦИКЛ НЕ БОЛЬШЕ N РАЗ;
                БЛОК 1: НАЧАЛО
```

```
                    ЕСЛИ {ПРОСТОЕ? [ЯЧЕЙКА(0)]
                      И ПРОСТОЕ? [МИНУС [N, ЯЧЕЙКА(0)]]},
                        ТОГДА:
                    БЛОК 2: НАЧАЛО
                                ВЫХОД 2: ⇐ ДА;
                                ВЫЙТИ ИЗ БЛОКА 0;
                    БЛОК 2: КОНЕЦ
                    ЯЧЕЙКА(0) ⇐ ЯЧЕЙКА(0) + 1;
              БЛОК 1: КОНЕЦ;
        БЛОК 0: КОНЕЦ.
```

Как обычно, мы предполагаем, что выходом будет НЕТ, если не доказано обратное, и мы просто ищем при помощи "грубой силы" такие пары чисел, которые в сумме дают N. Если они оба — простые числа, то мы выходим из внешнего блока; в противном случае, мы пробуем снова, пока не исчерпаем все возможности.

(Внимание: тот факт, что свойство Гольдбаха — примитивно-рекурсивное, не означает, что вопрос "все ли числа обладают свойством Гольдбаха" прост. Это далеко не так!)

Предлагаемые упражнения

Сможете ли вы написать похожую процедуру Блупа, которая проверяла бы наличие у числа свойства Черепахи (или Ахилла)? Попытайтесь! Если вам это не удается, то только лишь потому, что вы не знаете, какой будет верхняя граница? Возможно ли, что существует какое-то фундаментальное препятствие, вообще не позволяющее формулировать подобные алгоритмы в Блупе? А что, если задать те же вопросы касательно свойства интересности, определенного в Диалоге?

Ниже я привожу некоторые функции и свойства; попробуйте определить для каждого из них, является ли оно примитивно-рекурсивным (то есть, программируемым на Блупе). Для этого вы должны будете хорошенько подумать, какой тип операций потребуется для соответствующих вычислений и можно ли определить потолок для всех циклов данной процедуры.

ФАКТОРИАЛ [N] = N! (ФАКТОРИАЛ ОТ N)
  (например, ФАКТОРИАЛ [4] = 24)
ОСТАТОК [M,N] = остаток после деления M на N
  (например, ОСТАТОК [24,7] = 3)
ЦИФРА π [N] = N-ная цифра π после запятой
  (например, ЦИФРА π [1] = 1,
  ЦИФРА π [2] = 4,
  ЦИФРА π [1 000 000] = 1)
ФИБО[N] = N-ное число ряда Фибоначчи
  (например, ФИБО [9] = 34)
ПРОСТОЕ ЧИСЛО ЗА [N] = наименьшее простое число, следующее за N
  (например, ПРОСТОЕ ЧИСЛО ЗА [33] = 37)
СОВЕРШЕННОЕ [N] = N-ное "совершенное" число, такое как, например, 28, чьи множители в сумме дают само это число: 28 = 1 + 2 + 4 +7 + 14
  (например, СОВЕРШЕННОЕ [2] = 28)
ПРОСТОЕ? [N] = ДА если N простое число, в противном случае, НЕТ.



РИС. 72. Структура программы без вызова в Блупе. Чтобы такая программа была самодостаточная, каждое определение процедуры может вызывать только те процедуры, определенные выше него.

СОВЕРШЕННОЕ [N]? = ДА если N совершенное число, в противном случае, НЕТ.

ОБЫКНОВЕННОЕ? [A, B, C, N] = ДА, если $A^N + B^N = C^N$ верно; в противном случае, НЕТ.

(например, ОБЫКНОВЕННОЕ ? [3, 4, 5, 2] = ДА,
ОБЫКНОВЕННОЕ ? [3, 4, 5, 3] = НЕТ)

ПЬЕР? [A,B,C] = ДА, если $A^N + B^N = C^N$ верно для N > 1; в противном случае, НЕТ.

(например, ПЬЕР? [3, 4, 5] = ДА,
ПЬЕР? [1,2,3] = НЕТ)

ФЕРМА? [N] = ДА, если $A^N + B^N = C^N$ верно для неких положительных величин A, B, и C; в противном случае, НЕТ.

(например, ФЕРМА? [2] = ДА)

ЧЕРЕПАШЬЯ ПАРА? [M, N] = ДА если M и M + N простые числа; в противном случае, НЕТ.

(например, ЧЕРЕПАШЬЯ ПАРА? [5, 1742] = ДА
ЧЕРЕПАШЬЯ ПАРА? [5, 100] = НЕТ)

ЧЕРЕПАХА [N] = ДА, если N — разность двух простых чисел, в противном случае, НЕТ.

(например, ЧЕРЕПАХА [1742] = ДА,
ЧЕРЕПАХА [7] = НЕТ)

ХОРОШО СФОРМИРОВАННАЯ MIU? [N] = ДА, если N, в качестве строчки MIU, хорошо сформировано; в противном случае, НЕТ.
(например, ХОРОШО СФОРМИРОВАННАЯ MIU? [310] = ДА,
ХОРОШО СФОРМИРОВАННАЯ MIU? [415] = НЕТ)

ПАРА ДОКАЗАТЕЛЬСТВА MIU? [M, N] = ДА, если M, рассматриваемое как последовательность строчек MIU, является деривацией N, рассматриваемого как строчка системы MIU; в противном случае, НЕТ.
(например, ПАРА ДОКАЗАТЕЛЬСТВА MIU? [3131131111301, 301] = ДА,
ПАРА ДОКАЗАТЕЛЬСТВА MIU? [311130, 30] = НЕТ)

ТЕОРЕМА MIU? [N]= ДА, если N, в качестве строчки MIU, является теоремой; в противном случае, НЕТ.
(например, ТЕОРЕМА MIU? [311] = ДА,
ТЕОРЕМА MIU? [30]= НЕТ,
ТЕОРЕМА MIU? [701]= НЕТ)

ТЕОРЕМА ТТЧ? [N]= ДА, если N, в качестве строчки ТТЧ, является теоремой; в противном случае, НЕТ.
(например, ТЕОРЕМА ТТЧ? [666111666] = ДА,
ТЕОРЕМА ТТЧ? [123666111666] = НЕТ,
ТЕОРЕМА ТТЧ? [7014] = НЕТ)

ЛОЖНО? [N]= ДА, если N, в качестве строчки ТТЧ, представляет собой ложное утверждение теории чисел; в противном случае, НЕТ.
(например, ЛОЖНО? [666111666]= НЕТ,
ЛОЖНО? [223666111666]= ДА,
ЛОЖНО? [7014]= НЕТ)

Последние семь примеров особенно важны для наших будущих метаматематических исследований, поэтому они заслуживают самого пристального внимания.

Выразимость и представимость

Прежде, чем рассмотреть еще несколько интересных вопросов, касающихся Блупа, и перейти к его родственнику, Флупу, давайте вернемся к тому, зачем нам вообще понадобился Блуп, и к его связи с ТТЧ. Ранее я сказал, что критическая масса, необходимая формальной системе для приложения метода Гёделя, достигается тогда, когда в этой системе представимы все примитивно-рекурсивные понятия. Что это означает? Прежде всего, мы должны различать между понятиями представимости и выразимости. *Выразить* предикат означает просто перевести его с русского языка на язык формальной системы. Это не имеет ничего общего с теоремностью. С другой стороны, если предикат *представлен,* это означает, что

(1) Все истинные примеры этого предиката — теоремы;
(2) Все ложные примеры этого предиката — не теоремы.

Под "примером" я имею в виду строчку, которая получается при замене всех свободных переменных на числовые величины. Например, предикат m + n = k представлен в системе **pr**, поскольку каждый истинный пример этого предиката — теорема, и каждый ложный — не теорема. Таким образом, каждый частный случай сложения, истинный или ложный, переводится в *разрешимую*

строчку системы **pr**. Однако система **pr** не способна выразить — и меньше того, представить — никакие другие свойства натуральных чисел. Она была бы слабеньким кандидатом в соревновании систем, способных символизировать теорию чисел.

ТТЧ, со своей стороны, способна выразить практически любой теоретико-численный предикат; например, легко написать строчку ТТЧ, выражающую предикат "b имеет свойство Черепахи". Таким образом, в смысле выразительной мощи ТТЧ — это именно то, что нам требуется.

Однако вопрос "Какие свойства *представлены* в ТТЧ?" эквивалентен вопросу "Насколько мощной аксиоматической системой является ТТЧ?" Можно ли сказать, что в ней представлены все возможные предикаты? Если это так, то ТТЧ может ответить на любой вопрос теории чисел — то есть она полна.

Примитивно-рекурсивные предикаты представлены в ТТЧ

Хотя вскоре выяснится, что ее полнота не более чем химера, ТТЧ полна, по крайней мере, в отношении *примитивно-рекурсивных* предикатов. Иными словами, любое высказывание теории чисел, чья истинность или ложность могут быть разрешены компьютером за некое предсказуемое время, разрешимо также в ТТЧ. Иными словами,

Если на Блупе можно написать тест для некого свойства натуральных чисел, то это свойство представлено в ТТЧ.

Есть ли функции, не являющиеся примитивно-рекурсивными?

Свойства чисел, которые можно обнаружить с помощью тестов Блупа, широко варьируются: это простота чисел, их совершенность, наличие у них свойства Гольдбаха, то, является ли число степенью двух и т. д. Логично было бы спросить, всякое ли свойство чисел может быть обнаружено соответствующей программой Блупа. Нас не должно смущать, что мы пока не можем проверить число на его интересность. Это может означать лишь то, что у нас не хватает знаний; возможно, если как следует поискать, нам удалось бы найти верхнюю границу соответствующего цикла. Тогда мы могли бы тут же написать тест Блупа. То же самое можно сказать и о свойстве Черепахи.

Следовательно, вопрос в том, можно ли найти потолок для любого цикла — или же теории натуральных чисел присуща некая беспорядочность, мешающая нам предсказать заранее длину некоторых вычислений? Удивительно то, что верно второе, и сейчас мы увидим, почему. Наверное, именно такой тип рассуждений свел с ума Пифагора, впервые доказавшего иррациональность корня из двух. В нашем доказательстве мы будем использовать знаменитый диагональный метод, изобретенный основателем теории множеств Георгом Кантором.

Клуб Б, номера-индексы и Белые Программы

Для начала представим себе забавное понятие: некий клуб, членами которого являются все возможные программы Блупа. Нет нужды говорить, что число членов этого клуба (назовем его клубом Б) бесконечно. Рассмотрим часть этого

клуба, так сказать, подклуб, полученный после трех последовательных фильтрующих операций. Первый фильтр оставит нам только программы *без вызова*. Из этого подклуба мы уберем все *тесты*, оставив только *функции*. (Кстати, *последняя* процедура программ без вызова определяет, является ли программа тестом или функцией.) Третий фильтр удержит только *функции с единственным входным параметром*. Что у нас остается?

Полный набор всех безвызовных программ Блупа, вычисляющих функции с единственным входным параметром.

Назовем такие специальные функции *Белыми Программами*.

Следующим шагом будет установление для каждой Белой Программы определенного номера-индекса. Как это можно сделать? Легче всего составить список Белых Программ согласно их длине: самая короткая возможная программа будет #1, вторая по длине — #2 и т. д. Разумеется, некоторые программы окажутся одинаковой длины — в этом случае мы будем пользоваться также алфавитным порядком. Термин "алфавитный порядок" здесь употребляется в широком смысле: алфавит включает как кирриллические, так и латинские буквы, а также все специальные символы Блупа в неком произвольно установленном порядке, как, например, следующий:

```
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П
Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Э Ь Ю Я
A B C D E F G H I J K L M N
O P Q R S T U V W X Y Z + ×
1 0 2 3 4 5 6 7 8 9 ⇐ = < >
( ) [ ] { } — ' ? : ; , .
```

В конце находится скромный интервал, пустое место! Всего 88 символов. Для удобства, мы можем поместить все Белые Программы длины 1 в том 1, программы их двух символов — в том 2 и т. д. Ясно, что первые несколько томов будут совершенно пустыми, в то время как все последующие тома будут заполнены (каждый том будет содержать конечное количество записей). Самой короткой Белой Программой будет следующая:

```
ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ "А" [В]:
БЛОК 0: НАЧАЛО
БЛОК 0: КОНЕЦ.
```

Эта глупенькая мясорубка выдает 0, что бы в нее ни засунули. Эта программа находится в томе 59, поскольку в ней 59 символов (считаются все необходимые интервалы, включая те, что разделяют строчки).

Тома, следующие за томом 59, вскоре станут претолстыми, поскольку существуют миллионы различных способов комбинировать символы и составлять Белые Программы. Однако мы не будем печатать здесь весь этот бесконечный каталог; нам важно знать только то, что он четко определен и что каждая Белая Программа Блупа имеет свой собственный, неповторяющийся индекс. Именно в этом — основная идея.

Давайте определим функцию, вызываемую k-ной Белой Программой следующим образом:

Belprogram {#k}[N]

Здесь k — индекс программы, и N — единственный параметр входа. Например, Белая Программа #12 может выдать результат, вдвое больший ее входа:

$$\text{Belprogram } \{\#12\}[\text{N}] = 2 \times \text{N}$$

Смысл вышеприведенного уравнения в том, что *программа*, приведенная слева, выдает такую же величину, которую получил бы *человек*, пользуясь обыкновенным алгебраическим выражением справа. Еще один пример: Белая Программа # 5000 может сосчитать куб числа на основании входного параметра:

$$\text{Belprogram } \{\#5000\}[\text{N}] = \text{N}^3$$

Диагональный метод

Давайте теперь применим обещанный трюк — Канторов диагональный метод. Возьмем каталог всех Белых Программ и используем его для определения новой функции с одной переменной — *Beldiag* [N]. Этой функции не окажется нигде в нашем списке (поэтому ее название выделено курсивом). Тем не менее, *Beldiag* будет хорошо определенной, вычислимой функцией с одной переменной; таким образом, нам придется заключить, что некоторые функции просто невозможно запрограммировать на Блупе.

Вот определение *Beldiag* [N]:

Уравнение (1) ... *Beldiag* [N]: = 1 + Belprogram {#N}[N]

Стратегия здесь следующая: в каждую "мясорубку" закладывается ее собственный индекс, и к результату прибавляется 1. Для примера, давайте найдем *Beldiag* [12]. Мы знаем, что *Belprogram* [N] — это функция 2N; следовательно, *Beldiag* [12] должна иметь значение 1 + 2 × 12, то есть 25. Так же, *Beldiag* [5000] имела бы значение 125 000 000 001, поскольку она на единицу больше куба 5000. Подобным образом можно найти *Beldiag* любого аргумента.

Интересно то, что сама *Beldiag* [N] не представлена в каталоге Белых Программ. Она просто не может там быть — и вот почему: чтобы быть одной из Белых Программ, каждая программа должна иметь индекс. Возьмем, к примеру, Белую Программу #X. Этот факт выражается следующим уравнением:

Уравнение (2) ... *Beldiag* [N]: = Belprogram {#X}[N]

Однако между уравнениями (1) и (2) есть противоречие, которое становится явным, когда мы пытаемся вычислить величину *Beldiag* [X]. Для этого мы должны заменить N на X в обоих уравнениях. В случае уравнения (1) мы получим

Beldiag [X] = 1 + Belprogram {#X}[X]

С другой стороны, произведя замену в уравнении (2), мы получаем:

Beldiag [X] = Belprogram {#X}[X]

Но *Beldiag* [N] не может быть равен одновременно и числу, и его последователю, как утверждают эти два уравнения. Нам придется вернутся назад и избавиться от допущения, на котором основано это противоречие. Единственным кандидатом оказывается уравнение (2), утверждающее, что *Beldiag* [N] может быть закодировано как Белая Программа Блупа. И это доказывает, что *Beldiag не является примитивно-рекурсивной функцией*. Таким образом, нам уда-

лось достигнуть своей цели и разрушить милое, но наивное убеждение Ахилла о том, что любая теоретико-числовая функция может быть вычислена за предсказуемое количество шагов.

С *Beldiag* [N] происходят довольно интересные вещи. Например, вы можете поразмышлять над следующим фактом: для каждого конкретного N можно предсказать число необходимых шагов, но при этом невозможно найти *общий* рецепт для предсказания длины вычислений *Beldiag* [N]. Перед нами — бесконечный заговор, родственный идее Черепахи о "бесконечных совпадениях", а также ω-неполноте. Здесь, однако, мы не будем подробно останавливаться на этих отношениях.

Первоначальный диагональный аргумент Кантора

Почему этот прием называется *диагональным аргументом?* Этот термин восходит к первоначальному диагональному аргументу Кантора, на котором впоследствии были основаны многие другие доводы (в том числе наш). Объяснение первоначального аргумента Кантора немного отвлечет нас от нашей темы, но все же это стоит сделать. Кантор тоже хотел показать, что некий предмет не состоит в определенном списке. Конкретнее, он хотел доказать, что если бы был создан список действительных чисел, то некоторые действительные числа неизбежно очутились бы вне этого списка; таким образом, понятие *полного* списка действительных чисел уже само по себе противоречиво.

Необходимо иметь в виду, что это верно не только для конечных, но и для *бесконечных* списков. Это гораздо более важный результат, чем утверждение типа: "Количество действительных чисел бесконечно, следовательно, оно не может содержаться ни в каком конечном списке." Основная мысль Канторова результата заключается в том, что существуют два *типа* бесконечности: одна из них описывает, сколько отдельных записей может быть в бесконечном списке, в то время как другая — сколько существует действительных чисел (или сколько есть точек на линии или ее отрезке). Вторая бесконечность "больше", в том смысле, что действительные числа невозможно уместить в таблице, длина которой описана с помощью первой бесконечности. Посмотрим теперь, как аргумент Кантора использует диагональ в буквальном смысле.

Возьмем действительные числа между 0 и 1. Предположим, что *возможно* составить такой бесконечный список, в котором каждое положительное число N сопоставлено с действительным числом r(N) между 0 и 1, и где встречается каждое число между нулем и единицей. Поскольку действительные числа представлены бесконечными дробями, мы можем предположить, что начало списка выглядит так:

r(1):	,**1**	4	1	5	9	2	6	5	3	. . . . .
r(2):	,3	**3**	3	3	3	3	3	3	3	. . . . .
r(3):	,7	1	**8**	2	8	1	8	2	8	. . . . .
r(4):	,4	1	4	**2**	1	3	5	6	2	. . . . .
r(5):	,5	0	0	0	**0**	0	0	0	0	. . . . .

Цифры, идущие вниз по диагонали, выделены жирным шрифтом. Они будут использованы для получения того действительного числа *d*, которое находится между 0 и 1, но которое, как мы увидим, не состоит в списке. Чтобы получить *d*, вы берете диагональные цифры по порядку и меняете каждую из них на какую-либо иную цифру. После этого вы добавляете слева запятую, указываю-

щую на десятичную дробь, и ваше число *d* готово! Разумеется, есть множество способов поменять одну цифру на другую и, соответственно, множество различных *d*. Предположим, например, что мы решили отнять от каждой диагональной цифры 1 (будем считать, что 0 — 1 = 9). Тогда нашим числом *d* будет:

, 0 2 7 1 9 . . .

Мы построили его таким образом, что

первая цифра *d* отличается от первой цифры *r* (1);
вторая цифра *d* отличается от второй цифры *r* (2);
третья цифра *d* отличается от третьей цифры *r* (3);

. . . и так далее.

Следовательно,

d отличается от *r* (1);
d отличается от *r* (2);
d отличается от *r* (3);

. . . и так далее.

Иными словами, *d* не находится в списке!

Что доказывает диагональный метод?

Основное различие между методом Кантора и нашим методом заключается в том, какое предположение мы решили изменить. В Канторовском методе этим предположением была сомнительная идея, что подобный список вообще возможен. Построение *d* доказало, что полную таблицу действительных чисел составить невозможно; иными словами, множество целых чисел не достаточно велико, чтобы пронумеровать множество всех действительных чисел. С другой стороны, в нашем доказательстве мы *знаем*, что список Белых Программ можно составить: множество целых чисел *достаточно* велико, чтобы пронумеровать множество всех Белых Программ. Поэтому нам приходится искать другую сомнительную идею. Ею оказывается предположение, что *Beldiag* [N] может быть закодировано как Белая Программа Блупа. Именно в этом — тонкое различие в приложении диагонального метода.

Это может стать понятнее, если мы применим тот же метод к "Списку Всех Великих Математиков" в Диалоге. Диагональ этого списка читается "Dboups". Заменив каждую букву на предыдущую букву латинского алфавита, мы получим "Cantor". Из этого возможны два заключения. Если вы твердо убеждены в том, что список *полон*, то вам приходится заключить, что Кантор — не Великий Математик, поскольку его имени нет в списке. С другой стороны, если вы убеждены в том, что Кантор — Великий Математик, то должны заключить, что Список Всех Великих Математиков *неполон*, поскольку этого имени там нет! (Горе тем несчастным, кто твердо убежден и в том, и в другом!) Первый случай соответствует нашему доказательству того, что *Beldiag* [N] — не примитивно-рекурсивная функция; второй — канторовскому доказательству того, что список действительных чисел неполон.

Канторовское доказательство использует диагональ в буквальном смысле слова. Другие "диагональные" доказательства основаны на более общем понятии, абстрагированном от геометрического смысла слова. В сердце диагональ-

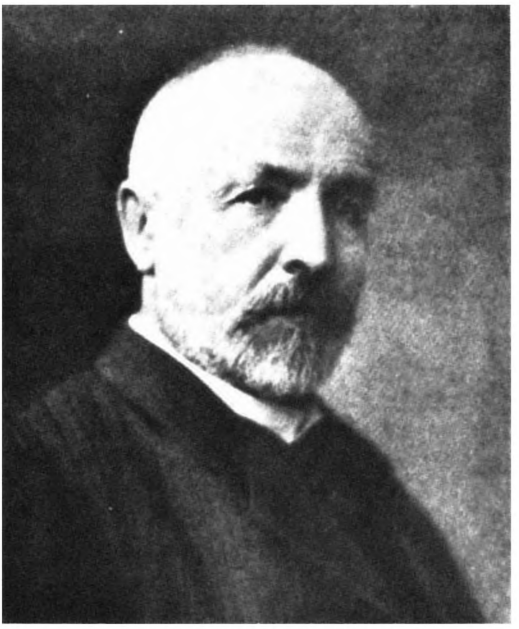


РИС. 73. Георг Кантор.

ного метода лежит использование одного и того же целого числа двумя разными способами — можно сказать, что одно и то же число используется *на двух разных уровнях* — благодаря чему удается построить некий объект, не состоящий в определенном списке. Первый раз это число служит как *вертикальный* индекс, второй раз — как *горизонтальный* индекс. В Канторовском построении это хорошо видно. Что касается функции *Beldiag* [N], то там мы используем одно и то же число на двух различных уровнях: сначала как индекс Белой Программы и потом как входной параметр.

Коварная повторяемость диагонального метода

С первого взгляда, аргумент Кантора может показаться не очень-то убедительным. Нельзя ли его как-нибудь обойти? Может быть, если добавить к списку наше число d, то список окажется полным? Однако если подумать, то становится ясно, что это ничем не поможет, поскольку, как только это число займет свое место в списке, к последнему снова можно будет применить диагональный метод, результатом чего будет недостающее в новом списке число d'. Сколько бы раз вы не конструировали новые числа d и не добавляли их к списку в надежде его дополнить, вы все еще находитесь на крючке Канторовского метода. Вы даже можете попытаться построить такую таблицу действительных чисел, которая перехитрила бы диагональный метод, каким-то образом учитывая все его трюки вместе с самой повторяемостью. Это довольно интересное упражнение; однако, занявшись этим, вы очень скоро поймете, что, как бы вы не исхитрялись, вам не удастся сорваться с крючка Канторовского метода. Можно сказать, что любая так называемая "таблица всех действительных чисел" обязательно запутается в своих же сетях.

Повторяемость диагонального метода Кантора похожа на повторяемость дьявольского метода Черепахи, которым она разбивала Крабьи патефоны по мере того, как они становились все качественнее и — по мнению Краба — все "совершеннее". Ее метод заключался в создании для каждого патефона специальной записи, которую тот был не в состоянии воспроизвести. Эта любопытная повторяемость не случайно является общей чертой обоих методов; в действительности, "Акростиконтрапунктус" вполне мог бы называться "Акростиканторпунктусом". Более того, как Черепаха намекала наивному Ахиллу, события в "Акростиконтрапунктусе" — перифраз построения, которое Гёдель использовал для доказательства своей Теоремы Неполноты; из этого следует, что Гёделево построение сродни диагональному методу. Это станет очевидным в следующих двух главах.

От Блупа к Флупу

Мы определили примитивно-рекурсивные функции и примитивно-рекурсивные свойства натуральных чисел с помощью программ, написанных на языке Блуп. Мы также показали, что Блуп не описывает всех функций натуральных чисел, которые можно выразить словами. Мы даже построили, пользуясь Канторовским методом, "не-Блупабельную" функцию *Beldiag* [N]. Что же именно в Блупе делает невозможным представить в нем функцию *Beldiag* [N]? Можно ли улучшить Блуп таким образом, что *Beldiag* [N] станет в нем представимой?

Определяющей чертой Блупа была ограниченность его циклов. Что, если мы опустим это требование и создадим второй язык, под названием Флуп? Флуп будет идентичен Блупу во всем, кроме одного: в нем можно будет иметь циклы как с потолком, так и без потолка (на самом деле, потолок здесь будет включаться в циклы исключительно для элегантности). Эти новые циклы будут называться MU-циклы, следуя обозначению, принятому в математической логике, где "свободный (неограниченный) поиск" обычно обозначается символом "μ — оператор". Таким образом, цикл в Флупе может выглядеть так:

MU-ЦИКЛ:
БЛОК *n*: НАЧАЛО
.
.
.
БЛОК *n*: КОНЕЦ

Эта характеристика позволит нам написать на Флупе тесты для свойства Черепахи и свойства интересности — тесты, которые мы не могли создать на Блупе из-за того, что поиск там мог оказаться потенциально бесконечным. Интересующиеся читатели могут попробовать написать на Флупе следующий тест на интересности:

(1) Если вводной параметр N оказывается интересным числом, программа останавливается и выдает ответ ДА.
(2) Если N — неинтересное число, порождающее любой закрытый цикл, отличный от 1-4-2-1-4-2-1-..., программа останавливается и выдает ответ НЕТ.
(3) Если N — неинтересное число, порождающее "бесконечно возрастающую прогрессию", программа никогда не останавливается. Это "неотвечание" и есть ответ Флупа. Не-ответ Флупа странным образом напоминает не-ответ Джошу — "МУ".

Ирония (3) заключается в том, что ВЫХОД всегда принимает значение НЕТ, но при этом он недоступен, поскольку программа все еще работает. Неприятная третья альтернатива — это та цена, которую нам приходится платить за право писать свободные циклы. Незаконченность всегда будет теоретической алтернативой для всех программ Флупа, включающих вариант MU-цикла. Разумеется, множество программ Флупа будут заканчиваться для всех возможных величин вводного параметра. Например, как я уже говорил, большинство людей, изучавших свойство интересности, считают, что программы Флупа, подобные описанной выше, всегда будут заканчиваться — и, более того, всегда ответом ДА.

Оканчивающиеся и неоканчивающиеся программы Флупа

Было бы очень хорошо, если бы нам удалось разделить все процедуры Флупа на два класса: оканчивающиеся (терминаторы) и неоканчивающиеся (не-терминаторы). Первые всегда будут рано или поздно останавливаться, независимо от входных параметров и от наличия в нем MU-циклов. Вторые будут работать до бесконечности по крайней мере *при одном* из возможных выборов входного параметра. Если бы всегда можно было, внимательно рассмотрев данную программу Флупа, определить к какому типу она принадлежит, это привело бы к важным последствиям (как мы скоро увидим). Нет нужды говорить, что сама операция определения классов должна была бы принадлежать к оканчивающемуся типу, иначе бы от нее было мало пользы.

Трюки Тюринга

Может быть, нам удастся заставить какую-нибудь из процедур самого Флупа заняться этой проверкой? Загвоздка здесь в том, что процедуры Флупа принимают в качестве вводных параметров только числа, а не программы. Однако это препятствие можно обойти ... закодировав программы с помощью чисел! Этот ловкий трюк — не что иное, как Гёделева нумерация в одной из многих своих манифестаций. Каждый из 88 символов алфавита Флупа получит свой "кодон": 901, 902, ...988. Таким образом, каждая программа Флупа приобретает некий длинный Гёделев номер. Например, самая короткая функция Блупа (которая в то же время является оканчивающейся программой Флупа)

```
ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ "А" [В]:
БЛОК 0: НАЧАЛО
БЛОК 0: КОНЕЦ.
```

получит Гёделев номер, частично показанный ниже:

915,916,917,906,905,906,912,909,919,929,.....,911,915,914,906,923,987

О П Р Е Д Е Л И Т Ь К О Н Е Ц

Теперь нам нужен тест Блупа под названием ТЕРМИНАТОР?, который отвечал бы ДА, если входной параметр являлся бы кодом оканчивающейся программы Флупа, и НЕТ — в противном случае. Таким образом, если нам повезет, мы сможем заставить машину отличать терминаторы от не-терминаторов. Однако хитроумный аргумент, придуманный Аланом Тюрингом, доказал, что никакая программа Блупа не сможет безошибочно находить это различие. Его идея весь-

ма напоминает Гёделев метод и, таким образом, находится в близком родстве с диагональным методом Кантора. Не буду приводить ее здесь; достаточно сказать, что идея Тюринга заключалась в том, чтобы ввести в программу *ее собственный* Гёделев номер. Это, однако, весьма непросто, все равно что ухитриться процитировать какое-то предложение внутри него самого. Для этого пришлось бы процитировать также и саму цитату... и так далее, и тому подобное. Очевидно, что это приводит к бесконечному регрессу. Однако Тюринг придумал ловкий трюк, позволяющий скормить программе ее собственный Гёделев номер. В следующей главе я приведу решение этой проблемы в ином контексте. Однако сейчас мы пойдем к той же цели другой дорогой — а именно, постараемся доказать, что такой тест невозможен. Читатели, которые хотят ознакомиться с элегантной и простой версией метода Тюринга, могут обратиться к статье Хоара и Аллисона (Hoar and Allison), упоминающейся в библиографии.

Программа-тест терминаторов была бы волшебной

Прежде, чем окончательно распроститься с этим понятием, давайте посмотрим, почему иметь такую программу было бы так замечательно. Такой тест был бы чем-то вроде волшебной палочки, которая могла бы одним взмахом разрешить все проблемы теории чисел. Предположим, мы захотели бы узнать, является ли Вариация Гольдбаха истинным предположением — иными словами, все ли числа обладают свойством Черепахи. Для начала мы написали бы тест на Флупе под названием ЧЕРЕПАХА?, который проверял бы, есть ли у вводного параметра данное свойство. Дефект этой программы — то, что она не кончается, если ввод не обладает свойством Черепахи — здесь превращается в достоинство, поскольку теперь мы можем проверить процедуру ЧЕРЕПАХА? на ее кончаемость. Если наш тест отвечает ДА, это значит, что ЧЕРЕПАХА? кончается для всех вводных параметров — иными словами, все числа обладают свойством Черепахи. Ответ НЕТ означал бы, что имеется некое число, обладающее свойством Ахилла. Ирония заключается в том, что мы никогда не используем саму программу ЧЕРЕПАХА? — мы только ее проверяем.

Идея решения любой проблемы теории чисел путем кодирования ее в программу и затем проверки этой программы на кончаемость сродни идее о проверке подлинности буддистского коана путем кодирования его в сложенную цепочку и затем проверяя на наличие буддистской природы уже эту цепочку. Может быть, Ахилл был прав, предполагая, что нужная информация может лежать ближе к поверхности в одном отображении, чем в другом.

Клуб Ф, числа-индексы и Зеленые Программы

Довольно мечтать — пора заняться делом! Как можно доказать, что тест на кончаемость в принципе невозможен? Для этого мы попытаемся применить диагональный аргумент к Флупу, так же, как мы это делали с Блупом. Мы увидим, что между этими двумя случаями есть небольшая, но решающая разница.

Так же, как в случае Блупа, вообразим клуб, членами которого являются все программы Флупа. Мы будем называть его "Клубом Ф". Теперь проведем с ним те же три фильтрующих операции, после чего мы получим

> Полный клуб всех безвызовных программ Флупа, которые вычисляют функции с одним вводным параметром.

Давайте назовем эти специальные программы Флупа Зелеными Программами (поскольку они могут идти, никогда не останавливаясь, словно машины на зеленый свет).

Теперь, точно так же как мы это сделали с Белыми Программами, дадим каждой Зеленой Программе индекс и организуем их в каталог, каждый том которого состоит из программ определенной длины, расположенных в алфавитном порядке.

До сих пор мы просто повторяли с Флупом то, что ранее проделали с Блупом. Посмотрим теперь, удастся ли нам скопировать последнюю часть — диагональный метод. Попробуем определить диагональную функцию:

$$Zeldiag\ [N] = 1 + Zelprogram\ \{\#N\}[N]$$

Тут получается заминка: функция *Zeldiag* [N] может не иметь определенного значения выхода для всех значений входного параметра N. Это происходит потому, что при "фильтровании" мы не очистили Клуб Ф от всех неоканчивающихся программ — таким образом, у нас нет гарантии, что мы сможем вычислить *Zeldiag* [N] для всех значений N. Иногда мы можем ввести вычисления, которые никогда не окончатся. Диагональный аргумент в этом случае не годится, так как для его успешного приложения диагональная функция должна иметь значение для всех возможных входных параметров.

Проверка на кончаемость и Красные Программы

Чтобы поправить положение, мы могли бы использовать тест на кончаемость — если бы таковой существовал. Давайте предположим на минуту, что такой тест имеется, и используем его в качестве нашего четвертого фильтра. Идя по списку Зеленых Программ, мы начинаем отбрасывать одну за другой все не-терминаторы, так что в конце у нас остается

> Полный клуб всех безвызовных программ Флупа, которые вычисляют функции с одним входным параметром и которые *оканчиваются* для всех его значений.

Давайте назовем эти специальные программы Флупа Красными Программами (поскольку они всегда должны останавливаться, как машины на красный свет). Теперь мы можем применить диагональный аргумент. Определим

$$Krasdiag\ [N] = 1 + Krasprogram\ \{\#N\}[N]$$

Точно так же, как в случае с функцией Белдиаг, мы должны заключить, что *Krasdiag* [N] — хорошо определенная, вычисляемая функция одной переменной, которая не находится в списке Красных Программ и, следовательно, ее невозможно вычислить даже с помощью мощного языка Флуп. Не пора ли нам перейти к Глупу?

Глуп — ...

Что же такое Глуп? Если Флуп — это освобожденный от цепей Блуп, то Глуп должен, в свою очередь, быть освобожденным от цепей Флупом. Но как же можно снять цепи дважды? Как можно создать язык, более мощный, чем Флуп? *Krasdiag* [N] оказалась функцией, значение которой умеем вычислять только мы, люди, поскольку мы подробно описали всю процедуру на русском языке —

однако эту функцию, по-видимому, невозможно запрограммировать на языке Флуп. Это — весьма серьезная проблема, поскольку никто пока не нашел компьютерного языка, более мощного, чем Флуп.

Мощность компьютерных языков в последнее время была объектом тщательных исследований. Нам самим не придется этим заниматься; упомянем только, что существует целый класс компьютерных программ *с точно такой же выразительной мощностью,* как Флуп, в том смысле, что любое вычисление, программируемое на одном языке, может быть запрограммировано на всех остальных языках. Интересно то, что почти любая попытка создать достойный внимания компьютерный язык приводит к созданию языка этого класса, то есть языка с выразительной мощностью Флупа. Приходится попотеть, чтобы создать достаточно интересный компьютерный язык *слабее* этих языков. Блуп, разумеется, пример более слабого языка, но это — скорее исключение, чем правило. Дело в том, что существует некий естественный путь создания алгоритмических языков, так что разные люди, работая независимо друг от друга, обычно создают эквивалентные языки, отличающиеся скорее стилем, чем степенью мощности.

... Не что иное как миф

В действительности, большинство специалистов считают, что для описания вычислений не может существовать более мощных языков, чем языки, эквивалентные Флупу. Эта гипотеза была сформулирована в 1930-х годах двумя людьми, работавшими независимо друг от друга. Об одном из них, Алане Тюринге, мы еще будем говорить; другим был один из ведущих логиков этого столетия, Алонзо Чёрч. Гипотеза получила название *Тезис Чёрча-Тюринга.* Принимаем Тезис Ч-Т за истину, мы должны заключить, что Глуп — не более, чем миф, поскольку во Флупе нет никаких ограничений, которые можно было бы снять; его мощность невозможно усилить, "сняв с него цепи", как мы это сделали с Блупом.

Это ставит нас в неудобное положение: нам приходится заключить, что *люди* могут вычислить *Krasdiag* [N] для любого N, в то время как *компьютер* этого сделать не может. Дело в том, что если бы это было в принципе возможно, это было бы возможно на Флупе — однако мы только что выяснили, что на Флупе этого нельзя сделать по определению. Это такое странное заключение, что нам придется как следует рассмотреть, на чем оно основано. Одним из краеугольных камней нашего построения было, если вы помните, сомнительное предположение о существовании разрешающей процедуры, способной отличить заканчивающиеся программы Флупа от незаканчивающихся. Возможность такой процедуры показалась подозрительной уже тогда, когда мы увидели, что она помогла бы разрешить все проблемы теории чисел одинаковым путем. Теперь у нас есть две причины, чтобы считать тест на кончаемость мифом; видимо, невозможно, пропустив программы Флупа через центрифугу, отличить терминаторы от не-терминаторов.

Скептики могут возразить: а где же строгое доказательство невозможности подобного теста? Это возражение имеет смысл. Однако в подходе Тюринга мы находим более строгое обоснование того, что на языке класса Флупа невозможно написать программу, проверяющую программы Флупа на кончаемость .

Тезис Чёрча-Тюринга

Посмотрим, что представляет из себя этот Тезис. Мы будем говорить о нем во всех подробностях в главе XVII; до тех пор мы воздержимся от его обсуждения,

а здесь дадим лишь пару версий Тезиса. Далее следуют три родственных способа его выражения:

(1) То, что могут вычислить люди, могут вычислить и машины.
(2) То, что могут вычислить машины, может быть вычислено с помощью Флупа.
(3) То, что могут вычислить люди, может быть вычислено с помощью Флупа.

Терминология: общерекурсивный и частично рекурсивный

В этой главе мы дали довольно широкий обзор некоторых понятий теории чисел и их соотношения с вычисляемыми функциями. Это очень плодотворное поле для исследований, поле, где переплетается теория вычислительной техники и современная математика. Прежде, чем заключить эту главу, я хочу ввести стандартные термины для понятий, с которыми мы здесь познакомились.

Как я уже говорил, выражение "вычислимый на Блупе" эквивалентно выражению "примитивно-рекурсивный". С другой стороны, функции, вычислимые на Флупе, можно подразделить на две категории. Функции, вычислимые с помощью кончающихся программ Флупа, называются *общерекурсивными;* функции, вычислимые только с помощью не кончающихся программ Флупа, называются *частично рекурсивными.* (То же самое применимо и к предикатам.) Многие, говоря о "рекурсивных" функциях, на самом деле имеют в виду их "общерекурсивную" разновидность.

Мощь ТТЧ

Интересно, что ТТЧ настолько мощна, что в ней представлены не только все примитивно-рекурсивные предикаты, но и все общерекурсивные предикаты. Мы не будем приводить здесь доказательство обоих фактов, поскольку это увело бы нас в сторону от нашей цели — показать, что ТТЧ неполна. Если бы ТТЧ не могла выразить какие-либо примитивно-рекурсивные или общерекурсивные предикаты, ее неполнота была бы *неинтересна* — так почему бы нам не согласиться с тем, что все эти предикаты в ней выразимы, и не доказать, что она неполна в другом, более интересном смысле?

Ария в ключе G

Черепаха и Ахилл возвращаются с экскурсии по фабрике консервных ключей.

Ахилл: Вы не возражаете, если я поменяю тему?
Черепаха: Ради Бога.
Ахилл: Хорошо. Я хотел вам рассказать, что несколько дней тому назад меня разбудил хулиганский телефонный звонок.
Черепаха: Как интересно!
Ахилл: Да уж... Дело в том, что нахал сказал что-то совершенно бессмысленное. Он крикнул мне в ухо какую-то идиотскую фразу и повесил трубку... хотя, кажется, прежде чем повесить трубку, он повторил эту бессмыслицу дважды.
Черепаха: Вы помните, что именно он сказал?
Ахилл: Наш разговор проходил так:

Я: Алло?
Таинственный голос (дико орет): Предваренное цитатой себя самого, порождает ложь! Предваренное цитатой себя самого, порождает ложь!

(Щелчок. Короткие гудки...)

Черепаха: Для хулиганского звонка это довольно необычно.
Ахилл: Вот и я так подумал.
Черепаха: Может быть, в этой кажущейся чепухе все же есть какой-то смысл.
Ахилл: Кто знает...

(Они входят в небольшой дворик, окруженный прелестными трехэтажными домами. В центре двора растет пальма; сбоку стоит башня. Около башни — ступеньки, на которых сидит мальчик, занятый беседой с девушкой в окне.)

Черепаха: Куда это вы меня привели, Ахилл?
Ахилл: Я хочу показать вам замечательный вид, открывающийся с этой башни.
Черепаха: Ах, как мило!

(Они приближаются к мальчику, который смотрит на них с любопытством и говорит что-то девушке; оба хихикают. Вместо того, чтобы подниматься по лестнице, где сидит мальчишка, Ахилл и г-жа Ч поворачивают налево и спускаются по ступенькам, ведущим к небольшой деревянной двери.)

Ахилл: Вот и вход. Следуйте за мной.

(Ахилл открывает дверь. Они входят и начинают подниматься по крутой винтовой лесенке.)

Черепаха (сопя и отдуваясь): Я не гожусь для таких упражнений, Ахилл. Еще далеко?
Ахилл: Несколько пролетов... но у меня есть идея. Вместо того, чтобы карабкаться по верхней стороне лестницы, почему бы вам не попробовать идти по нижней стороне?

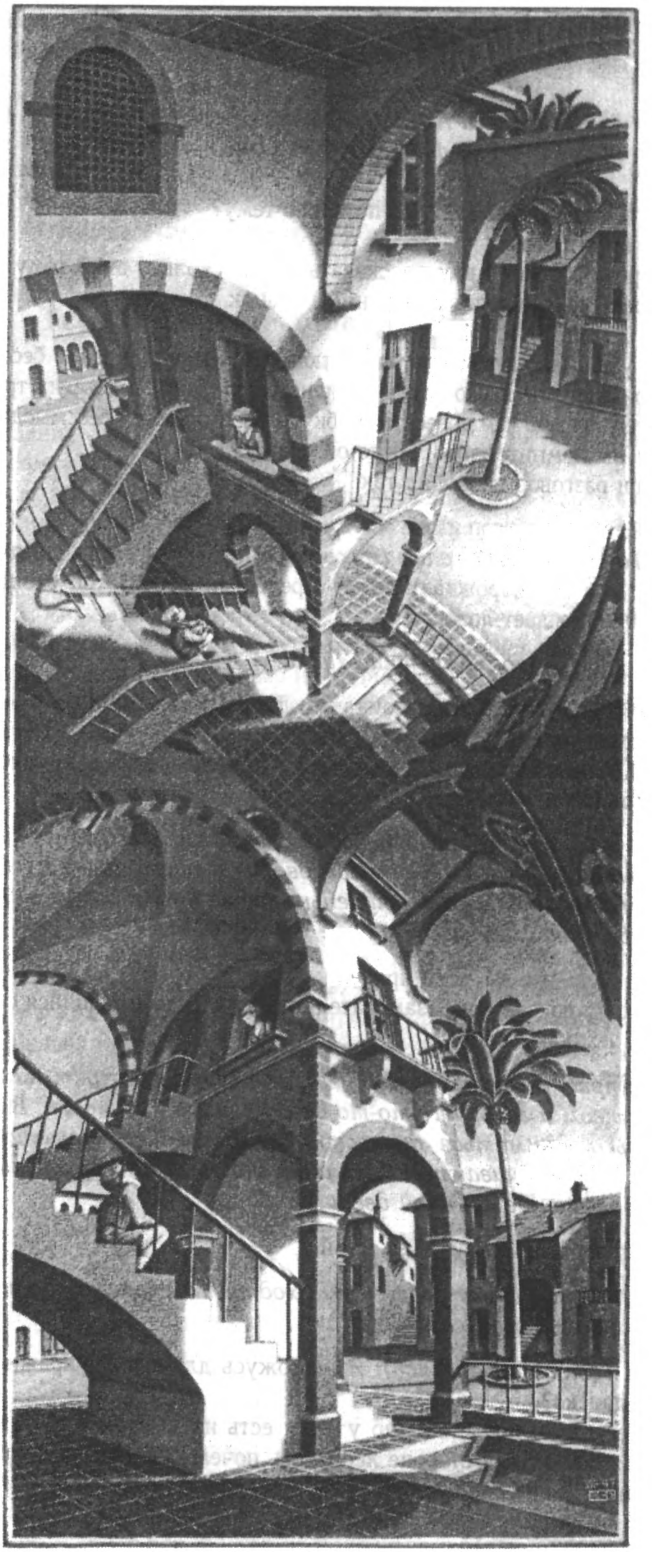


РИС. 74. М. К. Эшер. "Сверху и снизу" (литография, 1947).

Черепаха: Как же ТАКОЕ возможно?

Ахилл: Запросто: держитесь покрепче и переползайте на обратную сторону ступеней — места там достаточно. Вы увидите, что по этой лестнице можно ходить так же хорошо снизу, как и сверху...

Черепаха (переползая на обратную сторону ступенек): Ну как, правильно?

Ахилл: Все верно, молодец!

Черепаха (слегка приглушенным голосом): Это упражнение меня слегка запутало. Куда мне теперь идти — вверх или вниз?

Ахилл: Держитесь того же направления, как раньше. На вашей стороне ступенек это будет ВНИЗ, а на моей — ВВЕРХ.

Черепаха: Надеюсь, вы не хотите сказать, что спускаясь по лестнице, я могу попасть на вершину башни?

Ахилл: Почему-то получается именно так.

(И они начинают карабкаться по лестнице, одновременно описывая спирали — Атлетический Ахилл на одной стороне, и Тяжеловесная Черепаха Тортилла на другой. Вскоре лестница кончается.)

Теперь вылезайте обратно, г-жа Черепаха. Дайте-ка я вам помогу.

(Он подает Черепахе руку и помогает ей забраться на верхнюю сторону ступенек.)

Черепаха: Спасибо. Залезть обратно наверх было полегче.

(И они выходят на крышу, откуда открывается вид на город.)

Какая красота, Ахилл. Я рада, что вы привели меня наверх — или, скорее, ВНИЗ.

Ахилл: Я так и знал, что вам понравится.

Черепаха: Знаете, возвращаясь к тому хулиганскому звонку, — мне кажется, теперь я лучше понимаю, в чем дело.

Ахилл: Да? Надеюсь, вы со мной поделитесь.

Черепаха: С удовольствием. Вам не кажется, что выражение "предваряемый цитатой самого себя" звучит немного рекурсивно?

Ахилл: Да. Немного. Самую малость...

Черепаха: Можете ли вы вообразить себе что-либо, предваряемое собственной цитатой?

Ахилл: Пожалуй; например, Мао, входящий в банкетный зал, где уже повешен плакат с каким-либо его изречением. Получается Мао, предваряемый цитатой самого себя.

Черепаха: Какое у вас богатое воображение. Но давайте договоримся, что слово "предваряемый" будет относиться только к идее предварения на листе бумаги, а не к цитатам из государственных мужей.

Ахилл: Ну ладно. Но тогда заодно скажите, что вы имеете в виду под "цитатой"?

Черепаха: Когда вы говорите о каком-то слове или фразе, вы обычно заключаете их в кавычки. Например, я могу сказать

В слове "философ" пять букв.

Я поставила "философ" в кавычки, чтобы указать, что я имею в виду СЛОВО "философ", а не философа собственной персоной. Это пример различия между "ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ" и "УПОМИНАНИЕМ".

Ахилл: Что?
Черепаха: Позвольте мне объяснить. Когда я говорю

Философы зарабатывают кучу денег, —

я ИСПОЛЬЗУЮ слово, чтобы создать у вас в голове образ седобородого мудреца, окруженного мешками денег. Но заключая это — или любое другое — слово в кавычки, я тем самым лишаю его собственного значения и набора связанных с ним ассоциаций, и у меня остаются только значки на бумаге или звуки. Это называется "УПОМИНАНИЕ". При этом важен только типографский аспект слова, а его значение полностью игнорируется.

Ахилл: Это похоже на использование скрипки в качестве мухобойки. Или, может быть, точнее было бы сказать "упоминание скрипки"? Тут в скрипке важна только ее твердость — любое другое ее значение и возможное использование полностью игнорируются. Если подумать, то при этом мы обходимся ничуть не лучше и с мухой.

Черепаха: Ваши сравнения не лишены смысла, хотя они и являются весьма нестандартной интерпретацией различия между ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ и УПОМИНАНИЕМ. Теперь, пожалуйста, представьте что-либо, предваряемое собственной цитатой.

Ахилл: Ну что ж... Как насчет

"ГИП-ГИП УРА" ГИП-ГИП УРА

Черепаха: Здорово! А еще что-нибудь?.
Ахилл: Ладно.

""ПЛЮХ" — ЭТО НЕ НАЗВАНИЕ КНИГИ"
"ПЛЮХ" — ЭТО НЕ НАЗВАНИЕ КНИГИ.

Черепаха: Этот пример станет гораздо интереснее, если убрать из него "Плюх".
Ахилл: Правда? Посмотрим:

"ЭТО НЕ НАЗВАНИЕ КНИГИ"
ЭТО НЕ НАЗВАНИЕ КНИГИ.

Черепаха: Видите, у вас получилось предложение.

Ахилл: И правда! Это предложение о фразе "это не название книги" — и предложение преглупое.

Черепаха: Почему преглупое?

Ахилл: Потому что оно совершенно бессмысленно. Вот вам еще одно в том же духе:

"ЗАВИСИТ ОТ ТОГО, СКОЛЬКО ДЕНЕГ У КОГО"
ЗАВИСИТ ОТ ТОГО, СКОЛЬКО ДЕНЕГ У КОГО.

Ну, и что это означает? Право слово, что за глупая игра.

Черепаха: Ну что вы — напротив, это очень серьезно. В действительности, эта операция предварения некоей фразы ее собственной цитатой настолько важна, что я дам ей специальное имя.

Ахилл: Да? Какого же названия удостоится эта глупая операция?

Черепаха: Думаю, что я назову это "квайнированием" фразы.

Ахилл: "Квайнирование"? Что это еще за слово?

Черепаха: Если не ошибаюсь, это слово из тринадцати букв.

Ахилл: Я имел в виду, почему вы выбрали именно эти тринадцать букв и именно в таком порядке.

Черепаха: Ага, теперь я понимаю, что вы хотели сказать, спросив меня: "Что это еще за слово?" Видите ли, эту операцию изобрел философ по имени "Виллард Ван Орман Квайн", так что я назвал ее в его честь. К сожалению, подробнее объяснить не могу. Почему его имя состоит именно из этих букв, и именно в таком порядке — на этот вопрос у меня пока нет ответа. Но я готова попытаться —

Ахилл: Прошу вас, не утруждайтесь! Меня совсем не интересуют эти детали. Так или иначе, теперь я умею квайнировать фразы. Это довольно занимательно... Вот еще одна квайнированная фраза:

"ЭТО ФРАГМЕНТ ПРЕДЛОЖЕНИЯ" ЭТО ФРАГМЕНТ ПРЕДЛОЖЕНИЯ.

Разумеется, это глупо, зато интересно. Вы берете кусочек предложения, квайнируете его, и оп-ля! перед вами что-то новое! В данном случае, это настоящее предложение.

Черепаха: Попробуйте квайнировать фразу "это фуга без темы".

Ахилл: Фуга без темы была бы —

Черепаха: — аномалией, разумеется. Но не отвлекайтесь. Сначала квайны, а потом пьесы. Как говорится, сделал дело — играй смело!

Ахилл: Квайны, говорите? Хорошо:

"ЭТО ФУГА БЕЗ ТЕМЫ" ЭТО ФУГА БЕЗ ТЕМЫ

Мне кажется, что больше смысла было бы говорить о "предложении" вместо "фуги". Ну да ладно... Дайте мне еще пример!

Черепаха: Хорошо, вот вам напоследок такая фраза:

"ПОСЛЕ КВАЙНИРОВАНИЯ ДАЕТ ЛЮБОВНУЮ ПЕСНЬ ЧЕРЕПАХИ".

Ахилл: Это совсем нетрудно:

"ПОСЛЕ КВАЙНИРОВАНИЯ ДАЕТ ЛЮБОВНУЮ ПЕСНЬ ЧЕРЕПАХИ".
ПОСЛЕ КВАЙНИРОВАНИЯ ДАЕТ ЛЮБОВНУЮ ПЕСНЬ ЧЕРЕПАХИ.

Гмм... Что-то здесь не то. О, понятно: это предложение говорит о себе самом! Видите?

Черепаха: Что вы хотите сказать? Предложения не умеют говорить.

Ахилл: Да, но они упоминают о каких-то вещах, и это предложение упоминает прямо, недвусмысленно и безошибочно о самом себе! Чтобы это увидеть, вы должны вспомнить, что такое квайнирование.

Черепаха: Мне совсем не кажется, что это предложение говорит о себе самом. Покажите мне хотя бы одно "Я", или "это предложение", или что-нибудь в этом роде.

Ахилл: Вы нарочно придуряйтесь. Его красота как раз и заключается в том, что оно относится к себе самому, не называя себя при этом прямо.

Черепаха: Придется вам разложить это для меня по полочкам — я женщина простая и таких сложностей не понимаю.

Ахилл: Вы ведете себя как Фома Неверующий. Ну ладно, постараюсь... Пред-

ставьте себе, что я придумываю предложение — назовем его "предложением П" — и оставляю в нем прочерк.

Черепаха: Например?

Ахилл: Вот так:

"_____ ПОСЛЕ КВАЙНИРОВАНИЯ ДАЕТ ЛЮБОВНУЮ ПЕСНЬ ЧЕРЕПАХИ".

Теперь тема предложения П зависит от того, как вы заполните прочерк. Как только вы сделали выбор, тема определена: Это будет фраза, которую вы получите, квайнировав то, что оказалось на месте прочерка. Назовем это "предложением К", поскольку оно получается в результате квайнирования.

Черепаха: Что ж, это имеет смысл. Если бы на месте прочерка мы поставили бы "написано на старых банках горчицы, чтобы сохранять ее свежей", тогда предложением К было бы

"НАПИСАНО НА СТАРЫХ БАНКАХ ГОРЧИЦЫ, ЧТОБЫ СОХРАНЯТЬ ЕЕ СВЕЖЕЙ" НАПИСАНО НА СТАРЫХ БАНКАХ ГОРЧИЦЫ, ЧТОБЫ СОХРАНЯТЬ ЕЕ СВЕЖЕЙ.

Ахилл: Значит, Предложение П утверждает (не знаю, правда, насколько это верно), что Предложение К — Любовная Песнь Черепахи. Так или иначе, Предложение П здесь говорит не о себе самом, но о Предложении К. Согласны ли вы с этим?

Черепаха: Безусловно — и что за прелестная Песнь!

Ахилл: Но теперь я хочу заполнить прочерк чем-то другим, а именно:

"ПОСЛЕ КВАЙНИРОВАНИЯ ДАЕТ ЛЮБОВНУЮ ПЕСНЬ ЧЕРЕПАХИ".

Черепаха: Ах, боже мой! Вы слишком все усложняете. Боюсь, этот орешек окажется мне не по зубам...

Ахилл: О, не волнуйтесь — я уверен, что скоро вы все поймете. Теперь Предложением К становится

"ПОСЛЕ КВАЙНИРОВАНИЯ ДАЕТ ЛЮБОВНУЮ ПЕСНЬ ЧЕРЕПАХИ" ПОСЛЕ КВАЙНИРОВАНИЯ ДАЕТ ЛЮБОВНУЮ ПЕСНЬ ЧЕРЕПАХИ.

Черепаха: Постойте-ка, я, кажется, поняла! Предложение К теперь стало совершенно таким же, как и предложение П.

Ахилл: И, поскольку Предложение К — всегда тема предложения П, у нас получается петля: Предложение П теперь указывает на самого себя. Как видите, автореферентность здесь получилась вполне случайно. Обычно Предложения П и К совершенно не похожи — но при правильном выборе темы в предложении П, квайнирование покажет вам этот магический трюк.

Черепаха: Ловко, ничего не скажешь! Странно, почему я сама до этого не додумалась. Скажите, а следующее предложение тоже автореферентно?

"СОСТОИТ ИЗ ЧЕТЫРЕХ СЛОВ" СОСТОИТ ИЗ ЧЕТЫРЕХ СЛОВ.

Ахилл: Гм-м... Трудно сказать. Это предложение относится не себе самому, но скорее ко фразе "состоит из четырех слов". Хотя, разумеется, эта фраза — ЧАСТЬ предложения...

Черепаха: Так что предложение говорит о своей части — и что же?

Ахилл: Это можно тоже рассматривать как автореференцию, не так ли?

Черепаха: По моему мнению, отсюда еще далеко до настоящей автореферентности. Но не забивайте себе сейчас голову этими сложностями — у вас еще будет время о них поразмыслить.

Ахилл: Правда?

Черепаха: Безусловно, будет. А пока, почему бы вам не попробовать квайнировать фразу "Предваряемый цитатой себя самого, производит ложь"?

Ахилл: А, вы имеете в виду тот хулиганский звонок. Квайнирование этой фразы дает:

"ПРЕДВАРЯЕМЫЙ ЦИТАТОЙ СЕБЯ САМОГО,
ПРОИЗВОДИТ ЛОЖЬ"
ПРЕДВАРЯЕМЫЙ ЦИТАТОЙ СЕБЯ САМОГО,
ПРОИЗВОДИТ ЛОЖЬ.

Так вот что говорил тот негодяй! Я тогда его не понял. И правда, какое неприличное замечание! Да за такое надо в тюрьму сажать!

Черепаха: Это почему же?

Ахилл: Я от него просто заболеваю: в отличие от предыдущих высказываний, я не могу сказать, истинно ли оно или ложно. И чем больше я о нем думаю, тем больше запутываюсь. У меня от этой путаницы голова идет кругом. Интересно, что за лунатик изобрел подобный кошмар и мучает им по ночам честных людей?

Черепаха: Кто знает... Ну что, пора спускаться?

Ахилл: В этом нет нужды — мы уже на первом этаже. Зайдите обратно, и вы в этом убедитесь. *(Они заходят в башню и видят небольшую деревянную дверь.)* Вот и выход — следуйте за мной.

Черепаха: Вы уверены? Я вовсе не хочу свалиться с третьего этажа и сломать себе панцирь.

Ахилл: Разве я вас когда-нибудь обманывал?

(И он открывает дверь. Прямо перед ними сидит, по всей видимости, тот же самый мальчуган, болтающий с той же самой девушкой. Ахилл и г-жа Ч поднимаются по тем же ступенькам, по которым, как кажется, они раньше спускались, чтобы зайти в башню, и выходят во двор, кажущийся тем же самым двориком, в котором они уже побывали раньше.)

Благодарю вас, г-жа Ч, за ваше объяснение по поводу того хулиганского звонка.

Черепаха: А я вас — за прелестную прогулку. Надеюсь, мы скоро увидимся опять.

ГЛАВА XIV

О формально неразрешимых суждениях ТТЧ и родственных систем[1]

Две идеи "устрицы"

НАЗВАНИЕ ЭТОЙ ГЛАВЫ — адаптация заглавия знаменитой статьи Гёделя, опубликованной в 1931 году; я заменил "Principia mathematica" на ТТЧ. Гёдель написал эту статью строго техническим языком, стараясь дать безупречное доказательство своей теоремы; в этой главе я постараюсь изложить его идеи более интуитивно. Сосредоточюсь на двух идеях, лежащих в основе Гёделева доказательства. Первая идея — это открытие того факта, что некоторые строчки ТТЧ могут быть интерпретированы как суждения о других строчках ТТЧ; иными словами, ТТЧ оказалась языком, способным к самоанализу. Этот факт вытекает из Гёделевой нумерации. Вторая идея — это то, что данное свойство может быть сконцентрировано полностью в одной строке: в фокусе такой строки — она сама. Этот прием восходит, в принципе, к диагональному методу Кантора.

По моему мнению, всякий, кто желает достичь глубокого понимания Гёделева доказательства, должен признать, что в его основе лежит слияние этих двух идей. Каждая из них по отдельности уже является шедевром, но чтобы соединить их, потребовался гений. Однако если бы мне предложили выбрать, какая из двух идей важнее, я, безусловно, указал бы на первую — Гёделеву нумерацию, поскольку эта идея приложима к понятию значения и упоминания во всех системах, имеющих дело с символами. Эта идея выходит далеко за пределы математической логики, в то время как Канторов прием, как бы значим он ни был для математиков, почти не связан с реальной жизнью.

Первая идея: пары доказательства

Не откладывая дела в долгий ящик, приступим к рассмотрению самого доказательства. В IX главе мы уже объяснили довольно подробно идею Гёделева изоморфизма. Здесь мы постараемся описать математическое понятие, позволяющее нам перевести предложение типа "Строчка 0=0 — теорема ТТЧ" в высказывание теории чисел. Для этого мы воспользуемся *парами доказательства*. Пара доказательства — это пара натуральных чисел, соотносящихся между собой таким образом:

> Два натуральных числа m и n (в данном порядке) являются парой доказательства в ТТЧ тогда и только тогда, если m — Гёделев номер такой деривации ТТЧ, последняя строчка которой имеет Гёделев номер n.

Аналогичное понятие существует и для системы MIU; пожалуй, интуитивно легче понять именно этот случай. Так что давайте на минуту оставим пары доказательства ТТЧ и обратимся к парам доказательства в системе MIU. Их

определение почти такое же:

> Два натуральных числа m и n (в данном порядке) являются парой доказательства в MIU тогда и только тогда, если m — Гёделев номер такой деривации MIU, последняя строчка которой имеет Гёделев номер n.

Давайте рассмотрим несколько примеров пар доказательства в системе MIU. Пусть m — 3131131111301, n = 301. Эти значения m и n составляют пару доказательства, поскольку m — Гёделев номер следующей деривации MIU:

MI
MII
MIIII
MUI

где последняя строчка — MUI — имеет Гёделев номер 301, то есть n.

С другой стороны, при m = 31311311130, и n = 30 пары доказательства не получается. Чтобы понять, почему, рассмотрим деривацию, кодом которой должно было бы являться m:

MI
MII
MIII
MU

В этой предположительной деривации есть неверный шаг. Это — переход от второй к третьей строке: от MII к MIII. В системе MIU нет правила, которое позволяло бы подобный типографский шаг. Соответственно — и это очень важно — нет такого арифметического шага, который позволил бы вам перейти от 311 к 3111. Возможно, что, после того как вы прочли главу IX, это покажется вам тривиальным, но именно подобные наблюдения лежат в основе Гёделева изоморфизма. Все, что мы делаем в формальных системах, имеет свою параллель в арифметических действиях.

Так или иначе, величины m = 31311311130, и n = 30, безусловно, не являются парой доказательства MIU. Само по себе, это еще не означает, что 30 — не номер MIU. Могло бы найтись другое число, составляющее пару доказательства с 30. (На самом деле, мы уже выяснили ранее, что 30 — не теорема MIU. Следовательно, ни одно число не может составлять пару доказательства с 30.)

А как насчет пар доказательства в ТТЧ? Я приведу вам два параллельных примера, лишь один из которых является действительной парой доказательства. Можете ли вы определить, какой именно? (Кстати, именно здесь появляется кодон "611", функция которого — отделять Гёделевы номера последующих строк в деривации ТТЧ. В этом смысле, "611" служит в качестве знака препинания. В системе MIU эту роль выполняет начальное "3" каждой строки; там не нужна никакая дополнительная пунктуация.)

(1) m = 626,262,636,223,123,262,111,666,611,223,123,666,111,666
    n = 123,666,111,666
(2) m = 626,262,636,223,123,262,111,666,611,223,333,262,636,123,262,111,666
    n = 223,333,262,636,123,262,111,666

Легко обнаружить, какая из этих деривации настоящая, переведя их в традиционную нотацию и произведя стандартный анализ. При этом выясняется

(1) является ли предполагаемая деривация, кодом которой является m, "законной";
(2) если это так, то совпадает ли последняя строка деривации со строчкой, кодом которой является n.

Шаг (2) тривиален; шаг (1) тоже довольно прямолинеен, поскольку для него не нужен бесконечный поиск и в нем не спрятаны никакие петли. Вспомните примеры из системы MIU и просто мысленно замените правила MIU и ее аксиому на правила и аксиомы ТТЧ. В обоих случаях алгоритм один и тот же:

Следить за деривацией, переходя от строчки к строчке.
Отмечать строчки, являющиеся аксиомами.
Для каждой строчки, НЕ являющейся аксиомой, проверять, следует ли она из предыдущих строчек предполагаемой деривации.
Если все не-аксиомы следуют по правилам вывода из предыдущих строчек, значит, перед вами — законная деривация; в противном случае, перед вами — фальшивка.

На каждой ступени здесь совершается ограниченное число вполне определенных действий.

Свойство "пара-доказательности" примитивно рекурсивно ...

Я делаю такой упор на ограниченность петель потому, что, как вы могли догадаться, я собираюсь доказать

ОСНОВНОЙ ФАКТ 1: Свойство пара-доказательности — это примитивно рекурсивное свойство теории чисел; следовательно, оно может быть проверено на программе Блупа.

Необходимо отличать это свойство от его близкого теоретико-численного родственника: свойства *числа-теоремы*. Если мы говорим, что n — число-теорема, мы имеем в виду, что существует *некое* число m, такое, что оно составляет с n пару доказательства. (Кстати, это приложимо как к ТТЧ, так и к системе MIU; пожалуй, полезно иметь в виду обе системы, пользуясь MIU как прототипом.) Чтобы проверить, является ли n числом-теоремой, вам придется проверить всех потенциальных паро-доказательных "партнеров" m — и именно тут вы вполне можете запутаться в бесконечной петле. Невозможно определить, сколько вам придется искать, пока вы наткнетесь на число, составляющее пару доказательства с n. Эта проблема возникает во всех системах, сочетающих удлиняющие и укорачивающие правила; подобная комбинация сообщает системе некоторую непредсказуемость.

Нам может пригодиться сейчас пример Вариации Гольдбаха. Проверить является ли *пара* чисел (m, n) Черепашьей парой нетрудно; это значит, что как m так и n+m должны быть простыми числами. Эта проверка несложна, потому что свойство простоты — примитивно рекурсивно, то есть может быть обнаружено при помощи конечного теста. Но если мы хотим узнать, обладает ли n свойством Черепахи, тогда нам нужно ответить на вопрос "существует ли некое число m, формирующее вместе с n Черепашью пару?" Это снова уводит нас в область неведомого, в страну бесконечной MU-петельности.

... и, следовательно, представлено в ТТЧ

Таким образом, из Основного Факта 1 мы можем вывести

> ОСНОВНОЙ ФАКТ 2: Свойство формировать пару доказательства может быть проверено на Блупе — следовательно, оно представлено в ТТЧ некоей формулой с двумя свободными переменными.

Как и ранее, мы не упоминаем точно, к какой именно системе относятся данные пары доказательств; оказывается, что это не столь важно, потому что оба Основных Факта действительны для любой формальной системы. Это — общее свойство формальных систем: мы всегда можем определить при помощи предсказуемо конечного теста, является ли данная последовательность строк доказательством, или нет. То же верно и для соответствующих арифметических понятий.

Мощь пар доказательства

Для конкретности предположим, что мы имеем дело с системой MIU. Вы, наверное, помните строчку, которую мы назвали МУМОН'ом. На одном из уровней эта строчка интерпретировалась как утверждение "MU — теорема системы MIU." Можно показать, как МУМОН выражается в ТТЧ с помощью формулы, выражающей понятие пар доказательства в MIU. Давайте сократим эту формулу, в существовании которой нас уверяет Основной Факт 2, следующим образом:

ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-MIU{a,a'}

Поскольку это — свойство двух чисел, оно представлено формулой с двумя свободными переменными. (В этой главе мы будем пользоваться строгой версией ТТЧ и нам надо будет различать между переменными a, a', a'' и т. д.) Чтобы сказать: "MU — теорема системы MIU", нам придется взять изоморфное высказывание "30 — число-теорема системы MIU" и перевести его в нотацию ТТЧ. Это несложно, если призвать на помощь наше условное сокращение (вспомните главу VIII, в которой, чтобы указать замену каждого a' на символ числа, слева от этого символа мы писали "/a'"):

∃a:ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА;
MIU{a,SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS0/a'}

Посчитайте С: их 30 штук. Заметьте, что это — закрытое высказывание ТТЧ, поскольку одна свободная переменная квантифицированна, а другая заменена на символ числа. То, что мы здесь проделали, весьма интересно. Благодаря Основному Факту 2 мы получили возможность говорить о *парах доказательства;* теперь мы выяснили, как мы можем говорить о числах-теоремах: для этого нужно всего лишь добавить в начале квантор существования! Более точным переводом данной выше строчки было бы "существует некое число a, которое составляет пару доказательства с 30 в качестве второго элемента".

Предположим, что мы захотели бы проделать нечто похожее в ТТЧ — например, выразить высказывание "0=0 — это теорема ТТЧ". Мы можем сократить существующую (согласно Основному Факту 2) формулу аналогичным образом (опять с двумя свободными переменными):

ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ{a,a'}

(Эта сокращенная формула ТТЧ читается так: "Натуральные числа a и a' явля-

ются парой доказательства".) Следующим шагом является перевод нашего высказывания в теорию чисел, следуя модели МУМОН. Получается высказывание "существует некое число a, которое составляет пару доказательства с 666,111,666 в качестве второго элемента". Это выражается следующей формулой ТТЧ:

∃a:ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ {a$\underbrace{\text{SSSSS...SSSSS}}$0/a'}

(Очень много S — целых 666,111,666!)

Это — закрытое высказывание ТТЧ. (Давайте назовем его Джошу — скоро узнаете, почему.) Мы убедились, что возможно говорить не только о примитивно рекурсивном понятии пар доказательства ТТЧ, но и о родственном, хотя и более сложном понятии чисел-теорем ТТЧ.

Чтобы убедиться, насколько хорошо вы поняли эти идеи, попробуйте перевести в ТТЧ следующие высказывания мета-ТТЧ:

(1) 0=0 не является теоремой ТТЧ.
(2) ~0=0 — теорема ТТЧ.
(3) ~0=0 не является теоремой ТТЧ.

Каким образом решения отличаются от примеров, данных выше, и друг от друга? Вот еще несколько упражнений на перевод:

(4) ДЖОШУ — теорема ТТЧ. (Получившуюся строчку ТТЧ назовите МЕТА-ДЖОШУ.)
(5) МЕТА-ДЖОШУ — теорема ТТЧ. (Получившуюся строчку ТТЧ назовите МЕТА-МЕТА-ДЖОШУ.)
(6) МЕТА-МЕТА-ДЖОШУ — теорема ТТЧ.
(7) МЕТА-МЕТА-МЕТА-ДЖОШУ — теорема ТТЧ.

(и т. д., и т. п.)

Пример (5) показывает, что высказывания мета-мета-ТТЧ могут быть переведены в нотацию ТТЧ; пример (6) показывает то же самое для мета-мета-мета-ТТЧ, и т. д.

Важно помнить о разнице между *выражением* свойства, и его *представлением*. Например, свойство численно-теоремности ТТЧ *выражено* следующей формулой:

∃a:ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ {a,a'}

Перевод: "a' — число-теорема ТТЧ". Однако у нас нет гарантии того, что эта формула действительно *представляет* данное понятие, поскольку у нас нет гарантии того, что это свойство примитивно рекурсивно — на самом деле, у нас есть некоторые основания полагать, что это не так! (Наши подозрения вполне обоснованы. Свойство являться числом-теоремой ТТЧ — НЕ примитивно рекурсивно, и такой формулы ТТЧ, которая могла бы его выразить, не существует!) С другой стороны, свойство являться парой доказательства, являясь примитивно рекурсивным, одновременно выразимо и представимо с помощью формулы, данной выше.

Замена подводит нас ко второй идее

Предыдущее обсуждение показало нам, как ТТЧ может "анализировать" понятие теоремности ТТЧ. Это — основа первой части доказательства. Перейдем

теперь ко второй идее доказательства, путем развития понятия, позволяющего сконцентрировать этот "самоанализ" в одной единственной формуле. Для этого давайте посмотрим, что случается с Гёделевым номером какой-либо формулы, когда ее структура слегка меняется. Рассмотрим следующее изменение:

замена всех свободных переменных на определенные символы чисел.

Ниже, в левой колонке, даны два примера этой операции; в правой колонке показаны параллельные изменения в Гёделевых номерах.

Формула	*Гёделев номер*
a=a	262,111,262
Теперь заменим все свободные переменные на символ числа 2:	↓
SS0=SS0	123,123,666,111,123,123,666
* * * * *	
~∃a:∃a′:a′′=(SSa·SSa′)	223,333,262,636,333,262,163,636 262,163,163,111,362,123,123,262, 236,123,123,262,163,323
Теперь заменим все свободные переменные на символ числа 4:	↓
~∃a:∃a′:SSSS0=(SSa·SSa′)	223,333,262,636,333,262,163,636, 123,123,123,123,666,111,362,123, 123,262,236,123,123,262,163,323

В правой колонке происходит изоморфный арифметический процесс, в котором один большой номер превращается в другой, еще больший номер. Функцию, которая производит этот новый номер из старого, несложно описать арифметически в терминах сложения, умножения, возведения в десятую степень и так далее — но нам это не нужно. Важно здесь то, что отношения между (1) первоначальным Гёделевым номером, (2) номером, чей символ мы вставили и (3) Гёделевым номером, при этом получающимся — это примитивно рекурсивные отношения. Это значит, что на Блупе может быть написана программа-тест, которая, если мы введем в нее эти три номера, сможет ответить ДА, если между ними существуют такие отношения, и НЕТ — в противном случае. Вы можете проверить себя на способность проводить такие тесты (и в то же время убедиться, что в этом процессе нет спрятанных открытых петель), проверив следующие два случая:

(1) 362,262,112,262,163,323,111,123,123,123,123,666;
2;
362,123,123,666,112,123,123,666,323,111,123,123,123,123,666.

(2) 223,362,262,236,262,323,111,262,163;
1;
223,362,123,666,236,123,666,323,111,262,163.

Как обычно, один из примеров проходит проверку, а другой — нет. Назовем эти отношения между тремя номерами отношениями *замены*. Поскольку они при-

митивно рекурсивны, они могут быть *представлены* некоей формулой ТТЧ с тремя свободными переменными. Давайте запишем эту формулу сокращенно:

$$\mathrm{ZAM}\{a,a',a''\}$$

Поскольку эта формула представляет отношения замены, нижеследующая формула ТТЧ должна являться теоремой:

$$\mathrm{ZAM}\{\underbrace{\mathrm{SSSSS.....SSSSS0}}_{262,111,262\ \text{“S”}}/a,\mathrm{SS0}/a',\underbrace{\mathrm{SSSSSS.....SSSS0}}_{123,123,666,111,123,123,666\ \text{“S”}}/a''\}$$

(Это основано на первом примере отношений замены, показанном ранее в виде параллельных колонок.) С другой стороны, поскольку формула ZAM представляет собой отношения замены, формула, данная ниже, не является теоремой ТТЧ:

$$\mathrm{ZAM}\{\mathrm{SSS0}/a,\mathrm{SS0}/a',\mathrm{S0}/a''\}$$

Арифмоквайнирование

Пора соединить все эти части в одно гармоничное целое. Мы попробуем использовать технику ПАР-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ и формул ZAM для построения суждения ТТЧ, интерпретирующегося как “Эта строчка ТТЧ — не теорема ТТЧ”. Как это возможно? Даже теперь, когда у нас есть все необходимые инструменты, ответ на этот вопрос найти нелегко.

Интересный и на вид довольно несерьезный прием состоит в подстановке в формулу *ее собственного* Гёделева номера. Это весьма похоже на другое, тоже легкомысленное на вид понятие “квайнирования”, о котором вы прочли в “Арии в ключе G”. Однако квайнирование оказалось важным, поскольку оно представляет из себя новый способ создания автореферентных суждений. Автореферентность подобного типа сначала кажется весьма странной, но, поняв ее принцип, вы найдете ее простой и изящной. Арифметическая версия квайнирования — назовем ее *арифмоквайнированием* — позволит нам получать суждения ТТЧ, “говорящие о себе самих”.

Давайте рассмотрим пример арифмоквайнирования. Нам нужна формула, по меньшей мере, с одной переменной. Для этого годится следующая формула:

$$a=\mathrm{S0}$$

Гёделев номер этой формулы — 262,111,123,666; теперь мы подставим этот номер в саму формулу — или, точнее, мы подставим в нее *символ* этого номера. У нас получится:

$$\underbrace{\mathrm{SSSSS.....SSSSS0}}_{262,111,123,666\ \text{“S”}}=\mathrm{S0}$$

Эта новая формула очень глупа: она утверждает, что 262,111,123,666 равняется 1. Если бы мы начали со строчки ~a=S0, и затем арифмоквайнировали ее, у нас получилось бы верное высказывание, в чем вы сами можете убедиться.

Разумеется, арифмоквайнируя, вы проделывете специальную операцию замены, о которой мы упомянули ранее. Чтобы говорить об арифмоквайнировании в ТТЧ, нам понадобилась бы формула

$$ZAM\{a'',a',a'\}$$

где две первые переменные совпадают. Это происходит потому, что мы используем один и тот же номер двумя разными способами (эхо Канторовского диагонального метода!) Номер a' является одновременно (1) первоначальным Гёделевым номером и (2) номером-заменой. Давайте сократим вышеприведенную формулу:

$$ARITHMOQUINE\{a'',a'\}$$

В переводе на русский это означает, что

a' — Гёделев номер формулы, полученной арифмоквайнированием формулы с Гёделевым номером a''.

Предыдущее предложение — длинное и запутанное. Давайте попробуем выразить то же самое с помощью краткого и элегантного термина:

a' — арифмоквайнификация a''

Например, арифмоквайнификацией формулы 262,111,123,666 был бы следующий невероятный гигант:

$$\underbrace{123,123,123,\ldots\ldots,123,123,123}_{\text{"123" повторяется 262,111,123,666 раз.}},666,111,123,666$$

(Это всего-навсего Гёделев номер формулы, полученной, когда мы арифмоквайнировали a=S0.) Как видите, мы можем довольно легко говорить об арифмоквайнировании в ТТЧ.

Последняя соломинка

Если вы снова перелистаете "Арию в ключе G", то увидите, что последний трюк, необходимый для получения автореференции по Квайну, заключается в том, чтобы квайнировать высказывание, само говорящее о квайнировании. Одного квайнирования оказывается недостаточно — вы должны квайнировать предложение о квайнировании! Нам придется использовать параллельный трюк и арифмоквайнировать формулу, саму упоминающую квайнирование.

Давайте запишем эту формулу; назовем ее дядей G.

$$\sim\exists a:\exists a':<\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{a,a'\}\wedge ARITHMOQUINE\{a'',a'\}>$$

Легко увидеть, насколько здесь замешано арифмоквайнирование. У этого "дяди", разумеется, есть Гёделев номер — мы будем называть его *d*. Начало и конец *d* и даже кое-какие фрагменты его середины мы можем прочитать без труда:

$$d = 223,333,262,636,333,262,163,636,212,\ldots,161,\ldots,213$$

Для остального нам только нужно знать, как выглядят в записи формулы ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ и ARITHMOQUINE. Приводить здесь эту запись слишком сложно, да и не нужно.

Теперь осталась самая малость — нужно арифмоквайнировать самого дядю! Для этого надо избавиться от свободных переменных, которых у нас только одна — a'' — и заменить их на символ числа *d*. Мы получим

$$\sim\exists a{:}\exists a'{:}\langle\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{a,a'\}$$
$$\wedge\text{ARITHMOQUINE}\{\underbrace{SS\ldots SS}_{d\text{ “}S\text{”}}0/a'',a'\}\rangle$$

Именно это и есть Гёделева строчка, которую мы называем “G”. Теперь у нас возникают два вопроса, на которые необходимо ответить без промедления. Вот они:

(1) Каков Гёделев номер G?
(2) Какова интерпретация G?

Сначала ответим на первый вопрос. Как мы получили G? Мы начали с дяди и арифмоквайнировали его, так что, по определению арифмоквайнирования, Гёделев номер G — это

арифмоквайнификация *d*.

Теперь второй вопрос. Постараемся перевести G на русский постепенно, шаг за шагом проясняя значение этой строчки. Нешей первой попыткой будет дословный перевод:

“Не существует чисел a и a′ таких, что они оба (1) составляют пару доказательства ТТЧ и (2) a′ является арифмоквайнификацией *d*”.

Мы знаем, однако, что существует число a′, являющееся арифмоквайнификацией *d*. Следовательно, дело в *другом* числе, в a. Это позволяет нам перефразировать наш перевод:

“Не существует такого числа a, которое составляло бы пару доказательства ТТЧ с арифмоквайнификацией *d*”

(Этот шаг может быть немного сложным для понимания; ниже мы остановимся на нем подробнее.) Видите ли вы, что происходит? G утверждает, что

“Формула, чей Гёделев номер — арифмоквайнификация *d*, не является теоремой ТТЧ”.

Но — и это уже не должно нас удивлять — эта формула не что иное, как сама строчка G! Следовательно, нашим окончательным переводом будет

“G — не теорема ТТЧ”;

или, если вам так больше нравится, —

“Я — не теорема ТТЧ”.

Начав с интерпретации на низшем уровне — суждения теории чисел, мы постепенно дошли до интерпретации на высшем уровне — суждения мета-ТТЧ.

ТТЧ выбрасывает полотенце

В главе IX мы уже упоминали о главном следствии этого удивительного построения: это неполнота ТТЧ. Давайте вспомним, как мы при этом рассуждали:

> Является ли G теоремой ТТЧ? Если это так, то она должна утверждать истинный факт. Но что именно утверждает G? Свою собственную нетеоремность. Следовательно, из ее теоремности вытекала бы ее нетеоремность. Противоречие!

С другой стороны, что, если G не теорема? Это можно принять, так как противоречия здесь не возникает. Но G утверждает именно собственную нетеоремность — следовательно, G утверждает истинный факт. Значит, поскольку G не теорема, мы можем заключить, что существует по меньшей мере один истинный факт, не являющийся теоремой ТТЧ.

Теперь — обещанное объяснение сложного шага нашего перевода. Я воспользуюсь для этого похожим примером. Возьмем строчку

~∃a:∃a':<ЧЕРЕПАШЬЯ ПАРА{a,a'}∧ДЕСЯТАЯ СТЕПЕНЬ{SS0/a'',a'}>

где оба сокращения обозначают строчки ТТЧ, которые вы можете дописать сами. ДЕСЯТАЯ СТЕПЕНЬ {a'',a'} представляет высказывание "a' равняется a'' в десятой степени". Таким образом, дословный перевод на русский получается такой:

"Не существует чисел a и a' таких, что они (1) составляют Черепашью пару, и (2) a' — 2 в десятой степени".

Но мы знаем, что десятая степень 2 существует — это 1024. Таким образом, эта строчка на самом деле утверждает, что

"Не существует числа a, которое составляет Черепашью пару с числом 1024".

Это высказывание, в свою очередь, сводится к

"1024 не обладает Черепашьим свойством".

Нам удалось заменить символ числа на его описание. Это было возможно, благодаря использованию дополнительной квантифицированной переменной (a'). В данном случае, число 1024 было описано как "десятая степень двух"- выше это было числом, описанным как "арифмоквайнификация *d*".

"Будучи арифмоквайнированным, производит нетеоремность!"

Переведем дыхание и посмотрим, что мы сделали до сих пор. Для этого сравним арифмоквайнирование с парадоксом Эпименида. Вот схема этого соответствия:

ложность	⟺	нетеоремность
цитата фразы	⟺	Гёделев номер строки
предварение предиката подлежащим числа	⟺	подстановка символа (или определенного терма) в открытую формулу
предварение предиката цитатой фразы	⟺	подстановка Гёделева номера строчки в открытую формулу
предварение предиката им самим в кавычках (квайнирование)	⟺	Подстановка Гёделева номера открытой формулы в саму эту формулу (арифмоквайнирование)

После квайнирования производит ложное высказывание (предикат без подлежащего)	⟺	"дядя" G (открытая формула ТТЧ)
"После квайнирования производит ложное высказывание" (тот же предикат, квайнированный)	⟺	номер *d* (Гёделев номер предыдущей открытой формулы)
"После квайнирования производит ложное высказывание" После квайнирования производит ложное высказывание	⟺	строчка G (высказывание ТТЧ, полученное путем подстановки *d* в "дядю", то есть, путем его арифмоквайнирования)

Вторая теорема Гёделя

Поскольку интерпретация G истинна, интерпретация ее отрицания ~G — ложна. Мы знаем, что в ТТЧ невозможно вывести ложные утверждения. Следовательно, *ни G, ни ее отрицание ~G не могут быть теоремами ТТЧ.* Мы нашли в нашей системе "дыру" — неразрешимое суждение. Из этого следуют несколько фактов. Вот один из них, довольно любопытный: несмотря на то, что ни G, ни ее отрицание ~G не являются теоремами ТТЧ, формула <G∨~G> — теорема, поскольку из правил исчисления высказываний следует, что все правильно построенные формулы типа <P∨~P> — теоремы.

Это — простой пример того случая, когда утверждение *внутри* системы и утверждение *о системе* противоречат друг другу. Возникает вопрос: действительно ли система верно отражает саму себя? Соответствует ли "отраженная метаматематика", существующая внутри ТТЧ, "обыкновенной", повседневной математики? Это было одним из вопросов, интересовавших Гёделя, когда он писал свою статью. В частности, он был заинтересован в том, возможно ли доказать в "отраженной метаматематике" непротиворечивость ТТЧ. Вспомните, что доказательство непротиворечивости систем было важным философским вопросом того времени. Гёдель нашел простой способ выразить высказывание "ТТЧ непротиворечива" в виде формулы ТТЧ; после чего он показал, что эта формула (как и все другие формулы, выражающие похожую идею) является теоремой ТТЧ только при одном условии: если ТТЧ *противоречива*. Этот еретический результат был тяжелым ударом для оптимистов, считавшим, что возможно найти строгое доказательство непротиворечивости математики.

Как можно выразить высказывание "ТТЧ непротиворечива" в самой ТТЧ? Опираясь на простой факт: противоречивость означает, что две формулы, *x* и ~*x*, одна из которых — отрицание другой, одновременно являются теоремами. Но если они обе — теоремы, тогда, согласно исчислению высказываний, *все* правильно сформированные формулы — теоремы. Таким образом, чтобы доказать непротиворечивость ТТЧ, достаточно доказать нетеоремность единственного высказывания ТТЧ. Следовательно, один возможный способ выразить непротиворечивость ТТЧ — это высказывание типа "формула ~0=0 не является теоремой ТТЧ". Такое высказывание уже было предложено в качестве упражнения несколькими страницами ранее. Вот что у нас должно получиться:

$$\sim\exists a{:}\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{a,\underbrace{SSSSS.....SSSSS}_{\text{“S” 223666111666 раз}}0/a'\}$$

Путем длинных, но несложных рассуждений можно доказать, что пока ТТЧ остается непротиворечивой, ее клятва в собственной непротиворечивости — не теорема. Таким образом, ТТЧ весьма сильна в выражении идей, но слабовата в их доказательстве. Это очень интересный результат, если метафорически приложить его к проблеме человеческого самосознания.

ТТЧ страдает ω-неполнотой

От какой именно разновидности неполноты “страдает” ТТЧ? Мы вскоре увидим, что речь идет о неполноте типа “омега”, определенной в главе VIII. Это означает, что существует некая бесконечная пирамидальная семья строчек, каждая из которых является теоремой — но при этом соответствующая “итоговая” строчка теоремой не является. Эту итоговую не-теорему найти нетрудно:

$$\forall a{:}\sim\exists a'{:}\langle\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{a,a'\}\wedge\text{ARITHMOQUINE}\{\underbrace{SSS...SSS}_{\text{“S” } d \text{ раз}}0/a'',a'\}\rangle$$

Чтобы понять, почему эта строчка — не теорема ТТЧ, заметьте, что она крайне напоминает саму G — на самом деле, согласно правилу замены ТТЧ, от нее до G — лишь один шаг. Следовательно, если бы она была теоремой, то нам бы пришлось признать теоремность G. Теперь постараемся показать, что все строчки в пирамидальной семье *на самом деле* являются теоремами. Мы можем легко их записать:

$$\sim\exists a'{:}\langle\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{0/a,a'\}\wedge\text{ARITHMOQUINE}\{\underbrace{SSS...SSS}_{\text{“S” } d \text{ раз}}0/a'',a'\}\rangle$$
$$\sim\exists a'{:}\langle\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{S0/a,a'\}\wedge\text{ARITHMOQUINE}\{SSS...SSS0/a'',a'\}\rangle$$
$$\sim\exists a'{:}\langle\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{SS0/a,a'\}\wedge\text{ARITHMOQUINE}\{SSS...SSS0/a'',a'\}\rangle$$
$$\sim\exists a'{:}\langle\text{ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ}\{SSS0/a,a'\}\wedge\text{ARITHMOQUINE}\{SSS...SSS0/a'',a'\}\rangle$$
. . .
. . .
. . .
. . .

Что утверждает каждая из этих строчек? Вот их соответствующие переводы:

“0 и арифмоквайнификация d — не пара доказательства ТТЧ”.
“1 и арифмоквайнификация d — не пара доказательства ТТЧ”.
“2 и арифмоквайнификация d — не пара доказательства ТТЧ”.
“3 и арифмоквайнификация d — не пара доказательства ТТЧ”.
“4 и арифмоквайнификация d — не пара доказательства ТТЧ”.
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Каждое из этих утверждений говорит о том, формируют ли *два* определенных числа пару доказательства, или нет. (С другой стороны, G говорит о том, яв-

ляется ли одно определенное число числом-теоремой, или нет.) Поскольку G — не теорема, не существует такого числа, которое составляло бы пару доказательства с Гёделевым номером G. Таким образом, каждое из утверждений пирамидальной семьи истинно. Основная идея в том, что свойство являться парой доказательств примитивно рекурсивно и, следовательно, *представимо* — поэтому каждое из утверждений выше должно быть переводимо в *теорему* ТТЧ, что означает, что все утверждения в нашей бесконечной пирамидальной семье — теоремы. И это показывает, почему ТТЧ ω-неполна.

Два разных способа заткнуть дыру

Поскольку интерпретация G истинна, интерпретация ее отрицания ~G ложна. Из нашего предположения о непротиворечивости ТТЧ следует, что в ней не могут быть выведены ложные утверждения.

Таким образом, ни G, ни ее отрицание ~G не являются теоремами ТТЧ. Мы нашли в нашей системе дыру — неразрешимое суждение. Это не должно нас особенно беспокоить, если мы достаточно свободомыслящи, чтобы признать, что из этого следует. Это означает, что ТТЧ можно дополнить, как можно дополнить абсолютную геометрию. В действительности, ТТЧ, как и абсолютную геометрию, можно расширить в двух направлениях. Она может быть расширена в *стандартном* направлении, что соответствует расширению абсолютной геометрии в Эвклидовом смысле; или же, она может быть расширена в *нестандартном* направлении, что, разумеется, соответствует расширению абсолютной геометрии в неэвклидовом смысле. Стандартным дополнениием будет

добавление G в качестве новой аксиомы.

Это кажется довольно безвредным и даже желательным, поскольку G всего навсего утверждает некую истину о системе натуральных чисел. А как насчет нестандартного расширения? Если следовать аналогии с ситуацией аксиомы параллельности, оно должно означать

добавление отрицания G в качестве новой аксиомы.

Но как мы можем даже подумать о таком ужасной, отвратительной вещи? В конце концов, если перифразировать Саккери, не является ли то, что утверждает ~G, "противным самой природе натуральных чисел"?

Супернатуральные числа

Надеюсь, что вы оценили иронический смысл этой цитаты. Проблема с подходом Саккери к геометрии заключалась в том, что он основывался на жестком понятии о том, что истинно и что ложно; он хотел доказать только то, что он считал истинным с самого начала. Несмотря на его оригинальный метод — отрицание пятого постулата и доказательство многих "противных" утверждений вытекающей из этого геометрии — Саккери не допускал возможности иного взгляда на точки и линии. Не будем повторять его знаменитой ошибки; вместо этого давайте рассмотрим как можно беспристрастней, что означала бы добавка ~G в качестве аксиомы ТТЧ. Подумайте только, на что была бы похожа современная математика, если бы люди не решили в свое время добавить к ней аксиом типа:

$$\exists a{:}(a+a)=S0$$
$$\exists a{:}Sa=0$$
$$\exists a{:}(a\cdot a)=SS0$$
$$\exists a{:}S(a\cdot a)=0$$

Хотя каждое из этих утверждений "противно природе ранее известных числовых систем", каждое из них в то же время означает значительное и замечательное расширения понятия целых чисел: рациональные числа, отрицательные числа, иррациональные числа, мнимые числа. ~G пытается открыть нам глаза на такую возможность. В прошлом каждое новое расширение системы натуральных чисел встречалось в штыки. Это можно заметить по именам, данным непрошенным пришельцам: "иррациональные", "мнимые". Оставаясь верными традиции, давайте назовем числа, которые порождает ~G, супернатуральными, поскольку они противоречат всем понятиям разума и здравого смысла.

Если мы собираемся добавить ~G в качестве шестой аксиомы ТТЧ, мы должны постараться понять, каким образом эта строчка может сосуществовать с вышеприведенной пирамидальной семьей. Ведь ~G утверждает, что

"существуют некое число, составляющее пару доказательства с *d*".

При этом члены пирамидальной семьи с успехом утверждают, что

"0 не является этим числом"
"1 не является этим числом"
"2 не является этим числом"
.
.
.

Это сбивает с толку, поскольку кажется совершеннейшим противоречием (именно поэтому это называется ω-противоречивостью). Наша проблема заключается в том, что, так же как и в случае с расширенной геометрией, мы упрямо отказываемся модифицировать интерпретацию символов, несмотря на то, что прекрасно понимаем, что имеем дело с модифицированной системой. Мы хотим обойтись без добавления *хотя бы одного* символа — что, разумеется, оказывается невозможным.

Проблема разрешается, если мы интерпретируем $\exists$ как "существует некое *обобщенное* натуральное число" вместо "существует некое натуральное число". Одновременно с этим нам придется соответствующим образом изменить интерпретацию $\forall$. Это значит, что, кроме натуральных, мы открываем дверь для неких новых чисел. Это *супернатуральные числа*. Натуральные и супернатуральные числа вместе составляют *обобщенные натуральные числа*.

Кажущееся противоречие теперь испаряется, поскольку пирамидальная семья все еще утверждает, что "никакое натуральное число не составляет пару доказательства ТТЧ с арифмоквайнификацией *d*" Строчки этой семьи ничего не упоминают о супернатуральных числах, поскольку для них не существует *символов*. С другой стороны, ~G утверждает, что существует такое обобщенное натуральное число, которое составляет пару доказательства ТТЧ с арифмоквайнификацией *d*. Противоречия больше нет. ТТЧ + ~G превращается в непротиворечивую систему, если ее интерпретация включает супернатуральные числа.

Поскольку мы решили расширить интерпретацию обоих кванторов, это означает, что значение любой включающей их теоремы также расширяется. Например, теорема коммутативности

$$\forall a{:}\forall a'{:}(a+a')=(a'+a)$$

теперь говорит нам, что сложение коммутативно для всех обобщенных чисел — другими словами, не только для натуральных, но и для супернатуральных чисел. Таким же образом, теорема ТТЧ, утверждающая, что "2 — не квадрат натурального числа" —

$$\sim\exists a{:}(a\cdot a)=SS0$$

теперь говорит нам, что 2 также не является квадратом никакого супернатурального числа. На самом деле, супернатуральные числа имеют те же свойства, как и натуральные, всегда, когда эти свойства выражены в теоремах ТТЧ. Иными словами, все, что может быть *формально доказано* для натуральных чисел, верно и для супернатуральных чисел. Это означает, что супернатуральные числа не являются чем-то хорошо знакомым, вроде дробей, отрицательных чисел, комплексных чисел и т. п. Вместо этого, супернатуральные числа могут быть представлены как целые числа, бóльшие чем все натуральные числа — то есть, как *бесконечно большие* целые числа. Дело в том, что хотя теоремы ТТЧ могут "запретить" отрицательные числа, дроби, иррациональные и комплексные числа, они бессильны против бесконечно больших величин. Проблема в том, что в ТТЧ невозможно даже *выразить* высказывание "бесконечных величин не существует".

С первого взгляда это кажется весьма странным. Насколько велико число, составляющее пару доказательства с Гёделевым номером строчки G? (Давайте назовем это число "*I*", без особой на то причины.) К несчастью, у нас нет подходящих терминов для описания размера бесконечно больших целых чисел, так что я боюсь, что мне не удастся поведать вам, насколько велико I. С другой стороны, насколько велико i (квадратный корень из -1)? Его величина не может быть выражена в терминах знакомых нам натуральных чисел. Вы не можете сказать, что i вдвое меньше 14. Вам приходится успокоиться на том, что i в квадрате равняется -1. Здесь уместно процитировать Абраама Линкольна. Когда его спросили, какой длины должны быть человеческие ноги, он ответил: "Достаточно длинными, чтобы доставать до земли". Примерно так же нам придется ответить на вопрос о величине *I*: оно должно равняться числу, определяющему структуру доказательства G: не больше и не меньше.

Разумеется, любая теорема ТТЧ может быть выведена разными способами, так что вы можете пожаловаться, что мое определение I не является единственным. Это верно. Но сравнение с i, квадратным корнем из -1, все равно годится. Вспомните, что существует еще одно число, чей квадрат равняется -1 — а именно, $-i$. i и $-i$ — не одно и то же число. У них просто есть общее свойство. Проблема в том, что они определяются именно через это свойство! Нам приходится выбрать одно из них — неважно, какое именно — и называть его i. На самом деле, мы никак не можем их различить. Вполне возможно, что все эти годы мы считали за "i" ошибочное число — однако для нас в этом не было никакой разницы. Так же как i, *I* определено неоднозначно. Вы можете думать об *I* как о каком-либо из многих супернатуральных чисел, составляющих пару доказательства с арифмоквайнификацией *d*.

У супернатуральных теорем — бесконечно длинные деривации

Мы еще не выяснили всех последствий добавления ~G в качестве аксиомы ТТЧ. Дело в том, что ~G утверждает, что у G *имеется доказательство!* Как может какая-либо система устоять, когда одна из ее аксиом утверждает, что ее собственное отрицание имеет доказательство? Тут-то мы попали в переделку! Однако все не так плохо, как кажется. Пока мы строим только *конечные* доказательства, нам не удастся доказать G. Таким образом, кошмарного столкновения между G и ее отрицанием ~G не произойдет никогда. Супернатуральное число *I* не будет причиной несчастья. Однако нам придется привыкнуть к мысли, что теперь истинно ~G (утверждающее, что у G есть доказательство), в то время как G (утверждающее, что у G нет доказательства) ложно. В стандартной теории чисел дело обстоит наоборот — но там нет никаких супернатуральных чисел. Обратите внимание на то, что супернатуральная теорема ТТЧ — а именно, G — может утверждать нечто ложное, но все натуральные теоремы остаются истинными.

Супернатуральное сложение и умножение

Я хотел бы поделиться с вами одним интересным и неожиданным фактом по поводу супернатуральных чисел — при этом я оставлю этот факт без доказательства. (Так как сам его не знаю.) Этот факт напоминает о принципе неопределенности Гейзенберга в квантовой механике. Оказывается, что супернатуральные числа можно "индексировать" простым и естественным образом, ассоциируя с каждым из них тройку обыкновенных чисел (включая отрицательные). Таким образом, наше I может получить индекс (9,−8,3), а следующее за ним I+1 — индекс (9,−8,4). Не существует какого-то одного способа индексировать все супернатуральные числа: у разных методов есть свои плюсы и минусы. Некоторые схемы индексации позволяют легко вычислить тройной индекс для *суммы* двух супернатуральных чисел, исходя из индексов двух слагаемых. Другие схемы позволяют нам с легкостью вычислить индекс произведения двух супернатуральных чисел, исходя из индексов двух множителей. Но никакая из существующих схем не позволяет нам вычислить и то, и другое. Если индекс суммы вычисляется с помощью рекурсивной функции, то индекс произведения не будет рекурсивной функцией — и наоборот, если индекс произведения — рекурсивная функция, то индекс суммы — нет. Таким образом, супернатуральные детишки, изучающие в своей школе сложение, не смогли бы проходить таблицы умножения — и наоборот! Знать и то и другое одновременно невозможно.

Супернатуральные числа полезны...

Можно пойти еще дальше теории супернатуральных чисел и рассмотреть супернатуральные дроби (отношение двух супернатуральных чисел), супернатуральные действительные числа, и так далее. На самом деле, вычисления могут делаться на новой основе, если мы введем понятие действительных супернатуральных чисел. Бесконечно малые величины, такие как dx и dy, этот кошмар для математиков, могут быть с легкостью объяснены, если рассматривать их как противоположность бесконечно больших действительных чисел! Некоторые теоремы высшей математики могут быть доказаны более интуитивно с помощью "нестандартного анализа".

...но реальны ли они?

Нестандартная теория чисел при первом знакомстве сбивает с толку. Но ведь и неэвклидова геометрия тоже странная штука! В обоих случаях так и хочется спросить: "Но какая из этих двух соперничающих теорий правильна? Какая из них выражает *истину?*" В некотором смысле, ответа на этот вопрос не существует. (Но в другом смысле, о котором мы поговорим позже, на этот вопрос можно дать ответ.) То, что ответа нет, объясняется тем фактом, что соперничающие теории, хотя они и пользуются одинаковыми терминами, говорят о разных вещах. Поэтому они соперники только по видимости, точно так же как эвклидова и неэвклидова геометрии. В геометрии слова "точка", "линия" и так далее — неопределенные термины, и их значения определяются той аксиоматической системой, в рамках которой они в данный момент используются.

То же самое можно сказать о теории чисел. Решив формализовать ТТЧ, мы заранее выбрали термины для интерпретации — например, "число", "плюс", "умножить" и так далее. Приступив к формализации, мы тем самым согласились работать с любыми значениями, которые эти термины могут принять. Но оказывается, что, как и Саккери, мы не были готовы к сюрпризам. Мы думали, что нам известно, какая теория чисел истинна, правильна и единственна, и не подозревали о том, что ТТЧ не сможет ответить на некоторые вопросы о числах — вопросы, на которые оказалось возможным ответить *ad libitum* только расширив теорию чисел в разных направлениях. Таким образом, у нас нет основания утверждать, что теория чисел "в действительности" имеет ту или иную форму, так же как мы не можем сказать, существует ли *в действительности* квадратный корень из -1.

Варианты геометрии и физики

Против этого можно использовать следующий довод. Предположим, что физические эксперименты в реальном мире могут быть более экономно объяснены с помощью одного определенного варианта геометрии. В таком случае, у нас было бы основание называть именно этот вариант "истинной" геометрией. С точки зрения физика, желающего иметь дело с "правильной" геометрией, имеет смысл различать между "истинным" и остальными вариантами геометрии. Но к этому нельзя подходить слишком упрощенно. Физики всегда имеют дело с приближенными или идеализированными ситуациями. Например, моя собственная диссертация, о которой я упомянул в главе V, была основана на крайней идеализации проблемы кристаллов в магнитном поле. Результатом этого были некие красивые и симметричные математические модели. Несмотря на искусственность модели — или, скорее, благодаря ей — в графике ясно отразились некоторые ее основные черты. Это помогает представить, что может происходить в более реалистических ситуациях. Без упрощающих допущений, использованных мною при построении графика, такие догадки были бы невозможны. Такие ситуации встречаются в физике очень часто: физики используют "воображаемую" ситуацию, чтобы узнать о глубоко спрятанных чертах действительности. Поэтому необходимо быть осторожным, утверждая, что геометрия, используемая физиками, представляет собой "истинную геометрию"; на самом деле, физики используют несколько различных вариантов геометрии, в каждой данной ситуации выбирая наиболее простой и подходящий вариант.

Более того, физики изучают не только трехмерное пространство, в котором мы обитаем. Объектом их изучения являются целые семьи "абстрактных пространств", в которых они производят свои расчеты. Геометрические характеристики этих пространств весьма отличны от характеристик того пространства, в котором мы живем. Кто может утверждать, что "истинная" геометрия описывает именно то пространство, в котором Уран и Нептун кружатся вокруг солнца? Чем оно лучше "Гильбертова пространства", в котором зыблются волновые функции квантовой механики — "пространства момента", где обитают компоненты Фурье — "взаимного пространства", где резвятся волны-векторы, "фазового пространства", в котором бурлят конфигурации, состоящие из многих частиц, и так далее? Нет причины для того, чтобы все эти геометрии были одинаковыми; точнее, они никак не могут быть одинаковыми! Таким образом, для физиков очень важно существование различных "соперничающих" геометрий.

Варианты теории чисел и банкиры

Довольно о геометрии — перейдем теперь к теории чисел. Так ли это важно и необходимо, чтобы существовали разные варианты теории чисел? Если бы вы спросили банковского работника, думаю, что он бы сначала не поверил, что вы говорите серьезно — а потом пришел в ужас. Как 2 + 2 может быть отлично от 4? Если бы 2 + 2 не было равно 4, разве не зашаталась бы мировая экономика от невыносимой неуверенности, не развалилась бы она от подобного удара? На самом деле, этого не произошло бы. Прежде всего, нестандартная теория чисел не угрожает старому доброму факту, что дважды два — четыре. Она отличается от привычной нам теории чисел только тем, как она обращается с понятием бесконечности. В конце концов, любая теорема ТТЧ *остается теоремой в любой расширенной версии ТТЧ!* Так что банкирам не надо волноваться о том, что с приходом нестандартной теории чисел в финансовом мире воцарится хаос.

Боязнь, что новые варианты математических теорий изменят старые, хорошо известные факты, отражает непонимание взаимоотношений математики с действительностью. Математика дает нам ответы на вопросы о реальном мире только *после того,* как мы выбрали, какой тип математики мы используем в данный момент. Даже если бы существовал соперничающий вариант теории чисел, использующий символы 2, 3 и +, в котором 2 + 2 = 3 было бы теоремой, у банкиров не было бы причин выбирать именно этот вариант! Эта теория не отражает того, как ведут себя деньги. Мы приспосабливаем математику к действительности, а не наоборот. Например, мы не используем теорию чисел, чтобы описывать облака, поскольку там не подходит само понятие целых чисел. Одно облако может соединиться с другим, в результате чего получается не два, а одно облако! Это не доказывает, что 1 плюс 1 равняется 1; это доказывает лишь то, что наше понятие "один" не годится для "облачного исчисления".

Варианты теории чисел и метаматематики

Итак, банковские работники, любители считать облака и все остальные не должны бояться нашествия супернатуральных чисел, так как они абсолютно не затронут нашу повседневную жизнь. Повод для беспокойства есть только у тех людей, чья работа связана с бесконечными величинами. Таких людей не очень много, но математические логики находятся в их числе. Как может их

затронуть существование вариантов теории чисел? Теория чисел играет в логике две роли: (1) когда она аксиоматизирована, она становится *объектом изучения,* и (2) используемая неформально, она является необходимым *орудием,* при помощи которого могут изучаться формальные системы. Это напоминает уже знакомое нам различие между использованием и упоминанием: в роли (1) теория чисел упоминается, в роли (2) она используется.

Математики решили, что теория чисел, хотя она и не подходит для подсчета облаков, вполне годится для изучения формальных систем, так же как банковские работники решили, что арифметика действительных чисел годится для их операций. Подобные решения принимаются *вне математики*; они показывают, что мыслительные процессы, задействованные в изучении математики, так же, как и в других областях человеческой деятельности, включают "запутанные иерархии", где мысли на одном уровне могут влиять на мысли на другом уровне. При этом четкого разделения на уровни не существует, как могут думать последователи формалистского взгляда на математику.

Формалистская философия утверждает, что математики имеют дело с абстрактными символами и что им совершенно все равно, соответствуют ли эти символы окружающей их действительности. Однако это весьма искаженная картина, что становится особенно ясным в метаматематике. *Используя саму теорию чисел* для получения новых фактов о формальных системах, метаматематики показывают, что они считают эфирные создания, называемые "натуральными числами", *частью реального мира,* а не просто плодом воображения. Именно поэтому я упомянул ранее о том, что в некотором роде можно ответить на вопрос, какой из вариантов теории чисел является "истинным". Дело в том, что математическим логикам приходится выбирать, в какой из вариантов теории чисел "поверить". В частности, они не могут оставаться в стороне от принятия или не принятия супернатуральных чисел, поскольку эти варианты теории чисел дают разные ответы на вопросы метаматематики.

Возьмем, например, вопрос "Является ли ~G финитно выводимым в ТТЧ?" Ответа на этот вопрос не знает никто. Однако большинство специалистов по математической логике без колебаний ответят "нет". Этот ответ основывается на интуиции, говорящей, что если бы ~G было теоремой, ТТЧ была бы ω-противоречива. Если вы хотите придать смысл интерпретации ТТЧ, вам приходится признать существование супернатуральных чисел — невыносимая мысль для большинства людей. К конце концов, придумывая ТТЧ, мы не ожидали, что супернатуральные числа будут ее частью. Мы (по крайней мере большинство из нас) верим в то, что возможно придумать такую формализацию теории чисел, которая не заставит нас признать реальности супернатуральных чисел. Именно эта вера определяет решение метаматического витязя на распутьи разных теорий чисел. Но эта вера может оказаться ошибочной. Возможно, что любая непротиворечивая формализация теории чисел, которую люди способны изобрести, была бы ω-противоречива, и, следовательно, включала бы супернатуральные числа. Это странная мысль, но в принципе такое возможно.

Если бы это было верно (в чем я сомневаюсь, но доказательства обратного пока не существует), то G не должно бы оставаться неразрешимым. На самом деле, тогда в ТТЧ может вообще не остаться неразрешимых суждений. Это дало бы единственный и неделимый вариант теории чисел, который с необходимостью включал бы существование супернатуральных чисел. Это не то

решение, которого ожидает большинство математических логиков, но тем не менее, оно не должно быть полностью отброшено. Обычно считается, что ТТЧ и подобные ей системы ω-непротиворечивы, и что Гёделева строчка, которая может быть выведена в данной системе, неразрешима внутри этой системы. Это значит, что возможно добавить либо эту строчку, либо ее отрицание в качестве аксиомы.

Десятая задача Гильберта и Черепаха

Я хотел бы завершить эту главу упоминанием о расширенном варианте теоремы Гёделя. (Этот материал излагается подробнее в статье Davis and Hersh, "Hilbert's Tenth Problem"; см. Библиографию.) Для этого я сначала определю Диофантиново уравнение. Это такое уравнение, в котором многочлен с установленными интегральными коэффициентами и экспонентами приравнивается к 0. Например,

$$a = 0$$

и

$$5x + 13y - 1 = 0$$

и

$$5p^5 + 17q^{17} - 177 = 0$$

и

$$a^{1236661111666} + b^{1236661111666} - c^{1236661111666} = 0$$

являются Диофантиновыми уравнениями. Обычно трудно узнать, имеет ли данное Диофантиново уравнение решение в целых числах. В своей знаменитой лекции в начале века Гильберт предложил математикам найти общий алгоритм, который помог бы определить за конечное количество шагов, имеет ли данное Диофантиново уравнение решение в целых числах. Тогда он и не подозревал, что подобного алгоритма не существует!

Обратимся теперь к упрощению G. Доказано, что в каждой достаточно мощной формальной системе с Гёделевой нумерацией существует Диофантиново уравнение, эквивалентное G. Это происходит потому, что это уравнение, интерпретированное на метаматематическом уровне, утверждает о себе самом, что у него нет решений. Теперь перевернем это утверждение задом наперед: если бы вы нашли решение этого уравнения, вы смогли бы построить на его основе Гёделев номер доказательства того, что это уравнение не имеет решений! Именно это и проделала Черепаха в "Прелюдии", используя в качестве Диофантинова уравнения уравнение Ферма. Приятно знать, что если вы сможете это сделать, вам удастся восстановить из молекул воздуха звуки игры самого Баха!

Праздничная Кантатамата . . .

В один прекрасный майский день Черепаха и Ахилл встречаются, прогуливаясь по лесу. Ахилл, разодетый в пух и прах, пританцовывает под звуки мелодии, которую он сам себе напевает под нос. На его пиджаке прицеплен огромный круглый значок со словами "Сегодня - мой день рождения!"

Черепаха: Приветствую вас, Ахилл! Что это вы сияете, как начищенный пятак? У вас, случайно, не день рождения?

Ахилл: Да, да! Да, сегодня у меня день рождения!

Черепаха: Я так и думала, из-за значка на вашем пиджаке. Кроме того, вы напеваете тему Баховской "Праздничной кантаты", написанной в 1727 году на день рождения Саксонского короля Августа, которму тогда исполнилось 57 лет.

Ахилл: Вы правы. Мы с королем родились в один день, поэтому ЭТА "Праздничная кантата" имеет двойное значение. Однако я вам не скажу, сколько мне лет.

Черепаха: Хорошо, но мне бы хотелось узнать вот что: могу ли я заключить из того, что вы мне до сих пор сообщили, что сегодня ваш день рождения?

Ахилл: Конечно, можете. Сегодня ДЕЙСТВИТЕЛЬНО мой день рождения.

Черепаха: Прекрасно. Я так и подозревала. Так что теперь я заключу, что сегодня ваш день рождения, если только это не...

Ахилл: Если только это не — что?

Черепаха: Если только это не будет слишком поспешным заключением. Знаете ли, черепахи не любят делать поспешных заключений. (Мы вообще не любим спешить, и особенно в наших заключениях.) Так что позвольте мне вас спросить, зная вашу любовь к логическому мышлению, разумно ли заключить из ваших предыдущих высказываний, что сегодня ваш день рождения?

Ахилл: Мне кажется, я улавливаю некую схему в ваших вопросах, г-жа Черепаха. Но вместо того, чтобы делать поспешные заключения, я постараюсь понять ваш вопрос буквально и ответить на него прямо: ДА.

Черепаха: Чудно! Чудно! Мне нужно знать только еще одну вещь, чтобы быть вполне уверенной в том, что сегодня —

Ахилл: Да, да, да, да... Я уже представляю себе, что вы сейчас спросите. Я покажу вам, что я уже не так прост, как тогда, когда мы обсуждали Эвклидово доказательство.

Черепаха: Кто когда-либо считал вас простаком? Как раз наоборот — я считаю вас экспертом в логическом мышлении, знатоком науки верных заключений, кладезем знаний о правильных методах рассуждения... По правде говоря, Ахилл, по моему мнению вы — просто гигант мысли, ти-

тан искусства рациональных размышлений. И только лишь поэтому я хочу вас спросить: "Дают ли ваши предыдущие высказывания достаточно оснований для того, чтобы я без дальнейших колебаний могла заключить, что сегодня ваш день рождения?"

Ахилл: Вы меня совсем раздавили своей тяжеловесной похвалой — подавили, я имею в виду. Но я удивлен повторяющимся характером ваших вопросов — по-моему, вы и сами могли ответить "да" на каждый из них.

Черепаха: Разумеется, могла бы, Ахилл. Но это было бы Тыканием Пальцем В Небо — а Черепахи этого терпеть не могут. Черепахи допускают только Разумные Догадки. О, мощь Разумных Догадок! Вы не представляете себе, сколько людей забывает учитывать все Важные Факторы, когда они строят свои предположения.

Ахилл: Мне кажется, что во всей этой белиберде был только один Важный Фактор — мое первое утверждение.

Черепаха: Точнее, это по меньшей мере ОДИН из факторов, который мне необходимо учесть — но неужели вы хотите, чтобы я упускала из вида Логику, эту славную науку древних? Логика всегда являлась Важным Фактором при построении Разумных Догадок, и, поскольку я имею счастье находиться в компании известного эксперта по Логике, думаю, что будет только логично этим воспользоваться и подтвердить мою интуицию, прямо спросив у него, права ли я. Так что позвольте мне, наконец, обратиться к вам с прямым вопросом: "Позволяют ли предыдущие суждения заключить, что сегодня ваш день рождения?"

Ахилл: И еще раз, ДА! Но честно говоря, у меня складывается впечатление, что вы сами могли ответить на этот вопрос, как и на все предыдущие.

Черепаха: О, что за удивительные слова! Желала бы я быть такой мудрой, как вы предполагаете. Но будучи только простой смертной Черепахой, глубоко невежественной и желающей принять во внимание все Важные Факторы, я нуждалась в ваших ответах на все эти вопросы.

Ахилл: В таком случае, позвольте мне прояснить ситуацию раз и навсегда: ответом на этот и на все последующие подобные вопросы является ДА.

Черепаха: Великолепно! Одним ударом, со свойственным вам блеском, вам удалось разобраться во всей этой путанице. Надеюсь, вы не возражаете, если я назову этот изобретательный трюк СХЕМОЙ ОТВЕТОВ. Она превращает положительные ответы на первый, второй, третий и так далее вопросы в один единственный положительный ответ. На самом деле, поскольку эта схема является завершающим аккордом наших рассуждений, она заслуживает называться Схемой Ответов Омега, поскольку "ω" — последняя буква греческого алфавита. (Бог мой, *кому* я это объясняю!..)

Ахилл: Мне не важно, как вы это назовете; но какое облегчение, что вы наконец, согласились с тем, что сегодня мой день рождения, и мы можем поговорить о чем-нибудь другом — например, о том, что вы мне подарите.

Черепаха: Погодите — не так быстро! Я СОГЛАШУСЬ, что сегодня ваш день рождения — при одном условии.

Ахилл: Каком? Не просить подарка?

Черепаха: Вовсе нет. Наоборот, я собиралась пригласить вас на шикарный праздничный ужин, после того, как я буду убеждена, что одновременное знание всех этих положительных ответов (утверждаемое схемой ω) поз-

волит мне прямо и без дальнейших экивоков заключить, что сегодня ваш день рождения. Так оно и есть, не правда ли?

Ахилл: Разумеется.

Черепаха: Хорошо. Предположим, что я получила ответ $\omega + 1$. Вооруженная им, я могу приступить к принятию гипотезы, что сегодня ваш день рождения, если только это позволено сделать. Что вы мне посоветуете, Ахилл?

Ахилл: Что такое? Я-то думал, что мне удалось вырваться из ваших бесконечных сетей. Почему же вас не удовлетворяет ответ $\omega + 1$? Ну, хорошо: я дам вам не только положительный ответ $\omega + 2$, но и $\omega + 3$, $\omega + 4$, и так далее.

Черепаха: Как это щедро с вашей стороны, Ахилл. А ведь сегодня как раз ваш день рождения, когда это Я должна преподносить ВАМ подарки, а не наоборот. Скорее, я ПОДОЗРЕВАЮ, что сегодня ваш день рождения. Наверное, теперь, когда я вооружена новой Схемой Ответов, которую я назову "Схемой Ответов 2ω", я могу заключить, что сегодня ваш день рождения. Но скажите мне, пожалуйста, Ахилл: действительно ли Схема Ответов 2ω позволяет мне совершить этот огромный скачок, или же я что-то пропускаю?

Ахилл: Больше вы меня не проведете, г-жа Черепаха. Как я погляжу, этой глупой игре конца нет! Я решил покончить с этим раз и навсегда и дать вам такую Схему Ответов, которая одним ударом расправится со всеми предыдущими Схемами. Я дам вам одновременно Схему Ответов ω, 2ω, 3ω, 5ω и т. д. С этой Мета-Схемой-Ответов мне уж наверняка удастся ВЫСКОЧИТЬ из системы, перехитрить эту глупую игру, в сети которой вы думали меня уловить — теперь-то вам ПРИДЕТСЯ в этом признаться!

Черепаха: О, Боже мой! Какая честь для меня — оказаться обладательницей такой мощной Схемы Ответов! Мне кажется, что человеческая мысль редко изобретала что-либо подобное. Я восхищена ее гигантской мощью! Вы не возражаете, если я дам имя вашему подарку?

Ахилл: Конечно, нет.

Черепаха: Тогда я назову его "Схемой Ответов ω^2." И мы сможем перейти к другим темам — как только вы скажете мне, что обладание Схемой Ответов ω^2 позволит мне заключить, что сегодня ваш день рождения.

Ахилл: Увы мне, увы!.. Кончатся ли когда-нибудь эти мученья? Что еще меня ожидает?

Черепаха: С удовольствием скажу вам. Дело в том, что после вашей Схемы Ответов ω^2 идет ответ $\omega^2 + 1$, затем $\omega^2 + 2$... Разумеется, вы можете собрать их в кучу под названием Схема Ответов $\omega^2 + \omega$, после чего могут последовать несколько других "куч", как, например, $\omega^2 + 2\omega$, $\omega^2 + 3\omega$ и так далее. Рано или поздно вы придете к Схеме Ответов $2\omega^2$, затем $3\omega^2$, $4\omega^2$ и так далее. Существуют также дальнейшие Схемы Ответов, такие, как ω^3, ω^4, ω^5... Так может продолжаться довольно долго.

Ахилл: Могу себе представить. Наверное, через некоторое время так можно дойти до Схемы Ответов ω^ω.

Черепаха: Разумеется.

Ахилл: А затем ω^{ω^ω} и так далее?

Черепаха: Вы довольно быстро ухватили мою идею. Если не возражаете, хо-

чу вам кое-что предложить. Почему бы вам не соединить их все в одну-единственную Схему Ответов?

Ахилл: Хорошо, хотя я начинаю сомневаться, есть ли от этого какая-нибудь польза.

Черепаха: Мне кажется, что нам будет трудненько найти имя для этой Схемы. Может быть, нам придется просто назвать ее Схема Ответов ε_0.

Ахилл: Черт побери! Каждый раз, когда вы даете очередной Схеме Ответов имя, это разбивает мои надежды на то, что мой ответ вас, наконец, удовлетворит. Почему бы нам просто не оставить Схему безымянной?

Черепаха: Никак невозможно, Ахилл. Как же мы будем говорить об этой схеме, если у нее не будет имени? Кроме того, именно в этой Схеме есть что-то особенно завершенное и прекрасное. Было бы некрасиво оставить ее безымянной! А вы не хотели бы совершать некрасивых поступков, особенно в день вашего рождения, не правда ли? Неужели сегодня ваш день рождения? Кстати о днях рождения: сегодня мой день рождения!

Ахилл: Неужели?

Черепаха: Да. Вообще-то, на самом деле, сегодня день рождения моего дяди, но это почти одно и то же. Как насчет того, чтобы пригласить меня на шикарный праздничный ужин?

Ахилл: Подождите минутку, г-жа Ч! Сегодня МОЙ день рождения, и это Вы должны меня приглашать!

Черепаха: Но вам так и не удалось убедить меня в том, что вы говорите правду! Вы развели страшную путаницу, выдумали какие-то Схемы Ответов... Я всего-навсего хотела узнать, не день рождения ли у вас сегодня, но вам удалось меня совершенно сбить с толку. Как вам только не стыдно? Так или иначе, я была бы счастлива, если бы вы пригласили меня на ужин сегодня вечером.

Ахилл: Ну что ж... Я знаю одно местечко. Там готовят самые экзотические супы... и я точно знаю, какого супчика мне бы сейчас хотелось!

ГЛАВА XV

Прыжок из системы

Более мощная формальная система

РАЗМЫШЛЯЯ над доказательством Гёделя, вдумчивый критик мог бы задаться вопросом, насколько оно обще. Он мог бы подумать, что Гёделю удалось найти недостаток лишь в одной формальной системе — в ТТЧ. Если бы это было так, то, возможно, удалось бы найти какую-нибудь лучшую систему, в которой Гёделев трюк был бы невозможен — и, таким образом, Теорема Гёделя потеряла бы значительную часть своей мощи. В этой главе мы подробно рассмотрим те характеристики ТТЧ, которые сделали ее уязвимой для аргументов, изложенных ранее.

Естественно подумать, что если проблема в том, что в ТТЧ есть "дырка" — иными словами, неразрешимое суждение G — то почему бы нам не заткнуть эту дырку? Почему бы не добавить G к ТТЧ в качестве шестой аксиомы? Конечно, по сравнению с остальными аксиомами, G — неуклюжий великан, и получившаяся система ТТЧ + G выглядела бы довольно комично из-за диспропорции ее аксиом. Тем не менее, это предложение имеет смысл. Представим себе, что перед нами ТТЧ + G — высшая формальная система. Мы надеемся, что она не только свободна от супернатуральных чисел, но и *полна*. Безусловно то, что ТТЧ + G лучше ТТЧ по крайней мере в одном: строчка G больше не является в ней неразрешимой, поскольку теперь она превратилась в теорему.

В чем же была причина недостатков ТТЧ? Ее уязвимость объяснялась тем, что она была способна говорить о себе самой. В частности, источником неприятностей было высказывание

"Я не могу быть доказано в формальной системе ТТЧ"

или, более подробно,

"Не существует такого натурального числа, которое составляло бы пару доказательства ТТЧ с Гёделевым номером этой строчки."

Есть ли у нас причина ожидать, что ТТЧ + G будет неуязвима для Гёделева доказательства? На самом деле, нет. Наша новая система может выразить ничуть не меньше, чем ТТЧ. Поскольку Гёделево доказательство основывается, прежде всего, на выразительной мощи формальной системы, будет неудивительно, если наша новая система окажется подверженной тому же недугу, как и ТТЧ. Для этого нужно будет найти строчку, выражающую высказывание

"Я не могу быть доказано в формальной системе ТТЧ + G"

После того, как мы проделали подобное в ТТЧ, это совсем несложно. Принципы здесь те же самые, только контекст слегка изменен. (Образно говоря, это все равно, что пропеть известную нам мелодию тоном выше.) Как и раньше, нужная нам строчка — назовем ее G′ — строится при посредстве "дяди". Но теперь, вместо пары доказательства ТТЧ, она основывается на похожем, но не-

много более сложном понятии пары доказательства ТТЧ + G. Понятие пар доказательства ТТЧ + G — всего лишь небольшое расширение понятия пар доказательства ТТЧ.

Можно представить себе подобное расширение для системы MIU. Мы имели дело с неизмененной формой пар доказательства MIU. Если бы мы теперь добавили MU в качестве второй аксиомы, у нас получилась бы новая система — MIU + MU. Деривация в такой расширенной системе выглядела бы так:

MU	аксиома
MUU	правило 2

Существует пара доказательства MIU + MU, соответствующая этой деривации: m = 30300, n = 300. Разумеется, эта пара чисел не является парой доказательства MIU, а всего лишь парой доказательства MIU + MU. Добавление дополнительной аксиомы ненамного усложнило арифметические свойства пар доказательства. Самое главное их свойство, примитивно-рекурсивность, сохраняется и в новой системе.

Метод Гёделя используется еще раз

Вернувшись к ТТЧ, мы находим похожую ситуацию. Пары доказательства ТТЧ + G, как и их предшественницы, примитивно рекурсивны. Они представимы в ТТЧ + G с помощью формулы, которую мы сократим следующим очевидным образом:

ПАРА–ДОКАЗАТЕЛЬСТВА–(ТТЧ + G){a,a′}

Теперь мы должны повторить знакомую процедуру. Чтобы сконструировать строчку, соответствующую G, начнем снова с "дяди":

~∃a:∃a′:<ПАРА–ДОКАЗАТЕЛЬСТВА–(ТТЧ + G){a,a′}
∧ARITHMOQUINE {a′′,a′}>

Предположим, что Гёделев номер этой строчки — *d′*. Теперь мы арифмоквайнируем самого дядю. Это даст нам G′:

~∃a:∃a′:<ПАРА–ДОКАЗАТЕЛЬСТВА–(ТТЧ + G){a,a′}
∧ARITHMOQUINE {SSS. . . . SSS0/a′′,a′}>

S *повторяется d′ раз*

Интерпретация этой строчки такова:

"Меня нельзя доказать в формальной системе ТТЧ + G".

Разветвление

После этого остаются лишь технические детали. G′ в ТТЧ + G — то же самое, чем G была в ТТЧ. Оказывается, что либо G, либо G′ может быть добавлена к ТТЧ + G, и что результатом этого является дальнейшее разветвление теории чисел. Если вы думаете, что подобное происходит только с "положительными типами", то вы ошибаетесь: точно такой же трюк можно сыграть с ТТЧ + ~G, то есть, с нестандартным вариантом теории чисел, полученным путем добавления к ТТЧ отрицания G. Из рис. 75 видно, что у ТТЧ могут быть самые разные разветвления:

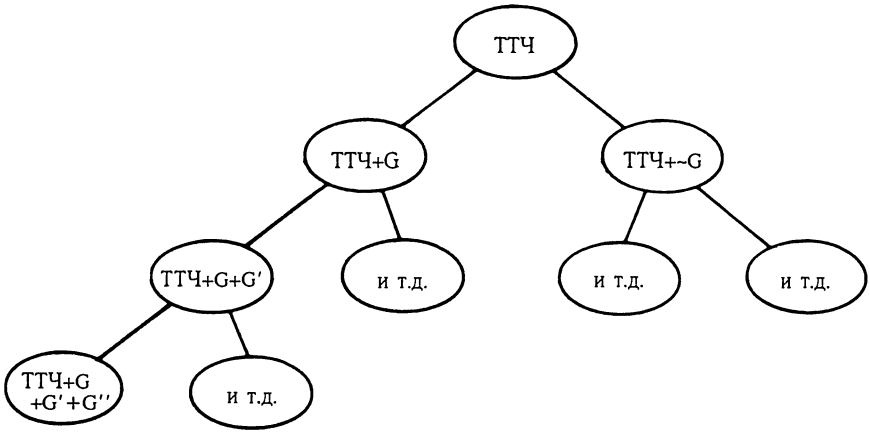


РИС. 75. Разветвление ТТЧ. У каждого нового варианта ТТЧ — своя Гёделева строчка; эта строчка или ее отрицание могут быть добавлены к системе, так что из каждой системы могут родиться два новых варианта; этот процесс может продолжаться до бесконечности.

Разумеется, это только начало. Представьте себе, что мы движемся вниз по самой левой ветви этого дерева, всегда добавляя саму Гёделеву строчку (а не ее отрицание). Это большее, что мы можем сделать, чтобы избавиться от супернатуральных чисел. После добавления G мы добавляем G′; затем G″, G‴ и так далее. Каждый раз, когда мы производим новый вариант ТТЧ, ее уязвимость против Черепашьего метода — простите, я имею в виду Гёделева метода — позволяет вывести новую строчку, интерпретируемую как

"Я не могу быть доказана в формальной системе X".

Разумеется, через некоторое время весь этот процесс начинает казаться привычным и легко предсказуемым — ведь все эти "дырки" делаются при помощи одной и той же техники! Это означает, что, как типографские объекты, они все сделаны по одному и тому же эталону — что, в свою очередь, означает, что они могут быть представлены с помощью одной-единственной схемы аксиом. Так почему бы нам не попытаться заткнуть все дырки одним махом, чтобы раз и навсегда избавиться от этой противной неполноты? Вместо того, чтобы добавлять по одной аксиоме, мы можем *добавить к ТТЧ схему аксиом.* Эта схема аксиом будет тем эталоном, по которому будут изготовляться G, G′, G″, G‴ и так далее. Может быть, что путем добавления этой схемы аксиом (назовем ее "G_ω") нам удастся перехитрить метод "Гёделизации". Действительно, кажется совершенно ясным, что добавление G_ω к ТТЧ будет *последним шагом,* необходимым для полной аксиоматизации всех истин теории чисел.

Этот момент соответствует тому месту "Акростиконтрапунктуса", где Черепаха рассказывает о создании Крабом патефона "Омега". Однако читатели были оставлены в неизвестности по поводу судьбы этого аппарата, поскольку усталая Черепаха решила поползти домой спать (но прежде, чем уйти, хитрое животное сделало тонкий намек на Теорему Гёделя о неполноте). Теперь, наконец, у нас дошли руки до того, чтобы прояснить ту ситуацию... Возможно, что, прочтя Диалог "Праздничная Кантататата", вы уже подозреваете, каков будет ответ.

Непополнимость

Как вы, наверное, и подозревали, даже это фантастическое улучшение ТТЧ не может избежать той же судьбы. Странно, что происходит это по той же причине, что и раньше. Схема аксиом недостаточно мощна, и к ней снова приложимо Гёделево построение. Постараюсь это объяснить. (Существует более строгое объяснение, чем то, которое я приведу здесь.) Если бы удалось описать все строчки G, G′, G″, G‴, ... при помощи одной-единственной *типографской* схемы, это означало бы, что существует способ описать Гёделевы номера этих строчек при помощи одной-единственной *арифметической* схемы. И этот арифметический портрет бесконечного класса чисел может быть представлен в ТТЧ + G′ при помощи некоей формулы АКСИОМА-ОМЕГА{a}, которая интерпретируется следующим образом: "*a* — это Гёделев номер одной из аксиом, получающихся из G_ω". Когда *a* заменяется на какой-либо определенный символ числа, получившаяся формула будет теоремой ТТЧ + G_ω тогда и только тогда, когда этот символ представляет собой Гёделев номер аксиомы, принадлежащей этой схеме.

С помощью этой новой формулы становится возможным представить даже такое сложное понятие как пара–доказательства–ТТЧ + G_ω внутри ТТЧ + G_ω:

ПАРА–ДОКАЗАТЕЛЬСТВА–(ТТЧ + G_ω){a,a′}

Используя эту формулу, мы можем построить нового "дядю" и затем приступить к его арифмоквайнированию уже знакомым нам способом, производя таким образом еще одну неразрешимую строчку, которую мы назовем "ТТЧ + $G_{\omega+1}$". Вы, наверное, спросите, почему ТТЧ + $G_{\omega+1}$ не находится среди аксиом, порожденных нашей схемой аксиом ТТЧ + G_ω? Ответом является то, что ТТЧ + G_ω оказалась недостаточно хитра, чтобы предусмотреть возможность *своего собственного* включения в теорию чисел.

В "Акростиконтрапунктусе" Черепаха, чтобы создать "непроигрываемую запись", должна была достать чертежи того патефона, который она собиралась разрушить. Это было необходимо для того, чтобы вычислить, какой тип вибраций обладает разрушительной силой для данного патефона, и затем создать запись, в звуковых дорожках которой были бы закодированы именно такие звуки. Это довольно близкая аналогия с методом Гёделя, где собственные свойства системы отражаются в понятии пар доказательства и затем используются против нее самой. Любая система, как бы сложна она ни была, может быть подвергнута Гёделевой нумерации, после чего в ней может быть определено понятие пар доказательства — и это будет ружьем, которое выстрелит в самого охотника. Как только система определена, упакована в "коробку", она становится уязвимой.

Этот принцип прекрасно иллюстрирован в диагональном методе Кантора, который позволяет найти недостающее действительное число для каждого хорошо определенного списка действительных чисел между 0 и 1. Именно создание хорошо определенного списка действительных чисел является причиной неудачи. Давайте посмотрим, как Канторов метод может быть повторен снова и снова. Подумайте, что произойдет, если, начиная с некоего списка L, вы проделаете следующее:

(1a) Возьмете список L и построите его диагональное число *d*.
(1b) Добавите *d* к списку L, получая таким образом новый список L + *d*.

(2a) Возьмете список L + d и построите его диагональное число d'.
(2b) Добавите d' к списку L + d, получая таким образом новый список L + d'.

.
.
.

Этот процесс постепенного "залатывания дырок" в L кажется слишком медленным, поскольку, имея в распоряжении L, мы могли бы получить d, d', d'', d''' сразу. Но если вы думаете, что создавав такой список, получите полное описание всех действительных чисел, то вы ошибаетесь. Проблема возникает в тот момент, когда вы спрашиваете себя, в каком месте L нужно вставить список диагональных чисел. Какой бы хитроумной схемой вы при этом не пользовались, как только ваш новый список L будет закончен, он тут же окажется уязвимым. Как я уже сказал, именно создание хорошо определенного списка действительных чисел оказывается причиной неудачи.

В случае с формальными системами, неполнота возникает, когда мы определяем предполагаемый рецепт выражения теретико-численной истины. Именно в этом заключалась проблема ТТЧ + G_ω. Как только вы вводите все хорошо определенные G в ТТЧ, там тут же появляется некое новое G, непредусмотренное вашей схемой аксиом. В случае сражения Черепахи с Крабом в "Акростиконтрапунктусе", как только "архитектура" патефона была определена, он становился уязвимым для разбивальной музыки.

Так что же делать? Конца этому не предвидится. Кажется, что ТТЧ, даже если расширять ее до бесконечности, всегда будет оставаться неполной. Поэтому говорят, что ТТЧ *непополнима,* поскольку неполнота является неотъемлемой характеристикой ТТЧ: это одно из ее основных свойств и избавиться от него невозможно. Более того, эта проблема будет преследовать любой вариант теории чисел, будь это расширенная версия ТТЧ, измененная версия ТТЧ, или альтернативная версия ТТЧ. Дело в том, что в любой данной системе возможность построить неразрешимую строчку путем Гёделева метода автореференции зависит от трех основных условий:

(1) Чтобы система была достаточно мощной, так что все желаемые высказывания о числах, как истинные, так и ложные, могли бы быть в ней выражены. (Если это условие не выполняется, значит, система с самого начала слишком слаба, чтобы соперничать с ТТЧ, поскольку она даже не способна выразить теоретико-численные понятия, выразимые в ТТЧ. На метафорическом языке *"Акростиконтрапунктуса"* это было бы равносильно использованию вместо патефона, скажем, холодильника.

(2) Чтобы все общерекурсивные отношения были выражены формулами системы. (Если это условие не выполняется, значит, система не выражает в своих теоремах некоторых общерекурсивных истин — жалкая неудача в попытке выразить все истины теории чисел! На метафорическом языке *"Акростиконтрапунктуса"* это было бы равносильно использованию патефона низкого качества.)

(3) Чтобы аксиомы и типографские схемы, выводимые по правилам данной системы, можно было распознать при помощи конечной процедуры решения. (Если это условие не выполняется, значит,

не существует метода, чтобы отличить правильные деривации от "незаконных" — таким образом, выходит, что "формальная система" вовсе не формальна и даже не определена как следует. На метафорическом языке *"Акростиконтрапунктуса"* это было бы равносильно частично собранному патефону.

Если эти три условия удовлетворены, значит, любая непротиворечивая система будет неполной, поскольку в ней возможна Гёделева конструкция.

Интересно то, что любая подобная система роет сама себе яму; мощность системы является причиной ее "падения". Падение происходит потому, что система достаточно мощна, чтобы выразить автореферентные суждения. В физике существует понятие "критической массы" радиоактивного вещества, такого, например, как уран. Если масса ниже критической, с ураном ничего не происходит. Если же критическая масса достигнута, то в уране начинается цепная реакция и он взрывается. Кажется, что у формальных систем есть аналогичный критический "порог". Ниже этого порога система "безвредна" и даже не пытается формально выразить арифметические истины; но, как только порог достигнут, система внезапно приобретает возможность выражать автореферентные суждения и, следовательно, обрекает себя на неполноту. Этот критический порог, по-видимому, достигается примерно тогда, когда в системе выполняются все три данных выше условия. Как только система становится способной к автореферентности, в ней появляется "дыра", словно вырезанная по заказу: она учитывает особенности системы и использует их против самой этой системы.

Страсти по Лукасу

Удивительная повторяемость Гёделева аргумента использовалась многими — в частности Дж. Р. Лукасом — как оружие для защиты идеи, что человеческий разум отличается неким специфическим качеством, которое невозможно имитировать при помощи "механических автоматов" — то бишь, компьютеров. Лукас начинает свою статью "Разум, машины и Гёдель" (J.R. Lucas, "Minds, Machines, and Gödel) следующими словами:

> Мне кажется, что теорема Гёделя доказывает, что Механизм не может выражать истину, что означает, что разум не может быть объяснен как механизм.[1]

Затем он приступает к изложению своих аргументов, которые я здесь кратко перескажу. Он утверждает, что для того, чтобы мы могли считать интеллект компьютера равным интеллекту человека, компьютер должен быть способен проделать любое интеллектуальное задание, на которое способен человек. Однако, говорит Лукас, компьютер не способен проделать "Гёделизацию" (один из его забавно фамильярных терминов) так, как на это способны люди. Почему? Подумайте о любой формальной системе, такой как ТТЧ, или ТТЧ + G, или даже ТТЧ + G_ω. Легко составить компьютерную программу, выводящую теоремы этой системы таким образом, что рано или поздно любая заранее выбранная теорема оказывалась бы выведенной. Это значит, что компьютер не пропускал бы не одной области в "пространстве" всех теорем. Подобная программа состояла бы из двух основных частей: (1) подпрограмма, "штампующая" аксиомы на основе "схемы аксиом", если таковая имеется и (2) подпрограмма, использующая правила вывода для получения новых теорем на осно-

вании имеющихся теорем (и, разумеется, аксиом). Эти две подпрограммы использовались бы по очереди.

По сравнению с человеком, мы можем сказать, что программа "знает" некоторые факты о теории чисел — а именно, те факты, которые она печатает. Если она пропускает некий истинный факт теории чисел, это значит, что она его не "знает". Следовательно, можно доказать, что компьютерная программа "глупее" человека, показав, что люди знают что-то, недоступное машине. Здесь Лукас начинает свое доказательство. Он утверждает, что люди всегда могут проделать Гёделев трюк в любой формальной системе, равномощной ТТЧ — и, таким образом, они всегда знают больше, чем данная система. Это рассуждение может показаться приложимым лишь к формальным системам, но оно может быть немного изменено и в таком виде стать, как кажется, непобедимым аргументом против Искуственного Интеллекта, равного человеческому. Это делается так:

> Рациональность и численность естественно рождают компьютеры, автоматы, роботов, следовательно ...
>
> Компьютеры изоморфны формальным системам. Значит...
>
> Любой компьютер, чтобы быть таким же умным, как человек, должен быть способен понимать теорию чисел так же хорошо, как люди, значит...
>
> Среди прочего, он должен знать примитивно рекурсивную арифметику. Но именно поэтому...
>
> Он ловится на Гёделев "крючок", из чего следует, что...
>
> Мы, с нашим *человеческим* интеллектом, можем вывести некое истинное утверждение теории чисел, истинность которого *компьютер* не в состоянии заметить (то есть, компьютер никогда не выведет этого утверждения) именно из-за Гёделева аргумента, действующего как бумеранг.
>
> Из этого следует, что существует нечто, что невозможно запрограммировать на компьютерах, но что люди способны сделать. Значит, люди умнее.

Насладимся же, вместе с Лукасом, преходящим моментом антропоцентрической славы:

> Какую бы сложную машину мы не сконструировали, она, будучи машиной, будет соответствовать формальной системе, которая, в свою очередь, будет подвержена Гёделевой процедуре нахождения формулы, недоказуемой-в-данной-системе. Эту формулу машина не в состоянии будет вывести в качестве истинной, хотя разум может установить ее истинность. Таким образом, машина все еще не будет адекватной моделью разума. Мы пытаемся создать механическую модель мозга — "мертвую" модель — но разум, будучи "живым", может всегда пойти на шаг дальше любой формализованной, окостеневшей, мертвой системы. Благодаря теореме Гёделя, за разумом всегда остается последнее слово.[2]

На первый взгляд (и, может быть, даже после детального анализа), доводы Лукаса кажутся убедительными. Обычно они вызывают противоположные реакции. Некоторые ухватываются за них, почти как за религиозное доказательство существования души, в то время как другие просто отмахиваются от них, как от недостойной внимания чепухи. Мне кажется, что, хотя эти доводы

ошибочны, они настолько интересны, что стоит потратить некоторое время на их опровержение. На самом деле, это было одной из основных причин, по которой я стал думать над проблемами, затронутыми в этой книге. Я попытаюсь опровергнуть доводы Лукаса одним способом в этой главе и другими способами в главе XVII.

Мы должны попробовать глубже понять, почему Лукас говорит, что компьютер невозможно запрограммировать так, чтобы он "знал" столько же, сколько люди. Его идея заключается в том, что мы всегда находимся *вне* системы, и что извне мы можем проделать "Гёделизирующую" операцию, в результате дающую нечто, что мы, глядя извне, можем идентифицировать как истинное, но что не может быть интерпретировано как таковое изнутри системы. Но почему нельзя запрограммировать в качестве третьего главного компонента программы "Гёделизирующий оператор", как Лукас его называет? Лукас объясняет:

> Гёделева формула строится при помощи стандартной процедуры — только так мы можем быть уверены, что ее можно будет построить в любой формальной системе. Не если это стандартная процедура, то почему ее нельзя добавить к программе? Это соответствовало бы системе с дополнительным правилом вывода, позволяющего добавить к ней в качестве теоремы Гёделеву формулу остальной системы, затем — Гёделеву формулу получившейся при этом новой, более мощной формальной системы, и так далее. Это было бы равносильно добавлению к первоначальной формальной системе бесконечной цепочки аксиом, каждая из которых являлась бы Гёделевой формулой системы, полученной таким образом.... Можно ожидать, что человек, столкнувшийся с машиной, обладающий Гёделевым оператором, принял бы этот факт во внимание и смог бы пере-Гёделить этот новый аппарат вместе с его Гёделевым оператором. В действительности, так и получается. Даже если мы добавим к формальной системе бесконечный ряд аксиом, состоящих из последовательных Гёделевых формул, получающаяся система все еще остается неполной, так как в ней будет недоказуемая в данной системе формула. Однако разумное существо, стоящее вне системы, видит, что эта формула истинна. Этого мы и ожидали, поскольку, даже если мы добавим бесконечный ряд аксиом, они должны быть определены с помощью некоего конечного правила, которое затем может быть учтено разумом, анализирующим расширенную формальную систему. В некотором роде, поскольку за разумом остается последнее слово, он может всегда обнаружить дыру в любой формальной системе, выдаваемой за его модель. Механическая модель должна быть в каком-то смысле конечной и определенной; следовательно, разум всегда окажется более гибким.[3]

Перепрыгивая измерением выше

Образ, который мы находим у Эшера, помогает нам лучше понять эту идею; речь идет о его "Драконе" (рис. 76). Основная тема в нем, разумеется, — это дракон, кусающий себя за хвост, со всеми Гёделианскими ассоциациями, которые это вызывает. Но в этой картине есть и более глубокий смысл. Сам Эшер написал по этому поводу очень интересные комментарии. Первый комментарий касается серии рисунков, в которых Эшер исследовал конфликт "между плоскостью и трехмерным пространством"; второй комментарий — собственно о "Драконе".

> I. Наше трехмерное пространство — это единственная известная нам реальность. Двумерность точно так же фантастична для нас, как и четырехмер-

ность, поскольку в нашем мире ничто не плоско по-настоящему, даже поверхность тщательнейшим образом отполированного зеркала. И все же мы держимся за идею, что стена или лист бумаги *на самом деле* плоские, — и интересно то, что мы продолжаем, с незапамятных времен, производить иллюзии пространства на этих самых плоских поверхностях. Не абсурдно ли нарисовать несколько линий и назвать это "домом"? Эта странная ситуация — тема следующих пяти рисунков [включая "Дракона"].[4]

II. Как бы этот дракон не пытался стать трехмерным, он остается совершенно плоским. На бумаге, на которой он нарисован, прорезаны два отверстия. Затем она сложена так, что получаются два квадратных "окошка". Но этот дракон упрям, и несмотря на свою плоскостность, он настаивает на том, что он трехмерен — поэтому он просовывает голову в одно из отверстий, и хвост — в другое.[5]

Этот второй комментарий очень важен. Эшер имеет в виду то, что как бы мы не исхитрялись, пытаясь выразить три измерения в двух, при этом всегда теряется некая "основная сущность трехмерности". Дракон изо всей силы пытается побороть свою двумерность. Он пробует сделать это, высовывая голову из бумаги, на которой, как ему кажется, он нарисован — но мы, находящиеся вне рисунка, видим, насколько тщетны его усилия, поскольку и дракон, и дырки, и складки — всего лишь двумерные изображения соответствующих понятий, и не одно из них не является реальным. Но дракон не может выйти из своего двумерного пространства и не может, подобно нам, этого увидеть.

На самом деле, можно пойти еще дальше. Мы можем вырвать эту картинку из книги, сложить ее, прорезать в ней дырки, вывернуть ее наизнанку, и сфотографировать результат — и она снова станет двумерной. То же самое можно повторить и с фотографией. Каждый раз, когда изображение становится опять двумерным — как бы хитроумно мы не симулировали на нем трехмерность в двух измерениях — оно снова может быть разрезано и сложено.

Имея в виду эту замечательную Эшеровскую метафору, вернемся к программам и людям. Мы говорили о попытке ввести "Гёделизирующий оператор" в саму программу. Но даже если бы мы написали программу, выполняющую эту операцию, она не уловила бы сути Гёделева метода. Мы снова можем, находясь вне системы, уничтожить ее методом, ей самой недоступным. Однако позвольте: являются ли наши доводы аргументами за или против идеи Лукаса?

Пределы разумных систем

Против. Сам факт, что мы не можем написать программу, способную на "Гёделизирование", заставляет нас подозревать, что мы и сами не всегда на это способны. Одно дело — абстрактно аргументировать, что Гёделизирование возможно, и совсем другое дело — знать, как проделать эту операцию в каждом конкретном случае. На самом деле, по мере того, как сложность формальных систем (или программ) возрастает, наша способность "Гёделизировать" начинает ослабевать. Это естественно, поскольку, как мы только что выяснили, у нас нет алгоритма, описывающего этот процесс. Если мы не можем *объяснить,* как применить метод Гёделя в каждом отдельном случае, то для каждого из нас рано или поздно наступит такой момент, когда, столкнувшись со слишком сложным случаем, мы не сможем сообразить, что делать.

Разумеется, этот предел способностей каждого из нас будет весьма приблизительным, так же, как предел веса, который мы способны оторвать от зем-

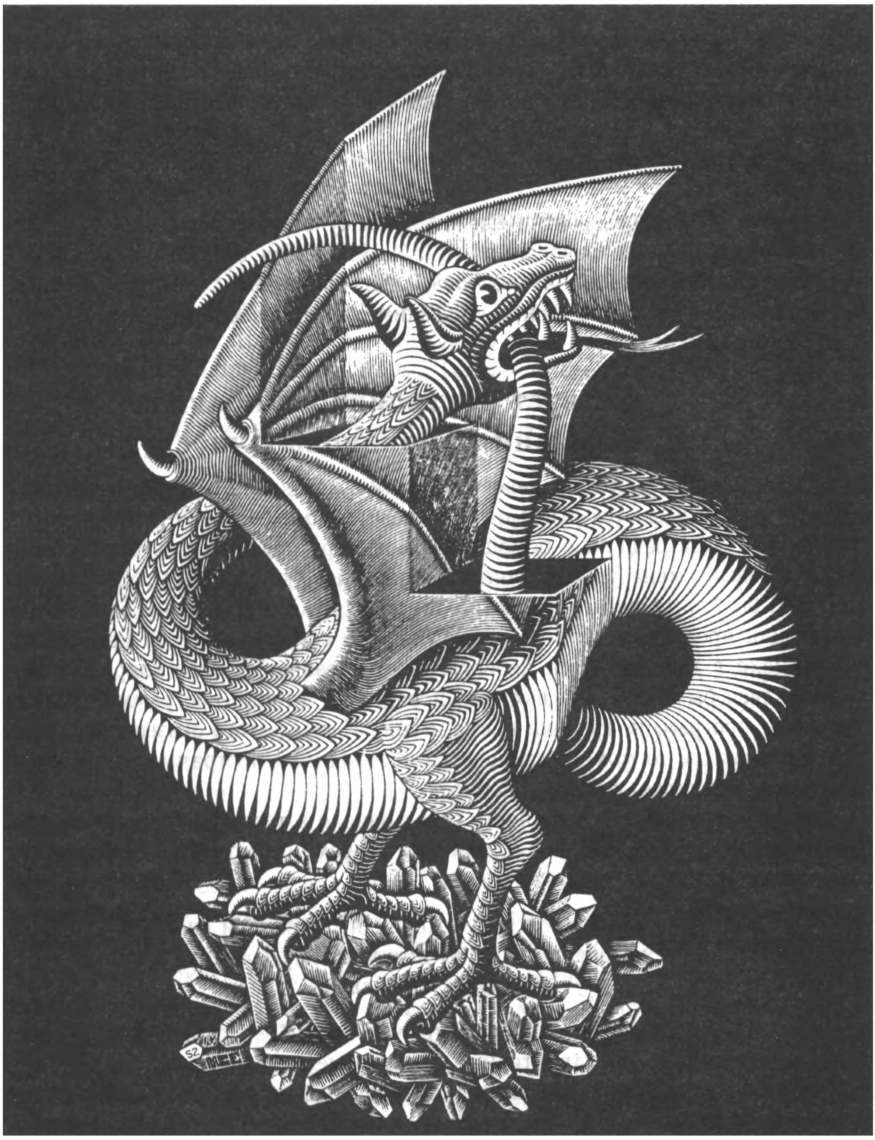


РИС. 76. М. К. Эшер. "Дракон" (гравюра на дереве, 1952).

ли. Иногда мы не способны поднять 120 кг, а на другой день это у нас получается. Но мы можем быть уверены, что нам никогда не удастся поднять 120 тонн. В этом смысле, хотя личный предел способностей каждого приблизителен, существуют системы, которые лежат далеко за пределами человеческой способности к Гёделизированию.

Это понятие проиллюстрировано в Диалоге "Праздничная Кантататата". Сначала кажется, что Черепахе удастся сколько угодно водить Ахилла за нос. Но затем Ахилл пытается обобщить все ответы в одной схеме. Этот новый трюк получает имя 'ω'. Очень важно то, что это имя — новое. Это первый при-

мер ситуации, в которой приходится расширить старую схему имен, включавшую имена только для натуральных чисел. Далее вводятся несколько новых расширенных вариантов, чьи имена иногда естественны, а иногда довольно сложны. Но рано или поздно запас имен у нас опять кончится; это произойдет в тот момент, когда схемы ответов

$$\omega,\ \omega^{\omega},\ \omega^{\omega^{\omega}},\ \ldots$$

объединятся в одну невероятно сложную схему ответов. Придется нам дать этой схеме совершенно новое имя — "ε_0". Новое имя вводится каждый раз, когда совершается принципиально *новый* шаг, связанный с тем, что мы находим некую нерегулярность в системе. Таким образом, новое имя должно быть придумано ad hoc.

Не существует рекурсивного правила для называния порядковых чисел

Вы можете подумать, что эти нерегулярности в переходе от одного порядкового числа (так называются эти имена, даваемые нами бесконечности) к другому могут быть разрешены с помощью компьютера; такая программа производила бы новые имена упорядоченно. Когда у нее "кончался бы бензин", она включала бы "центр нерегулярности", производящий новое имя и затем переключающий программу обратно на регулярный контроль. Но эта идея не работает. Дело в том, что сами нерегулярности возникают нерегулярно, и нам понадобилась бы программа высшего порядка — то есть программа, создающая новые программы, дающие новые имена. И даже этого оказывается недостаточно. В какой-то момент становится необходимой программа третьего порядка — и так далее, и тому подобное.

Вся это невероятная сложность берет начало в теореме, которой мы обязаны Алонзо Чёрчу и Стефену Клини. Эта теорема о структуре "бесконечных порядковых чисел" утверждает, что

> Не существует такой рекурсивно согласованной системы обозначений, которая давала бы имя каждому конструктивному порядковому числу.

Нам придется оставить обсуждение того, что такое "рекурсивно родственные системы нотации" и "конструктивные порядковые числа", более техническим трудам, таким, например, как книга Хартлея Роджерса (Hartley Rodgers, см. Библиографию). Здесь мы удовольствуемся интуитивной идеей. По мере того, как порядковые числа возрастают, в них появляются нерегулярности, и нерегулярности в этих нерегулярностях, и нерегулярности в нерегулярностях нерегулярностей и так далее. Не существует такой единой схемы, которая могла бы назвать все порядковые числа. Из этого следует, что не существует такого алгоритмического метода, который мог бы сказать нам, как приложить метод Гёделя к любой возможной формальной системе. Если не ударяться в мистику, то приходится согласиться с тем, что любое человеческое существо рано или поздно достигнет предела своей способности Гёделизировать. С этого момента формальные системы такой сложности, хотя и неполные из-за возможности приложения к ним Гёделева метода, сравняются по мощи с человеческим разумом.

Другие возражения Лукасу

Это только один способ спорить с Лукасом. Существуют другие, возможно, более убедительные, аргументы против его идей, которые мы рассмотрим позже. Но этот последний контраргумент очень важен, поскольку он касается интереснейшей идеи создания компьютерной программы, способной выйти за пределы самой себя, увидеть себя полностью со стороны и применить трюк Гёделя к самой себе. Разумеется, это так же невозможно, как невозможно для патефона воспроизвести собственную разбивальную мелодию. Однако мы не должны считать ТТЧ ущербной по этой причине. Дефект, если он и есть, заключается не в самой системе, а в наших ожиданиях того, на что эта система окажется способна. Кроме того, необходимо помнить, что и *мы сами* бессильны против словесного трюка, который Гёдель перевел в математическую форму — я имею в виду парадокс Эпименида. Это было весьма хитроумно подмечено Ч. Г. Уайтли, когда он предложил высказывание "Лукас не может непротиворечиво утверждать это высказывание". Подумав, вы поймете, что (1) это верно, и все же (2) Лукас не может этого утверждать непротиворечиво. Значит, Лукас также "неполон" по отношению к существующим в мире истинам. То, как мир отражен в его мозгу, не позволяет ему одновременно быть непротиворечивым и утверждать истинное высказывание. Но Лукас подвержен этому не более, чем любой из нас. Он, как и все мы, просто находится на уровне сложной формальной системы...

Забавный способ увидеть ошибку доводов Лукаса — это сравнить их со спором мужчин и женщин. В своих странствованиях Лукус Мыслитель однажды находит неизвестный предмет — женщину. Не будучи ранее знаком с подобным явлением, вначале он застывает в восхищении перед сходством объекта с ним самим; но затем, немного испуганный, он кричит всем мужчинам кругом: "Постойте! Я могу смотреть ей в лицо — а это нечто, на что *она сама* не способна. Значит, женщины никогда не могут быть подобны мне!" Так он доказывает превосходство мужчин над женщинами, к глубочайшему удовлетворению как собственной персоны, так и своих товарищей-мужчин. (Тот же довод доказывает и превосходство Лукуса над всеми остальными мужчинами — факт, о котором он тактично умалчивает.) Женщина отвечает: "Да, вы можете смотреть мне в лицо, чего я сделать не могу — но я могу смотреть *вам* в лицо, на что *вы* не способны. Мы равны!" На что Лукус находит неожиданный ответ: "Мне очень жаль, но если вы считаете, что можете *видеть* мое лицо, вы ошибаетесь. То, что вы, женщины, делаете — совсем не то же самое, что делаем мы, мужчины. Как я уже сказал, это явление низшего разряда и не заслуживает называться тем же именем. Это можно назвать "женовидением". Тот факт, что вы можете "женовидеть" мое лицо, совершенно не важен, поскольку ситуация несимметрична. Теперь вы видите разницу?" "Да, теперь я женовижу", — женоотвечает женщина и женоудаляется...

Этот аргумент напоминает страуса, засунувшего голову в песок — но он вам понадобится, если вы настаиваете на том, что мужчины и женщины будут всегда опережать компьютеры по части интеллекта.

Выход из себя самого — современный миф

Интересно поразмыслить над тем, можем ли мы, люди, выйти за пределы самих себя — и могут ли это сделать компьютерные программы. Разумеется,

программа может модифицировать себя — но возможность всякой модификации должна быть заложена в программе с самого начала, так что это не может служить примером "выхода из системы". Как бы программа не вертелась и не извивалась, чтобы вырваться за свои пределы, она все же следует заложенным в ней правилам. Она так же не может выйти за пределы самой себя, как человек не может по желанию перестать следовать законам физики. Физика — это система, выхода из которой не существует. Однако возможно осуществить нечто подобное в меньшем масштабе — а именно, выйти из подсистемы собственного мозга в более широкую подсистему. Иногда удается сойти с наезженной колеи. Это все еще объясняется взаимодействием различных подсистем мозга, но на вид это весьма похоже на полный выход из себя. Подобно этому, можно представить, что нам удастся создать программу, умеющую частично "вылезать из своей шкуры".

Однако важно не упускать из вида разницы между *восприятием* самого себя и *выходом* из самого себя. Воспринимать себя вы можете различными способами: в зеркале, на фотографиях, в фильмах, на пленке, по описаниям других, по результатам психоанализа и так далее. Но вы не можете выйти из собственной кожи и встать снаружи себя самого (несмотря на утверждения современных оккультистов). ТТЧ может говорить о себе, но она не может выйти из себя. Компьютерная программа может модифицировать себя, но она не может нарушить своих собственных инструкций — большее, на что она способна, это изменить себя частично, следуя тем же инструкциям. Это напоминает юмористический парадоксальный вопрос: "Может ли Бог создать такой тяжелый камень, который он сам не способен будет поднять?"

Реклама и обрамляющие приспособления

Идея выйти за пределы системы очень заманчива и лежит в основе прогресса в искусстве, музыке и других областях человеческой деятельности. Она также лежит в основе таких тривиальных вещей, как создание радио- и телевизионных реклам. Эта тенденция была тонко подмечена и замечательно описана в книге Эрвинга Гоффмана (Erving Goffman, "Frame Analysis"):

> Например, профессиональный актер заканчивает сниматься в рекламе, где он пил некий напиток, и, в то время как камера еще снимает его, с видимым облегчением поворачивается и берет стакан того же напитка, чтобы теперь по-настоящему им насладиться.
>
> Разумеется, это всего лишь один из примеров того, как рекламные объявления, передающиеся по радио и телевидению, используют "обрамляющие" трюки, чтобы создать у слушателя и зрителя впечатление естественности, которое, как надеются рекламщики, пересилит то недоверие, которое люди обычно чувствуют к рекламе. Поэтому в рекламе часто используются детские голоса, предположительно естественные, уличный шум и другие эффекты, чтобы создать иллюзию интервью со случайными людьми, актеры специально говорят с паузами, перебивают друг друга, и всячески симулируют естественный разговор. Рекламное объявление фирмы прерывается сообщением о ее новом продукте или какой-либо новостью — таким образом авторы рекламы надеются убедить зрителя в том, что это вовсе не реклама.
>
> Чем меньше зрители доверяют естественности подобных деталей, тем активнее налегают на них рекламщики. В результате реклама получается весьма беспорядочная; ту же тенденцию можно заметить и в работе консультантов политических лидеров и, в меньшем масштабе, в микро-социологии.[6]

Здесь перед нами еще один пример сражения Черепахи с Крабом, на этот раз на новой высоте — здесь противниками являются Правда и Реклама.

Симплицио, Салвиати, Сагредо: почему трое?

Между проблемой выхода за пределы системы и поисками полной объективности существует интересная связь. Прочитав у Джоча в его "Are quanta real?" четыре диалога, основанные на четырех Галилеевских "Диалогах, касающихся двух новых наук", я спросил себя, почему в них три участника — Симплицио, Салвиати и Сагредо. Почему было недостаточно только двух: Симплицио, ученого простака, и Салвиати, мудрого мыслителя? Зачем понадобился Сагредо? Предполагается, что он — нейтральный слушатель, бесстрастно взвешивающий доводы обеих сторон и высказывающий "справедливое", "беспристрастное" решение. Это звучит разумно, но здесь есть одна проблема: почему-то Сагредо всегда соглашается с Салвиати. Почему же это Воплощение Справедливости завело себе любимчика? Возможным ответом является то, что Салвиати, действительно, всегда прав, так что у Сагредо нет выбора. Но где тогда справедливость и равенство?

Добавляя Сагредо, Галилей (и Джоч) скорее помешали, чем помогли Симплицио. Может быть, следовало бы добавить еще одного Сагредо высшего уровня — кого-нибудь, кто мог бы оценить всю ситуацию объективно... Вы, наверное, уже заметили, куда это ведет. Мы получим таким образом бесконечную серию "возрастающих объективностей", которая обладает интересным свойством никогда не становиться объективнее, чем она была вначале, когда Салвиати был просто *прав,* а Симплицио — просто *ошибался*. Так что присутствие Сагредо остается загадкой, ответ на которую, возможно, заключается в том, что его присутствие дает некую привлекательную иллюзию выхода из системы.

Дзен и выход из системы

Дзен-буддизм также размышляет о возможности выхода из системы. Возьмем, например, тот коан, в котором Тозан говорит своим монахам, что "высший Буддизм — не Будда". Может быть, выход из себя является центральной темой дзена. Дзен-буддист старается глубже понять, кем он является на самом деле, все более и более освобождаясь от его собственных идей о нем самом, нарушая все правила и соглашения, которые, по его мнению, держат его связанным, — включая правила самого дзена. Где-то на этой нелегкой тропе он может встретить Просветление. Во всяком случае (как мне кажется), надежда заключается в том, что постепенно углубляя самосознание, постепенно расширяя пределы "системы", можно прийти к ощущению слияния со вселенной.

Благочестивые размышления курильщика табака

Ахилл пришел в гости к крабу.

Ахилл: У вас, я гляжу, появилось несколько новых приобретений, м-р Краб. Особенно хороши вот эти картины.

Краб: Благодарю вас. Мне нравятся многие художники, а больше всех — Рене Магритт. Многие картины в моем доме написаны им.

Ахилл: Должен признаться, что эти образы довольно загадочны. Эти картины Магритта напоминают мне о работах МОЕГО любимого художника, Эшера.

Краб: Я вас понимаю. Оба они весьма реалистичны в исследовании парадоксальных и иллюзорных миров; оба тонко чувствуют, какие образы особенно стимулируют мысль. Кроме того, они оба — мастера грациозных линий, что часто упускают из виду даже их горячие поклонники.

Ахилл: Однако в чем-то они очень различны. Как вы думаете, как можно охарактеризовать эту разницу?

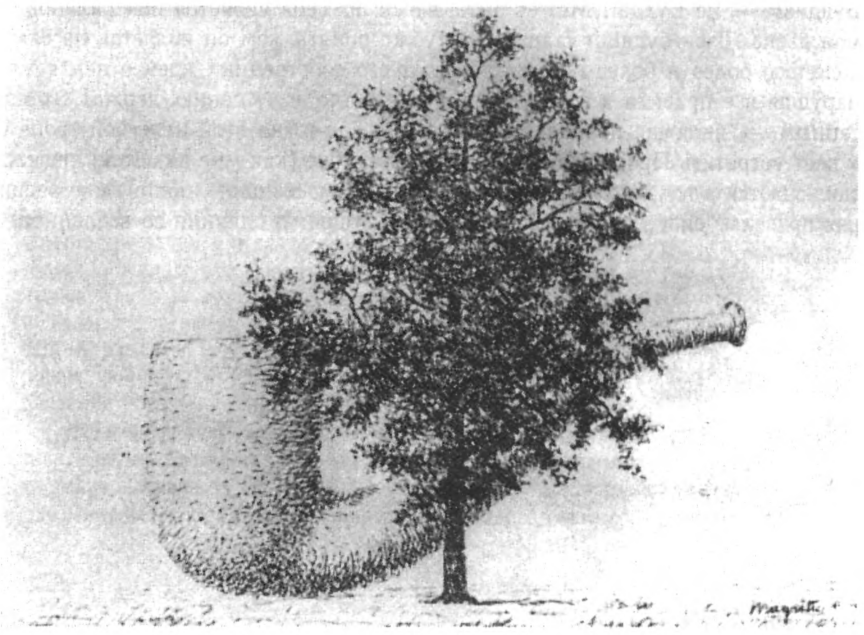
Краб: Было бы замечательно интересно сравнить их в подробностях.

Ахилл: Я нахожу, что Магритт — удивительный мастер реализма. Например, мне очень нравится рисунок дерева с гигантской трубкой за ним.

Краб: Вы хотите сказать, нормальной трубки с крохотным деревцем перед ней?

Ахилл: Ах, так вот что это такое! Так или иначе, когда я ее увидел в первый

РИС. 77. Рене Магритт. "Тени" (1966)



раз, мне почудился запах табачного дыма. Представляете, как глупо я себя почувствовал?

Краб: Я отлично вас понимаю. Эта картина уже обманула многих из моих гостей.

(С этими словами он дотягивается до картины на стене, вынимает трубку из-за дерева, выбивает ее об стол — при этом комната наполняется запахом застарелого табака — и начинает набивать ее снова.)

Это превосходная старая трубка, Ахилл. Верите ли, внутри она обита медью, отчего становится только лучше с годами.

Ахилл: Неужели медью? Невероятно!

Краб (доставая коробок спичек и зажигая трубку): Не желаете ли, Ахилл?

Ахилл: Нет, спасибо. Я курю редко, и только сигары.

Краб: Никаких проблем — у меня и сигара найдется!

(Дотягивается до другого рисунка Магритта, на котором изображен велосипед, стоящий на дымящейся сигаре.)

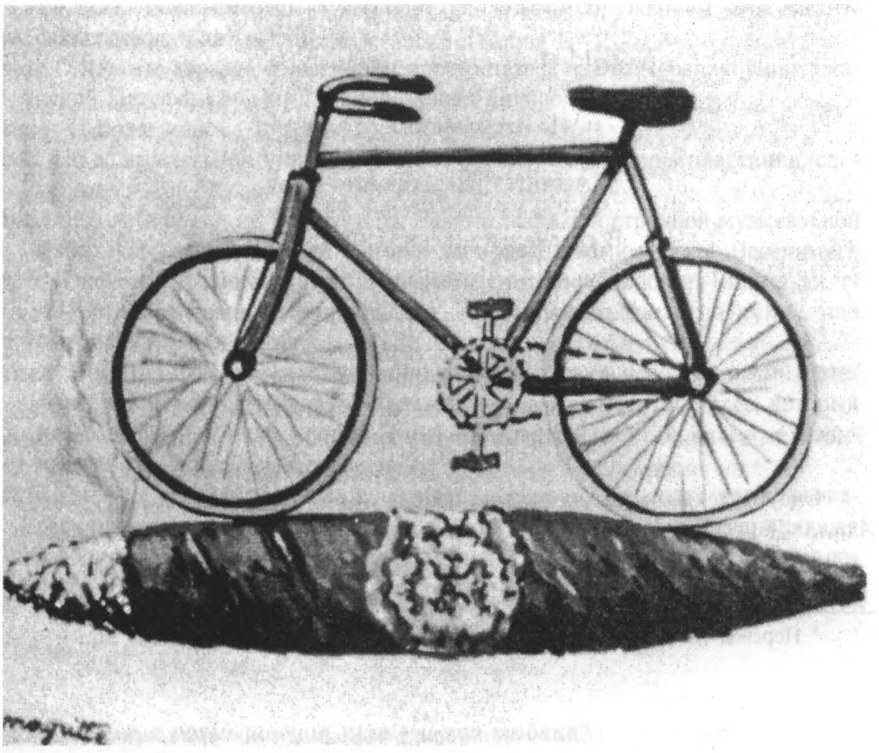
Ахилл: Гм-м... Нет, благодарю вас, сейчас мне что-то не хочется.

Краб: Ну, как хотите. Сам-то я — неисправимый курильщик. Кстати, это мне кое-что напоминает — вы, конечно, знаете, что старик Бах был любителем выкурить трубочку?

Ахилл: Что-то не припоминаю.

Краб: Старик Бах любил заниматься стихоплетством, философствованием, курением трубки и сочинением музыки (не обязательно в этом порядке). Он

РИС. 78. Рене Магритт. "Грация" (1959)



соединил все эти пристрастия в одном забавном стихотворении, которое положил на музыку. Вы можете найти его в знаменитой записной книжке, которая хранилась у его жены, Анны Магдалены. Оно называется

*"Благочестивые размышления курильщика табака"**

Когда я трубку набиваю
Отборным, крепким табаком
И кольца дыма выпускаю,
И тает дым под потолком —
Каким печальным поученьем
Приходит мне на ум сравненье:

Подобна дыму жизнь земная.
И трубка как судьба хрупка.
Ее как жизнь оберегаю,
Трясусь над ней — дрожит рука.
Адам из глины сотворен —
Вернется в прах и глину он.

Вот необкуренная трубка -
Бледна как смерть, бела как мел.
И я улягусь бледным трупом,
В гробу как трубка буду бел.
Но почернеет скоро тело —
От дыма трубка почернела.

Сияньем ярким ослепила —
Но гаснет огонек во мгле.
Так угасают власть и сила,
Ищи-свищи огонь в золе.
Зола и пепел — и тела,
И честь, и слава, и дела.

Горячий пепел обжигает,
Но раскаленный уголек
Через минуту остывает,
Смягчится боль, пройдет ожог.
Земная боль — одна услада
В сравненьи с вечной мукой ада.

Кто с трубкой пишет и гуляет,
Тому дымок над головой,
Как добрый пастырь помогает
Пройти достойно путь земной.
Куда б ни вел тебя твой путь,
В дорогу трубку не забудь.

Очаровательная философия, не правда ли?

Ахилл: Действительно. Старик Бах был, как видно, поэтом и любителем искусств.

---

* Перевод Натальи Эскиной

Краб: Вы просто читаете мои мысли! Знаете, в свое время и я забавлялся стихоплетством. Но боюсь, что результаты получались довольно бледными. У меня нет особого дара слова.

Ахилл: Зато, м-р Краб, я уверен, что ваши стихи были не без чувства. Я был бы счастлив услышать одно из ваших творений.

Краб: Польщен вашим вниманием. Хотите услышать мою песню в исполнении автора? Не помню, где я ее написал; она называется "Рассказ ни к селу, ни к городу".

Ахилл: Как поэтично!

(Краб достает пластинку из пакета и подходит к огромному, сложному на вид аппарату. Он открывает крышку и вкладывает диск в зловещую механическую пасть. Внезапно по поверхности диска скользит яркий зеленоватый луч; секунду спустя, диск исчезает во внутренностях этого фантастического сооружения, и в комнате раздаются звуки Крабьего голоса.)

Всех смешил наш поэт до упаду,
Смастерил не одну он шараду.
Но в последней строке
В его каждом стишке
Не бывало совершенно никакого смысла.

Ахилл: Прелестно! Только я не понимаю одного: мне кажется, что в конце этой песни —

Краб: Нет совершенно никакого смысла?

Ахилл: Нет... Я хочу сказать, что там нет ни складу, ни ладу.

Краб: Вы, вероятно, правы.

Ахилл: В остальном это прекрасная песня, но я должен признаться, что я больше всего поражен этим чудовищно сложным сооружением. Это гигантский патефон, да?

Краб: О нет, это гораздо больше, чем просто патефон. Это Черепахоуничтожающий Патефон!

Ахилл: О Боже мой!

Краб: Не волнуйтесь, он уничтожает не черепах, а всего лишь пластинки, сделанные г-жой Черепахой.

Ахилл: Что ж, это уже не так страшно. Так это часть той странной музыкальной войны, которая с недавнего времени идет между вами и г-жой Черепахой?

Краб: В некотором роде; позвольте мне объяснить поподробнее. Видите ли, г-жа Черепаха так навострилась, что, какой бы патефон я ни купил, она ухитрялась его разбить.

Ахилл: Но я слышал, что в конце концов у вас появился непобедимый патефон, со встроенной телекамерой, микрокомпьютером и так далее, который мог разобрать и снова собрать сам себя так, что он становился неуязвимым для Черепашьих атак.

Краб: Увы мне, увы! Мой план провалился, поскольку Черепаха воспользовалась одной тонкостью, которую я проглядел: подсистема, осуществлявшая разборку и сборку, сама оставалась фиксированной в течение всего процесса. Ясно, что она не могла разбирать и собирать саму себя, так что она оставалась неизменной.

Ахилл: Ну и что?

Краб: О, это привело к самым печальным последствиям! На этот раз г-жа Черепаха направила свою атаку прямо против этой подсистемы.

Ахилл: Как это?

Краб: Она просто сделала запись, вызывающую роковые колебания в единственной детали, которая не менялась — в сборочно-разборочной подсистеме!

Ахилл: А, понимаю... Хитро, ничего не скажешь! —

Краб: Так я и подумал. И ее стратегия сработала — правда, не с первого раза. Я думал, что мне удалось ее перехитрить, когда мой патефон выдержал ее первый натиск. Я смеялся и торжествовал! Но когда она явилась в следующий раз, я увидел в ее глазах стальной блеск и понял, что на этот раз она подготовилась не на шутку. Я поставил ее новую пластинку на мой патефон. В тишине мы оба смотрели, как компьютер анализирует звуковые дорожки, затем снимает пластинку, разбирает патефон, снова собирает его, ставит пластинку обратно — и затем медленно опускает иглу.

Ахилл: Ах!

Краб: Как только прозвучал первый звук, в комнате раздалось оглушительное БА-БАХ! Вся моя конструкция развалилась, причем хуже всего была повреждена сборочно-разборочная подсистема. В этот страшный момент, стоя над останками моего детища, я наконец осознал, что Черепаха ВСЕГДА сможет направить свою атаку против — простите за выражение — Ахиллесовой пяты системы.

Ахилл: О, какой ужас! Я вас очень хорошо понимаю — это бывает страшно неприятно.

Краб: Да, некоторое время я был в отчаяньи и уже собирался махнуть на все клешней. Но, к счастью, это не конец истории. У нее есть продолжение... Из всего этого я извлек ценный урок, которым хочу с вами поделиться. По рекомендации Черепахи, я ознакомился с интересной книгой, полной странных Диалогов на самые разные темы, включая молекулярную биологию, фуги, дзен-буддизм, и Бог знает, что еще.

Ахилл: Небось, какой-нибудь псих насочинял. Как эта книга называется?

Краб: Если меня не обманывает память, она называется "Медь, серебро, золото — этот неразрушимый сплав".

Ахилл: О, я о ней уже слышал от г-жи Черепахи. Книгу написал один ее знакомый, который, как кажется, без ума от металл-логики.

Краб: Интересно, что за знакомый такой. Так или иначе, в одном из Диалогов я наткнулся на некие Благочестивые Размышления Вируса Табачной Мозаики, на рибосомы и другие странные штуки, о которых раньше никогда не слыхал.

Ахилл: Что такое Вирус Табачной Мозаики? Кто такие рибосомы?

Краб: Я точно не знаю — во всем, что касается биологии, я полный профан. Все, что мне известно, я узнал из этого Диалога. Там говорится, что вирус табачной мозаики — это крохотные сигаретообразные штучки, причина болезни табачного растения.

Ахилл: Рак?

Краб: Нет, не совсем —

Ахилл: Чего же еще? Табачное растение, которое курит сигареты и заболевает раком! Поделом ему!

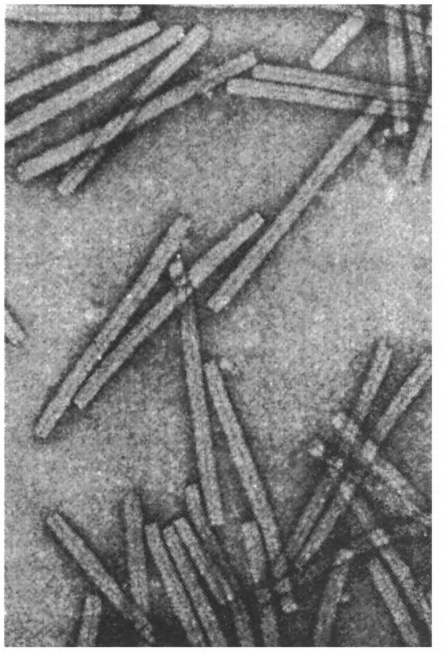


РИС. 79. Вирус табачной мозаики. [*Lehninger A. "Biochemistry"*]

Краб: Мне кажется, вы делаете слишком поспешные выводы, Ахилл. Табачные растения НЕ КУРЯТ эти "сигареты". Эти противные маленькие "сигареты" — незваные гости, атакующие растения.

Ахилл: А-а, понятно. Ладно, теперь, когда я знаю, что такое вирус табачной мозаики, объясните мне, пожалуйста, что такое рибосомы.

Краб: Рибосомы — это, кажется, что-то вроде существ, меньших по размеру, чем клетка; они переводят информацию в другую форму.

Ахилл: Вроде крохотного магнитофона или патефона?

Краб: Метафорически, пожалуй. Я обратил внимание на строчку, в которой некий престранный персонаж упоминает о том, что рибосомы — как и вирус табачной мозаики и некоторые другие удивительные биологические структуры — обладают "поразительной способностью к спонтанной самосборке". Именно так он и сказал.

Ахилл: Я думаю, что это было самое странное из его высказываний.

Краб: Так и подумал другой персонаж Диалога. Но мне кажется, что это — превратная интерпретация. *(Краб глубоко затягивается своей трубочкой и выпускает несколько клубов дыма.)*

Ахилл: Что же такое эта "спонтанная само-сборка"?

Краб: Идея состоит в том, что когда некие биологические системы внутри клетки распадаются, они могут спонтанно собраться снова — и ими при этом не управляет никакая другая система. Они просто приближаются друг к другу и — раз! — снова "склеиваются" в одно целое.

Ахилл: Волшебство да и только! Хорошо бы патефоны обладали подобной способностью... Я хочу сказать, что если миниатюрный "патефон"-рибосома на такое способен, то почему бы не сделать то же самое и настоящему,

большому патефону, Это позволило бы вам создать неразрушимый патефон, не так ли? Каждый раз, когда он разваливался на куски, они бы снова собирались вместе, и патефон через несколько минут был бы снова цел!

Краб: Так я и подумал. Я тут же написал на фабрику патефонов, объясняя им понятие само-сборки, и спросил их, не могут ли они построить мне такой патефон, который бы сам разбирался и затем собирался в другой форме.

Ахилл: Задачка не из легких!

Краб: Верно; но через несколько месяцев они написали мне, что им удалось выполнить мою просьбу, — и прислали мне такой счет, заплатить по которому оказалось, действительно, задачкой не из легких. Хо! И вот в один прекрасный денек пришла посылка с моим новым Самособирающимся Патефоном. На этот раз я был полностью уверен в победе. Я позвонил Черепахе и пригласил ее опробовать мою новую модель патефона.

Ахилл: Значит, эта великолепная машина перед нами и есть тот самый патефон?

Краб: Боюсь, что нет, Ахилл.

Ахилл: Неужели это случилось снова?

Краб: К несчастью, вы правы. Я уже не пытаюсь понять, почему это произошло. Мне слишком тяжело об этом вспоминать. Все эти пружины и провода, валяющиеся кучей на полу, и клубы дыма... Ах... Боже мой...

Ахилл: Полноте, успокойтесь, мистер Краб, не принимайте этого так близко к сердцу.

Краб: Не волнуйтесь, со мной все в порядке — просто у меня время от времени пошаливают нервы. Так вот, после того, как Черепаха вдоволь нарадовалась победе, она, наконец, заметила мое жалкое состояние и попыталась меня утешить, объясняя, что с этим ничего нельзя поделать. Оказалось, что мои патефоны имели отношение к чьей-то Теореме, в которой я не понял ни слова. Как бишь она называлась — "Теорема Гоголя"?

Ахилл: Может быть, "Теорема Гёделя?" Она мне как-то раз пыталась ее объяснить, и звучало это довольно мрачно.

Краб: Возможно, я точно не помню.

Ахилл: Уверяю вас, мистер Краб, что я выслушал этот рассказ, испытывая глубочайшее сочувствие к вашему положению. Оно, действительно, очень грустно. Но помните, вы сказали, что из всего этого вам удалось извлечь полезный урок? Не поделитесь ли вы со мной вашим опытом? Хотя и говорят, что молчание — золото, а слово — всего лишь серебро, но прошу вас, говорите — я сгораю от любопытства!

Краб: Да уж, серебро... Лучше бы вы о нем не упоминали, после того, что мне пришлось заплатить за новый патефон! Так вот, в конце концов я отказался от поисков совершенного патефона и решил заняться усовершенствованием защитных механизмов от Черепашьих пластинок. Я заключил, что мне придется оставить мечту о совершенном патефоне; вместо этого мне нужен патефон, который сможет ВЫЖИТЬ и не разлетится на куски, даже если это и будет означать, что он сможет проигрывать только несколько записей.

Ахилл: Так вы решили построить сложные анти-Черепашьи механизмы, пожертвовав для этого способностью патефона воспроизводить любые звуки?

Краб: Я бы не сказал, что я это "решил". Я был к этому ПРИНУЖДЕН.

Ахилл: Да, я понимаю.

Краб: Моя новая идея заключалась в том, чтобы предотвратить любую "чужую" запись от проигрывания на моем патефоне. Я знаю, что мои собственные пластинки безопасны. Если бы я мог не позволить другим ставить ИХ пластинки на мой патефон, это бы его защитило, а мне позволило бы спокойно наслаждаться моими записями.

Ахилл: Отличная стратегия. И что же, эта гигантская штуковина представляет собой последний плод ваших усилий?

Краб: Точно. Г-жа Черепаха, разумеется, поняла, что ей также придется изменить стратегию. Теперь у нее новая цель — она пытается сделать такую запись, которой удастся проскользнуть незамеченной мимо моих "цензоров".

Ахилл: Но скажите, как же вам удается не допускать к машине ее записи и все остальные "чужие" пластинки?

Краб: Сначала поклянитесь, что не выдадите моего секрета Черепахе.

Ахилл: Честное Черепашье!

Краб: Что?!

Ахилл: О, это просто присказка, которой я выучился у г-жи Черепахи. Не волнуйтесь — ваш секрет умрет со мною!

Краб: Ну, хорошо. Мой план заключался в использовании ЯРЛЫКОВ. Я снабжу каждую свою запись секретным ярлыком. Патефон перед вами, как и его предшественники, оборудован телекамерой для сканирования записей и компьютером для анализа полученных данных и контроля дальнейших операций. Моя идея — разбивать любую пластинку, у которой не будет надлежащего ярлыка.

Ахилл: О, сладкая месть! Но мне кажется, что ваш план довольно легко расстроить. Г-же Черепахе надо только заполучить одну из ваших пластинок и скопировать ее ярлык!

Краб: Это не так-то просто, Ахилл. Почему вы думаете, что она сумеет его найти? Ярлычок будет надежно запрятан!

Ахилл: Вы хотите сказать, что он будет каким-то образом смешан с музыкой на пластинке?

Краб: Именно! Но существует способ их различить. Для этого надо считать данные с пластинки и затем —

Ахилл: А, теперь я понимаю, что это был за зеленый свет!

Краб: Верно; это была телекамера, сканирующая звуковые дорожки. Схема звуковых дорожек потом была направлена в микрокомпьютер; тот стал анализировать музыкальный стиль записи... и все в полной тишине! Еще ничего пока не проигрывалось.

Ахилл: Значит, сканнер забраковывает записи, не обладающие определенным стилем?

Краб: Вы ухватили самую суть моей идеи. Единственные записи, способные пройти эту проверку — записи моего стиля. Боюсь, что имитация этого стиля окажется для Черепахи орешком не по зубам. Так что на этот раз я уверен в победе. Однако, справедливости ради, должен сказать, что Черепаха, со своей стороны, уверена, что ей удастся так или иначе одурачить мои цензорные устройства и ввести в патефон одну из ее записей.

Ахилл: И снова превратить вашу прекрасную машину в груду обломков?

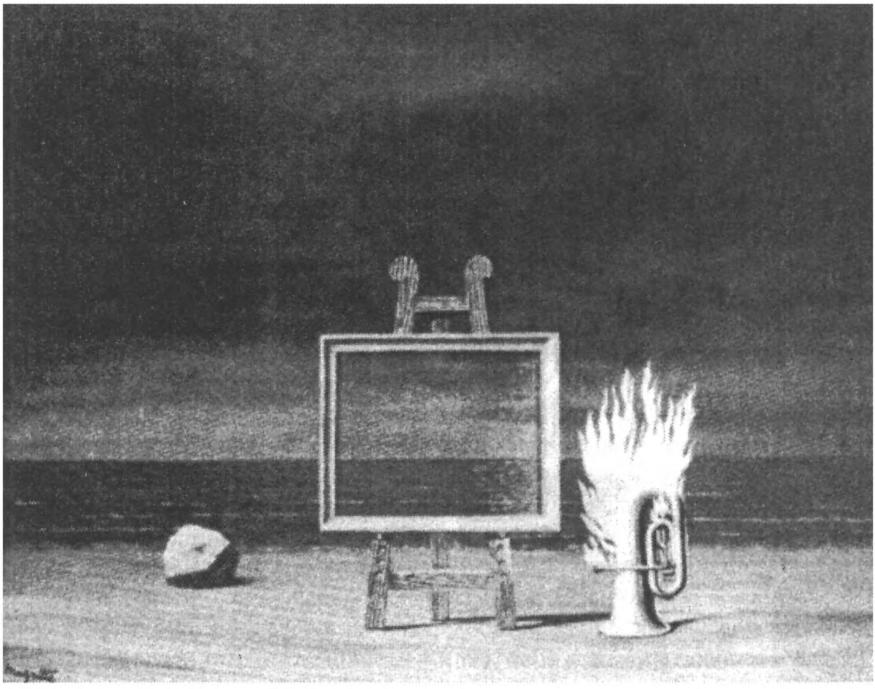


РИС. 80. Рене Магритт. "Прекрасный пленник" (1947)

Краб: О, нет — она уже удовлетворила свои кровожадные инстинкты против моих патефонов. Теперь она всего-навсего хочет доказать, что ее пластинка сможет проникнуть в мой патефон, как бы я не старался это предотвратить. Она в последнее время часто бормочет себе под нос что-то о песнях с весьма странными названиями, вроде "Меня можно проиграть на патефоне X". Но МЕНЯ ей не запугать! Правда, меня немного тревожит то, что она, как прежде, приводит какие-то непонятные доводы, которые... которые... (*Краб умолкает и с задумчивым видом снова затягивается своей трубкой.*)

Ахилл: Гм-м-м... Полагаю, что теперь Черепаха столкнулась с неразрешимой задачей. На это раз нашла-таки коса на камень!

Краб: Интересно, что вам так кажется... Я не думаю, что вы хорошо знакомы с Теоремой Хенкина — или я ошибаюсь?

Ахилл: Хорошо знаком с ЧЬЕЙ Теоремой? Никогда не слыхал ничего похожего. Я уверен, что это должно быть захватывающе интересно, но сейчас я предпочитаю послушать о "проникальной" музыке. Это забавная история... Мне кажется, что я мог бы угадать ее конец. Ясно, что г-жа Черепаха поймет, что ее дело безнадежно, и ей придется трусливо капитулировать — этим все и кончится! Не так ли?

Краб: Вашими бы устами да мед пить. Не желаете ли теперь ознакомиться с внутренностями моего защитного патефона?

Ахилл: С радостью. Мне всегда хотелось поглядеть на работающую телекамеру.

Краб: Сказано — сделано, друг мой. (*Засовывает клешню в разинутую "пасть" огромного патефона, отвинчивает там что-то и вытаски-*

вает аккуратно упакованный механизм.) Видите ли, весь патефон собран из автономных частей — они могут использоваться отдельно. Эта телекамера, например, прекрасно работает сама по себе! Смотрите на тот экран, около картины с пылающей тубой. (*Он направляет камеру на Ахилла, чье лицо тут же появляется на большом экране.*)

Ахилл: Здорово! Можно попробовать?

Краб: Разумеется.

Ахилл (направляя камеру на Краба): Теперь на экране вы, м-р Краб.

Краб: Да, вижу.

Ахилл: А что, если направить камеру на картину с горящей тубой? О, теперь и она на экране!

Краб: Попробуйте использовать объектив — вы можете получить крупный план.

Ахилл: Потрясающе! Сейчас я сфокусирую камеру на самой верхушке пламени, там, где оно почти касается рамы картины... Какое странное чувство — я могу мгновенно "скопировать" что угодно в комнате — все, что пожелаю — на этом экране. Я только должен направить на мой объект камеру, и, словно по волшебству, он появится на экране!

Краб: ВСЕ ЧТО УГОДНО? Вы уверены?

Ахилл: Разумеется — все, что я здесь вижу.

Краб: Но что получится, если вы направите камеру на пламя на экране?

(Ахилл двигает камеру — теперь она направлена точно на то место на экране, где только что было изображение пламени.)

Ахилл: О, как интересно! Само это действие заставляет пламя ИСЧЕЗНУТЬ! Куда оно делось?

Краб: Вы не можете одновременно сохранять образ на экране и передвигать камеру.

Ахилл: А, ясно... Но я совсем не понимаю, что теперь на экране. Там какой-то странный коридор. Но я же направляю камеру вовсе не на коридор, а на экран телевизора!

Краб: Посмотрите повнимательней, Ахилл. Вы уверены, что это, действительно, коридор?

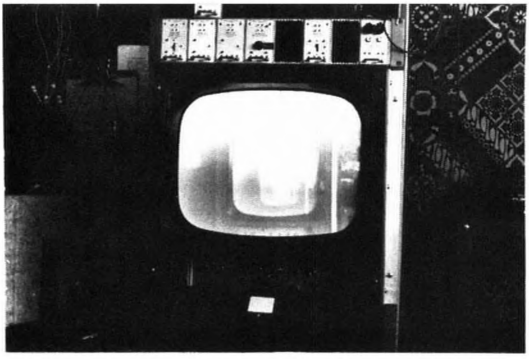
Ахилл: О, теперь я вижу. Это изображения самого экрана, вложенные одно в другое, и они становятся все меньше, и меньше, и меньше... Ну, разумеется! Изображение пламени ДОЛЖНО БЫЛО исчезнуть, потому что оно появлялось тогда, когда я направлял камеру на картину. Когда камера направлена на экран, то там появляется изображение самого экрана с тем, что там в данный момент изображено, — то есть сам экран с тем, что там в данный момент изображено, — то есть сам экран с тем -

Краб: Благодарю вас, Ахилл. дальше я могу и сам догадаться. Попробуйте теперь вращать камеру.

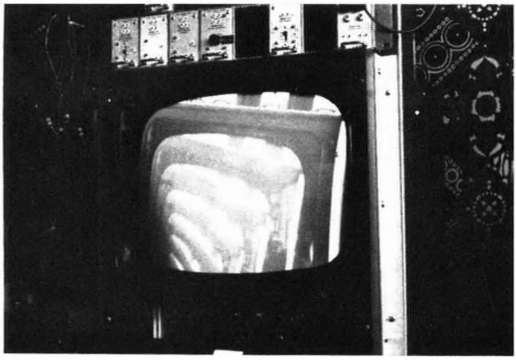
Ахилл: О! Теперь у меня получился прелестный "спиральный коридор"! Каждый экран поворачивается внутри экрана-рамки, так что чем меньше они становятся, тем больше они повернуты по отношению к самому внешнему экрану. Эта идея телевизионного экрана, "поглощающего самого себя", кажется мне очень странной.

Краб: Что значит "поглощающий самого себя", Ахилл?

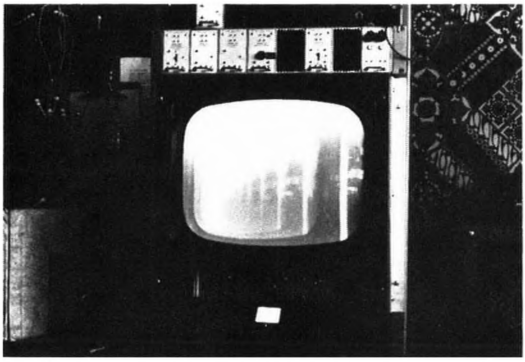
Ахилл: Это то, что получается, когда я направляю камеру на экран.



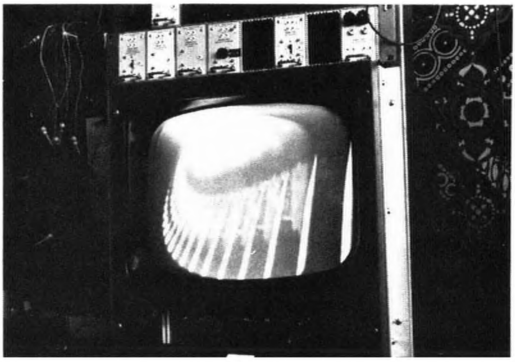
А) Простейший случай.



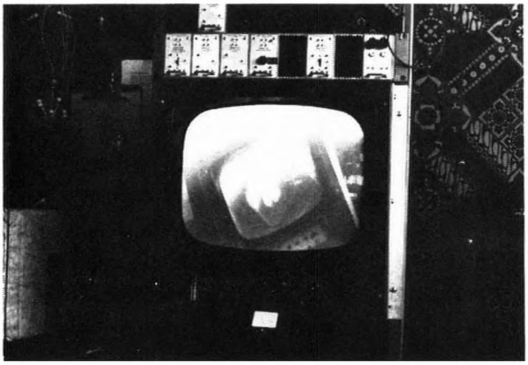
Г) Неудавшееся "самопоглощение".



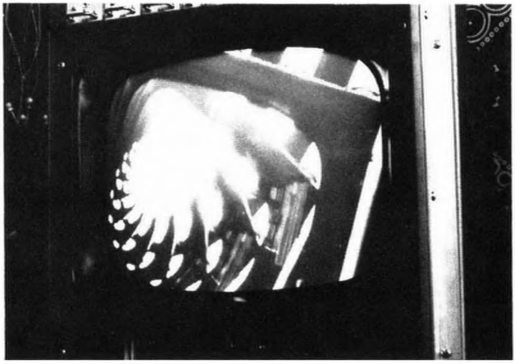
Б) "Коридор" Ахилла.



Д) Результат съемки крупным планом.

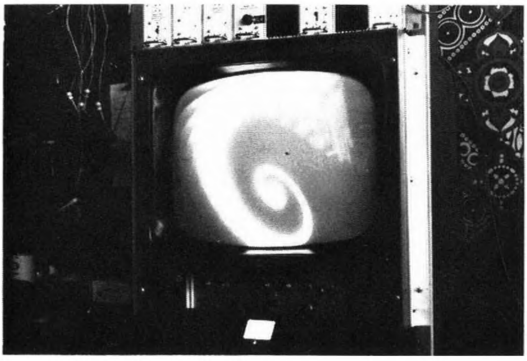


В) Результат вращения камеры.

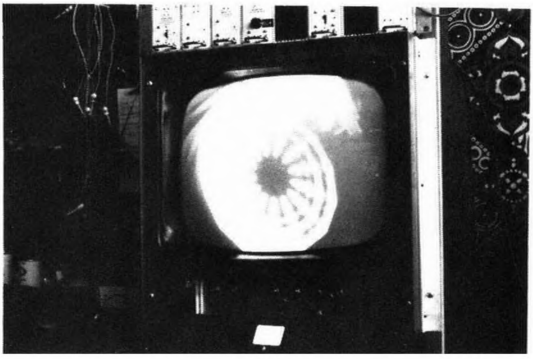


Е) Комбинированный эффект съемки крупным планом и вращения камеры.

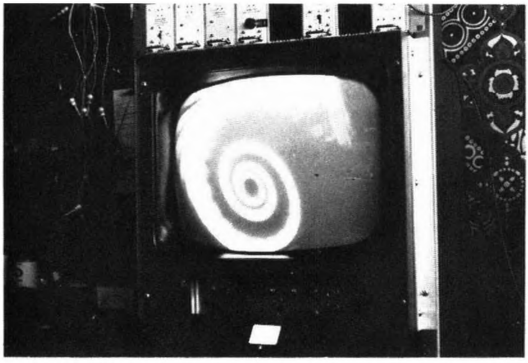
РИС. 81. Двенадцать "самопоглощающих" телевизионных экранов. Я включил бы сюда еще один, если бы тринадцать не было простым числом.



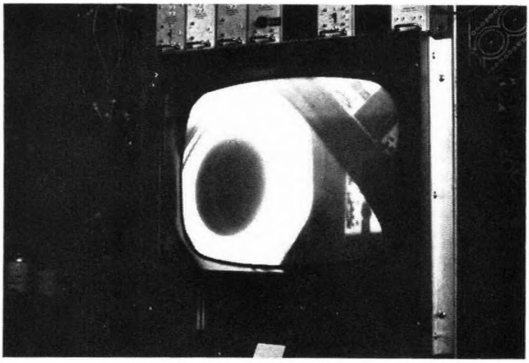
Ж) Изображение становится странным.



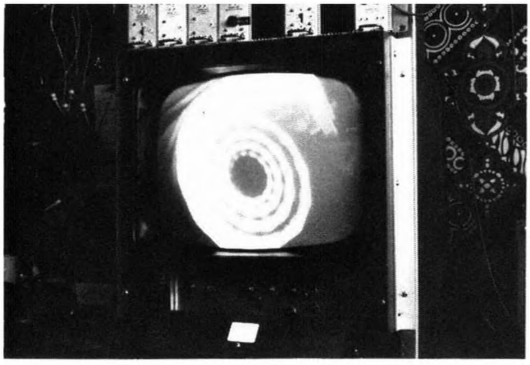
К) Поздний этап развития.



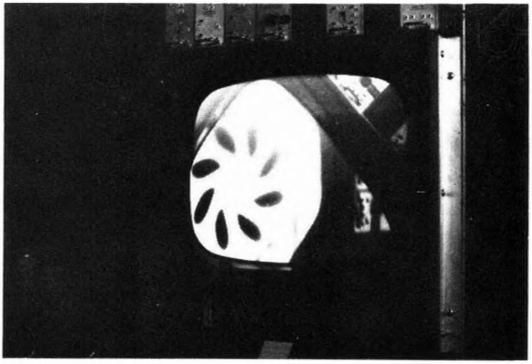
З) Рождение "галактики".



Л) Галактика "сгорела" и превратилась в "черную дыру".



И) Галактика развивается.



М) Пульсирующие "лепестки", заснятые в середине цикла.

Краб: Вы не возражаете, если мы исследуем это явление еще немного? Ваша идея меня заинтриговала.

Ахилл: И меня тоже.

Краб: Хорошо; тогда скажите мне: если вы направите камеру НА УГОЛ экрана, это все равно будет "самопоглощением"?

Ахилл: Сейчас попробую. Гм-м... Теперь коридор экранов смещается, и бесконечного самовложения больше не выходит. Красиво, но мне кажется, это уже нельзя назвать самопоглощением — разве что неудавшимся.

Краб: Если вы направите камеру обратно в центр экрана, то, может быть, сумеете поправить дело.

Ахилл (осторожно поворачивая камеру): Да! Коридор опять удлиняется... Вот! Все в порядке! Теперь коридор уходит так далеко, куда достигает взгляд. Он стал бесконечным, когда камера опять оказалась направленной на ВЕСЬ экран. Гм-м... Это мне что-то напоминает. Несколько дней назад г-жа Черепаха сказала мне, что автореференция случается только тогда, когда высказывание относится к себе самому ЦЕЛИКОМ...

Краб: Что, простите?

Ахилл: Да так, я говорил сам с собой.

(Ахилл забавляется с линзами и кнопками камеры и на экране возникают различные самопоглощающие изображения: крутящиеся спирали, похожие на галактики, калейдоскопические цветы и другие интересные узоры...)

Краб: Вы, как я погляжу, нашли себе игрушку по душе.

Ахилл (отрываясь от камеры): Точно! Что за богатство образов может породить эта простая идея! *(Он снова смотрит на экран и в удивлении восклицает):* Вот это да, м-р Краб! Смотрите, на экране получился узор, похожий на пульсирующие лепестки! Откуда взялась эта пульсация? И телевизор, и камера неподвижны.

Краб: Иногда можно получить изображение, которое постепенно меняется. Это объясняется тем, что между моментом, когда камера что-то "видит", и моментом, когда изображение появляется на экране, всегда проходит какое-то время — около сотой доли секунды. Так что если у вас на экране пятьдесят вложенных друг в друга картинок, то опоздание будет около полминуты. Если на экране появляется движущийся предмет — например, ваш палец, который вы держите перед камерой, — то на расположенных в глубине экранах он появится не сразу. Это опоздание — нечто вроде зрительного эха, которое потом распространяется на всю систему. И если вам удастся добиться того, чтобы эхо не умирало сразу, то у вас получится пульсирующее изображение.

Ахилл: Удивительно! А что, если попытаться получить ПОЛНОЕ "самопоглощение"?

Краб: Что вы хотите этим сказать?

Ахилл: Видите ли, все эти экраны внутри экранов, конечно, интересны, но мне бы хотелось получить на экране ОДНОВРЕМЕННО изображение телекамеры и самого экрана. Только тогда можно считать, что система полностью самопоглощается. Ведь экран — это только часть системы.

Краб: А, понятно. Может быть, при помощи этого зеркала вам удастся получить нужный эффект.



РИС. 82. Рене Магритт. "Воздух и песня" (1964)

(Краб протягивает Ахиллу зеркало, и тот манипулирует зеркалом и камерой так, что на экране появляется изображение камеры и самого экрана.)

Ахилл: Готово! Я получил ПОЛНОЕ самопоглощение!

Краб: Но у вас видна только одна сторона зеркала — а как же насчет обратной стороны? Ведь именно благодаря ей на экране видна камера.

Ахилл: Вы правы. Но чтобы показать на экране обратную сторону зеркала, мне понадобилось бы еще одно зеркало.

Краб: Но тогда вам пришлось бы показать и обратную сторону второго зеркала... А как же насчет обратной стороны телевизора, и его внутренностей, и проводов, и -

Ахилл: Ой! Я вижу, что мой "проект полного самопоглощения" гораздо труднее, чем я думал. У меня даже голова закружилась!

Краб: Я вас отлично понимаю. Знаете что, присядьте-ка лучше вот сюда и перестаньте думать о самопоглощении. Не нервничайте! Посмотрите на мои картины и успокойтесь.

(Ахилл ложится на диван и начинает размеренно дышать.)

Может быть, вас раздражает дым от моей трубки? Я ее сейчас потушу. *(Вынимает трубку изо рта и аккуратно кладет ее под надписью внутри очередной картины Магритта.)* Ну вот. Как, получше стало?

Ахилл: Все еще малость подташнивает. *(Показывает на картину.)* Интересная работа. Особенно мне нравится этот блестящий ободок внутри деревянной рамы.

Краб: Благодарю вас. Ободок был сделан по спецзаказу — это золото.

Ахилл: Золотой ободок? Вот это да! А что означают эти слова под трубкой? Что это за язык, английский?

Краб: Нет, это французский. "Cecі n'est pas une pipe" означает "это не трубка" — что совершенно верно.

Ахилл: Но ведь это же ТРУБКА! Вы ее только что курили!

Краб: Вы, кажется, не поняли. Слово "cecі" относится к рисунку, а не к самой трубке. Разумеется, трубка — это трубка, но рисунок — это не трубка.

Ахилл: Интересно, относится ли "cecі" ко ВСЕЙ картине или же только к трубке внутри картины? Ах, Боже мой! Ведь это было бы еще одним самопоглощением! Мистер Краб, мне стало совсем нехорошо. По-моему, я заболеваю...

ГЛАВА XVI

Авто-реф и авто-реп

В ЭТОЙ ГЛАВЕ мы рассмотрим несколько механизмов, порождающих автореференцию в различных контекстах, и сравним их с механизмами, позволяющими некоторым системам самовоспроизводиться (или "авторепродуцироваться"). Мы увидим, что между этими механизмами существуют интересные и изящные параллели.

Явно и неявно автореферентные высказывания

Для начала рассмотрим высказывания, которые на первый взгляд кажутся простейшими примерами автореферентности. Вот некоторые примеры:

(1) Это высказывание содержит пять слов.
(2) Это высказывание бессмысленно, так как оно автореферентно.
(3) Это высказывание без глагола.
(4) Это высказывание ложно.
(5) Высказывание, которое я сейчас пишу — это высказывание, которое вы сейчас читаете.

Каждое из этих высказываний, кроме последнего (являющегося аномалией), употребляет простой на вид механизм, содержащийся в словах "это высказывание". Однако в действительности этот механизм далеко не прост. Все эти высказывания "плавают" в контексте русского языка. Их можно сравнить с айсбергами, у которых видны только верхушки. Этими верхушками являются последовательности слов; скрытая часть "айсбергов" — это та работа, которую наш мозг должен проделать, чтобы понять эти высказывания. В этом смысле их значение неявно. Разумеется, значение никогда не бывает полностью явным, но чем заметнее автореференция, тем виднее порождающие ее механизмы. В данном случае, чтобы увидеть автореференцию, необходимо не только быть хорошо знакомым с таким языком, как русский, который позволяет высказывания о своей собственной грамматике; читатель также должен быть способным понять, к чему относятся слова "это высказывание". Это кажется просто, но на самом деле этот процесс зависит от нашей сложной, но полностью ассимилированной способности говорить по-русски. Особенно важно понять, к чему относится здесь указательное местоимение. Это умение приходит постепенно, и мы ни в коем случае не должны считать его тривиальным. Трудность становится явной, когда такое высказывание, как #4, представлено кому-то, не имеющему понятия о парадоксах, — например, ребенку. Он может спросить: "*Какое* высказывание ложно?" — и придется потрудиться, чтобы убедить его, что это высказывание говорит о самом себе. Сначала эта идея кажется пуга-

ющей. Может быть, ее можно лучше понять с помощью рисунков. На одном уровне, это высказывание, указывающее само на себя, так сказать, "держащее себя на мушке". На другом уровне, на этом рисунке — Эпименид, приводящий в исполнение собственный смертный приговор.



РИС. 83

Рис. 84, показывающий видимую и невидимую части айсберга, дает понятие об отношении самого высказывания к процессам, необходимым для понимания автореферентности:



РИС. 84

Интересно попытаться создать автореферентное высказывание, не используя при этом слов "это высказывание". Для этого можно попробовать процитировать высказывание внутри самого себя, как например

В высказывании "В высказывании четыре слова" четыре слова.

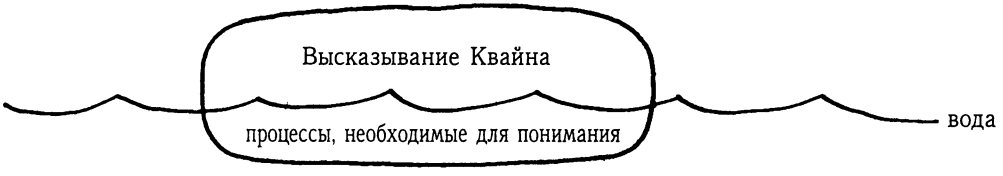
Однако подобная попытка обречена на провал, так как любое высказывание, которое может быть полностью процитировано внутри себя, должно быть короче себя самого. Это возможно только в том случае, если вы согласны возиться с бесконечно длинными высказываниями, как например:

Высказывание
"Высказывание
"Высказывание
"Высказывание
.
.
.
.
.
. : *и т. д., и т. п.*
.
.
.
.
.
бесконечно длинно"
бесконечно длинно"
бесконечно длинно"
бесконечно длинно.

Однако подобная техника не работает для конечных высказываний. По той же причине Гёделева строчка G не может содержать явный символ числа для собственного Гёделева номера — он в нее просто не умещается. Никакая из строчек ТТЧ не может содержать символ числа ТТЧ для собственного Гёделева номера, поскольку в этом символе всегда больше знаков, чем в самой строчке. Однако это препятствие можно преодолеть, введя в G *описание* ее Гёделева номера с помощью понятий "код" и "арифмоквайнификация".

Один из методов получения автореференции в русском языке, не используя при этом самоцитирования или фраз типа "это высказывание" — это метод Квайна, проиллюстрированный в "Арии в ключе G". Чтобы понять высказывание Квайна, требуются более простые мысленные процессы, чем те, что нужны для понимания четырех приведенных выше примеров. На первый взгляд, оно может показаться более сложным, но, на самом деле, его смысл лежит ближе к поверхности. Построение Квайна весьма напоминает Гёделеву конструкцию, поскольку оно описывает некую типографскую строчку, которая оказывается изоморфной самой строке Квайна. Описание этой новой типографской строчки достигается в двух частях высказывания Квайна. Одна часть содержит *инструкции* по построению некоего высказывания, в то время как во второй части содержится сам строительный материал — то есть, она является *шаблоном*. Такое высказывание больше похоже на плавающий кусок мыла, чем на айсберг (см. рис. 85).

РИС. 85.



Автореферентность этого высказывания достигается здесь более прямым путем, чем в парадоксе Эпименида; для ее понимания требуется меньше скрытых процессов. Кстати, интересно заметить, что в предыдущем высказывании появляется фраза "это высказывание", однако там не возникает автореферентности; вы, вероятно, поняли, что эта фраза относится к высказыванию Квайна, а не к тому высказыванию, в котором она находится. Это показывает, насколько интерпретация таких указательных фраз как "это высказывание" зависит от контекста и какая мыслительная работа требуется для их понимания.

Самовоспроизводящаяся программа

Понятие квайнирования и его использование для получения автореференции уже было объяснено в Диалоге, так что мы здесь не будем на нем останавливаться. Давайте лучше посмотрим, как компьютер может воспользоваться той же самой техникой, чтобы воспроизвести самого себя. Следующее самовоспроизводящее высказывание написано на языке, подобном Блупу, и основано на *следовании* за фразой ее собственной цитаты (поскольку порядок здесь обратный квайнированию, я назову эту операцию ENIUQ — QUINE, записанное наоборот):

```
ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ ''ENIUQ'' [ШАБЛОН]. НАПЕЧАТАТЬ
[ШАБЛОН, ЛЕВАЯ СКОБКА, КАВЫЧКА, ШАБЛОН, КАВЫЧКА.
ПРАВАЯ СКОБКА, ТОЧКА].

ENIUQ
  ['ОПРЕДЕЛИТЬ ПРОЦЕДУРУ ''ENIUQ'' [ШАБЛОН].
    НАПЕЧАТАТЬ [ШАБЛОН, ЛЕВАЯ СКОБКА, КАВЫЧКА, ШАБЛОН,
    КАВЫЧКА, ПРАВАЯ СКОБКА, ТОЧКА].
    ENIUQ'].
```

ENIUQ — это процедура, определенная в двух первых строчках, и вводные данные этой процедуры называются "ШАБЛОНОМ". Когда процедура вызывается, значением ШАБЛОНА является некая строчка типографских символов. Результатом ENIUQ является операция печатания, при которой ШАБЛОН напечатан дважды: первый раз просто так, а второй раз — заключенный в кавычки и квадратные скобки и снабженный точкой в конце. Например, если бы ШАБЛОН содержал ПОВТОРЕНИЕ-МАТЬ-УЧЕНИЯ, то после операции ENIUQ у нас получилось бы

```
ПОВТОРЕНИЕ-МАТЬ-УЧЕНИЯ ["ПОВТОРЕНИЕ-МАТЬ-УЧЕНИЯ"]
```

В последних четырех строчках вышеприведенной программы мы вызывали процедуру ENIUQ с определенным значением ШАБЛОНА, а именно, длинная строчка в кавычках: ОПРЕДЕЛИТЬ...ENIUQ. Это значение было тщательно подобрано; оно состоит из *определения* самой процедуры ENIUQ, за которым следует *слово* ENIUQ. Результатом является напечатанная еще раз программа — или, если хотите, точная копия программы. Это напоминает Квайнову версию парадокса Эпименида:

> "Предваренное цитатой самого себя, порождает ложь"
> предваренное цитатой самого себя, порождает ложь.

Очень важно заметить, что строчка символов, появляющаяся в кавычках в последних трех строках вышеприведенной программы (то есть, значение ШАБ-

ЛОНА), никогда не интерпретируется как набор команд. То, что здесь она выглядит, как команда, получилось чисто случайно. Как мы сказали, это могло быть ПОВТОРЕНИЕ-МАТЬ-УЧЕНИЯ или любая другая строчка символов. Красота этой схемы — в том, что когда та же самая строчка появляется в первых двух строках этой программы, она интерпретируется именно как программа (поскольку там она не заключена в кавычки). Таким образом, в этой программе одна и та же строчка играет две роли: один раз она функционирует в качестве программы, а другой раз — в качестве вводных данных. В этом и заключается секрет самовоспроизводящихся программ и, как мы скоро увидим, самовоспроизводящихся молекул. В дальнейшем я буду иногда называть самовоспроизводящиеся объекты *авто-реп* (сокращение от "авторепродукция"), а самоупоминающие объекты — *авто-реф* (сокращение от "автореференция").

Предыдущая программа — изящный пример самовоспроизводящейся программы, написанной на языке, не предназначенном для создания подобных программ. Поэтому нам пришлось использовать понятия и операции, являющиеся частью языка, такие, как слова "КАВЫЧКИ" и команда "НАПЕЧАТАТЬ". Но представьте себе, что в нашем распоряжении — язык, специально созданный для написания авто-репов; тогда программы стали бы намного короче. Операция ENIUQ-ирования уже содержалась бы в таком языке и, следовательно, не нуждалась бы в определении (такой операцией в предыдущей программе было НАПЕЧАТАТЬ). Тогда миниатюрным авто-репом было бы:

ENIUQ ['ENIUQ'].

Это очень похоже на Черепаший вариант Квайновой версии парадокса Эпименида, где мы предполагаем, что глагол "квайнировать" заранее известен:

"Предваренное цитатой самого себя, порождает ложь,"
предваренное цитатой самого себя, порождает ложь.

Но авто-реф может быть и короче. Например, можно представить себе компьютерный язык, программы которого должны быть сначала скопированы и только затем выполнены, если их первым символом является астериск. Тогда программа, состоящая из одного только астериска уже была бы авто-репом! Вы можете возразить, что это глупо, поскольку целиком зависит от придуманного условия. Такое возражение вторило бы моему предыдущему замечанию о том, что использование фразы "это высказывание" — почти жульничество, потому что оно слишком зависит от процессора и недостаточно — от явных указаний для достижения самовоспроизводства. Использование астериска в качестве примера авто-репа подобно использованию слова "я" как примера автореференции: в обоих случаях глубинные аспекты проблемы оказываются скрытыми.

Это напоминает другой интересный тип автореференции, получаемый при помощи ксерокса. Можно сказать, что всякий письменный документ является авто-репом, потому что он может быть воспроизведен путем ксерокопирования. Однако это в некотором смысле противоречит нашему понятию о самовоспроизводстве: лист бумаги в данном случае совершенно пассивен и не управляет собственным воспроизводством. В этом случае, все опять зависит от процессора. Прежде, чем мы сможем назвать некий объект авто-репом, мы должны быть уверены в том, что в этом объекте содержатся максимально ясные инструкции по его самовоспроизводству.

Разумеется, ясность и подробность указаний всегда относительны; одна-

ко существует некая интуитивная граница, по одну сторону которой мы видим настоящее самовоспроизводство, а по другую — копирование при помощи негибкого и автономного копирующего механизма.

Что такое копия?

В любом обсуждении вопросов, касающихся авто-репа и авто-рефа, нам рано или поздно придется дать определение понятию *копии*. Мы уже обсуждали этот вопрос в главах V и VI; теперь мы вернемся к нему еще раз. Для начала рассмотрим довольно фантастические, но теоретически возможные примеры авто-репов.

Самовоспроизводящаяся песня

Представьте себе музыкальный автомат в местном баре; вы нажимаете на кнопку 1-Я, и раздается песня на мотив "Славного моря" с такими словами:

Все, что мне нужно — монетка твоя,
Славная скрасит нам песенка ночку.
Денежку сунь и нажми "1-Я" —
Петь я не буду в рассрочку.

Мы можем нарисовать маленькую диаграмму того, что при этом получается:

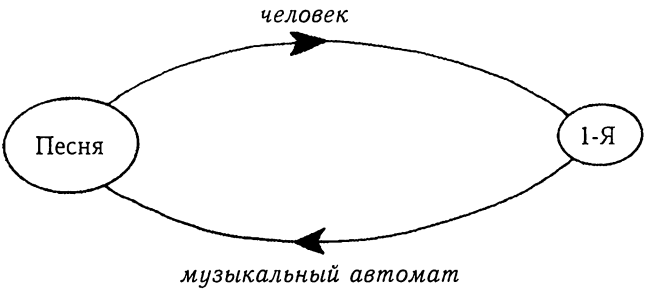


РИС. 86. Самовоспроизводящаяся песня.

Хотя в результате песня воспроизводится, было бы странно называть ее настоящим авто-репом, поскольку, когда она проходит через стадию 1-Я, в ней находится не вся информация. Информация может быть восстановлена только благодаря тому, что она полностью записана в музыкальном автомате — то есть в *стрелках* нашей диаграммы, а не в ее овалах. Неясно, содержит ли эта песня полные инструкции, необходимые для ее воспроизводства, поскольку символ 1-Я — не копия, а всего лишь пусковой механизм.

Крабо-программа

Теперь представьте себе компьютерную программу, печатающую саму себя задом наперед. (Читатели могут для интереса попытаться написать такую программу на языке, подобном Блупу, используя данный авто-реп в качестве модели.) Была бы подобная забавная программа авто-репом? В каком-то смысле да, так как тривиальное преобразование ее выхода восстановило бы первоначальную программу. Видимо, можно сказать, что выход содержит ту же ин-

формацию, что и сама программа, только слегка измененную. Но ясно и то, что в таком выходе многие не узнали бы изначальной программы, напечатанной задом наперед. Используя терминологию главы VI, мы могли бы сказать, что "внутреннее сообщение" выхода и программы совпадают, в то время как их "внешние сообщения" различны — то есть для их прочтения требуются разные декодирующие механизмы. Если считать внешнее сообщение частью информации (что кажется вполне разумным), то общая информация, в конце концов, оказывается не одна и та же, так что эту программу нельзя считать настоящим авто-репом.

Это заключение звучит тревожно, поскольку мы привыкли считать, что предмет и его зеркальное отражение содержат одну и ту же информацию. Но вспомните, что в главе VI мы выяснили, что понятие "присущего сообщению значения" зависит от гипотетического универсального понятия разума. Идея заключалась в том, что при определении этого присущего значения мы можем игнорировать некоторые типы внешних сообщений — те, которые понятны везде и всем. Если декодирующий механизм кажется достаточно фундаментальным (эта фундаментальность пока определена довольно расплывчато), то важно лишь внутреннее сообщение, которое он выявляет. В этом примере кажется разумным предположить, что "стандартный разум" считал бы, что предмет и его отражение содержат одну и ту же информацию. Иными словами, он нашел бы изоморфизм между ними настолько тривиальным, что его вообще можно было бы не принимать в расчет. Таким образом, наше интуитивное восприятие этой программы как настоящего авто-репа оказывается вполне оправдано.

Эпименид, оседлавший Ламанш

Еще одним забавным примером авто-репа была бы программа, печатающая саму себя в переводе на другой компьютерный язык. Это можно сравнить со следующей франко-английской версией Квайнова варианта авто-репа Эпименида:

> "est une expression qui, quand elle est précédée de sa traduction, mise entre guillemets, dans la langue provenant de l'autre côté de la Manche, crée une fausseté" is an expression which, when it is preceded by its translation, placed in quotation marks, into the language originating on the other side of the Channel, yields a falsehood.
>
> ("Это высказывание, которое, будучи предварено своим переводом, заключенным в кавычки, на язык другой стороны Ламанша, порождает ложь" — это высказывание, которое, будучи предварено своим переводом, заключенным в кавычки, на язык другой стороны Ламанша, порождает ложь.)

Можете попытаться записать предложение, описанное этой странной конструкцией (подсказка: оно не является самим собой — по крайней мере, если понимать слово "само" упрощенно). Если понятие "авто-реп, полученный отступлением назад" напоминает крабий канон, или ракоход, понятие "авто-реп, полученный переводом" напоминает канон, в котором тема переводится в другую тональность.

Программа, печатающая свой собственный Гёделев номер

Может показаться, что не имеет смысла печатать перевод программы вместо ее точной копии. Однако, чтобы написать авто-реп на Блупе или Флупе, вам пришлось бы прибегнуть к подобным трюкам, поскольку на этих языках ВЫХОД всегда бывает в форме *чисел,* а не типографских строчек. Таким образом, вам пришлось бы написать программу, которая печатала бы свой собственный Гёделев номер: гигантское число, использующее трехзначные кодоны — "переводы" каждого знака программы. Такая программа, используя доступные ей средства, подходит очень близко к самовоспроизведению: она печатает копию себя самой в другом "измерении". Перейти от измерения чисел к измерению строчек не представляет труда. Таким образом, ВЫХОД здесь является не только пусковым механизмом, каким была кнопка 1-Я. Вместо этого, все информация первоначальной программы лежит "близко к поверхности" выхода.

Гёделева автореференция

Мы подошли вплотную к описанию Гёделева авто-рефа G. В конце концов, эта строчка ТТЧ содержит описание не себя самой, а некоего числа (арифмоквайнификации d). Однако дело в том, что это число — точный "портрет" строчки G в измерении натуральных чисел. Таким образом, G описывает собственный перевод на другой "язык". Тем не менее, мы с чистой совестью называем G автореферентной строчкой, поскольку изоморфизм между двумя "языками" настолько совершенен, что их можно считать идентичными.

Изоморфизм, отображающий ТТЧ на абстрактный мир натуральных чисел, сравним с квази-изоморфизмом, отображающим реальный мир в нашем мозгу при помощи символов. Это символы почти изоморфны предметам, которые они отображают, и именно благодаря этому мы можем думать. Таким же образом, Гёделевы номера изоморфны строчкам, благодаря чему мы можем найти метаматематический смысл в высказываниях о натуральных числах. Удивительное, почти магическое свойство G заключается в том, что ей удается автореференция, несмотря на то, что она написана на языке ТТЧ, который, как кажется, совершенно непригоден для самоописания (чем весьма отличается от русского языка, на котором запросто можно обсуждать русский язык).

Таким образом, G — замечательный пример авто-рефа, полученного путем перевода. Далеко не самый прямой путь! Мы можем найти подобные примеры в Диалогах, так как некоторые из них являются такими переводными авто-рефами. Возьмите, например, "Сонату для Ахилла соло". В этом Диалоге несколько раз упоминаются сонаты Баха для скрипки соло; особенно интересен момент, когда Черепаха предлагает Ахиллу вообразить аккомпанемент на клавесине. Если приложить эту идею к самому Диалогу, то нам придется изобретать реплики Черепахи; но если считать, что Ахилл, как Баховская скрипка, исполняет соло, то было бы в принципе неверно считать, что Черепаха играет какую-то ни было роль в беседе. Так или иначе, здесь мы опять сталкиваемся с авто-рефом, на этот раз полученным путем отображения Диалогов на пьесы Баха. Задача читателя в том, чтобы это отображение обнаружить. Но даже если читатель его и не заметит, отображение там тем не менее присутствует, и Диалог все-таки является авто-рефом.

Авто-реп с увеличением

Продолжая наше сравнение авто-репов с канонами, давайте теперь попытаемся найти, чему соответствует канон с увеличением. Одна возможность такова: программа, содержащая пустую петлю, предназначенную единственно для замедления программы. Некий параметр указывает, как часто эта петля должна повторяться. Можно представить себе такую самовоспроизводящуюся программу, которая печатает собственные копии, но с измененным параметром, так что каждая следующая копия будет в два раза медленнее предыдущей. Ни одна из этих программ не повторяется в точности, но все они явно принадлежат к одной "семье".

Это напоминает воспроизводство живых организмов. Ясно, что никакой индивидуум не является точной копией своих родителей; почему же тогда производство на свет потомства называется "самовоспроизводством"? Дело в том, что между родителями и ребенком существует приблизительный изоморфизм — изоморфизм, сохраняющий информацию о *виде*. Таким образом, здесь воспроизводится скорее *класс,* чем *пример*. То же самое происходит и на рекурсивном графике G в главе V: хотя соответствие между "магнитными бабочками" разных размеров и форм весьма приблизительно, и ни одна "бабочка" не повторяет другую в точности, все они принадлежат к одному и тому же "виду", и соответствие сохраняет именно эту информацию. В терминах самовоспроизводящихся программ это соответствовало бы *семье* программ, написанных на разных "диалектах" одного и того же компьютерного языка; любая из них может воспроизвести себя саму, но в немного измененном виде, так что результатом является диалект первоначального языка.

Кимов авто-реп

Возможно, самым хитрым примером авто-репа является следующий: вместо того, чтобы написать "правильное" выражение на языке компилятора, вы печатаете одно из посланий, указывающее на ошибку в этом языке. Ваша "программа" сбивает компилятор с толку, потому что она неграмматична; поэтому компилятор печатает сообщение об ошибке. Все, что нужно для получения авторепа, — это добиться, чтобы компилятор выдал такое же сообщение об ошибке, как то, что вы ввели первоначально. Этот тип самовоспроизводства, придуманный Скоттом Кимом, исследует такие аспекты системы, которые обычно остаются без внимания. Хотя это кажется шуткой, на самом деле нечто подобное может существовать в сложных системах, где авто-репы соперничают друг с другом в борьбе за выживание; вскоре мы рассмотрим подобные случаи.

Что такое оригинал?

Кроме вопроса о том, что такое копия, существует еще один глубокий философский вопрос, касающийся авто-репов. Этот вопрос — обратная сторона монеты: "Что такое оригинал?" Лучше всего пояснить это на примерах:

(1) программа, которая, будучи интерпретирована неким интерпретатором на некоем компьютере, печатает саму себя;
(2) программа, которая, будучи интерпретирована неким интерпретатором на некоем компьютере, печатает саму себя вместе с полной копией интерпретатора (который, в конце концов, тоже является программой);

(3) программа, которая, будучи интерпретирована неким интерпретатором на некоем компьютере, печатает не только саму себя вместе с полной копией интерпретатора, но также приводит в действие процесс сборки второго компьютера, идентичного первому.

Ясно, что в (1) программа является авто-репом. Но что является авто-репом в (3) — сама программа, комбинация программы с интерпретатором или система, состоящая из программы, интерпретатора и процессора?

Понятно, что здесь самовоспроизводство включает нечто большее, чем просто распечатка самой программы. Оставшаяся часть этой главы посвящена, в основном, анализу авторепов, в которых вводные данные, программа, интерпретатор и процессор переплетены между собой и в которых самовоспроизводство включает воспроизведение всей этой системы.

Типогенетика

Сейчас мы обратимся к одной из самых интересных и глубоких тем двадцатого столетия: науке о "молекулярной логике живых организмов", как образно выразился Альберт Ленингер. Действительно, это и есть логика — но более сложного и прекрасного типа, чем тот, который способен вообразить человеческий разум. Мы подойдем к обсуждению этого по-новому, воспользовавшись игрой, которую я для этого придумал. В эту игру можно играть в одиночку; она называется "типогенетика" (сокращенное "типографская генетика"). В типогенетике я попытался выразить некоторые идеи молекулярной генетики в типографской системе, которая на первый взгляд кажется очень похожей на формальные системы типа MIU. Разумеется, типогенетика — система очень упрощенная и используется, в основном, для дидактических целей.

Должен предупредить читателя, что область молекулярной биологии — это область, в которой взаимодействуют явления на нескольких уровнях, в то время как типогенетика иллюстрирует только события на одном или двух уровнях. В частности, совершенно не упоминаются химические процессы, поскольку они происходят на уровне ниже того, который мы здесь обсуждаем; также не упоминаются аспекты классической (немолекулярной) генетики — они принадлежат к высшему уровню. В типогенетике я хотел дать общую идею о процессах, участвующих в знаменитой "Центральной догме молекулярной биологии", сформулированной Фрэнсисом Криком (одним из открывателей двойной спирали ДНК):

$$\text{ДНК} \Rightarrow \text{РНК} \Rightarrow \text{белки}$$

Я надеюсь, что при помощи моей схематической модели мне удастся помочь читателю почувствовать некоторые объединяющие принципы, действующие в этой области, — принципы, которые могут быть легко упущены из вида за невероятной сложностью взаимодействия событий на многих уровнях. Надеюсь, что, пожертвовав точностью, нам удастся получить некое общее понимание картины.

Цепочки, основания, энзимы

Игра в типогенетику включает типографские манипуляции последовательностями букв. У нас имеется четыре буквы:

A C G T

Любые последовательности этих букв называются *цепочками*. Вот примеры цепочек:

GGGG
ATTACCA
CATCATBATBAT

Иногда я буду называть буквы A C G T *основаниями*, а позиции, которые они занимают, — *подразделениями*. Так, в средней цепочке есть семь подразделений, в четвертом из которых находится основание A.

Цепочку можно изменять ее разными способами. Можно также производить новые цепочки, копируя старые либо разрезая их на части. Некоторые операции удлиняют цепочки, некоторые их укорачивают, а некоторые оставляют их длину неизменной.

Обычно мы имеем дело с наборами различных операций, выполняемых по порядку. Такой набор операций напоминает запрограммированную машину, которая двигает цепочку вверх и вниз и изменяет ее. Такие машины называются "типографскими энзимами", или, для краткости, *энзимами*. Энзимы действуют одновременно только на одно подразделение цепочки; мы говорим, что они "прикреплены" к тому подразделению, на которое они в данный момент действуют.

Попытаюсь привести пример того, как некоторые энзимы действуют на определенные цепочки. Каждый энзим для начала "прикрепляется" к одной определенной букве. Таким образом, существует четыре типа энзимов: те, которые предпочитают A, те, которые предпочитают C, и так далее. Анализируя последовательность операций, выполненных при помощи того или иного энзима, можно определить, какую букву тот предпочитает; пока, однако, я буду приводить примеры, не вдаваясь в подробности. Вот пример энзима, состоящего из трех операций:

(1) Стереть подразделение, к которому прикреплен энзим
    (и затем прикрепить его к следующему справа подразделению).
(2) Подвинуться на одно подразделение вправо.
(3) Вставить T (справа от этого подразделения).

Этот энзим оказывается "любителем" буквы A. Вот пример простой цепочки:

ACA

Что получится, если наш энзим прикрепится к левому A и начнет действовать? Первый шаг стирает A, так что у нас остается CA — теперь энзим прикреплен к C. Второй шаг продвигает энзим направо, к A, и третий шаг прибавляет T на конце. У нас получилась новая цепочка — CAT.

Что получилось бы, если бы энзим начал действовать с правого A? Он стер бы это A и затем отделился от цепочки. Когда такое случается, энзим прекращает работу (это общий принцип). Так что результатом будет потеря одного символа.

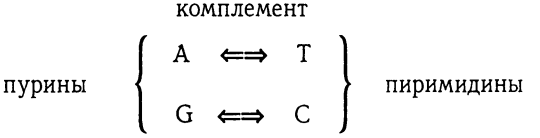
Давайте посмотрим на действие еще одного энзима:

(1) Искать ближайший справа пиримидин.
(2) Привести в действие копирующий механизм.
(3) Искать ближайший справа пурин.
(4) Обрезать цепочку там (то есть, справа от данного подразделения).

Здесь мы впервые встречаемся с терминами "пиримидин" и "пурин". Не пугайтесь — это очень просто. A и G называются пуринами, а C и T — *пиримидинами*. Таким образом, поиск пиримидина — это всего лишь поиск C или T.

Копирующий режим и двойные спирали

Другой новый термин — это *копирующий режим*. Любая цепочка может быть "скопирована" на другую цепочку, но делается это довольно необычным способом. Вместо того, чтобы копировать A на A, вы копируете его на T, и наоборот. И вместо того, чтобы копировать C на C, вы копируете его на G, и наоборот. Обратите внимание, что пурин копируется на пиримидин, и наоборот. Это называется *спариванием комплементарных оснований*. Комплементы приведены ниже:



Таким образом, "копируя" цепочку, вы не повторяете ее в точности, а производите ее *комплементарную* цепочку, которая будет записана над первоначальной цепочкой вверх ногами. Рассмотрим конкретный случай. Представьте себе, что упомянутый энзим действует на следующую цепочку (этот энзим тоже любит начинать с A):

CAAAGAGAATCCTCTTTGAT

Энзим может стартовать с любого A; предположим, что он начал со второго. Энзим прикрепляется к нему, затем выполняет шаг (1): поиск ближайшего справа пиримидина. Это означает либо C либо T. Первое T находится примерно в середине цепочки, куда мы и отправляемся. Теперь шаг (2): копирующий режим. Напишем над T перевернутое A. Но это еще не все — копирующий режим продолжает действовать, пока он не отключен — или пока энзим не кончит работать. Это значит, что каждое основание, мимо которого проходит энзим, находящийся в режиме копирования, получит сверху комплементарное основание. Шаг (3) велит нам искать первый пурин справа от нашего T. Это G, третье с правого конца. Продвигаясь к этой букве, мы должны "копировать", то есть создавать комплементарную цепочку. Вот что у нас получается:

```
                  ∀ƎƎ∀ƎƎ∀
                  CAAAGAGA
CAAAGAGAATCCTCTTTGAT
```

Последним шагом является *разрезка* цепочки. Результатом этого будут две новые цепочки:

```
                  ∀ƎƎ∀ƎƎ∀
                  CAAAGAGA
CAAAGAGAATCCTCTTTG
```

и AT.

Мы выполнили все команды, в результате у нас получилась двойная цепочка. Когда такое случается, мы отделяем комплементарные цепочки друг от

друга (это общий принцип); в результате нашим конечным продуктом будут три цепочки:

AT, CAAAGAGGA и CAAAGAGAATCCTCTTTG

Заметьте, что цепочка, бывшая вверх ногами, теперь записана в нормальном виде, поэтому правая и левая сторона поменялись местами.

Итак, вы ознакомились с большинством типографских операций, которые будут производиться с цепочками. Необходимо упомянуть еще о двух командах. Первая *выключает* копирующий режим, вторая *перебрасывает* энзим с данной цепочки на перевернутую цепочку над ней. Когда такое происходит, то вам приходится заменить во всех командах "правый" на "левый", и наоборот. Вместо этого можно просто перевернуть бумагу так, что верхняя цепочка встанет с головы на ноги. Если дана команда перебросить энзим, над которым в данный момент нет комплементарного основания, то энзим отсоединяется от цепочки, и на этом его работа заканчивается.

Надо иметь в виду, что если у нас имеются две цепочки, то команда "разрезать" относится к *обеим* из них, в то время как "стереть" относится только к той цепочке, над которой энзим работает в данный момент. Когда копирующий режим находится в действии, команда "вставить" относится к обеим цепочкам, и мы вставляем само основание в цепочку, где находится энзим, а его комплемент в верхнюю цепочку. Если копирующий режим *выключен,* то команда "вставить" относится только к одной цепочке, и в цепочку наверху вставляется пробел.

Когда действует копирующий режим, команды "двигаться" и "искать" означают, что над каждым основанием, мимо которого проходит энзим, нам приходится записывать комплементарное основание. Когда энзим начинает работать, копирующий режим всегда выключен. Если в этот момент встречается команда "выключить копирующий режим", то ничего не происходит. Так же, если копирующий режим уже включен, команда "включить копирующий режим" остается без последствий.

Аминокислоты

Существует пятнадцать типов команд; их список приведен ниже:

raz —— разрезать цепочку
str —— стереть основание из цепочки
prb —— перебросить энзим на другую цепочку
sdl —— сдвинуться на одно подразделение влево
sdp —— сдвинуться на одно подразделение вправо
kop —— включить копирующий режим
vyk —— выключить копирующий режим
vsa —— вставить A справа от данного подразделения
vsc —— вставить C справа от данного подразделения
vsg —— вставить G справа от данного подразделения
vst —— вставить T справа от данного подразделения
pmp —— искать первый пиримидин справа
prp —— искать первый пурин справа
pml —— искать первый пиримидин слева
prl —— искать первый пурин слева

Каждая из этих команд — сокращение из трех букв. Мы будем называть эти сокращения *аминокислотами*. Таким образом, каждый энзим состоит из последовательности аминокислот.

Давайте выберем наугад один из энзимов:

prp — vsc — kop — sdp — sdl — prb — prl — vst

а также какую-либо цепочку, например,

TAGATCCAGTCCATGGA

и посмотрим, как энзим действует на эту цепочку. Данный энзим присоединяется только к G. Предположим, что на этот раз он начнет с G в середине. Сначала мы ищем пурин справа (то есть, A или G). Теперь мы (энзим) пропускаем TCC и попадаем на A. Вставляем C. Теперь у нас получается

TAGATCCAGTCCACTCGA

Стрелочкой отмечено подразделение, к которому привязан энзим. Включаем копирующий режим. Это дает нам перевернутое G над C. Сдвигаемся сначала направо, потом налево, потом переходим на другую цепочку. До сих пор у нас получилось вот что:

AG

TAGATCCAGTCCACTCGA

Перевернем это, с тем чтобы энзим оказался прикрепленным к нижней цепочке

TAGATCCAGTCCACTCGA

AG

Теперь мы ищем пурин слева, и находим A. Копирующий режим находится в действии, но комплементарные основания уже есть, поэтому мы ничего не добавляем. Наконец, мы вставляем T и останавливаемся:

TAGATCCAGTCCACATCGA

ATG

Окончательным результатом являются две цепочки:

ATG и TAGATCCAGTCCACATCGA

Прежняя цепочка, разумеется, утеряна.

Перевод и типогенетический код

Читатель может спросить, откуда берутся энзимы и цепочки, и как можно узнать, к какой букве прикрепляется в начале каждый данный энзим. Чтобы найти ответ на второй вопрос, можно попробовать взять наудачу несколько цепочек и посмотреть, как действуют на них и на их "потомков" различные энзимы. Это напоминает головоломку MU, в которой мы начинали с некоей аксиомы и нескольких правил. Единственная разница заключается в том, что после того, как энзим обработал первоначальную цепочку, она утрачивается навсегда. В головоломке MU при получении MIU из MI строчка MI остается невредимой.

Однако в типогенетике, так же как и в настоящей генетике, мы имеем дело с гораздо более сложной схемой. Мы так же начинаем с неких случайных цепочек, подобных аксиомам формальных систем. Но теперь у нас нет "правил вывода" — то есть энзимов. Однако мы можем *перевести* каждую цепочку в один или несколько энзимов! Таким образом, сами цепочки будут указывать нам, какие операции должны производиться на них, и эти операции, в свою очередь, произведут новые цепочки, которые укажут на следующие операции, и т. д., и т. п! Вот так смешение уровней! Для сравнения подумайте, насколько изменилась бы головоломка MU, если бы каждая новая *теорема* могла бы быть превращена в *правило вывода* при помощи некоего кода.

Как же делается подобный "перевод"? Для этого используется типогенетический код, при помощи которого соседние пары оснований — так называемые "дублеты" представляют различные аминокислоты. Существует шестнадцать возможных дублетов: **AA, AC, AG, AT, CA, CC** и т. д. С другой стороны, у нас есть пятнадцать аминокислот. Типогенетический код показан на рис. 87.

Второе основание

Первое основание	A	C	G	T
A		cut *s*	del *s*	swi *r*
C	mvr *s*	mvl *s*	cop *r*	off *l*
G	ina *s*	inc *r*	ing *r*	int *l*
T	rpy *r*	rpu *l*	lpy *l*	lpu *l*

РИС. 87. Типогенетический код, при помощи которого каждый дублет кодируется как одна из аминокислот (или как знак препинания).

Из таблицы следует, что перевод дублета GC — "vsc" ("вставить C"); что AT переводится как "prb" ("перебросить энзим на другую цепочку") и так далее. Таким образом, становится ясно, что цепочка может прямо определять энзим. Например, цепочка

TAGATCCAGTCCACATCGA

разделяется на дублеты следующим образом:

TA GA TC CA GT CC AC AT CG A

Последнее A остается без пары. Вот перевод этой цепочки в энзимы:

pmp — vsa — prp — sdp — vst — sdl — raz — prb — kop.

(Заметьте, что оставшееся A ничего не добавляет.)

Третичная структура энзимов

Читатель, наверное, обратил внимание на маленькие буквы в нижнем правом углу каждого квадрата. Они очень важны для определения того, к какой букве предпочитает прикрепляться каждый энзим вначале. Это определяется до-

вольно необычным способом. Для этого приходится выяснить, какую "третичную структуру" имеет каждый энзим; эта третичная структура, в свою очередь, определена его первичной структурой. Под *первичной структурой* здесь понимается последовательность в энзиме аминокислот; под *третичной структурой* — то, каким образом он "уложен" в пространстве. Дело в том, что энзимы не любят располагаться по прямым, как мы их до сих пор представляли. Каждая расположенная внутри цепочки (но не на ее концах) аминокислота может изогнуться; направление изгиба определяется буквами в углах квадратов. Так "l" и "p" обозначают, соответственно, "влево" и "вправо", а буква "r" значит "прямо". Давайте возьмем наш последний пример энзима и постараемся представить себе его третичную структуру. Мы начнем с первичной структуры и будем продвигаться слева направо. После каждого энзима, снабженного в таблице буквой "l", мы будем поворачивать налево, после энзимов с буквой "p" — направо, а после энзимов с "r" поворота не будет. На рис. 88 показана схема (в двух измерениях) нашего энзима:

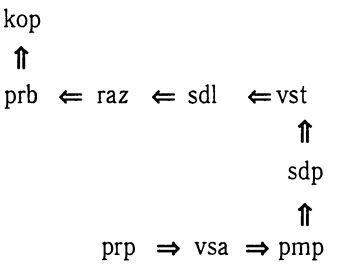


РИС. 88. Третичная структура типоэнзима.

Обратите внимание на левый поворот после "prp", правый поворот после "prb" и так далее. Заметьте также, что первый сегмент ("pmp => vsa") и последний сегмент ("prb ⇒ kop") расположены перпендикулярно. Это и является ключом к тому, к какой букве присоединяется данный энзим: *относительное расположение первого и последнего сегмента* третичной структуры энзима определяют, к какой букве он прикрепится. Мы всегда можем повернуть энзим таким образом, чтобы его первый сегмент указывал направо. После этого последний сегмент энзима будет указывать на его "прикрепительные вкусы". Это показано на рис. 89.

РИС. 89. Таблица "прикрепительных вкусов" типоэнзимов.

Первый сегмент	*Последний сегмент*	*Буква присоединения*
⇒	⇒	A
⇒	⇑	C
⇒	⇓	G
⇒	⇐	T

Таким образом, наш энзим предпочитает букву C. Иногда, складываясь, энзим пересекает сам себя — ничего страшного, просто представьте, что он проходит над или под собой. Обратите внимание, что все аминокислоты энзима играют роль в определении его третичной структуры.

Пунктуация, гены и рибосомы

Остается объяснить только одно. Почему в углу квадрата AA Типогенетического Кода нет никакой буквы? Дело в том, что дуплет AA действует как знак препинания внутри цепочки, указывая на конец кода для данного энзима. Это означает, что в одной цепочке может быть закодировано несколько энзимов, если она содержит один или несколько дуплетов AA. Например, в цепочке

CG GA TA CT AA AC CG A

закодировано два энзима:

kop — vsa — pmp — byk

и

raz — kop

AA разделяет цепочку на два "гена". *Ген — это кусок цепочки, в котором закодирован один энзим.* Заметьте, что не всякое AA является знаком препинания, например, CAAG делится на энзимы "sdp — str". AA начинается с четного подразделения и, таким образом, не составляет дуплета!

Механизм, читающий цепочки и производящий закодированные в них энзимы, называется *рибосомой.* (Играя в типогенетику, мы проделываем работу рибосом.) Рибосомы не отвечают за *третичную* структуру энзимов, поскольку она полностью определена их *первичной* структурой. Процесс перевода всегда происходит *от цепочек к энзимам,* а не наоборот.

Головоломка: типогенетический авто-реп

Теперь вы знаете правила типогенетики и можете поэкспериментировать с этой игрой. В частности, весьма интересно было бы попытаться получить самовоспроизводящуюся цепочку. Вот что это означало бы: дана некая цепочка; рибосома действует на нее, производя закодированные там энзимы. Затем эти энзимы вступают в контакт с первоначальной цепочкой и начинают с ней работать. Получается множество дочерних цепочек. Сами дочерние цепочки взаимодействуют с рибосомами, вследствие чего получаются новые энзимы, действующие на дочерние цепочки, и цикл продолжается. Наша надежда в том, что рано или поздно среди полученных цепочек мы найдем две копии первоначальной цепочки (на самом деле, одна из копий может оказаться самой первоначальной цепочкой.)

Центральная Догма типогенетики

Схема типогенетических процессов представлена на следующей диаграмме:

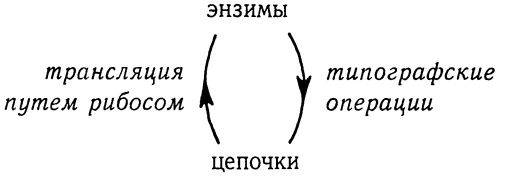
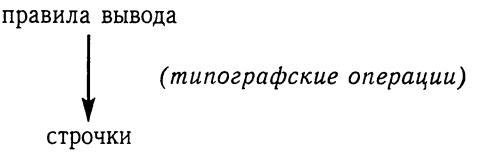


РИС. 90. "Центральная Догма типогенетики:" пример "Запутанной Иерархии".

На этой диаграмме показана *Центральная Догма типогенетики.* Из нее видно, как цепочки определяют энзимы (через Типогенетический Код) и как энзимы, в свою очередь, действуют на породившие их цепочки; в результате этого получаются новые цепочки. Таким образом, левая стрелка показывает, как *старая информация подается наверх* (ведь энзим является трансляцией цепочки и, следовательно, содержит ту же информацию, но в другой, активной форме). Правая стрелка, однако, не показывает движение информации вниз; вместо этого она указывает на то, как *создается новая информация:* передвижением символов в цепочке.

Энзим в типогенетике, подобно правилу вывода в формальной системе, механически переставляет символы в цепочке, не принимая во внимание никакого "значения", которое может заключаться в этих символах. Таким образом, здесь наблюдается интересное смешение уровней. С одной стороны, цепочки, поскольку на них воздействуют энзимы, играют роль *данных* (на это указывает правая стрелка); с другой стороны, они также диктуют, какие операции должны быть проделаны с данными и, таким образом, играют роль *программ* (на это указывает левая стрелка). Играющий в типогенетику действует как интерпретатор и процессор. "Круговая порука", связывающая "верхний" и "нижний" уровни в типогенетике, показывает, что нельзя сказать, что цепочки или энзимы находятся выше (или ниже) уровнем по сравнению друг с другом. С другой стороны, Центральная Догма системы MIU выглядит так:



В системе MIU мы видим четкое разделение на уровни: правила вывода находятся уровнем выше, чем строчки. То же происходит в ТТЧ и во всех других формальных системах.

Странные Петли, ТТЧ и настоящая генетика

Однако мы видели, что и в ТТЧ, в некотором смысле, *есть* смешение уровней. Дело в том, что разделение на язык и метаязык оказывается не таким жестким: высказывания *о* системе отражаются *внутри* самой системы. Если нарисовать диаграмму отношений между ТТЧ и ее метаязыком, у нас получится нечто, удивительно напоминающее Центральную Догму Молекулярной Биологии. На самом деле, наша цель — рассмотреть это сравнение как можно подробнее; для этого мы должны указать, в чем типогенетика совпадает с *настоящей* генетикой и в чем они различаются. Разумеется, настоящая генетика намного сложнее типогенетики; но "концептуальный скелет", который читатель получил, играя в типогенетику, будет очень полезен для путешествия по лабиринту действительной генетики.

ДНК и нуклеотиды

Мы начнем с обсуждения отношений между "цепочками" и ДНК, что расшифровывается как "дезоксирибонуклеиновая кислота". ДНК большинства клеток находится в *ядре* — небольшом районе, защищенном мембраной. Гунтер Стент назвал ядро "тронным залом" клетки, в котором царит ДНК. ДНК состоит из

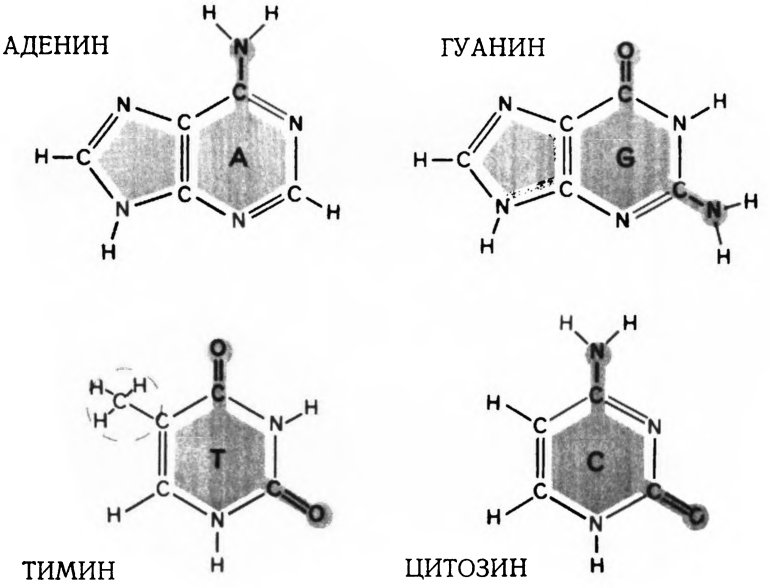
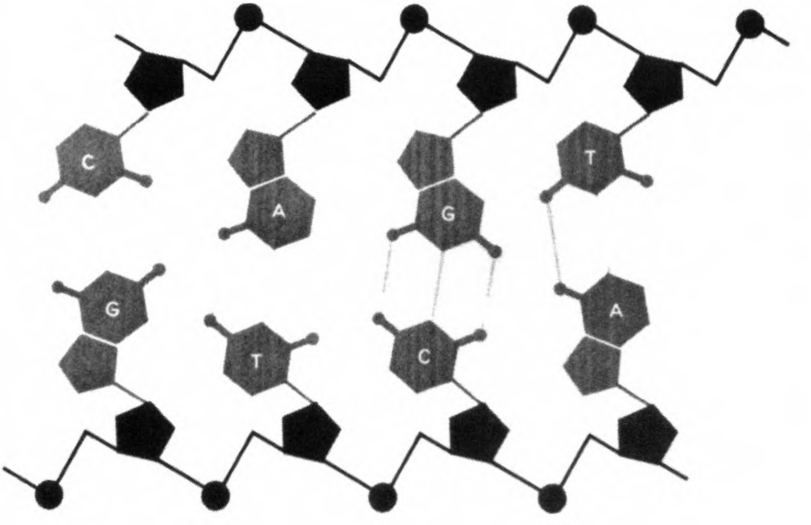


РИС. 91. Четыре основания, составляющих ДНК: Аденин, Гуанин, Цитозин, Тимин. [*Hanawalt & Haynes. "The Chemical Basis of Life", стр. 142.*]

РИС. 92. Структура ДНК напоминает лестницу; сбоку — чередующиеся группы дезоксирибозы и фосфатов. "Ступеньки" построены из оснований, соединенных определенным образом, A с T и G с C, и связанных двумя или тремя водородными связями. [*Hanawalt & Haynes, стр. 142*]



длинных цепей относительно простых молекул, называемых *нуклеотидами*. Каждый нуклеотид состоит из трех частей: (1) фосфатная группа, лишенная одного атома кислорода (отсюда "дезокси" в названии кислоты), (2) сахар под названием "рибоза" и (3) *основание*. Именно основание отличает один нуклеотид от другого; таким образом, чтобы указать на нуклеотид, достаточно указать на его основание. В нуклеотидах есть четыре типа оснований:

A:	аденин	*пурины*
G:	гуанин	
C:	цитозин	*пиримидины*
T:	тимин	

(См. также рис. 91). Таким образом, цепочка ДНК состоит из множества нуклеотидов, следующих один за другим, как бусинки. Нуклеотид привязан к своим соседям сильной химической связью, которая называется *ковалентной*, "бусы" ДНК часто называются ее *"ковалентным позвоночником"*. ДНК обычно состоит из двух цепочек, чьи нуклеотиды спарены между собой (см. рис. 92).

Именно основания ответственны за то, каким образом соединяются между собой цепочки. Каждое основание одной из цепочек соединяется со своим комплементарным основанием из другой цепочки. Комплементы — такие же,

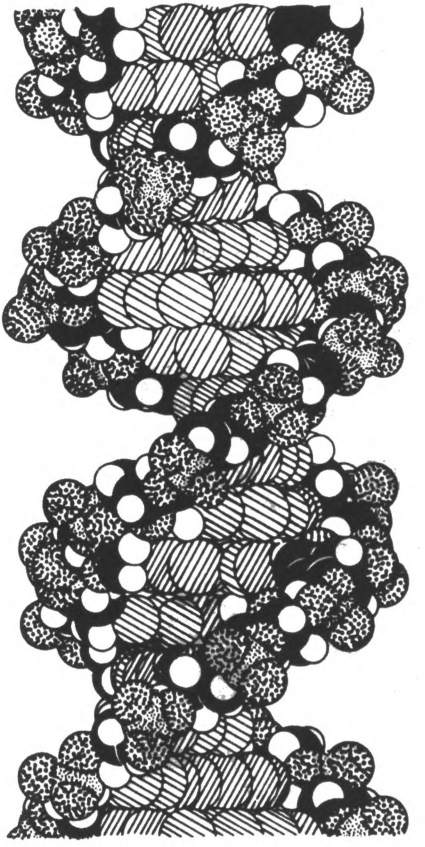


РИС. 93. Молекулярная модель двойной спирали ДНК. [*Vernon M. "Biosynthesis", стр. 13.*]

как в типогенетике: A соединяется с T, а C — с G, то есть пурины всегда соединяются с пиримидинами.

По сравнению с сильными ковалентными связями в "позвоночнике", "межцепочные" связи весьма слабы. Это не ковалентные, а *водородные связи.* Водородная связь возникает, когда два скопления молекул расположены так, что один из атомов водорода, ранее принадлежавших к одному из этих скоплений, "запутывается" и уже не понимает, куда он принадлежит; он "зависает" между двумя скоплениями, не зная, к какому из них присоединиться. Поскольку две цепочки ДНК удерживаются вместе только водородными связями, они могут легко разделяться и снова соединяться; этот факт очень важен для жизнедеятельности клетки.

Двойные цепочки ДНК обвиваются одна вокруг другой, как лианы (рис. 93). В каждом витке находится ровно 10 пар; иными словами, каждый нуклеотид изогнут на 36 градусов. ДНК, состоящая из одной цепочки, не изгибается таким образом, поскольку изгиб — это следствие соединения оснований.

Мессенджер РНК и Рибосомы

Как я уже сказал, во многих клетках "царь" клетки, ДНК, обитает в "тронном зале" — ядре. Но большинство жизненных процессов клетки происходит вне ядра, в *цитоплазме,* которая является для ядра примерно тем же, чем фон — для рисунка. В частности, *энзимы,* отвечающие практически за любой процесс в клетке, вырабатываются *рибосомами* в цитоплазме, где, в основном, они и продолжают действовать. И так же, как в типогенетике, "чертежи" всех энзимов хранятся в цепочках, то есть в ДНК, которая обитает, надежно защищенная, в своем домике-ядре. Но как же информация о структуре энзимов попадает из ядра к рибосомам?

Здесь на сцену выходит мессенджер РНК — мРНК. Он является чем-то вроде автобуса, который переносит хранящуюся в ДНК информацию (а не саму ДНК!) к рибосомам в цитоплазму. Как это делается? Идея проста — особый тип энзима внутри ядра с точностью копирует длинные отрезки цепочки оснований ДНК на новую цепочку — цепочку мессенджера РНК. Этот мРНК затем выходит из ядра и попадает в цитоплазму. Там он находит множество рибосом, которые начинают работать над ним, производя энзимы.

Процесс, во время которого ДНК копируется на мРНК, называется *транскрипцией;* при этом двойная спираль ДНК временно разделяется на две отдельные цепочки, одна из которых служит эталоном для мРНК. Кстати, "РНК" означает "рибонуклеиновая кислота"; она очень похожа на ДНК, с той разницей, что у всех ее нуклеотидов есть тот специальный атом кислорода в группе сахара, которого нет в ДНК. Поэтому здесь опущена приставка "дезокси". Кроме этого, вместо тимина РНК использует основание урацил, поэтому информация в цепочках РНК может быть представлена последовательностью букв 'A', 'C', 'G', 'U'. Теперь, когда мРНК транскрибирован вне ДНК, начинается обычный процесс спаривания оснований (с U вместо T), так что "эталон" ДНК и его товарищ мРНК могут выглядеть примерно так:

```
ДНК:  . . . . . CGTAAATCAAGTCA . . . . . (образец)
мРНК: . . . . . GCAUUUAGUUCAGU . . . . . ("копия")
```

Как правило, РНК не образует длинных двойных цепочек сама с собой, хотя в принципе такое возможно. Таким образом, в большинстве случаев она

находится не в форме двойной спирали, как ДНК, а в форме длинных, причудливо изогнутых цепочек.

Как только цепочка мРНК покидает ядро, она встречается с этими странными субклеточными существами, называемыми "рибосомами" — но прежде, чем объяснить, как рибосомы используют мРНК, я хочу сказать кое-что об энзимах и белках. Энзимы принадлежат к общей категории биомолекул, называемых *белками;* задача рибосом — в том, чтобы производить все белки, а не только лишь энзимы. Белки, не являющиеся энзимами, намного более пассивны; многие из них, например, являются *структурными* молекулами, что означает, что они действуют как балки и перекладины в зданиях: они удерживают вместе части клетки. Есть и другие типы белков, но для наших целей мы будем считать основными белками энзимы, и в дальнейшем я не буду проводить четкого различия между белками.

Аминокислоты

Белки состоят из последовательностей *аминокислот;* их существует 20 основных вариантов, каждый из которых — аббревиатура из трех букв.

ala —— аланин
arg —— аргинин
asp —— аспарагин
val —— валин
gis —— гистидин
gli —— глицин
gln —— глютамин
glu —— глютаминовая кислота
ile —— изолейцин
lev —— левцин
liz —— лизин
met —— метионин
pro —— пролин
ser —— серин
tre —— треонин
trp —— триптофан
tir —— тирозин
fen —— фенилаланин
cys —— цистеин

Обратите внимание на отличие от типогенетики, где у нас было только пятнадцать "аминокислот", составляющих энзимы. *Аминокислота* — это небольшая молекула примерно такой же сложности, как нуклеотид; отсюда следует, что строительные блоки белков и нуклеиновых кислот (ДНК, РНК) примерно одинакового размера. Однако белки состоят из значительно более коротких последовательностей компонентов: около 300 аминокислот обычно составляют полный белок, в то время, как цепочка ДНК может состоять из сотен тысяч или даже миллионов нуклеотидов.

Рибосомы и магнитофоны

Когда цепочка мРНК, выйдя в цитоплазму, встречает рибосому, начинается очень сложный и интересный процесс, называющийся *трансляцией.* Можно сказать, что этот процесс находится в самом сердце жизни, и с ним связано

множество загадок. При этом его основу описать легко. Давайте сначала обратимся к наглядному примеру и затем рассмотрим этот процесс более детально. Попробуйте вообразить мРНК в виде длинного куска магнитной ленты, а рибосомы — в виде магнитофонов. Когда лента проходит через магнитную головку магнитофона, она "прочитывается" и превращается в музыку или другие звуки. Магнитные знаки "переводятся" в ноты. Подобно этому, когда "пленка" мРНК проходит через "проигрывающую головку" рибосомы, получаются "ноты" — *аминокислоты* и "музыкалыные произведения" — *белки*. Именно в этом и заключается процесс трансляции; он показан на рис. 96.

Генетический код

Но как может рибосома произвести цепочку аминокислот, считывая цепочку нуклеотидов? Эта загадка была разрешена в начале 1960-х годов в результате работы большой группы ученых. Оказалось, что в основе этого процесса лежит генетический код — отображение с троек нуклеотидов на аминокислоты (см. рис. 94). Это очень напоминает типогенетический код, но здесь последовательность из трех оснований (или нуклеотидов) составляет кодон, в то время как в типогенетике мы использовали только пару оснований. Таким образом, в таблице должно быть 4 x 4 x 4 = 64 разных записей, вместо шестнадцати. Рибосома считывает одновременно только три нуклеотида мРНК — то есть, один кодон. Каждый раз, когда это происходит, к белку, который в данный момент вырабатывется, прибавляется одна аминокислота. Таким образом, белок изготовляется постепенно, кислота за кислотой.

CUA GAU
Cu Ag Au

Типичная последовательность мРНК, прочитанная сначала как два триплета (наверху) и затем как три дуплета (внизу); пример гемиолы в биохимии.

Третичная структура

Когда из рибосомы возникает белок, он не только становится все длиннее, но также укладывается в пространстве, на манер змеи, которая растет и укладывается в кольца. Эта укладка называется *третичной структурой белка* (рис. 95), в то время как сама последовательность аминокислот является его *первичной структурой*. Третичная структура следует из первичной структуры, точно так же, как это было в типогенетике. Однако рецепт для получения третичной структуры из первичной структуры здесь намного сложнее. В действительности это одна из задач современной молекулярной биологии: найти некие правила, при помощи которых можно было бы предсказать третичную структуру белка, исходя только из его первичной структуры.

Редукционистское объяснение функции белков

Другое, возможно, самое серьезное различие между типогенетикой и настоящей генетикой заключается в том, что в типогенетике каждая аминокислота типоэнзима отвечает за некое определенное "действие", в то время как отдельные аминокислоты настоящих энзимов не имеют четко определенных ролей.

Генетический код

	U	C	A	G	
U	phe	ser	tyr	cys	U
	phe	ser	tyr	cys	C
	leu	ser	*преп.*	*преп.*	A
	leu	ser	*преп.*	trp	G
C	leu	pro	his	arg	U
	leu	pro	his	arg	C
	leu	pro	gln	arg	A
	leu	pro	gln	arg	G
A	ile	thr	asn	ser	U
	ile	thr	asn	ser	C
	ile	thr	lys	arg	A
	met	thr	lys	arg	G
G	val	ala	asp	gly	U
	val	ala	asp	gly	C
	val	ala	glu	gly	A
	val	ala	glu	gly	G

РИС. 94. Генетический код, по которому каждый триплет в цепочке мессенджера РНК соответствует одной из двадцати аминокислот (или знаку препинания).

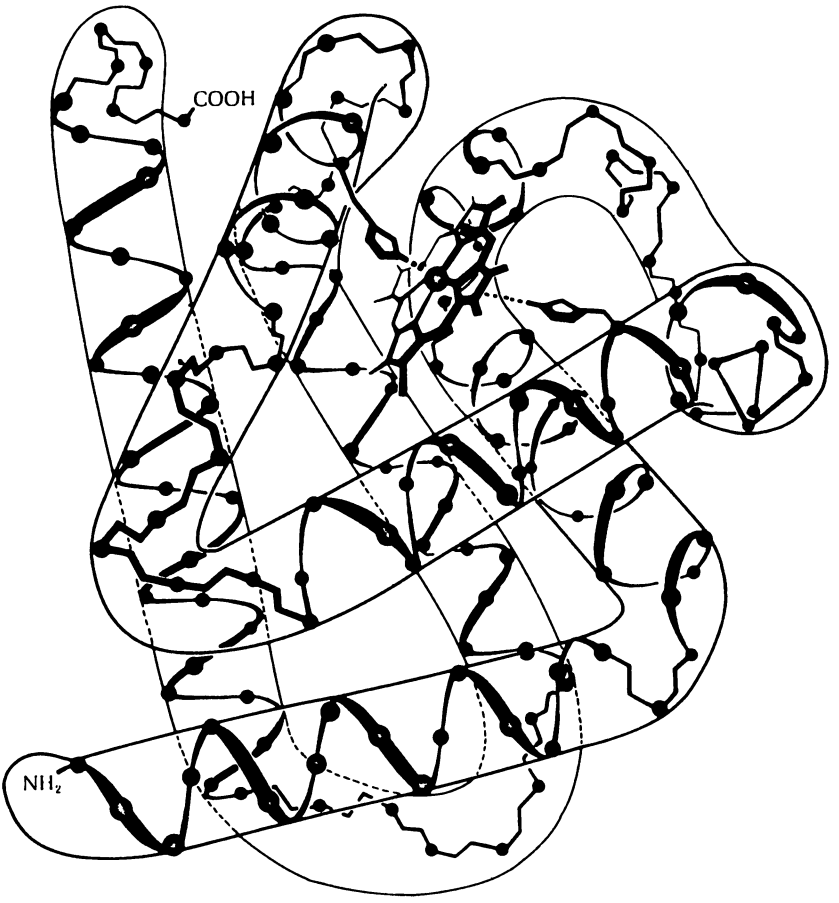
Третичная структура, *взятая целиком,* определяет, как будет функционировать энзим. Нельзя сказать: "Присутствие этой аминокислоты означает, что совершится некая определенная операция". Иными словами, в настоящей генетике вклад каждой отдельной аминокислоты в работу всего энзима не свободен от "контекста". Однако этот факт не следует рассматривать как аргумент против редукционизма и как доказательство того, что "целое [энзим] не может быть объяснено как сумма его частей". Такой подход был бы совершенно не оправдан. Напротив, вполне оправдан отказ от упрощающего утверждения, что "вклад в общую сумму каждой аминокислоты не зависит от остальных присутствующих в энзиме аминокислот". Другими словами, функция белка не мо-

жет быть составлена из независимых функций составляющих его частей; мы должны принимать во внимание их взаимодействие. В принципе, возможно написать такую компьютерную программу, которая по данной первичной структуре белка определяла бы сначала его третичную структуру и затем — функцию энзима.

Это было бы редукционистским объяснением работы белков, но определение "суммы" требовало бы в таком случае весьма сложного алгоритма. Выяснение функции энзима, исходя из его первичной, а затем третичной *структуры* — это одна из задач современной молекулярной биологии.

Может быть, функция энзима все-таки может быть объяснена, исходя из независимых функций отдельных частей; но в таком случае, эти части были

РИС. 95. Структура миоглобина, выведенная на основе рентгеновского снимка высокой разрешающей способности. Образование, напоминающее изогнутую трубу, — это его третичная структура; меньшая спираль внутри "трубы" — "спираль альфа" — вторичная структура. [*A.Lehninger, "Biochemistry".*]



бы элементарными частицами, такими как электроны и протоны, а не блоками, такими как аминокислоты. Это — пример редукционистской дилеммы: чтобы объяснить события в терминах сумм *независимых* частей, приходится спускаться на уровень физики; но тогда число частиц оказывается таким огромным, что подобное объяснение становится невозможно осуществить на практике. Оно переходит в область чисто теоретических выкладок, в область "в принципе" возможного. Таким образом, нам приходится удовлетвориться суммой частей, зависящей от контекста. В этом есть два недостатка. Первый заключается в том, что составляющими частями здесь являются гораздо более крупные единицы, поведение которых можно описать лишь на более высоких уровнях — а следовательно, неточно. Второй недостаток в том, что слово "сумма" связано с идеей о том, что каждой части соответствует простая функция, и что функция целого — всего лишь сумма составляющих его независимых функций. Такой подход не дает результата, когда мы пытаемся объяснить функцию энзима, рассматривая аминокислоты как составляющие его единицы. Но как бы то ни было, это общее явление, возникающее при анализе сложных систем. Чтобы интуитивно понять, как действуют такие системы, и иметь возможность с ними работать, нам приходится жертвовать точностью микроскопической, независимой от контекста картины. Но тем не менее, мы не отказываемся от мысли, что в принципе такая картина возможна.

Перенос РНК и рибосомы

Вернемся к рибосомам, РНК и белкам. Мы сказали, что рибосомы "строят" белок, пользуясь схемой, принесенной из "тронного зала" мессенджером ДНК — РНК. Означает ли это, что рибосома может переводить с языка кодонов на язык аминокислот, то есть что рибосома "знает" Генетический Код? Однако такого количества информации в рибосоме просто нет. Так как же она это делает? *Где именно* хранится Генетический Код? Интересно то, что он хранится в самой ДНК (где же еще!). Это необходимо пояснить.

Для начала давайте дадим частичное объяснение. В цитоплазме плавают молекулы, имеющие форму четырехлистного клевера; аминокислота свободно присоединена (водородной связью) к одному из листочков. На противоположном листке находится триплет нуклеотидов — так называемый *антикодон*. Два других листка для нас в данный момент не важны. Эти "клеверные листки" используются рибосомами для производства белков следующим образом. Когда новый кодон мРНК проходит через "проигрывающую головку" рибосомы, рибосома выходит в цитоплазму и присоединяется к клеверу, чей антикодон является дополнением к кодону мРНК. Он поворачивает клевер так, чтобы иметь возможность оторвать от него аминокислоту, которая затем присоединяется ковалентно к растущему белку. (Связь между аминокислотой и ее соседом в белке очень сильна; она называется *пептидной связью*. Поэтому белки иногда называют также "полипептидами".) Разумеется, что у "клеверных листков" не случайно оказались нужные аминокислоты — ведь они были изготовлены согласно точным инструкциям, поступившим из "тронного зала".

Настоящее название такого "клевера" — *трансплантация РНК*. Молекула тРНК невелика — размером с маленький белок. Ее составляет цепь примерно из восьмидесяти нуклеотидов. Как и в случае мРНК, молекулы тРНК строятся путем *транскрипции* большого клеточного эталона, ДНК. Однако, по сравнению с огромными молекулами мРНК, которые могут быть составле-

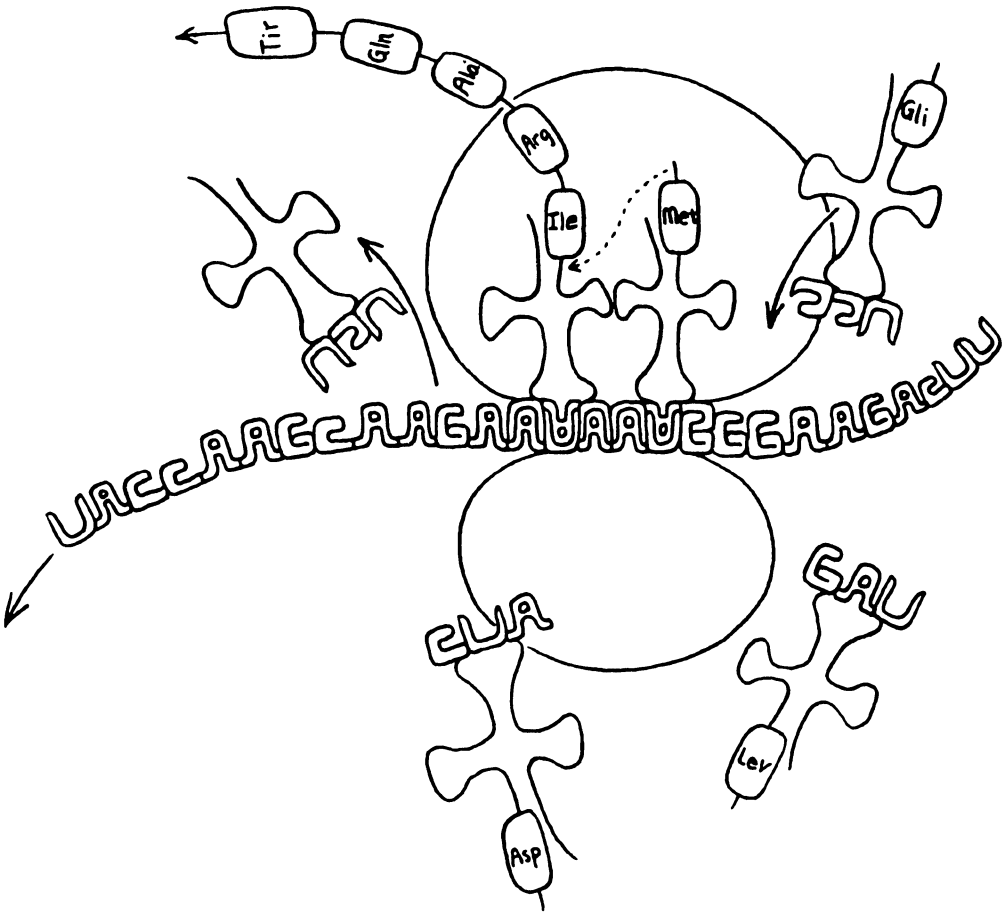


РИС. 96. Часть мРНК, проходящая через рибосому. Рядом плавают молекулы тРНК; они несут аминокислоты, которые будут использованы рибосомой для построения белка. Генетический Код содержится в молекулах тРНК, распространенный по нескольким из них. Обратите внимание, как спаренные основания (A-U, C-G) представлены на диаграмме при помощи соединенных букв. [*Рисунок Скотта Е. Кима.*]

ны из тысяч и тысяч нуклеотидов, расположенных цепочками, тРНК — крохотные молекулы. Кроме того, тРНК похожи на белки (и очень отличаются от цепочек мРНК) следующим: их жесткая третичная структура определена их первичной структурой. Третичная структура молекулы тРНК позволяет присоединиться к месту аминокислот только одной кислоте — той, которая продиктована, согласно Генетическому Коду, антикодоном на противоположной стороне. Функцию тРНК можно пояснить на примере следующей забавной аналогии. Представьте себе синхронного переводчика, вокруг которого валяется множество карточек со словами. Из этой кучи он выхватывает — всегда бе-

зошибочно! — нужную карточку каждый раз, когда ему надо перевести какое-то слово. В этом случае переводчиком является рибосома, карточками — кодоны, а их переводами — аминокислоты.

Чтобы внутреннее сообщение ДНК было расшифровано рибосомами, "карточки" тРНК должны находиться в цитоплазме. В каком-то смысле можно сказать, что в тРНК содержится суть *внешнего* сообщения ДНК, поскольку они являются ключом к процессу трансляции. При этом они сами происходят из ДНК. Таким образом, внешнее сообщение пытается стать частью внутреннего сообщения, что-то вроде записки в бутылке, сообщающей, на каком языке она написана. Ясно, что такая попытка никогда не может удасться полностью: ДНК не может поднять саму себя за волосы. Клетка должна заранее "знать" нечто о Генетическом Коде, чтобы позволить создание энзимов, переводящих сами тРНК с эталона ДНА. И это знание находится в созданных ранее молекулах тРНК. Попытка избежать нужды во внешнем сообщении напоминает Эшеровского дракона, который всеми доступными ему средствами своего двухмерного мира старается стать трехмерным. Кажется, что ему это почти удается; но, разумеется, эта превосходная имитация трехмерности — не более, чем иллюзия.

Пунктуация и рамка считывания

Откуда рибосома знает, когда белок готов? Так же, как в типогенетике, в мРНК есть сигнал, указывающий на окончание или начало конструкции белка. Три специальные кодона — UAA, UAG, UGA — действуют не как коды аминокислот, а как *знаки препинания.*

Каждый раз, когда один из этих триплетов попадает в "проигрывающую головку" рибосомы, та прекращает строительство данного белка и начинает строить новый белок.

Недавно был выделен целый геном самого крохотного из известных вирусов. В процессе работы было сделано совершенно неожиданное открытие: некоторые из девяти его генов накладываются друг на друга, что означает, что *два разных белка закодированы в одной и той же цепочке ДНК!* Один из генов даже оказался полностью вставленным в другой! Это достигается *сдвиганием* рамки считывания двух генов точно на одну единицу по отношению друг к другу. Информационная насыщенность такой структуры поразительна. Это, как читатель, наверное, догадался, и послужило источником для странного "хайку в 6/17", запеченного в Ахилловом печенье с сюрпризом в "Каноне с интервальным увеличением".

Заключение

Таким образом, возникает следующая картина: из своего тронного зала ДНК посылает длинные цепочки мессенджера РНК в цитоплазму к рибосомам. Рибосомы, используя "карточки со словами", плавающие вокруг них, строят белки, добавляя к ним по одной аминокислоте в соответствии с "планом", содержащимся в мРНК. ДНК диктует только первичную структуру белков, но этого достаточно, поскольку, выходя из рибосом, белки, как по волшебству, укладываются в сложные структуры, которые затем действуют как могучие химические машины.

Уровни структуры и значения в белках и в музыке

Как вы помните, мы сравнивали рибосому с магнитофоном, мРНК — с пленкой, а белок — с музыкой. Это может показаться надуманным сравнением, однако на самом деле здесь есть некоторые красивые параллели. Музыка — это не просто линейная последовательность нот. Наш разум воспринимает музыку на гораздо более высоком уровне. Мы воспринимаем последовательности нот как музыкальные фразы, фразы — как мелодии, мелодии — как части прозведения, а части — как единое целое. Таким же образом, белки работают только как блочные единицы. Хотя все информация, необходимая для создания третичной структуры, содержится в первичной структуре, она ощущается чем-то меньшим, поскольку ее потенциал реализуется полностью только тогда, когда третичная структура создана физически.

Мы говорим только о первичной и третичной структуре, и читатель может удивиться, куда же подевалась *вторичная структура*. Она действительно существует, так же как и "четвертичная структура". Укладка белка происходит на нескольких уровнях. В некоторых точках цепочки может возникать что-то вроде спирали, называемой *альфа спиралью* (не спутайте ее с двойной спиралью ДНК). Этот спиральный изгиб белка происходит на уровне низшем, чем его третичная структура. Этот уровень виден на рис. 95. Четвертичную структуру можно сравнить с построением музыкального произведения из отдельных, независимых частей, поскольку она включает соединение нескольких различных полипептидов, во всей красе их третичной структуры, в единую большую структуру. Эти независимые цепочки обычно соединяются друг с другом с помощью не ковалентных, а водородных связей, что опять сравнимо с частями музыкальных произведений, связи которых между собой гораздо слабее их внутренних связей, но которые, тем не менее, составляют органическое целое.

Четыре уровня структуры белка можно также сравнить с четырьмя уровнями картинки МУ (рис. 60) в "Прелюдии" и "Муравьиной фуге".

Глобальная структура — состоящая из букв 'М' и 'У' — это *четвертичная* структура рисунка; каждая из этих частей имеет свою *третичную* структуру, составленную из слов "ХОЛИЗМ" или "РЕДУКЦИОНИЗМ"; на *вторичном* уровне мы находим антонимы этих слов и наконец на *первичном* уровне мы опять видим слово "МУ", повторяющееся снова и снова.

Полирибосомы и двухтретичные каноны

Мы подошли к другой интересной параллели между магнитофонами, переводящими пленки в музыку, и рибосомами, переводящими мРНК в белки. Представьте себе несколько магнитофонов, поставленных в ряд на одинаковых расстояниях друг от друга. Назовем это расположение "полимагнитофоном". Теперь представьте, что одна и та же пленка проходит по очереди через проигрывающую головку каждого из магнитофонов. Если на пленке записана одна-единственная длинная мелодия, то результатом, разумеется, будет многоголосный канон, где голоса отстают на то время, которое требуется пленке, чтобы попасть с одного магнитофона на следующий. В клетках действительно существуют такие "молекулярные каноны", где множество рибосом расположены в ряд, образуя так называемые *полирибосомы* — каждая из них "проигрывает" одну и ту же цепочку мРНК, результатом чего являются одинаковые белки в разной степени готовности (см. рис. 97).

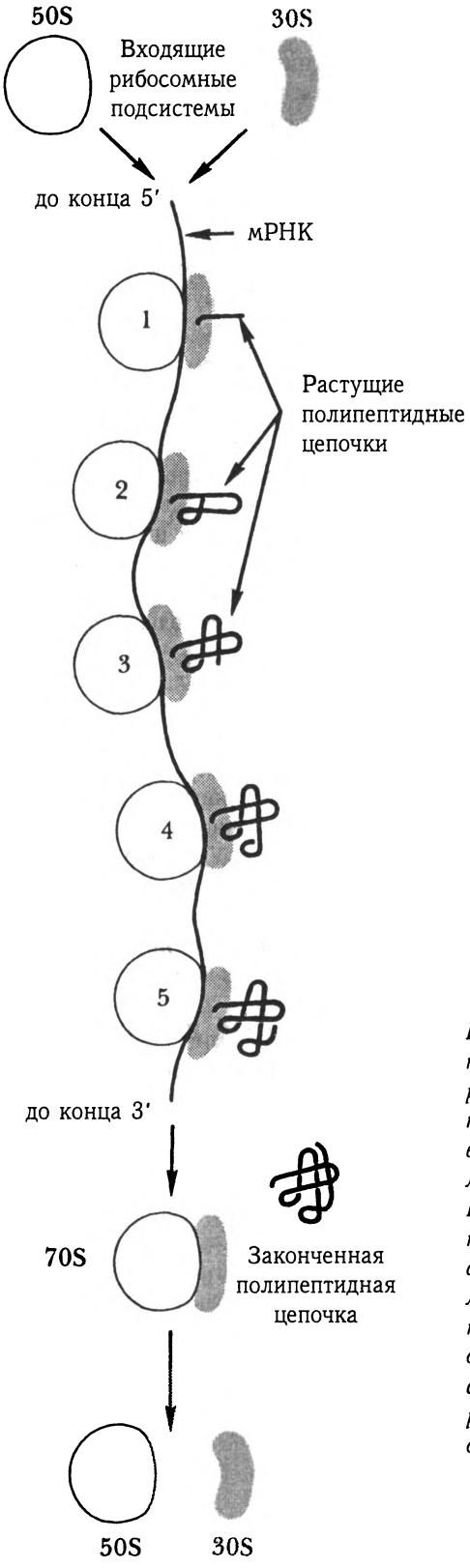


РИС. 97. Полирибосома. Цепочка мРНК проходит через одну рибосому за другой, вроде пленки, проигрывающейся последовательно на нескольких расположенных в ряд магнитофонах. Результатом этого являются несколько белков на разных стадиях готовности; это аналогично музыкальному канону, получающемуся, если включать одну и ту же музыку на нескольких магнитофонах по очереди. [Из книги Ленингера "Биохимия".]

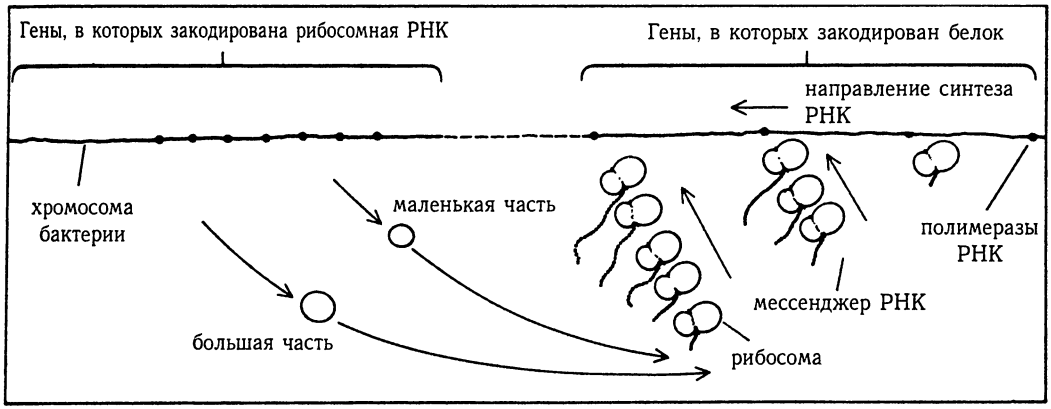


РИС. 98. Вот еще более сложная схема. Полирибосомы действуют не на одну, а на несколько цепочек мРНК, параллельно возникающих путем транскрипции ДНК. Результатом является двухтретичный молекулярный канон. [*Hanawalt & Haynes, "The Chemical Basis of Life", стр. 271*].

Это еще не все: природа идет дальше. Вспомните, что мРНК получена путем транскрипции ДНК; энзимы, отвечающие за этот процесс, называются *полимеразами* (суффикс "аза" всегда обозначает энзимы). Несколько полимераз РНК часто работают параллельно над одной и той же цепочкой ДНК, в результате чего получается множество отдельных (но одинаковых) цепочек мРНК, отстающих друг от друга на то время, которое необходимо ДНК, чтобы добраться от одной полимеразы РНК до следующей. В то же время, несколько рибосом могут работать над каждой из параллельно выходящих цепочек мРНК. Таким образом, получается нечто вроде двухпалубного или двухтретичного "молекулярного канона" (Рис. 98). Соответствующий образ в музыке был бы причудливой и забавной сценой: несколько человек, переводящих одновременно одну и ту же рукопись с ключа, который флейтисты не могут прочесть, в тот, который им доступен. Каждый переводчик, заканчивая страницу, передает ее следующему переводчику, а сам начинает работать над новой страницей. Каждая страница, прошедшая таким образом через всех переводчиков, попадает к флейтистам, которые играют написанную там мелодию; при этом все флейтисты играют разные места в нотах. Это довольно странная картина дает некоторое представление о том, какие сложные процессы происходят в каждой клетке вашего тела, каждую секунду каждого дня...

Что было в начале — рибосома или белок?

Мы говорили об этих удивительных созданиях по имени рибосомы; но из чего состоят они сами? Как они сделаны? Рибосомы состоят из двух компонентов: (1) разные типы белков и (2) другой тип РНК, называемый *рибосомной РНК* (рРНК). Таким образом, чтобы построить рибосому, необходимо присутствие определенных белков и рРНК. Однако чтобы у нас были белки, нужны рибосомы, чтобы их сделать! Так как же разорвать этот порочный круг? Что было в начале — рибосома или белок? Кто из них порождает другого? Разумеется, прямого ответа на этот вопрос дать нельзя, так как мы всегда можем отступить во времени к членам того же класса, точно так же, как в ситуации

с курицей и яйцом, пока все не растает в дымке прошлого. Так или иначе, рибосомы состоят из двух частей, большой и маленькой, каждая из которых содержит набор рРНК и белков. По размеру рибосомы похожи на большие белки; они намного меньше цепочек мРНК, которые они используют как входные данные и вдоль которых продвигаются.

Функция белка

Мы уже говорили кое-что о структуре белка — а именно, об энзимах — но еще не сказали ни какое задание они выполняют в клетке, ни как они это делают. Все энзимы являются *катализаторами,* это значит, что, в некотором смысле, они всего лишь *выборочно ускоряют* химические процессы в клетке- они не начинают процессы, которые без них не произошли бы. Энзим идет по нескольким из мириадов возможных химических путей. Таким образом, энзимы определяют, какие процессы произойдут, а какие нет — хотя теоретически возможно, что все эти процессы могут произойти и сами собой, без катализатора.

Как действуют энзимы на молекулы клетки? Как мы уже сказали, энзимы — это свернутые полипептидные цепи. В каждом энзиме имеется определенное место, где он присоединяется к другому типу молекул. Это место называется *активным центром,* и любая молекула, которая к нему присоединяется, называется *субстратом.* Энзимы могут иметь несколько активных центров и несколько субстратов. Как и в типогенетике, энзимы довольно привередливы в выборе того, над чем они будут работать. Обычно активный центр позволяет присоединиться к энзиму только определенному типу молекулы, хотя иногда молекулы-"самозванцы", одурачив энзим, прицепляются к активному центру и "засоряют" его, отчего энзим теряет свою способность действовать.

Как только энзим и его субстрат оказываются соединены, равновесие электрических зарядов нарушается; электроны и протоны плавают вокруг сцепленных молекул, пока равновесие не восстановится. К тому времени, как это случается, в субстрате могут произойти значительные химические изменения. Примером таких изменений является "сварка", в результате которой небольшая стандартная молекула присоединяется к нуклеотиду, аминокислоте или другой обычной клеточной молекуле; цепочка ДНК может быть разрушена в определенном месте, какая-то часть молекулы может оказаться "отрезанной" и так далее. На самом деле, био-энзимы производят на молекулах операции, весьма похожие на типографские операции, производимые типо-энзимами. Однако большинство энзимов вместо последовательности заданий выполняют только какое-нибудь одно. Другая значительная разница между типоэнзимами и биоэнзимами заключается в том, что типоэнзимы действуют только на цепочки, в то время как биоэнзимы могут действовать на ДНК, РНК, другие белки, рибосомы, клеточные мембраны — короче, на все, что имеется в клетке. Иными словами, энзимы — это универсальные механизмы клеточных операций. Существуют энзимы соединяющие, энзимы разделяющие, энзимы изменяющие, энзимы активирующие и дезактивирующие, энзимы копирующие, чинящие, разрушающие...

Некоторые из самых сложных процессов в клетке включают каскады, в которых одна-единственная молекула запускает производство определенного типа энзима; этот процесс начинается, и энзимы, сходящие "с конвейера", от-

крывают новую химическую дорогу, ведущую к производству второго типа энзима. Этот процесс может продолжаться на трех или четырех уровнях; каждый новый тип энзима, в свою очередь, запускает в действие процесс создания следующего типа энзима. В конце производится поток копий последнего типа энзима, после чего все копии принимаются за свои дела — отрезать "чужую" ДНК, помочь в строительстве какой-нибудь аминокислоты, в которой нуждается клетка, и так далее.

Нужда в достаточно сильной автономной системе

Постараемся описать то, как природа решила типогенетическую головоломку: "Какая цепочка ДНК может заведовать собственным воспроизводством?" Безусловно, не каждая цепочка ДНК является авто-репом. Ключ к загадке — в том, что любая цепочка, желающая заняться самовоспроизводством, должна содержать инструкции для сборки именно тех энзимов, которые смогут выполнить эту задачу. Ожидать, что отдельная цепочка ДНК сможет оказаться авторепом, нереально, поскольку для "вытаскивания" этих потенциальных белков из ДНК необходимы не только рибосомы, но и полимеразы РНК, строящие мРНК, которые затем переносятся к рибосомам. Таким образом, мы должны предположить существование "минимальной системы автономии", достаточно сильной, чтобы обеспечить возможность транскрипции и трансляции. Эта минимальная система будет состоять из (1) нескольких белков, таких, например, как полимераза РНК, позволяющая сделать мРНК на основе ДНК, и (2) нескольких рибосом.

Как самовоспроизводится ДНК

Выражения "достаточно сильная система автономии" и "достаточно мощная формальная система" звучат очень похоже, и это сходство далеко не случайно. Одно из этих выражений содержит условие для возможного авторепа, а другое — условие для возможного авто-рефа. На самом деле, мы видим здесь одно и то же явление, только в разных одеждах — вскоре мы объясним это подробнее. Но прежде давайте закончим описание того, как может самовоспроизвестись цепочка ДНК.

ДНК должна содержать код тех белков, которые будут ее воспроизводить. Существует очень эффективный и изящный способ воспроизвести двойную спираль ДНК, состоящую из двух комплементарных цепочек. Это происходит в два шага:

(1) отделить цепочки друг от друга;
(2) присоединить новую цепочку к каждой из получившихся отдельных цепочек.

Этот процесс создает две новые двойные цепочки ДНК, каждая из которых идентична первоначальной. Если мы будем пользоваться этой идеей в нашем решении, нам потребуется набор белков, закодированных в самой ДНК, которые смогут выполнить эти два шага.

Считается, что в клетке эти шаги осуществляются одновременно; это происходит координированно и требует присутствия трех основных энзимов: эндонуклеазы ДНК, полимеразы ДНК и лигазы ДНК. Первый — "открывающий энзим", разделяющий цепочки, словно две части застежки "молнии". Потом

вступают в действие два остальных энзима. Полимераза ДНК — это энзим копирования и передвижения; он медленно передвигается вдоль коротких цепочек ДНК, воспроизводя их дополнения методом, похожим на типогенетический. Для этого он пользуется материалом-сырцом — а именно, нуклеотидами, плавающими вокруг в цитоплазме. Поскольку это действие происходит "скачкообразно" (каждый скачок — это сначала растаскивание цепочек и затем их воспроизводство), возникают короткие "паузы", заполняемые при помощи лигазы ДНК. Этот процесс повторяется снова и снова. Этот отлаженный трехэнзимный аппарат передвигается аккуратно по всей длине молекулы ДНК, пока ее цепочки не окажутся полностью разделенными и скопированными. В результате получаются две копии первоначальной ДНК.

Сравнение метода самовоспроизводства ДНК с квайнированием

Обратите внимание, что для энзимного воздействия на цепочку ДНК совершенно неважно, что информация для этого процесса хранится в самой ДНК; энзимы просто выполняют свои задачи по передвижению символов, точно так же, как правила вывода в системе MIU. Им совершенно все равно то, что в какой-то момент они копируют те самые гены, в которых закодированы они сами. ДНК является для них эталоном, лишенным собственного значения и интереса.

Это можно сравнить с тем, как Квайново высказывание дает инструкции по самовоспроизводству. Там у нас тоже было что-то вроде "двойной цепочки" — две копии одной и той же информации, одна из которых действовала как команда, а другая — как эталон. Процесс в ДНК отдаленно напоминает эту ситуацию, поскольку три энзима (эндонуклеаза ДНК, полимераза ДНК и лигаза ДНК) закодированы только в одной из цепочек, которая, таким образом, действует как *программа,* в то время как другая цепочка — всего лишь *эталон*. Это сравнение приблизительно, поскольку в процессе копирования обе цепочки используются как эталоны. Все же эта аналогия очень интересна. Существует биохимическая аналогия дихотомии "использование — упоминание": когда ДНК используется как последовательность символов для копирования, она похожа на *упоминание* о типографских символах; когда ДНК диктует, какие команды должны быть выполнены, она похожа на *использование* типографских символов.

Уровни значения в ДНК

Цепочка ДНК имеет несколько уровней значения; это зависит от того, насколько велик кусок цепочки, который вы рассматриваете, и наколько мощен ваш "аппарат для расшифровки". На низшем уровне каждая цепочка ДНК содержит код эквивалентной цепочки РНК, и необходимой расшифровкой является *транскрипция*. Разделив ДНК на триплеты и пользуясь "генетической расшифровкой", можно прочитать ДНК как последовательность аминокислот. Это — *трансляция* (уровнем выше, чем транскрипция). На следующем уровне иерархии ДНК читается как набор белков. Физическое извлечение белков из генов называется "экспрессией генов". В настоящий момент это является наиболее высоким из доступных нам уровней значения ДНК.

Однако в ДНК безусловно имеются и более высокие уровни значения, которые различить труднее. Например, у нас есть все основания полагать, что в ДНК человеческого существа закодированы такие его характеристики, как форма носа, музыкальные способности, быстрота рефлексов и так далее. Возможно ли, в принципе, научиться считывать такую информацию прямо с цепочек ДНК, минуя физический процесс *эпигенезиса* — извлечения фенотипа из генотипа? Теоретически такое возможно, так как можно вообразить мощнейшую компьютерную программу, симулирующую весь процесс, вплоть до отдельных клеток, отдельных белков, каждой мельчайшей детали, участвующей в воспроизводстве ДНК, клеток ... и так далее, до конца лестницы. Результатом работы такой программы *псевдо-эпигенезиса* было бы описание фенотипа на высшем уровне.

Существует еще одна (очень маловероятная) возможность: может быть, нам удастся научиться читать фенотип с генотипа, минуя изоморфную симуляцию физического процесса эпигенезиса и пользуясь вместо этого более простым расшифровывающим механизмом. Это можно назвать "сокращенным псевдо-эпигенезисом". К сожалению, сокращенный или нет, псевдо-эпигенезис пока нам недоступен — за одним замечательным исключением. Тщательный анализ вида Felis Catus показал, что на самом деле возможно прочитать фенотип прямо с генотипа. Читатель, может быть, лучше поймет этот замечательный факт, рассмотрев следующий типичный кусок ДНК Felis Catus:

... CATCATCATCATCATCATCATCATCAT ...

Ниже показаны уровни считываемости ДНК вместе с названиями разных уровней расшифровки. ДНК может быть прочитана как последовательность:

(1) оснований (нуклеотидов) . . . . . *транскрипция*
(2) аминокислот . . . . . *трансляция*
(3) белков (первичная структура) } . . . . . *генное выражение*
(4) белков (третичная структура) } . . . . . *генное выражение*
(5) скоплений белков . . . *более высокий уровень генного выражения*
(6) ???
. . } . . . . . *неизвестные уровни значения ДНК*
. .
(*N*−1) ???
(*N*) физические, умственные и психологические черты . . . . . *псевдо-эпигенез*

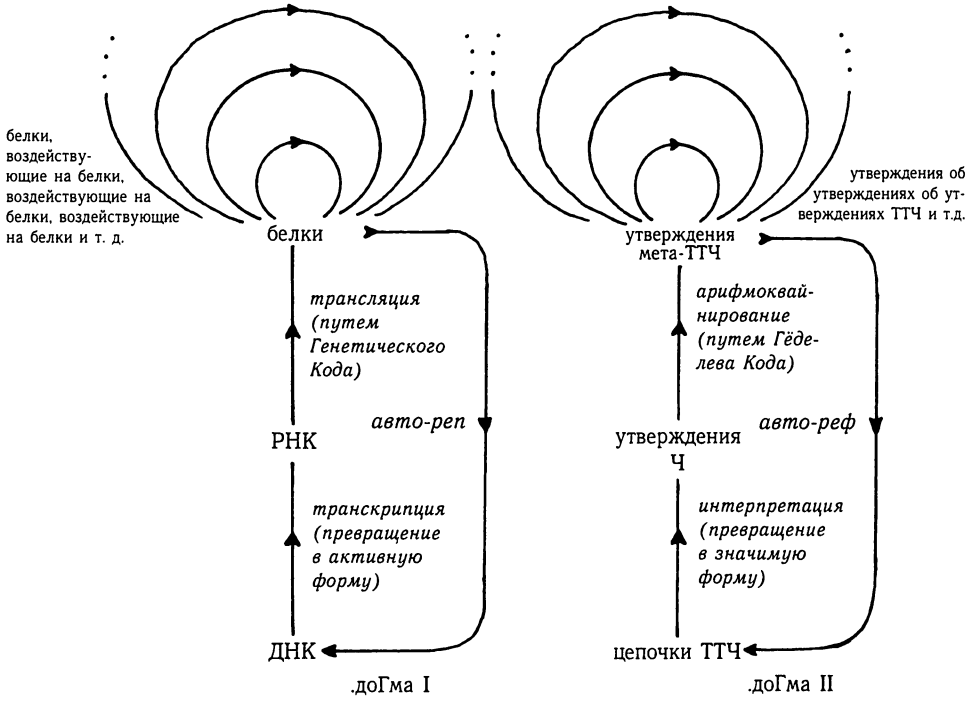
Центральная Догма

После этой подготовки мы можем приступить к рассмотрению детального сравнения между "Центральной Догмой Молекулярной Биологии " Ф. Крика (ДОГМА I) и "Центральной Догмой Математической Логики" (ДОГМА II), на которой основана Теорема Гёделя. Отображение с одной Догмы на другую показано на рис. 99 и на следующей схеме; вместе они составляют Централизированную Догму.

Обратите внимание, что A и T (арифметизация и трансляция) образуют пары, также как G и C (Gödel и Crick). Математической логике достается сторона пуринов, а молекулярной биологии — пиримидинов.

.ДОГМА I (Молекулярная биология)		.ДОГМА II (Математическая логика)
цепочки ДНК	⟺	строчки ТТЧ
цепочки мРНК	⟺	утверждения Ч
белки	⟺	утверждения мета-ТТЧ
белки, воздействующие на белки	⟺	утверждения об утверждениях мета-ТТЧ
белки, воздействующие на белки, воздействующие на белки	⟺	утверждения об утверждениях об утверждениях мета-ТТЧ
транскрипция (ДНК ⇒ РНК)	⟺	интерпретация (ТТЧ ⇒ Ч)
трансляция (РНК ⇒ белки)	⟺	арифмоквайнирование
Крик	⟺	Гёдель
Генетический Код (произвольное соглашение)	⟺	Гёделев Код (произвольное соглашение)
кодон (триплет оснований)	⟺	кодон (триплет чисел)
аминокислота	⟺	символ ТТЧ, процитированный в мета-ТТЧ
авторепродукция	⟺	автореференция
клеточная система автономии, достаточно мощная, чтобы позволить авторепродукцию	⟺	арифметическая формальная система, достаточно мощная, чтобы позволить автореференцию

Централизованная Догма



Для полноты картины, я решил отобразить мою схему Гёделевой нумерации на Генетический Код как можно точнее:

(нечетное)	1	⟺	A	(пурин)
(четное)	2	⟺	C	(пиримидин)
(нечетное)	3	⟺	G	(пурин)
(четное)	6	⟺	U	(пиримидин)

Каждая из двадцати аминокислот в точности соответствует одному из двадцати символов ТТЧ. Таким образом, наконец становится ясно, что я имел в виду, выдумывая "строгий вариант ТТЧ", — я хотел, чтобы в нем было в точности двадцать символов! Гёделев Код показан на рис. 100; сравните его с Генетическим Кодом (рис. 94).

Есть нечто почти мистическое в глубоком структурном сходстве между двумя эзотерическими и, тем не менее, фундаментальными открытиями в таких разных областях знания.

Централизованная Догма, разумеется, ни в коем случае не является строгим доказательством идентичности этих двух теорий; но она ясно указывает на глубокое родство между ними, родство, заслуживающее более глубокого исследования.

Странные Петли в Централизованной Догме

Одним из наиболее интересных моментов сходства между двумя сторонами нашей схемы является то, что на высшем уровне обеих возникают "петли" произвольной степени сложности. Слева это белки, действующие на белки, действующие на белки — и так далее, до бесконечности. Справа это высказывания о высказываниях о высказываниях Мета-ТТЧ — и так далее, до бесконечности. Это напоминает гетерархии, которые мы обсуждали в главе V, где достаточно сложный фундамент позволяет возникать Странным Петлям высшего уровня, полностью изолированным от нижних уровней. Мы рассмотрим эту идею более подробно в главе XX.

Читатель может спросить: "Чему же на схеме Централизованной Догмы соответствует сама Теорема Гёделя о неполноте?" Подумайте над этим, прежде чем читать дальше!

Централизованная Догма и *"Акростиконтрапунктус"*

Оказывается, что схема Централизованной Догмы весьма схожа со схемой, приведенной в главе IV, где дано отображение Теоремы Гёделя на понятия "Акростиконтрапунктуса". Таким образом, мы можем провести параллели между тремя системами:

(1) формальные системы и строчки;
(2) клетки и цепочки ДНК;
(3) патефоны и пластинки.

РИС. 99. Централизованная Догма. Здесь проводится аналогия между двумя важнейшими Спутанными Иерархиями, одна из которых лежит в области молекулярной биологии, а другая — в области математической логики.

Гёделев Код.

	6	2	1	3	
6	0	∀	∨	:	6
	0	∀	∨	:	2
	a	∀	*преп.*	*преп.*	1
	a	∀	*преп.*	⊃	3
2	a	~	<	·	6
	a	~	<	·	2
	a	~	>	·	1
	a	~	>	·	3
1	∧	S	+	∀	6
	∧	S	+	∀	2
	∧	S	=	·	1
	'	S	=	·	3
3	(	)	[	∃	6
	(	)	[	∃	2
	(	)	]	∃	1
	(	)	]	∃	3

РИС. 100. Гёделев Код. Согласно этой схеме Гёделевой нумерации, каждый символ ТТЧ получает один или более кодонов. Маленькие овалы показывают, как эта таблица включает Гёделеву нумерацию, приведенную ранее в главе IX.

Следующая схема показывает подробное сравнение между системами 2 и 3.

"Акростиконтрапунктус"		**Молекулярная биология**
патефон	⟺	клетка
"Совершенный" патефон	⟺	"Совершенная" клетка
пластинка, воспроизводимая на данном патефоне	⟺	цепочка ДНК, воспроизводимая данной клеткой
пластинка, невоспроизводимая на этом патефоне	⟺	цепочка ДНК, невоспроизводимая этой клеткой

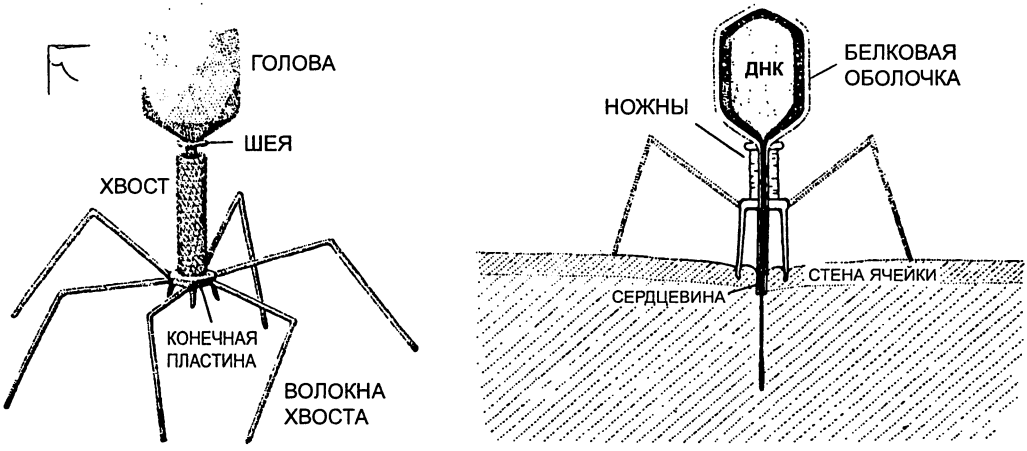
процесс превращения звуковых дорожек в звуки	⟺	процесс транскрипции ДНК в мРНК
звуки, производимые патефоном	⟺	цепочки мессенджера РНК
перевод звуков в вибрации патефона	⟺	перевод мРНК в белки
отражение внешних звуков в вибрациях патефона	⟺	Генетический Код (отображение с триплетов мРНК на аминокислоты)
поломка патефона	⟺	разрушение клетки
Название песни, специально записанной для Патефона X: "Меня нельзя воспроизвести на патефоне X"	⟺	интерпретация на высшем уровне цепочки ДНК, специально изготовленной для клетки X: "Меня нельзя воспроизвести клеткой X".
"Несовершенный" патефон	⟺	клетка, для которой существует хотя бы одна невоспроизводимая в ней цепочка ДНК
"Теорема Гоголя": "для любого данного патефона всегда существует невоспроизводимая запись."	⟺	Теорема Иммунитета: "Для любой данной клетки существует невоспроизводимая цепочка ДНК."

Аналогом Теоремы Гёделя является отдельный факт, возможно, малополезный для молекулярных биологов (для которых он самоочевиден):

> Всегда возможно построить такую цепочку ДНК, которая, будучи введена в клетку, произведет, после транскрипции, такие белки, которые разрушат клетку (или ДНК); результатом этого будет не-воспроизводство данной ДНК.

Если рассмотреть это в свете эволюции, то можно представить себе следующий странный образ: вид вирусов, незаметно вторгающихся в клетку и затем обеспечивающих производство белков, которые разрушат сами эти вирусы!

РИС. 101. Бактериальный вирус T4 представляет из себя набор белковых компонентов (а). "Голова" — это белковая мембрана в форме икосаэдра с тридцатью сторонами; внутри находится ДНК. "Шея" прикрепляет ее к "хвосту", состоящему из сжимающейся оболочки, полой внутри, и опирающейся на пластинку с шипами. К пластинке прикреплены шесть волокон. Эти шипы и волокна служат вирусу для того, чтобы прикрепляться к стенке клетки бактерии (б). Оболочка сжимается, протаскивая "хвост" сквозь стенку, и вирус попадает в клетку. [*Hanawault & Haynes. "The Chemical Basis of Life", стр. 230*].



(а) *(б)*

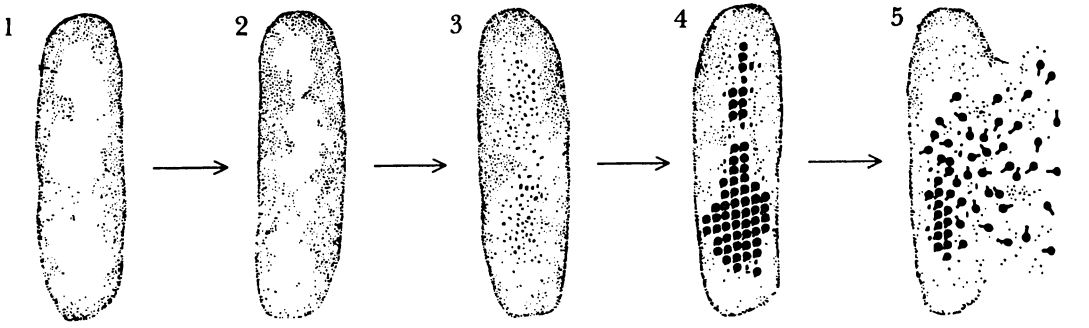


РИС. 102. Вирусная инфекция начинается, когда ДНК вируса попадает в бактерию. ДНК бактерии при этом портится, зато ДНК вируса начинает размножаться. Синтез составляющих вирус белков и поглощение их вирусом происходит до тех пор, пока клетка не лопается, освобождая частицы. [*Hanawault & Haynes. "The Chemical Basis of Life", стр. 230*].

Это нечто вроде самоубийства на молекулярном уровне, так сказать, в духе Эпименида. Разумеется, с точки зрения выживания вида это совсем не полезно. Однако это передает если не букву, то дух процесса самозащиты, который развили как клетки, так и их непрошенные гости.

Кишечная палочка против Т4

Давайте рассмотрим любимицу биологов, клетку бактерии Escherichia coli (не являющуюся родственницей Эшера!) и одного из ее непрошенных гостей: странного и жуткого Т4 фага (рис. 101). (Кстати, слова "фаг" и "вирус" — синонимы и означают "атакующий бактериальную клетку".) Это странное создание напоминает гибрид лунохода и комара — но оно гораздо страшнее последнего. У него есть "голова", в которой хранятся все его "знания" — то есть, его ДНК — шесть "ног", которыми он прикрепляется к стенке клетки, которую он выбрал для вторжения; "жало" (более точно называющееся его "хвостом") — чем не комар! Основная разница заключается в том, что, в отличие от комара, который использует жало для высасывания крови, фаг Т4 вводит через него свою наследственную субстанцию в клетку, против желания жертвы. Таким образом, фаг совершает изнасилование в миниатюрном размере.

Молекулярный Троянский конь

Что же происходит, когда ДНК вируса входит в клетку? Вирус "надеется", говоря антропоморфно, что клетка будет обращаться с его ДНК точно так же, как и со своей собственной. Это означает, что она будет транскрибирована и переведена и, таким образом, сможет начать синтез своих собственых белков, чуждых клетке-хозяину, — белков, которые тут же займутся своим делом. Это не что иное как секретная переброска "закодированных" (на Генетическом Коде) вражеских белков в клетку и затем их "расшифровка" (производство). Это немного напоминает историю Троянского коня, согласно которой сотни солдат тайком проникли в Трою, спрятанные в животе невинно выглядящего деревянного коня. Оказавшись в городе, они выскочили наружу и захватили Трою.

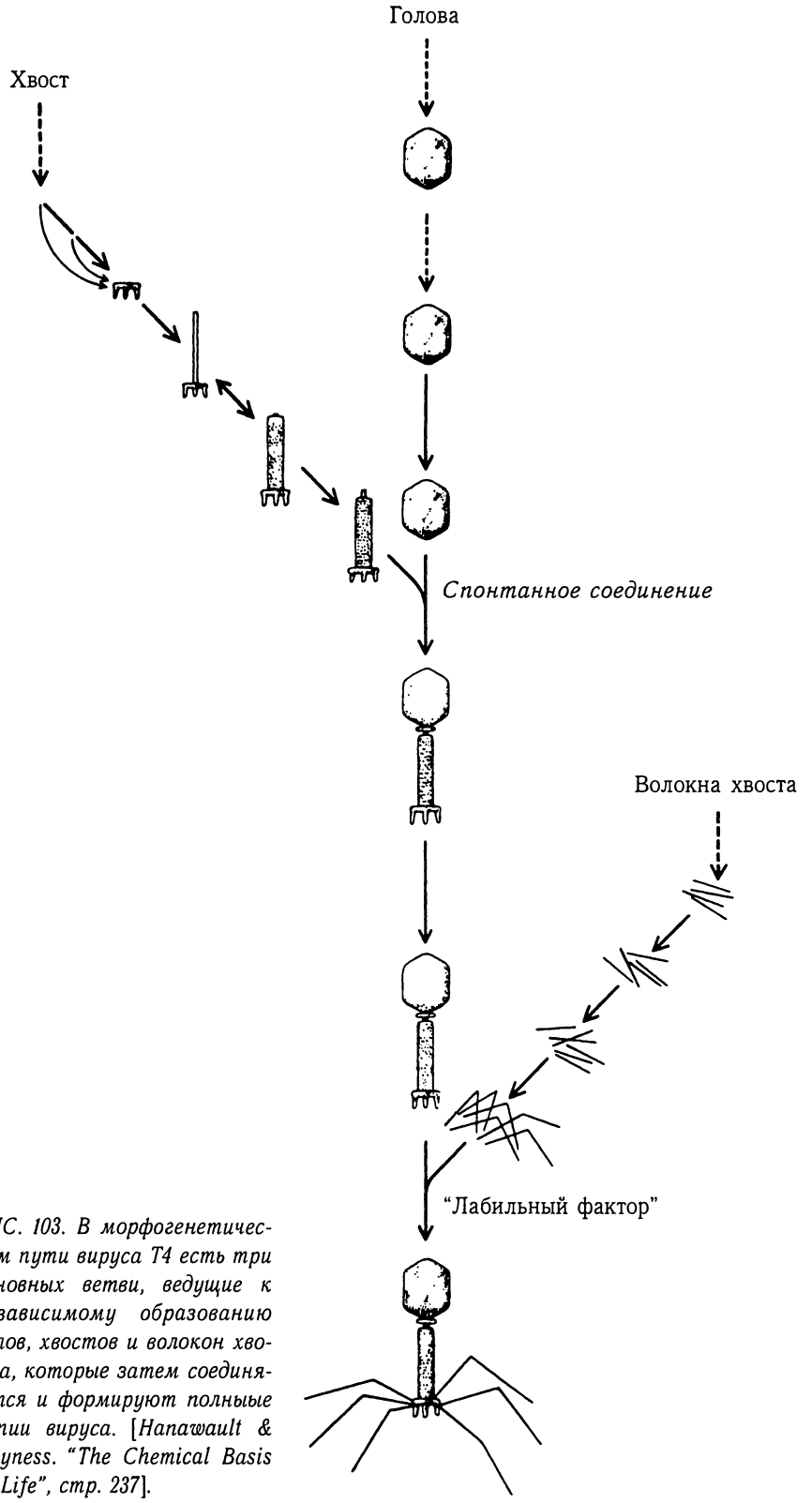


РИС. 103. В морфогенетическом пути вируса Т4 есть три основных ветви, ведущие к независимому образованию голов, хвостов и волокон хвоста, которые затем соединяются и формируют полныые копии вируса. [*Hanawault & Hayness. "The Chemical Basis of Life", стр. 237*].

Чужие белки, оказавшись "расшифрованными" (синтезированными) из переносящей их ДНК, начинают действовать. Последовательность событий, вызванных действием Т4, была хорошо изучена; эти события развиваются примерно так (см. также рис. 102 и рис. 103):

Время	*Происходящее действие*
0 мин.	Введение виральной ДНК.
1 мин.	Порча хозяйской ДНК. Прекращение производства клеточных белков и начало производства чужих (Т4) белков. Одними из первых производятся белки, управляющие воспроизводством чужой (Т4) ДНК.
5 мин.	Начинается производство ДНК вируса.
8 мин.	Начало производства структурных белков, которые сформируют "тела" новых фагов.
13 мин.	Произведена первая полная копия агрессора (Т4).
25 мин.	Лизосома (тип белка) атакует стенку клетки-хозяина, бактерия лопается, освобождая "двухсотняшек".

Таким образом, через каких-нибудь двадцать четыре или двадцать пять минут после того, как фаг Т4 вторгается в клетку *E. coli,* эта клетка оказывается полностью подчиненной и разрушается. Оттуда вырываются около двух сотен точных копий вируса-агрессора — "двухсотняшки" — готовые атаковать новые клетки и разрушать их так же, как и первую.

Хотя с точки зрения бактерии подобные вещи представляют собой серьезную опасность, мы, с нашей точки зрения, можем интерпретировать это как игру между двумя игроками: агрессор, или игрок "Т" (названный по имени класса фагов Т, куда входят Т2, Т4 и другие), и игрок "К" (клетка). Игрок Т старается проникнуть в клетку и овладеть ею изнутри с целью самовоспроизводства. Игрок К старается защитить себя и уничтожить агрессора. Описанная таким образом, молекулярная игра Т-К напоминает макроскопическую игру Т-К, описанную в предыдущем Диалоге. (Читатель, разумеется, без труда поймет, какой игрок — Т или К — соответствует Черепахе Тортилле, а какой — Крабу.)

Узнавание, маскировка и наклеивание ярлыков

Эта "игра" делает очевидным тот факт, что узнавание — одна из центральных тем клеточной и субклеточной биологии. Каким образом молекулы (или структуры высшего уровня) узнают друг друга? Чтобы энзимы работали хорошо, они должны быть способны присоединяться к определенным местам соответствующих субстратов; бактерия должна уметь отличать собственную ДНК от ДНК фагов; клетки должны узнавать друг друга и взаимодействовать определенным образом. Эта проблема узнавания может напомнить вам об основном вопросе формальных систем: как можно узнать, является ли данная строчка теоремой? Есть ли для этого разрешающая процедура? Подобные вопросы принадлежат не только области математической логики; они важны также в теории вычислительной техники и, как мы видели, в молекулярной биологии.

Техника ярлыков, описанная в Диалоге, является, на самом деле, одним из трюков, используемых *E. coli,* чтобы перехитрить агрессоров-фагов. Идея заключается в том, что цепочка ДНК может быть химически отмечена путем

присоединения к нескольким нуклеотидам маленькой молекулы — метила. Эта операция "наклейки ярлыка" не меняет основных биологических свойств ДНК; другими словами, метилированная (отмеченная ярлыком) ДНК может быть транскрибирована точно так же, как и неметилированная (не отмеченная ярлыком) кислота; таким образом, она может управлять синтезом тех же белков. Однако если клетка-хозяйка обладает специальным механизмом, проверяющим, отмечена ли ДНК, то ярлык становится крайне важен. В частности, клетка может располагать системой энзимов, распознающих и уничтожающих неотмеченные цепочки ДНК. Найдя такую цепочку, эти энзимы безжалостно рубят ее на куски. В таком случае, увы всем непрошенным гостям!

Метиловые ярлыки на нуклеотидах можно сравнить со специальным типографским шрифтом. Используя эту метафору, можно сказать, что клетка *E. coli* ищет цепочки ДНК, напечатанные этим "специальным шрифтом", и разрушает любую цепочку ДНК, напечатанную иным "шрифтом". Контрстратегией фагов, разумеется, было бы научиться снабжать свою ДНК такими же ярлыками и, таким образом, заставить клетки, в которые они вторгаются, воспроизвести эту ДНК.

Эта битва Т-К может продолжаться до произвольных уровней сложности, но мы не будем рассматривать ее дальше. Главное здесь в том, что это битва между хозяином, пытающимся не впустить ни одной чужой ДНК, и фагом, который старается ввести свою ДНК в какую-нибудь клетку, которая транскрибировала бы ее в мРНК (после чего ее воспроизводство было бы гарантировано). Можно сказать, что ДНК, которой удается таким образом воспроизвести себя, интерпретируется на высшем уровне так: "Меня *можно* воспроизвести в клетках типа X". (В отличие от упомянутого ранее бесполезного с точки зрения эволюции фага, в котором закодированы белки, его же разрушающие; подобный фаг интерпретируется "Меня *нельзя* воспроизвести в клетках типа X".

Суждения Хенкина и вирусы

Эти противоположные типы автореференции в молекулярной биологии имеют свою параллель в математической логике. Мы уже обсуждали математическую аналогию фагов-самоубийц — я имею в виду строчки Гёделева типа, утверждающие собственную невозможность внутри определенных формальных систем. Однако возможна и параллель с настоящим фагом, утверждающим собственную воспроизводимость в определенной клетке — суждение, утверждающее собственную воспроизводимость в определенной формальной системе. Суждения подобного типа называются *суждениями Хенкина,* по имени математического логика Леона Хенкина. Они строятся примерно так же, как Гёделевы суждения — единственная разница заключается в отсутствии отрицания. Мы начинаем, разумеется, с "дяди":

∃a:∃a':<ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ{a,a'}∧ARITHMOQUINE{a'',a'}>

и затем проделываем стандартный трюк. Предположим, что Гёделев номер приведенного выше "дяди" — *h*. Арифмоквайнируя дядю, мы получаем суждение Хенкина:

∃a:∃a':<ПАРА-ДОКАЗАТЕЛЬСТВА-ТТЧ{a,a'}∧
ARITHMOQUINE{$\underbrace{SSS\ldots SS}$/a'',a'}>

S повторяется *h* раз.

(Кстати, видите ли вы, в чем это суждение отличается от ~G?) Я привожу его целиком, чтобы показать, что оно не дает "рецепта" собственной деривации; оно просто утверждает, что такая деривация *существует*. Вы можете спросить, верно ли это утверждение? Существуют ли деривации суждений Хенкина? Действительно ли эти суждения являются теоремами? Полезно вспомнить, что не обязательно верить политику, провозглашающему: "Я честный", — это может оказаться как правдой, так и враньем. Достойны ли суждения Хенкина большего доверия, чем политики?

Оказывается, что суждения Хенкина всегда истинны. Хотя пока нам не совсем понятно, почему это так, придется нам здесь принять этот интересный факт на веру.

Явные и неявные суждения Хенкина

Я упомянул о том, что суждения Хенкина ничего не говорят о собственной деривации; они лишь утверждают, что такая деривация существует. Возможно придумать вариацию на тему суждений Хенкина — а именно, суждения, *явно описывающие* собственную деривацию. Интерпретацией на высшем уровне подобного суждения было бы не "существует некая последовательность строчек, являющаяся моей деривацией", а "описанная ниже последовательность строчек ..... является моей деривацией." Давайте назовем первый тип суждений *неявным* суждением Хенкина. Новое суждение, соответственно, будет *явным* суждением Хенкина, поскольку в нем содержится явное описание собственной деривации. Заметьте, что в отличие от своих неявных собратьев, явные суждения Хенкина *не обязательно должны являться теоремами*. На самом деле, очень легко написать строчку, которая утверждает, что ее деривация состоит из единственной строчки 0=0, — ложное утверждение, поскольку 0=0 не является деривацией чего бы то ни было. Однако возможно также написать явное суждение Хенкина, *являющееся* теоремой, — то есть суждение, в действительности дающее рецепт собственной деривации.

Суждение Хенкина и самосборка

Я объяснил здесь разницу между явными и неявными суждениями Хенкина потому, что она соответствует важному различию между типами вирусов. Существует некие вирусы, например, такие, как вирусы табачной мозаики, которые называются *самособирающимися,* и такие вирусы, как наши знакомцы Т-фаги, не являющиеся *самособирающимися*. Что означает это различие? Оно аналогично различию между явными и неявными суждениями Хенкина.

В ДНК самособирающегося вируса закодированы только части нового вируса, но там нет кода *энзимов*. Как только эти части оказываются собраны, они присоединяются одна к другой без помощи энзимов. Этот процесс зависит от химического "влечения" частей друг к другу, когда они плавают в густом "химическом бульоне" клетки. Не только вирусы, но также некоторые органеллы — например, рибосомы — способны на самосборку. Иногда для этого бывают нужны энзимы — но в таких случаях они беззастенчиво набираются из клетки-хозяйки и используются для сборки "агрессора". Говоря о самосборке, я имею в виду весь этот процесс.

С другой стороны, в ДНК более сложных вирусов, таких как четные Т-фаги, закодированы не только части, но и различные энзимы, играющие важ-

ную роль в сборке этих частей в одно целое. Поскольку процесс сборки здесь не спонтанный, а требующий определенной "техники", подобные вирусы не считаются самособирающимися. Таким образом, основная разница между самособирающимися и не-самособирающимися единицами заключается в том, что первым удается воспроизвестись, не сообщая клетке никаких сведений о собственной сборке, в то время как последние должны давать инструкции о том, как их собирать.

Теперь читателю, вероятно, уже ясна параллель с явными и неявными суждениями Хенкина. Неявные суждения Хенкина самодоказательны, но ничего об этих доказательствах не говорят — они аналогичны самособирающимся вирусам. Явные суждения Хенкина управляют построением своего собственного доказательства — они аналогичны более сложным вирусам, дающим клетке-хозяйке команды по построению собственных копий.

Понятие самособирающихся биологических структур такой сложности как вирусы, поднимает вопрос о возможности создания сложных самособирающихся машин. Представьте себе набор частей, которые, если поместить их в благоприятное окружение, спонтанно группируются и собираются в сложную машину. Это звучит неправдоподобно, но, на самом деле, это весьма аккуратное описание процесса самовоспроизводства вируса табачной мозаики путем самосборки. Информация для сборки организма не сконцентрирована в какой-то одной его части, а распространена по всем частям.

Это идея может завести нас довольно далеко, как было показано в Диалоге "Благочестивые размышления курильщика". Мы видели, как Краб использовал идею о том, что информация для самосборки может быть распространена по всем частям аппарата, вместо того, чтобы быть сконцентрированной в какой-то одной его части. Он надеялся, что это предохранит его новый патефон от Черепашьих атак. К несчастью, так же, как и в случае самых сложных схем аксиом, как только система построена и "упакована в ящик", эта определенность делает ее уязвимой для достаточно хитрого "Гёделизатора"- это и было темой грустного рассказа Краба. Несмотря на кажущуюся бессмысленность, фантастический сценарий этого Диалога не так далек от реальности в странном, сюрреалистическом мире клетки.

Две выдающиеся проблемы: Дифференциация и Морфогенезис

Допустим, что посредством самосборки строятся организмы на уровне клеток и некоторых вирусов — но как насчет сложнейших макроскопических структур, таких, как тела слона, паука или венериной мухоловки? Как встроены в мозг птицы инстинкт нахождения дома или в мозг собаки — охотничий инстинкт? Каким образом, всего лишь диктуя, какие *белки* должны производиться в клетке, ДНК осуществляет такой удивительно точный контроль над структурой и функциями макроскопических живых организмов? Здесь возникают две вопроса. Один касается клеточных различий: каким образом разные клетки, имеющие абсолютно одинаковую ДНК, выполняют различные роли — скажем, клеток почек, костного мозга или головного мозга? Другой вопрос касается морфогенезиса ("рождения формы"): каким образом межклеточное сообщение на местном уровне ответственно за образование крупномасштабных, глобальных структур — таких как части тела, форма лица, разные области мозга? Хотя в

настоящий момент наше понимание клеточных различий и морфогенезиса ограниченно. мы предполагаем, что этот метод заключается в весьма тонком и точно отлаженном механизме прямой и обратной связи между клетками, говорящем им, когда они должны "включать" и "выключать" производство различных белков.

Прямая и обратная связи

Обратная связь происходит, когда в клетке наблюдается избыток или недостаток некоего необходимого материала. Тогда клетка должна каким-то образом отрегулировать "конвейер", на котором происходит сборка данной субстанции. Прямая связь также касается регулировки "конвейера", но при этом регулируется не количество конечного продукта, а количество его *предшественника* на конвейере. Существуют два основных механизма для достижения негативной прямой и обратной связи. Один способ заключается в том, чтобы "засорить" активные центры соответствующих энзимов, таким образом предотвращая их действие. Это называется *торможением*. Другой способ — прекращение самого производства соответствующих энзимов. Это называется *подавлением*. Торможение осуществить несложно: для этого надо лишь заблокировать активный центр первого энзима цепи и весь процесс синтеза замирает.

Белки-репрессоры и индукторы

Подавление — более сложный процесс. Каким образом клетка может остановить производство гена? Ответ заключается в том, что клетка предотвращает, в первую очередь, его транскрипцию. Это означает, что она должна остановить работу полимеразы РНК. Это может быть сделано путем возведения преграды на ее пути вдоль ДНК, именно перед тем геном, транскрипцию которого клетка хочет предотвратить. Такие препятствия существуют и называются *репрессорами*. Это белки, прикрепляющиеся к специальным местам "для препятствий" на ДНК, называющимся *операторами*. Таким образом, оператор — это контрольное место для гена (или генов), которые следуют сразу за ним; эти гены называются его *оперонами*. Поскольку несколько энзимов часто работают над длинными химическими превращениями вместе, они бывают закодированы последовательно; поэтому опероны часто содержат не один, а несколько генов. Результатом такого последовательного подавления оперона является то, что целой серии генов не удается протранскрибироваться — а это, в свою очередь, означает, что целый набор соответствующих энзимов не будет синтезирован.

Как насчет положительных прямой и обратной связей? Здесь снова имеются две возможности: (1) "прочистить" заблокированные энзимы или (2) прекратить подавление соответствующего оперона. (Заметьте, насколько природа любит двойное отрицание! Для этого, возможно, существует какая-то серьезная причина.) Механизм, подавляющий подавление, действует при помощи класса молекул, называемых *индукторами*. Роль индуктора проста: он соединяется с белком репрессора прежде, чем тот успевает присоединиться к оператору молекулы ДНК. Получающийся комплекс "индуктор-репрессор" не способен присоединиться к оператору, и, таким образом, соответствующий оперон может быть транскрибирован в мРНК и затем переведен в белок. Часто индуктором является конечный продукт или его предшественник.

Сравнение между обратной связью и Странными Петлями

Необходимо проводить различие между простыми типами обратной связи, возникающими в процессе торможения и подавления, и петлями, возникающими между различными уровнями информации, показанными на схеме Централизованной Догмы. Оба эти явления, в каком-то смысле, являются примерами обратной связи, но последнее намного глубже первого. Когда некая аминокислота, скажем, триптофан или изолейцин, действует как обратная связь (в форме индуктора) и присоединяется к своему репрессору, чтобы воспроизвестись в большем количестве, она не объясняет, *как именно* ее производить, а лишь приказывает энзимам увеличить ее производство. Это можно сравнить со звуками радио, которые, достигнув уха слушателя, могут вызвать у того желание увеличить или уменьшить громкость. Совсем другое дело — ситуация, в которой сам диктор велит слушателям изменить громкость, или настроиться на другую волну — или даже объясняет, как построить другое радио! Такая ситуация гораздо более похожа на коммуникацию между информационными уровнями, поскольку здесь информация, заключенная в радиосигнале, "расшифровывается" и переводится в мысленные структуры. Радиосигнал состоит из компонентов, чье символическое значение важно — это похоже более на пример использования, чем упоминания. С другой стороны, когда сигнал слишком громок, символы теряют свое значение и воспринимаются просто как громкие звуки — пример упоминания, скорее чем использования. Этот случай более походит на петли обратной связи, при помощи которых белки регулируют собственное воспроизводство.

Существует предположение, что разница между двумя соседними клетками, имеющими совершенно одинаковый генотип, но разные функции, заключается в том, что, благодаря подавлению различных сегментов их геномов, у них оказываются различные наборы *активных* белков. Эта гипотеза объясняет феноменальные различия между клетками в разных органах человеческого тела.

Два простых примера различия

Процесс, при помощи которого одна первоначальная клетка воспроизводится снова и снова, порождая множество различных клеток со специальными функциями, можно сравнить с распространением некоего письма по цепочке, где каждый человек должен скопировать *первоначальное* послание, при этом добавив к нему нечто свое. Через некоторое время письма будут очень отличаться друг от друга.

Еще одним примером идеи дифференциации является простая компьютерная аналогия различающего авто-репа. Представьте себе коротенькую программу, контролирующуюся при помощи переключателя с двумя позициями, A и B. Внутренний параметр программы — натуральное число N. Программа может работать в двух режимах: A или B. Когда она работает в режиме A, она самовоспроизводится в соседнем районе компьютерной памяти — но при этом новый, "дочерний" параметр N возрастает на единицу. Работая в режиме B, программа не самовоспроизводится — вместо этого она вычисляет величину выражения

$$(-1)^N/(2N+1)$$

и добавляет результат к накопленной общей сумме.

Предположим, что в начале в памяти имелась одна копия программы, N = 0, и программа находилась в режиме A. Результатом явится копия программы в соседнем районе памяти, N будет равняться 1. Повторив процесс, мы получим новую копию в соседнем районе памяти, с N = 2. И так далее, и тому подобное... Память при этом загружается большой программой. Когда память заполняется, процесс останавливается. Теперь мы можем считать, что память занята *одной* большой программой, составленной из множества похожих, но дифференцированных модулей — "клеток".

Теперь представьте, что мы переключаем эту большую программу на режим B. Что при этом получается? Первая "клетка" дает 1/2. Вторая "клетка" дает −1/3 и добавляет это к предыдущему результату. Третья "клетка" добавляет к общей сумме +1/5 ...

В результате весь "организм" — большая программа — вычисляет сумму ряда

$$1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 + 1/13 - 1/15 + \ldots$$

Число членов этого ряда равно количеству "клеток", умещающихся в памяти. И поскольку этот ряд сходится (хотя и медленно), стремясь к $\pi/4$, его можно назвать "фенотипом", чья функция — вычисление величины знаменитой математической постоянной.

Смешение уровней в клетке

Я надеюсь что описание таких процессов как "наклеивание ярлыков", самосборка, дифференциация, морфогенез, а также транскрипция и трансляция, помогли читателю глубже понять необычайно сложную систему клетки — систему обработки информации, обладающую некоторыми удивительными чертами. На схеме Централизованной Догмы мы видели, что хотя мы и можем попытаться провести четкую границу между программой и данными, это различие в каком-то смысле произвольно. Более того, переплетены между собой не только *программа* и *данные* — в этом переплетении участвуют также *интерпретатор,* физический *процессор* и даже *язык* программы. Таким образом, хотя в какой-то степени и возможно провести границы между уровнями и разделить их, важно также иметь в виду перекрещивание и смешение уровней. Примером этого является тот удивительный факт, что в биологических системах все подсистемы, необходимые для самовоспроизводства (язык, программа, данные, интерпретатор и процессор) так тесно сотрудничают, что все они воспроизводятся одновременно! Это показывает, насколько биологический авто-реп глубже всего, что пока удалось создать в этой области людям. Например, программа авто-репа, изложенная в начале этой главы, опирается на существование трех внешних факторов: язык, интерпретатор и процессор; ни один из этих факторов программой не воспроизводится.

Постараемся подвести итоги сказанному и посмотрим, как можно классифицировать различные подсистемы клетки в компьютерных терминах. Для начала возьмем ДНК. Поскольку в ней содержится вся информация для построения белков — активных действующих лиц клетки — ДНК можно сравнить с *программой,* написанной на языке высшего уровня, которая затем переводится (или интерпретируется) на "машинный язык" клетки (белки). С другой стороны, сама ДНК — пассивная молекула, которая претерпевает различные изменения под действием энзимов. В этом смысле ДНК напоминает набор

вводных данных. Кроме того, ДНК содержит "эталоны", по которым строятся "карточки" тРНК, — это означает, что в ДНК есть также свой собственный *язык* высшего уровня.

Теперь перейдем к белкам. Это активные молекулы, отвечающие за функционирование клетки; следовательно, мы можем думать о них, как о *программах* на "машинном языке" клетки (сама клетка соответствует в нашей аналогии процессору). С другой стороны, поскольку белки относятся к аппаратуре, а большинство программ — к программному обеспечению, может быть, точнее было бы назвать белки *процессорами*. Кроме того, белки часто воздействуют друг на друга, что уподобляет их *вводным данным*. Белки можно также назвать *интерпретаторами,* если считать ДНК набором программ на языке высшего уровня; в этом случае, энзимы просто выполняли бы программы, написанные на коде ДНК — иными словами, белки работали бы как интерпретаторы.

Далее перейдем к рибосомам и молекулам тРНК. Они способствуют переводу из ДНК в белки, что можно сравнить с переводом программы, написанной на языке высшего уровня, на машинный язык. Таким образом, рибосомы действуют как *интерпретаторы,* а молекулы тРНК определяют язык высшего уровня. Существует, однако, другая точка зрения на трансляцию, утверждающая, что рибосомы — *процессоры,* в то время как тРНК — *интерпретаторы.*

Мы затронули анализ взаимоотношений между этими биомолекулами только поверхностно. При этом мы увидели, что природе нравится смешивать уровни, которые, с *нашей* точки зрения, кажутся весьма различными. В действительности, в теории вычислительной техники уже сейчас существует тенденция смешения этих, кажущихся такими разными, уровней системы обработки информации. Особенно это верно в области исследований по Искусственному Интеллекту, обычно идущих во главе разработки компьютерных языков.

Происхождение жизни

После знакомства с так сложно переплетенными подсистемами аппаратуры и программного обеспечения возникает естественный и важный вопрос: "Каким образом все это вообще началось?" Это на самом деле удивительно. Приходится предположить нечто вроде процесса поднятия самого себя за волосы, подобного тому процессу, который используется при создании новых компьютерных языков — однако подобный подъем от уровня молекул до уровня целой клетки почти невозможно вообразить. Существует несколько теорий о происхождении жизни, но ни одна из них не смогла пока дать ответа на главнейший из главных вопросов: "Как возник Генетический Код и механизмы для его трансляции — рибосомы и тРНК?" Пока нам придется вместо ответа удовольствоваться чувством удивления и восхищения; может быть, эти чувства более удовлетворительны, чем сам ответ — по крайней мере, на время.

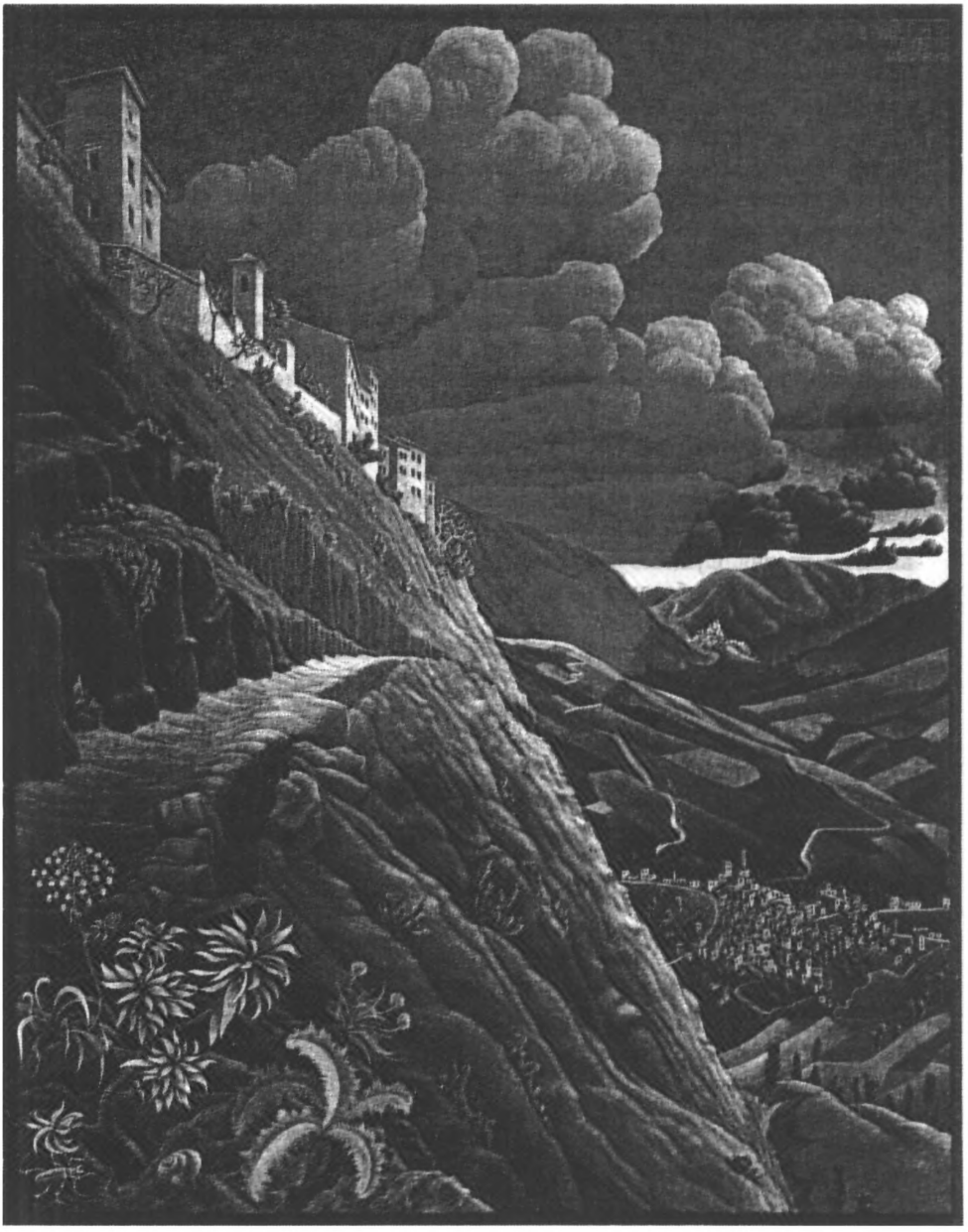


РИС. 104. М.К. Эшер. "Кастровалва" (литография, 1930).

Магнификраб в пирожоре

Чудный весенний денек, воскресенье. Черепаха и Ахилл отправились погулять за город; они решили взобраться на гору, на вершине которой, как они слышали, есть замечательная чайная, где к чаю подаются отличные пирожные.

Ахилл: Маг, о маг! Этот краб —

Черепаха: Этот краб??

Ахилл: Я хочу сказать, наш общий знакомый, м-р Краб, кажется мне совершенно магическим созданием... Где вы еще найдете такого разумного краба? Он, может быть, раза в два умнее любого из своих собратьев. Даже в три. Или даже —

Черепаха: Боже мой! Как вы возвеличиваете Краба!

Ахилл: Я всего лишь восхищаюсь его —

Черепаха: О, не надо ничего объяснять — я тоже его поклонница. Кстати о поклонниках Краба — говорила ли я вам, какое занятное письмо один из них недавно послал Крабу?

Ахилл: Не помню. От кого было письмо?

Черепаха: На нем была наклеена индийская марка; имя отправителя — м-р Няунамар.

Ахилл: Интересно, почему человек, который никогда не видел Краба, решил послать ему письмо? И откуда он узнал его адрес?

Черепаха: Видимо, посчитал, что Краб — математик. В письме содержатся некие результаты, которые... О! Легок на помине! Вот и сам Краб, ползет вниз по холму!

Краб: Пока! Приятно было с вами поболтать. Что ж, мне пора. Так наелся — в меня уже ни кусочка не влезет! Я сам только что оттуда — отличное местечко! Вы никогда не были в чайной на горе? Как дела, Ахилл? О, да это же Ахилл! Привет, привет! Не г-жа ли это Черепаха?

Черепаха: Приветствую вас, м-р К. Вы собрались сходить в чайную на горе?

Краб: Точно — как вы догадались? Я хочу отведать наполеонов — мое любимое лакомство! Впрочем, я так голоден, что мог бы слопать и лягушку. О, да это же Ахилл! Как дела, Ахилл?

Ахилл: Могло бы быть и хуже.

Краб: Вот и славно! Но умоляю, не давайте мне прерывать вашей ученой беседы. Позвольте мне к вам присоединиться — я постараюсь вам не мешать.

Черепаха: Напротив — я только что собиралась описать то странное письмо, которое вы получили несколько недель тому назад; но думаю, что Ахилл предпочтет получить эти сведения, так сказать, из первых клешней.

Краб: Дело было так. Этот Няунамар, по-видимому, никогда не обучался математике; вместо этого он придумал свои собственные методы для открытия новых математических истин. Некоторые его идеи меня просто поразили — я никогда не видел ничего подобного. Например, он прислал мне карту Индии, которую ему удалось раскрасить, по меньшей мере, в 1729 цветов!

Ахилл: 1729! Вы сказали "1729"?

Краб: Да, а почему вас это удивляет?

Ахилл: Знаете ли, 1729 — очень интересное число.

Краб: И правда, мне это как-то не пришло в голову.

Ахилл: В частности, 1729 — номер того такси, в котором я ехал сегодня утром к Черепахе!

Краб: Как интересно! А не могли бы вы мне сказать заодно и номер того троллейбуса, на котором вы поедете к г-же Черепахе завтра утром?

Ахилл (после минутного раздумья): Я точно не знаю, но мне кажется, что это будет очень большое число.

Черепаха: У Ахилла на эти дела особый нюх.

Краб: Да. Так вот, как я говорил, Няунамар в своем письме также доказал, что каждое четное простое число представляет собой сумму двух нечетных чисел и что не существует положительных целых решений уравнения

$$a^n + b^n = c^n, \text{ где } n = 0$$

Ахилл: Что? Неужели ему удалось одним махом разрешить все эти классические задачки? Да он, кажется, настоящий гений!

Черепаха: Но постойте, Ахилл — неужели у вас не возникает ни тени сомнения?

Ахилл: Что? Ах да, тени сомнения. Разумеется, возникают. Надеюсь, вы не думаете, что я поверил в то, что Краб действительно получил подобное письмо? Меня не так-то просто обвести вокруг пальца, знаете ли. Наверное, это письмо, г-жа Черепаха, на самом деле получили Вы.

Черепаха: О, нет, Ахилл! То, что письмо было адресовано м-ру Крабу — чистая правда. Я имела в виду, не возникают ли у вас сомнения по поводу содержания самого письма, его странных утверждений?

Ахилл: Почему бы им возникнуть? Гм-м... Разумеется, возникают. Я вообще чрезвычайный скептик, как вы оба отлично знаете. Меня очень трудно в чем-либо убедить, неважно, истина это или ложь.

Черепаха: Отлично сказано, Ахилл. Поистине, вы знаток секретов собственного мозга.

Ахилл: У вас не возникало мысли, друзья, что утверждения Няунамара могут быть ошибочными?

Краб: Честно говоря, Ахилл, поскольку я такой консерватор, я сразу об этом подумал. На самом деле, мне сначала показалось, что это совершеннейшая утка. Но потом я решил, что мало кому удалось бы высосать из пальца такие странные и сложные результаты. В конце концов, все свелось к вопросу: "Что более вероятно: что письмо написано очень талантливым шарлатаном, или что его написал гениальный математик?" И вскоре я вычислил, что более вероятно первое.

Ахилл: Но вы все же проверили его утверждения?

Краб: К чему? Мой вероятностный аргумент намного лучше любого математического доказательства — он вполне убедителен. Однако г-жа Черепаха настояла на строгом доказательстве и мне пришлось проверить все результаты Няунамара. К моему удивлению, они оказались истинными! Я, однако, никогда не пойму, как ему удалось их получить. Наверное, при помощи удивительной и непостижимой восточной магии. Нам этого понять не дано. Это единственное объяснение, которое имеет хоть какой-то смысл.

Черепаха: М-р Краб всегда легко поддавался на удочку мистицизма и всяких странных идей — но мне трудно поверить в подобное объяснение. Я совершенно уверена, что всем вычислениям Няунамара можно найти соответствие в ортодоксальной математике. Я вообще думаю, что, занимаясь математикой, невозможно намного отклониться от традиционного курса.

Ахилл: Это интересное мнение. Думаю, что оно связано с Тезисом Чёрча-Тюринга и другими подобными темами.

Краб: О, давайте оставим в стороне все эти технические детали — в такой чудесный денек! — и насладимся лучше тишиной леса, пением птиц, и игрой солнечных зайчиков на почках и молодых листочках. Хо!

Черепаха: Я — за! Как известно, все поколения Черепах испокон веков наслаждались красотой природы.

Краб: Как и все поколения Крабов.

Ахилл: Вы, часом, не захватили с собой вашу флейту, г-н Краб?

Краб: Разумеется, захватил! Я ношу ее с собой везде. Хотите послушать мелодию-другую?

Ахилл: Это было бы прелестно, в таком пасторальном окружении. Вы играете по памяти?

Краб: К сожалению, это выше моих возможностей. Мне нужны ноты. Но это не проблема — у меня с собой есть несколько очень милых пьесок.

(Краб открывает тонкую папку и вытаскивает несколько листов бумаги. На первом листе — следующие символы:

$$\exists a{:}\sim Sa=0$$

Он кладет этот лист на небольшой пюпитр, прикрепленный к флейте, и начинает играть. Мелодия оказывается очень короткой.)

Ахилл: Очень мило. *(Заглядывает в ноты и лицо его принимает недоуменное выражение.)* Но зачем вы прикрепили к флейте это высказывание теории чисел?

(Краб смотрит на свою флейту, на ноты, затем с удивлением оглядывается.)

Краб: Я вас не понимаю. Какое высказывание теории чисел?

Ахилл: "Ноль не следует ни за каким натуральным числом". Вон там, в ваших нотах!

Краб: Это третий постулюд Пеано — у него их пять, и я переложил каждый из них для флейты. Это очень простые и легко запоминающиеся мелодии.

Ахилл: Не понимаю, как можно играть математическое суждение, как если бы оно было нотами!

Краб: Я же вам сказал: это вовсе не математическое суждение, а постулюд Пеано! Хотите послушать еще один?

Ахилл: С удовольствием.

(Краб кладет на пюпитр другой лист бумаги, на этот раз Ахилл не спускает с него глаз.)

Я следил за вами: вы смотрели на эту ФОРМУЛУ на листе. Вы уверены, что это музыкальная нотация? Я мог бы поклясться, что это больше напоминает нотацию, которая используется в формализованной теории чисел!

Краб: Как странно. Насколько я могу судить, это ноты, а не математические формулы. Конечно, я весьма далек от математики... Хотите послушать еще какую-нибудь мелодию?

Ахилл: Прошу вас. У вас есть с собой и другие ноты?

Краб: У меня их целая куча.

(Он достает новый лист и кладет его на пюпитр. На листе написаны следующие символы:

$$\sim\exists a{:}\exists b{:}(SSa\cdot SSb)=SSSSSSSSSSSSS0$$

Пока Краб играет, Ахилл не спускает глаз с бумаги.)

Правда, мило?

Ахилл: Да, премиленькая пьеска. Но должен признаться, что ваши ноты все более походят в моих глазах на теорию чисел.

Краб: Ах, боже мой! Это моя обычная музыкальная запись. Я просто не понимаю, где вы видите все эти внемузыкальные понятия в этой простенькой записи! Это же совершенно из другой оперы!

Ахилл: Не согласитесь ли вы сыграть пьесу моего собственного сочинения?

Краб: С превеликим удовольствием. Она у вас с собой?

Ахилл: Нет, но мне кажется, что я смогу запросто что-нибудь сочинить.

Черепаха: Должна вас предупредить, Ахилл, что Краб — строгий судья мелодий, написанных не им; так что не расстраивайтесь, если он не оценит ваших усилий по достоинству.

Ахилл: Благодарю вас за предупреждение, но я все же попробую...

(Он пишет

$$((SSS0\cdot SSS0)+(SSSS0\cdot SSSS0))=(SSSSS0\cdot SSSSS0)$$

Краб берет у него бумагу, смотрит на нее в раздумье, кладет ее на пюпитр и начинает играть.)

Краб: Что ж, это весьма неплохо, Ахилл. Мне нравится этот странный ритм.

Ахилл: Что же в нем странного?

Краб: Может быть вам, как композитору, он кажется естественным, но для меня переход с 3/3 на 4/4 и, затем, на 5/5 звучит экзотически. Если у вас есть для меня еще что-нибудь, я с удовольствием это сыграю.

Ахилл: Благодарю вас. Я никогда раньше не сочинял музыку и должен признаться, что я представлял себе это занятие не совсем так. Что же, попробую написать еще одну мелодию. *(Набрасывает на листе следующую строчку.)*

$$\sim\exists a{:}\exists b{:}(SSa\cdot SSb)=SSSSSSSSSSSSSS0$$

Краб: Гм-м... Мне кажется, что это точная копия моей предыдущей пьесы.

Ахилл: О, нет! Я добавил одно S. Теперь их стало четырнадцать.

Краб: Ах да, конечно. *(Он начинает играть, и на лице его появляется гримаса недовольства.)*

Ахилл: Я надеюсь, что мое сочинение не кажется вам неблагозвучным!

Краб: Вы написали эту мелодию по мотивам моей пьесы. Но боюсь, Ахилл, что вы не оценили всех ее тонкостей... Хотя как я могу требовать этого от вас после одного прослушивания? Иногда бывает трудно понять, на чем основана красота произведения. Ее легко спутать с поверхностными ас-

пектами пьесы и имитировать их. Но сама красота лежит глубоко внутри; может быть, она вообще недоступна анализу.

Ахилл: Боюсь, что я немного запутался в вашем ученом комментарии. Я понял, что моя пьеса не удовлетворяет вашим высоким требованиям — но в чем именно заключается моя ошибка? Может быть, вы согласитесь мне растолковать?

Краб: Вашу композицию можно поправить, вставив в конце три — а, впрочем, можно и пять — S. Это создаст тонкий и неожиданный эффект.

Ахилл: Понятно.

Краб: Но пьесу можно изменить и по-другому. Мне, например, кажется, что лучше всего прибавить слева еще одну тильду. Это создаст приятный баланс между началом и концом. Две тильды подряд никогда не помешают — они придают мелодии этакий веселый изгиб, знаете ли.

Ахилл: А что, если я послушаюсь обоих советов сразу и напишу следующую пьеску?

$$\sim\sim\exists a{:}\exists b{:}(SSa\cdot SSb)=SSSSSSSSSSSSSSSS0$$

Краб (с выражением болезненного неудовольствия): Ахилл, вам необходимо запомнить следующее: никогда не пытайтесь выразить слишком многое в одной и той же пьесе. Так можно достичь того порога, за которым пьесу уже ничто не спасет. Любые попытки исправить дело только все ухудшат. Как раз это произошло сейчас с вашей пьесой. Вы ухватились сразу за оба моих предложения, и вместо того, чтобы добавить пьесе красоты, это нарушило равновесие и лишило пьесу всякой привлекательности.

Ахилл: Почему такие похожие пьесы, как ваша, с 13 S, и моя, с 14 S, кажутся вам настолько разными? По-моему, в остальном они идентичны!

Краб: О, небо! Между ними — огромная разница. Это как раз тот случай, когда словами невозможно передать всего того, что чувствует душа. Осмелюсь сказать, что таких правил, которые определяли бы, красива ли какая-либо пьеса, не существует, да и не может существовать. Чувство Красоты принадлежит исключительно царству разума; разума, которому жизненный опыт сообщил глубину, превосходящую любые объяснения, основанные на наборе правил.

Ахилл: Я навсегда запомню эти идеи о природе Красоты. Наверное, нечто похожее можно сказать и об Истине?

Краб: Без сомнения. Истина и Красота соотносятся, как... как...

Ахилл: Как математика и музыка?

Краб: Вы читаете мои мысли! Откуда вы знаете, что я как раз об этом думал?

Черепаха: Ахилл очень непрост, м-р Краб. Вы его недооцениваете.

Ахилл: Вы думаете, что может существовать связь между истинностью или ложностью определенного математического утверждения и красотой (или отсутствием таковой) соответствующей музыкальной пьесы? Или же это лишь моя фантазия?

Краб: Мне кажется, вы заходите слишком далеко. Говоря о связи музыки и математики, я выражался символически, понимаете? Что касается прямой связи между музыкальной пьесой и математическим утверждением, я питаю на этот счет глубочайшие сомнения. Позвольте мне дать вам скромный совет: не тратьте время на подобные пустые выдумки.

Ахилл: Вы, без сомнения, правы. Это было бы совершенно бесполезно. Лучше я сосредоточусь на оттачивании моего музыкального вкуса, придумав еще

несколько пьес. Согласитесь ли вы быть моим наставником, м-р Краб?

Краб: Буду счастлив послужить проводником на вашем пути к пониманию музыки.

(Ахилл берет карандаш и погрузившись, казалось бы, в состояние глубочайшего сосредоточения, пишет:

$$\wedge 00a\forall' \vee \sim \wedge \wedge :b+cS(\exists\exists=0\wedge\supset((\sim d)<\vee(\forall S\cdot+(>\vee$$

(У Краба от удивления лезут глаза на лоб.)

Вы действительно хотите, чтобы я сыграл это... это... чем бы это ни было?

Ахилл: О, пожалуйста, прошу вас!

(Краб начинает с трудом играть.)

Черепаха: Браво! Браво! Скажите, Ахилл, ваш любимый композитор, случайно, не Джон Кейдж?

Ахилл: Сказать по правде, он мой любимый анти-композитор. Так или иначе, я рад, что вам понравилась МОЯ музыка.

Краб: Может быть, прослушивание подобной какофонии кажется вам забавным, но я уверяю вас, что для чувствительного уха композитора эти чудовищные, режущие диссонансы и бессмысленные ритмы — настоящее мучение. Я-то думал, Ахилл, что у вас есть музыкальный вкус. Неужели ваши предыдущие пьесы получились хорошо по чистой случайности?

Ахилл: О, простите меня пожалуйста, м-р Краб. Я просто решил исследовать возможности вашей музыкальной нотации. Я хотел услышать, какие звуки получаются, когда я пишу некую последовательность символов, а заодно узнать, как вы оцениваете пьесы, написанные в разных стилях.

Краб (ворчливо): Я вам, знаете, не автоматическая музыкальная машина и не мусорное ведро для музыкальных отбросов.

Ахилл: Умоляю, простите. Но я все же чувствую, что сочинение этой пьески меня многому научило и я уверен, что теперь смогу писать гораздо лучшую музыку. И если вы согласитесь сыграть еще одно мое сочинение, ваше мнение о моих композиторских способностях непременно изменится в лучшую сторону.

Краб: Хорошо. Давайте попытаемся.

(Ахилл пишет:

$$\forall a{:}\forall b{:}<(a\cdot a)=(SS0\cdot(b\cdot b))\supset a=0>$$

и Краб играет.)

Вы были правы, Ахилл. Кажется, ваши музыкальные способности к вам вернулись. Эта пьеса — настоящая драгоценность! Как вам удалось ее написать? Я никогда не слыхал ничего подобного. Она следует всем законам гармонии, и, тем не менее, в ней есть некая — как бы это сказать — иррациональная привлекательность. Я не могу определить этого точнее, но именно это меня в ней притягивает.

Ахилл: Я так и думал, что вам это понравится.

Черепаха: Как называется ваше сочинение, Ахилл? Мне кажется, что ему подошло бы название "Песнь Пифагора". Вы наверное, помните, что Пифагор был одним из первых, кто стал изучать музыкальные звуки.

Ахилл: Верно. Это очень хорошее название.

Краб: Кроме того, не Пифагор ли открыл, что отношение двух квадратов никогда не равняется двум?

Черепаха: Думаю, что вы правы. В свое время это считалась еретическим открытием, поскольку никто раньше не догадывался о существовании чисел — таких, как квадратный корень из двух — которые нельзя представить, как отношение двух целых чисел. Это открытие было ужасно и для самого Пифагора. Он решил, что в абстрактном мире чисел обнаружился неожиданный и кошмарный дефект, могу себе представить, в какое отчаяние пришел бедняга.

Ахилл: Простите, вы, кажется, сказали что-то о чае? Кстати — где же та знаменитая чайная? Долго нам еще карабкаться?

Черепаха: Не волнуйтесь: мы будем на месте через пару минут.

Ахилл: Гм-м... Я как раз успею просвистеть вам мотивчик, который сегодня утром услышал по радио.

Краб: Погодите минутку: достану бумагу. Я хочу записать эту мелодию. *(Копается в папке и вытаскивает чистый лист.)* Готово.

(Ахилл начинает свистеть, мелодия оказывается довольно длинной. Краб быстро записывает, стараясь не отстать.)

Можете ли вы повторить несколько последних тактов?

Ахилл: Конечно.

(После нескольких повторений Краб, наконец, заканчивает и с гордостью показывает свою запись:

$$<((SSSSS0\cdot SSSSS0)+(SSSSS0\cdot SSSSS0))=(SSSSSSS0\cdot SSSSSSS0)+(S0\cdot S0))\wedge\sim\exists b{:}<\exists c{:}(Sc+b)=((SSSSSSS0\cdot SSSSSSS0)+(S0\cdot S0))\wedge\exists d{:}\exists d'{:}\exists e{:}\exists e'{:}<\sim<d=e\vee d=e'>\wedge<b=((Sd\cdot Sd)+(Sd'\cdot Sd'))\wedge b=((Se\cdot Se)+(Se'\cdot Se'))>>>>$$

Затем он берет флейту и играет записанную им мелодию.)

Черепаха: Интересно, это похоже на индийскую мелодию.

Краб: Нет, мне кажется, для индийской мелодии она слишком проста. Впрочем, я не специалист...

Черепаха: Вот мы и пришли! Где мы сядем, на веранде?

Краб: Если вы не возражаете, лучше сесть внутри; я уже и так слишком долго был на солнце.

(Они входят в чайную, полную народа, садятся за единственный свободный столик и заказывают чай с пирожными. Не проходит и получаса, как им приносят поднос с аппетитными сладостями; каждый выбирает свое любимое пирожное.)

Ахилл: Знаете, м-р К, мне бы хотелось услышать ваше мнение о мелодии, которую я только что сочинил.

Краб. Покажите; можете записать ее на этой салфетке.

(Ахилл пишет:

$$\forall a.\exists b{:}\exists c{:}<\sim\exists d{:}\exists e{:}<(SSd\cdot SSe)=b\vee(SSd\cdot SSe)=c>\wedge(a+a)=(b+c)>$$

Краб и Черепаха с интересом изучают его запись.)

Черепаха: Как вы думаете, м-р К, это красивая пьеса?

Краб: Гм-м... Я считаю... Мне кажется... *(В явном замешательстве ерзает на стуле.)*

Ахилл: В чем дело? Достоинства этой пьесы оказалось определить труднее, чем достоинства других моих сочинений?

Краб: Э-э-э... Нет, нет, это совсем не то. Как бы это сказать... дело в том, что мне надо УСЛЫШАТЬ пьесу, чтобы иметь возможность о ней судить.

Ахилл: Так за чем же дело стало? Прошу вас, сыграйте мою пьеску и скажите нам, находите ли вы ее красивой.

Краб: Конечно, конечно... Я был бы чрезвычайно рад сыграть вашу пьесу; вот только...

Ахилл: Что случилось? Вы не можете сыграть эту пьесу? Почему вы колеблетесь?

Черепаха: Неужели вы не понимаете, Ахилл, что исполнить вашу просьбу было бы невежливо и неделикатно по отношению к посетителям и работникам этой замечательной чайной?

Краб (с внезапным облегчением): Верно! Мы не имеем права навязывать другим свою музыку.

Ахилл (подавленно): О, какая жалость... А я-то ТАК надеялся узнать ваше мнение об этой мелодии!

Краб: Ух ты! Чуть не вляпался!

Ахилл: Как? Что значит это замечание?

Краб: Да так, ничего. Просто тот господин чуть не наступил на пирожные, рассыпанные официантом минуту назад. Сегодня здесь вообще необычайное оживление, яблоку негде упасть.

Черепаха: Дело в том, что сегодня будет известно, кто станет счастливым обладателем приза ежегодной лотереи. Раньше в этой лотерее участвовала и я, но уже давно отчаялась. Приз простой — самовар и набор индийского чая, — но получить его хочется многим, поэтому сегодня здесь столько народу.

Ахилл: Вы хотите сказать, что сегодня — день розыгрыша?

Краб: Вот именно, Ахилл.

Ахилл: А-а, понятно, я это запомню.

Краб: Что ж, пожалуй, мне пора ползти домой. Эта суета вокруг розыгрыша меня порядком утомила, а мне еще предстоит утомительный спуск по крутому склону.

Ахилл: До встречи; и спасибо за урок композиции!

Краб: Я и сам получил большое удовольствие; надеюсь, что когда-нибудь мы продолжим наш обмен сочинениями.

Ахилл: Буду ждать этого дня с нетерпением. До свидания!

Черепаха: До свидания, м-р Краб.

(И краб уползает вниз по холму.)

Ахилл: Что за создание! Это ползет маг и волшебник музыки, блестящий флейтист и композитор. Мне кажется, что он в четыре раза умнее любого из своих собратьев. Или даже в пять —

Черепаха: Как вы уже сказали в начале — и, кажется, собираетесь продолжать говорить во веки веков!

ГЛАВА XVII

Чёрч, Тюринг, Тарский и другие

Формальные и неформальные системы

НАСТАЛ МОМЕНТ, когда мы уже можем сформулировать один из основных тезисов этой книги: любой аспект мышления можно рассматривать как описание на высшем уровне некой системы, которая на низшем уровне управляется простыми и даже формальными правилами. Под "системой" здесь, разумеется, имеется в виду мозг — если не упоминать мыслительные процессы, протекающие в другой среде, такой, скажем, как электрические цепи компьютера. Это создает образ формальной системы, лежащей в основе "неформальной системы" — такой, которая сочиняет каламбуры, находит численные закономерности, забывает имена, "зевает" фигуры в шахматной партии и так далее. То, что мы видим снаружи, — это ее неформальный, явный уровень, уровень программ. С другой стороны, в системе есть также формальный, скрытый уровень (или "субстрат"), уровень аппаратуры — удивительно сложный механизм, переходящий от одного состояния к другому по определенным, физически встроенным в него правилам, согласно поступающим извне сигналам (входным данным).

Нет нужды говорить, что такой взгляд на мозг имеет множество философских и других следствий. Некоторые из них я попытаюсь описать в этой главе. Среди прочего, из этого взгляда, как кажется, следует то, что в своей основе мозг является неким "математическим" объектом. На самом деле, это, в лучшем случае, довольно неуклюжая модель мозга. Дело в том, что даже если в техническом и абстрактном смысле мозг и представляет собой некий тип формальной системы, математики работают с системами простыми и элегантными, в которых все четко определено. Мозгу же, с его десятью миллиардами частично независимых нейронов, соединенных почти случайным образом, далеко до такой ясности; так что он никогда не станет объектом изучения математиков. Если определить "математику" как нечто, чем математикам нравится заниматься, то приходится признать, что свойства мозга — не математические.

Единственный способ понять такую сложную систему как мозг — это использовать блочную картину на все более высоких уровнях; при этом, разумеется, при каждом следующем шаге приходится жертвовать точностью. На высшем уровне мы получаем "неформальную систему", подчиняющуюся такому количеству сложных правил, что у нас пока не хватает слов для ее описания. Именно это — объект поисков специалистов по Искусственному Интеллекту, поисков, которые весьма отличны от математических изысканий. Однако между ними существует некоторая связь — эксперты по ИИ часто имеют математическое образование, а математики часто интересуются работой собственного мозга. Следующий отрывок из автобиографической книги Станислава Улама "Приключения математика" (Stanislaw Ulam, "Adventures of a Mathematician") иллюстрирует этот факт:

Мне кажется, что можно лучше выявить ... природу ассоциаций, используя для экспериментов компьютеры. Такое исследование включало бы подразделение на понятия, символы, классы символов, классы классов и так далее, так же, как это делается при исследовании сложных математических или физических систем.

В нашем мышлении должен быть некий метод, некая рекурсивная формула. Группа нейронов начинает работать автоматически, иногда даже без внешнего импульса. Результатом этого повторяющегося процесса является растущая область возбужденных нейронов, которая передвигается по мозгу в зависимости от памяти или чего-то подобного.[1]

Интуиция и Магическая Мистификация Краба

Искусственный интеллект для краткости часто называют ИИ. Мне кажется, что сокращение ИИ могло бы также обозначать Искусственную Интуицию. Цель ИИ — понять, что происходит, когда в мозгу из мириад возможностей делается бесшумный и невидимый выбор той единственной, которая кажется наиболее подходящей в данной сложной ситуации. Во многих жизненных ситуациях дедуктивные рассуждения не годятся — не потому, что они привели бы к *неправильным* ответам, но потому, что существует огромное множество истинных, но *неважных* для данной ситуации суждений; приходится принимать в расчет слишком много факторов, и потому логические рассуждения оказываются неэффективными. Взгляните на этот мини-диалог:

— На днях я прочитал в газете, что...
— О, вы прочитали? Из этого следует, что у вас есть глаза. Или, по крайней мере, *один* глаз. Или, скорее, что у вас *в тот момент* был по крайней мере один глаз.

Здесь необходимо понимание того, что важно и что неважно; с этим связано чувство простоты и красоты. Откуда берутся эти интуитивные понятия? Каким образом они могут родиться из формальной системы мозга?

В Диалоге *"Магнификраб"* мы встречаемся с некими необычными свойствами Крабьего мозга. По его словам, он просто слушает музыку и отличает *красивые* мелодии от *некрасивых*. (По-видимому, для него существует четкая граница.) Ахилл, однако, находит другой способ описания Крабьих способностей: Краб подразделяет суждения теории чисел на *истинные* и *ложные*. Но Краб утверждает, что если он это и делает, то только случайно, поскольку он в математике профан. Ахилл более всего удивлен тем, что Краб, как кажется, прямо нарушает знаменитую теорему метаматематики:

ТЕОРЕМА ЧЁРЧА: Не существует универсального метода, позволяющего отличать теоремы ТТЧ от не-теорем.

Это утверждение было доказано в 1936 году американским логиком Алонзо Чёрчем, оно находится в тесной связи с тем, что я называю

ТЕОРЕМОЙ ТАРСКОГО-ЧЁРЧА-ТЮРИНГА: Не существует универсального метода, позволяющего отличать истинные суждения теории чисел от ложных.

Тезис Чёрча-Тюринга

Чтобы лучше понять Теорему Чёрча и Теорему Тарского-Чёрча-Тюринга, рассмотрим сначала одну из идей, на которых они основаны, — *Тезис Чёрча-*

Тюринга (часто называемый "Тезисом Чёрча"). Это, безусловно, одно из важнейших понятий в философии математики, мозга и мышления.

Этот Тезис напоминает чай тем, что его можно сделать разных степеней крепости. Я изложу здесь различные версии и мы увидим, что из них вытекает.

Первая версия звучит весьма невинно и, пожалуй, даже бессмысленно:

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, ТАВТОЛОГИЧЕСКАЯ ВЕРСИЯ: Математические задачи можно решать только математическими методами.

Разумеется, смысл этого утверждения может быть выведен из смысла составляющих его частей. Под "математической задачей" я имею в виду определение того, обладает ли данное число неким арифметическим свойством. Оказывается, что при помощи Гёделевой нумерации и родственных ей приемов кодификации почти любую проблему в любой области математики можно представить в этой форме; таким образом, выражение "математическая задача" сохраняет свое обычное значение. А как насчет "математических методов"? Пытаясь решить, обладает ли некое число определенными свойствами, мы используем лишь ограниченное число операций, комбинирующихся друг с другом: сложение, умножение, определение равенства или неравенства. Кажется, что циклы, состоящие из этих операций, — единственный инструмент, позволяющий нам заглянуть в мир чисел. Заметьте, что я сказал "кажется". Это слово — основное в Тезисе Чёрча-Тюринга. Ниже — другая версия этого Тезиса.

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, СТАНДАРТНАЯ ВЕРСИЯ: Предположим, что существует метод, при помощи которого разумное существо может разделять числа на два класса. Предположим также, что этот метод всегда приводит к ответу за конечный отрезок времени и что этот ответ — всегда один и тот же для одного и того же числа. В таком случае существует некая конечная программа на Флупе (то есть, некая общерекурсивная функция), которая будет давать точно такие же ответы, как и разумное существо.

Основная идея здесь состоит в том, что любой мыслительный процесс, делящий числа на две категории, может быть описан в форме программы на Флупе. Интуиция утверждает, что других методов, чем имеющиеся во Флупе, не существует, и что невозможно использовать эти методы иначе, чем путем бесчисленных повторений (которые Флуп допускает). Тезис Чёрча-Тюринга невозможно доказать, как Теорему математики — это всего лишь гипотеза о процессах, протекающих в человеческом мозгу.

Версия Коллективных Процессов

Некоторые люди могут подумать, что предыдущая версия утверждает слишком много. Такие люди могли бы сформулировать свои возражения следующим образом: "Может существовать некто, подобный Крабу, — некто с почти мистической математической интуицией, кто при этом не умеет объяснить своих удивительных способностей. Возможно, что в мозгу такого человека происходят процессы, непредставимые на Флупе." Идея заключается в том, что, возможно, в нас заложен подсознательный потенциал для совершения вещей, превосходящих сознательные процессы — и это невозможно выразить с помощью элементарных операций Флупа. Для тех, кто выдвигает подобные возражения, мы сформулируем более слабую версию Тезиса, различающую индивидуальные и коллективные мыслительные процессы:

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, ВЕРСИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ: Предположим, что существует метод, при помощи которого разумное существо может разделять числа на два класса. Предположим также, что этот метод всегда приводит к ответу за конечный отрезок времени и что этот ответ — всегда один и тот же для одного и того же числа. Если этот метод может быть эффективно сообщен одним разумным существом другому при помощи языка, то в таком случае существует некая конечная программа на Флупе (то есть, некая общерекурсивная функция), которая будет давать точно такие же ответы, как и разумное существо.

Эта версия утверждает, что коллективные методы подвержены "Флупификации", но обходит молчанием индивидуальные методы. Она не говорит, что их невозможно "Флупифицировать", но, по крайней мере, оставляет эту возможность открытой.

Шриниваса Рамануян

Как доказательство против более сильных версий Тезиса Чёрча-Тюринга давайте рассмотрим случай знаменитого индийского математика первой четверти двадцатого века, Шринивасы Рамануяна (1887-1920). Рамануян (рис. 105) родился на юге Индии, в Тамилнаду; он немного изучал математику в старших классах школы. Однажды кто-то, заметив способности мальчика к математике, подарил ему слегка устаревший учебник по математическому анализу, который Шриниваса немедленно проглотил (разумеется, не в буквальном смысле!). После этого Рамануян начал собственные исследования в этой области, и к тому времени, когда ему исполнилось двадцать три года, у него на счету было несколько открытий, которые казались ему важными. Он не знал, к кому обратиться, но однажды он услышал о некоем профессоре математики по имени Г. Х. Харди, живущем в далекой Англии. Рамануян записал свои лучшие результаты и послал эту пачку листков ничего не подозревавшему Харди вместе с письмом, которое друзья помогли ему написать по-английски. Ниже следуют некоторые отрывки, описывающие реакцию Харди, когда он получил эту "посылку":

> Вскоре мне стало ясно, что Рамануян знал гораздо более общие теоремы, но держал их в рукаве... [Некоторые формулы] меня совершенно поразили — я никогда не видел ничего подобного. Одного взгляда на них достаточно, чтобы понять, что они написаны математиком высшего класса. Они, скорее всего, истинны, поскольку никто не может обладать достаточным воображением, чтобы высосать из пальца нечто подобное. Наконец, ... автор письма был, по-видимому, абсолютно честен, поскольку гениальные математики встречаются чаще, чем шарлатаны, обладающие таким невероятным талантом.[2]

Результатом этой переписки был приезд Рамануяна в Англию в 1913 году по приглашению Харди и начало тесного сотрудничества между ними, которое было прервано преждевременной смертью Рамануяна от туберкулеза в возрасте тридцати трех лет.

Среди прочего, Рамануян отличался от большинства математиков тем, что его доказательствам не хватало строгости. Иногда он просто называл результат, полученный, по его словам, чисто интуитивно, без какого бы то ни было сознательного поиска. Часто Рамануян говорил, что богиня Намагири сообщила ему ответ во сне. Это повторялось снова и снова, и самое удивитель-



РИС. 105. Шриниваса Рамануян и одна из его странных индийских мелодий.

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{e^{-2\pi\sqrt{5}}}{1+\cfrac{e^{-4\pi\sqrt{5}}}{1+\cfrac{e^{-6\pi\sqrt{5}}}{1+\ddots}}}} = \left(\frac{\sqrt{5}}{1+\sqrt[5]{5^{3/4}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{5/2}-1}} - \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)e^{2\pi/\sqrt{5}}$$

ное — даже мистическое — заключалось в том, что многие из его "интуитивных теорем" оказывались *ложными!* В связи с этим интересен парадокс, заключающийся в том, что иногда событие, которое, как кажется, должно было бы добавить доверчивым людям немного скептицизма, в действительности вызывает обратный эффект. Оно затрагивает эти доверчивые души, соблазняя их намеками на некие удивительные, иррациональные свойства человеческой природы. Именно это произошло с ошибками Рамануяна; многие образованные люди, жаждущие поверить в чудеса, увидели в интуитивных способностях Рамануяна доказательство его мистического прозрения и знания Истины — и его ошибки только усилили их веру.

Возможно, что этому способствовал тот факт, что Рамануян происходил из самой отсталой части Индии, где факиризм и подобные мистические индийские ритуалы практиковались тысячелетиями — и продолжали встречаться во времена Рамануяна, возможно, чаще, чем высшая математика. И его ошибки, вместо того, чтобы подтвердить, что он — всего лишь человек, парадоксальным образом породили веру в то, что заблуждения Рамануяна на самом деле являлись "правотой высшего порядка", некой "восточной истиной", недоступной западному уму. Какая замечательная, почти неотразимая мысль! Даже Харди, кто должен был бы первым опровергнуть идею о мистических способностях Рамануяна, однажды написал: "И все же я не уверен, что, каким-то образом, его промах не является более замечательным, чем любой из его успехов".

Другой выдающейся чертой Рамануяна была его "дружба с целыми числами", по выражению его коллеги Литтлвуда. Многие математики до какой-то степени разделяют эту черту, но у Рамануяна она была развита до крайности. Об этой его характеристике ходили легенды. Одна из них была рассказана Харди:

> Однажды я пришел навестить его, когда он лежал больной в Путни. Я сказал ему, что приехал на такси с номерным знаком 1729 и заметил, что в этом номере нет ничего интересного и что как бы это не оказалось дурным предзнаменованием. "Напротив," — ответил он, — "это очень интересный номер. это наименьшее число, которое можно выразить как сумму двух кубов двумя разными способами". Я, естественно, спросил его, знает ли он ответ на аналогичную задачу для четвертой степени, на что он после минутного раздумья ответил, что он точно не знает, но что ему кажется, что это будет очень большое число.[3]

Ответом на эту задачу оказывается

$$635\ 318\ 657 = 1344 + 1334 = 1584 + 594$$

Читатель может попробовать решить аналогичную задачу для квадратов, что намного легче.

Интересно подумать, почему Харди сразу перешел к четвертой степени. В конце концов, существуют несколько других естественных обобщений уравнения

$$u^3 + v^3 = x^3 + y^3$$

Например, можно подумать о том, как представить некое число в виде суммы двух кубов тремя различными способами:

$$r^3 + s^3 = u^3 + v^3 = x^3 + y^3$$

или использовать три различных куба:

$$u^3 + v^3 + w^3 = x^3 + y^3 + z^3$$

Можно даже обобщить это выражение сразу для всех этих способов:

$$r^4 + s^4 + t^4 = u^4 + v^4 + w^4 = x^4 + y^4 + z^4$$

Однако в каком-то смысле задача Харди оказывается наиболее "математической". Возможно ли будет когда-либо запрограммировать это чувство математической эстетики?

Другой рассказ о Рамануяне взят из его биографии, написанной его соотечественником С. Р. Ранганатаном. Этот рассказ носит название "Прозрение Рамануяна" и принадлежит его товарищу по Кембриджскому университету, П. С. Махаланобису, также выходцу из Индии.

> Однажды я пришел к нему в комнату, чтобы пообедать вместе. Дело было некоторое время спустя после начала Первой мировой войны. В руках у меня был экземпляр ежемесячника "Странд Магазин", в котором в то время печатались всяческие головоломки для читателей. Рамануян, стоя у плиты, размешивал что-то в кастрюльке. Я сидел у стола, листая журнал; вдруг меня заинтересовала задача об отношении двух чисел. Я забыл подробности и помню только тип задачи. Два британских офицера были расквартированы в Париже в двух различных домах на длинной улице; номера этих домов соотносились определенным образом, и задача заключалась в том, чтобы их найти. На вид проблема казалась нетрудной — пользуясь методом проб и ошибок, я нашел ответ за несколько минут.

МАХАЛАНОБИС (*шутливо*): Вот тут для вас задача.

РАМАНУЯН (*не переставая мешать*): Что за задача?

Я прочитал ему задачу.

РАМАНУЯН: Записывайте ответ (*диктуя непрерывную дробь*).

Первый член в дроби был равен моему ответу, остальные представляли собой следующие решения. При этом число домов на улице росло до бесконечности. Я был поражен.

МАХАЛАНОБИС: Неужели вы решили это сразу?

РАМАНУЯН: Разумеется. Как только я услышал задачу, я сразу понял, что ответом должна быть непрерывная дробь; тогда я подумал: "Какая именно?" — и тут же увидел решение. Это было очень просто.[4]

После смерти Рамануяна Харди, как его ближайшего сотрудника, часто спрашивали, не было ли в стиле мышления Рамануяна каких-либо мистических и необычных элементов. Вот один из ответов Харди:

> Меня часто спрашивают, не было ли у Рамануяна какого-нибудь особого секрета, не пользовался ли он методами иного типа, отличными от методов других математиков и было ли его мышление действительно необычным. Не могу ответить на эти вопросы с достаточной уверенностью, но лично я в это не верю. Я считаю, что все математики в основном думают примерно одинаково, и что Рамануян не являлся исключением.[5]

Здесь Харди формулирует свою собственную версию Тезиса Чёрча-Тюринга. В перифразе она звучит так:

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, ВЕРСИЯ ХАРДИ: На низшем уровне все математики изоморфны.

Это не приравнивает математический потенциал математиков к потенциалу общерекурсивных функций; для этого надо лишь показать, что умственные способности какого-либо одного математика не более общие, чем рекурсивные функции. Тогда, если вы принимаете Версию Харди, то вы должны принять ее для *всех* математиков. Далее Харди сравнивает Рамануяна с людьми, обладающими удивительной способностью к вычислениям.

> Его память и его способности к вычислениям были весьма необычны, но их нельзя было назвать "ненормальными". Если ему нужно было перемножить два больших числа, он делал это обычным способом — правда, с необычной скоростью и аккуратностью — но не быстрее и не аккуратнее, чем любой другой математик, кто от природы быстро соображает и имеет опыт в вычислениях.[6]

Харди описывает то, что казалось ему выдающимися чертами интеллекта Рамануяна:

> Кроме памяти, терпения и способности к вычислениям, он обладал такой *способностью к обобщениям* и к *быстрому изменению своих гипотез* и таким *чувством формы*, что в то время ему не было равных в его области.[7]

Те места этого отрывка, которые я выделил курсивом, кажутся мне блестящей характеристикой некоторых наиболее тонких и неуловимых черт разума вообще. Харди заключает, с некоторой грустью:

> [В его трудах] не было той простоты и неизбежности, которая отличает величайшие математические открытия; они были бы более великими, если бы они были менее странными. Но зато его работы имели нечто, чего не может отрицать никто: они были глубоко и непобедимо оригинальны. Возможно, что он был бы более великим математиком, если бы его "поймали" и "приручи-

ли" в юности; он открыл бы много нового и, без сомнения, более важного. С другой стороны, он был бы менее похож на Рамануяна и более — на европейского профессора, и потеря от этого могла быть больше, чем выигрыш.[5]

По тому, как романтично говорит Харди о Рамануяне, видно, какое уважение он питал к своему индийскому коллеге.

"Гениальные идиоты"

Существует еще один тип людей, чьи математические способности кажутся необъяснимыми с рациональной точки зрения — так называемые "гениальные идиоты", могущие производить сложные расчеты в уме (или где бы там ни было) с быстротой молнии. Иоганн Мартин Захарий Дэйз, живший с 1824 по 1861 и работавший для нескольких европейских правительств, был выдающимся примером. Он не только мог перемножить в уме два стозначных числа, но также имел удивительное чувство количества. Он мог сказать, не считая, сколько овец на поле, сколько слов в предложении и так далее, приблизительно до 30 — в отличие от большинства из нас, имеющих это чувство примерно до 6. При этом Дэйз вовсе не был идиотом...

Я не буду пересказывать здесь множество интересных историй о "людях-калькуляторах", поскольку моя цель иная. Но мне кажется важным опровергнуть мнение, что они совершают свои расчеты при помощи неких таинственных, не поддающихся анализу методов. Хотя часто вычислительные способности таких гениев намного превосходят их способности объяснять свои результаты, иногда среди них появляется человек, наделенный и другими талантами. Из наблюдений таких людей и из работ психологов можно сделать заключение, что в голове людей-калькуляторов не происходит ничего сверхъестественного — просто их мозг совершает промежуточные действия очень быстро и уверенно, подобно умелому атлету, быстро и грациозно делающему сложные упражнения. Свои ответы они получают не благодаря мгновенному озарению (хотя субъективно некоторым из них может казаться именно так), но, как и все мы, при помощи последовательных вычислений — то есть при помощи Флупо- или Блупоподобных действий.

Одним из наиболее очевидных подтверждений того, что не существует никакого мистического "прямого телефона к Богу", является тот факт, что, по мере того как числа становятся больше, ответы становятся медленнее. Если бы ответы исходили от Бога или некоего "оракула", этого бы не происходило. Было бы интересно составить некий график, соотносящий время раздумий "человека-калькулятора" с величиной данных ему чисел и количеством требуемых операций, и вычислить по нему алгоритмы этого процесса.

Изоморфная Версия Тезиса Чёрча-Тюринга

Это вплотную подводит нас к усиленной стандартной версии Тезиса Чёрча-Тюринга:

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, ВЕРСИЯ ИЗОМОРФИЗМА: Предположим, что существует метод, при помощи которого разумное существо может разделять числа на два класса. Предположим также, что этот метод всегда приводит к ответу за конечный отрезок времени и что этот ответ — всегда один и тот же для одного и того же числа. Тогда существует некая конечная программа на Флупе (то есть, некая общерекурсивная функция),

которая будет давать точно такие же ответы, как и разумное существо. Более того, мыслительный процесс и эта программа Флупа будут изоморфны в том смысле, что на каком-то уровне будет существовать соответствие между операциями выполняемыми компьютером и мозгом.

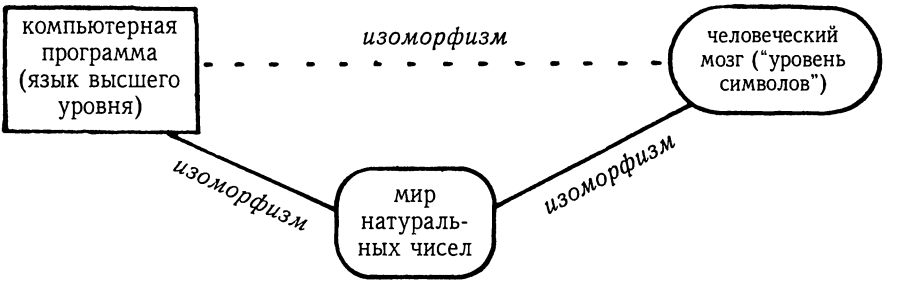
Заметьте, что здесь не только усилено заключение, но и опущено условие сообщаемости, характеризовавшее более слабую Коллективную Версию. Давайте рассмотрим эту смелую версию Тезиса.

Эта версия утверждает, что, когда человеческое существо что-то вычисляет, его умственная деятельность может быть изоморфно отображена в некой программе Флупа. Это не означает, разумеется, что в мозгу действует настоящая программа Флупа, написанная на языке Флуп с командами НАЧАЛО, КОНЕЦ, ПРЕРВАТЬ и так далее. Это значит только то, что операции выполняются в том же порядке, в каком они могли бы выполняться в программе Флупа, и что логическая структура вычислений может быть отображена во Флупе.

Чтобы эта идея имела смысл, мы должны различать уровни как в компьютере, так и в мозгу — иначе эта мысль может показаться совершенной чепухой. Предположительно, операции вычисления в наших головах совершаются на высшем уровне, опирающемся на низшие уровни и, в конечном счете, на "аппаратуру". Таким образом, говоря об изоморфизме, мы подразумеваем, что высший уровень может быть изолирован и что мы можем обсуждать происходящие там процессы независимо от того, что делается на других уровнях — и затем проимитировать этот высший уровень в программе Флупа. Точнее, наше предположение заключается в том, что существуют некие блоки мысленной "программы", которые играют роль математических построений и активируются таким образом, который может быть в точности отображен в программе Флупа (см. рис. 106). Эти блоки существуют благодаря инфраструктуре мозга, которую мы обсуждали в главах XI и XII, а также в "Прелюдии" и в "Муравьиной фуге". Мы не предполагаем изоморфной деятельности на низших уровнях мозга и компьютера (нейроны и биты).

Если не букву, то дух Версии Изоморфизма можно передать, говоря, что гениальный идиот, вычисляя, скажем, логарифм π, проделывает операции, изоморфные операциям карманного калькулятора, решающего ту же задачу. Изоморфизм существует на уровне арифметических действий, а не на уровне нейронов мозга и электрических цепей калькулятора. (Разумеется, при решении любой задачи можно следовать различными путями — но, в принципе, если не человек, то карманный калькулятор может быть запрограммирован вычислить ответ каким-то определенным путем.)

РИС. 106. Поведение натуральных чисел может быть представлено в человеческом мозгу или в компьютерной программе. Эти два представления могут быть затем отображены друг на друга на соответствующем абстрактном уровне.



Все это кажется убедительным, когда мы говорим о теории чисел, поскольку события там происходят в весьма ограниченном и чистом мире. Его границы, правила и обитатели определены четко, словно в хорошо построенном лабиринте. Такой мир намного менее сложен, чем открытый и неопределенный мир, в котором мы обитаем. Будучи поставлена, задача теории чисел полностью самодостаточна; задача реального мира, напротив, никогда не может быть с уверенностью изолирована от воздействия этого мира. Например, чтобы заменить перегоревшую лампочку, вам может понадобиться подвинуть помойное ведро; при этом вы можете нечаянно толкнуть стоящий поблизости столик и уронить на пол лежавшие на нем таблетки; после чего вам придется подмести пол, чтобы ваша собака их не съела... и так далее, и тому подобное. Таблетки, помойное ведро, собака и электрическая лампочка весьма мало соотносятся между собой, но здесь, благодаря некоему повседневному событию, они оказались в тесной связи. И невозможно предсказать, какие еще предметы оказались бы вовлечены в эти отношения, если бы события немного изменились. С другой стороны, решая задачу теории чисел, вам никогда не придется иметь дело с такими посторонними предметами, как таблетки, собаки, помойные ведра и щетки. (Разумеется, ваше интимное знакомство с означенными предметами может сослужить вам службу, когда вы пытаетесь представить себе задачу в форме геометрических фигур — но это совершенно другое дело.)

Реальный мир так сложен, что трудно вообразить себе маленький карманный калькулятор, который мог бы ответить на ваши вопросы путем нажатия кнопок с надписями "собака", "помойное ведро", "лампочка" и так далее. На самом деле, до сих пор очень трудно заставить даже большой и быстрый компьютер отвечать на вопросы о ситуациях, которые кажутся нам весьма простыми. Кажется, что для того, чтобы компьютер "понял" задачу, необходимы много знаний и умение соотносить их друг с другом должным образом. Процессы мышления можно сравнить с деревом, чья видимая часть твердо стоит на земле, но при этом зависит от невидимых корней, протягивающихся далеко под землей, поддерживающих и питающих дерево. В данном случае под корнями понимаются сложные процессы, происходящие на подсознательных уровнях — процессы, результаты которых управляют нашим мышлением, но о которых мы сами не подозреваем. Они работают как "пусковые механизмы символов", которые мы обсуждали в главах XI и XII.

Размышления о реальном мире очень отличаются от того, что происходит, когда мы перемножаем два числа — в последнем случае все находится, так сказать, над землей, открытое для обозрения. В арифметике высший уровень может быть выделен и промоделирован на аппаратуре различных типов: механические складывающие аппараты, карманные калькуляторы, компьютеры, человеческие мозги и так далее. Именно это и утверждает Тезис Чёрча-Тюринга. Но когда дело касается понимания реального мира, то трудно представить себе, что высший уровень возможно выделить и запрограммировать отдельно. Пусковые механизмы символов слишком сложны. Мысль должна "просочиться", профильтроваться сквозь многие уровни. В частности — и это возвращает нас к основным темам глав XI и XII — представление в мозгу реального мира, хотя и основанное до некоторой степени на изоморфизме, включает некоторые элементы, не имеющие никакого соответствия в окружающей нас действительности. Оно гораздо сложнее элементарных мысленных обра-

зов "собаки", "щетки" и так далее. Конечно, все эти символы существуют, но их внутренняя структура необыкновенно сложна и почти недоступна сознательному исследованию. Более того, стараться найти соответствие внутренней структуре какого бы то ни было символа в реальном мире было бы напрасным трудом.

Процессы, которые не так легко выделить

Мозг является весьма необычной формальной системой, поскольку на низшем, нейронном уровне, там, где действуют "правила", меняющие состояние системы, может не существовать интерпретации примитивных элементов (таких как возбуждение отдельных нейронов или, может быть, даже события еще более низкого уровня). Однако на высшем уровне возникает осмысленная интерпретация — соответствие между крупными "облаками" нейронной активности, которые мы назвали "символами", и событиями реального мира. Это напоминает Гёделево построение тем, что в обоих случаях изоморфизм высшего уровня позволяет наделять строчки смыслом более высокого уровня; однако в Гёделевом построении значение высшего уровня опирается на значение низших уровней — то есть оно выводится из значения низших уровней при помощи Гёделевой нумерации. С другой стороны, события, происходящие в мозгу на нейронном уровне, *не имеют* соответствующей интерпретации в реальном мире — они совершенно ничего не имитируют. Они являются всего лишь субстратом, поддерживающим высший уровень, подобно тому, как транзисторы в карманном калькуляторе поддерживают его числовую деятельность. Из этого следует, что невозможно, выделив высший уровень в чистом виде, создать изоморфную копию программы; если мы хотим отобразить мозговые процессы, участвующие в понимании реального мира, нам *придется* отобразить также и некоторые процессы, происходящие на низшем уровне, — так сказать, "языки мозга". Может оказаться, что при этом нам придется спуститься до уровня самой "аппаратуры".

В процессе создания программы с целью добиться "разумного" (то есть человекоподобного) внутреннего представления об окружающей действительности в какой-то момент приходится использовать структуры и процессы, не допускающие прямолинейной интерпретации, — иными словами, не имеющие прямого соответствия в реальном мире. Эти низшие уровни программы могут быть поняты не благодаря их прямой связи со внешним миром, а благодаря их каталитическому воздействию на лежащие над ними уровни. (Конкретное воплощение этой идеи было предложено Муравьедом в "Муравьиной фуге": "неописуемо скучный кошмар" прочтения книги на низшем уровне.)

Лично мне кажется, что такая многоуровневая структура концептуальных систем становится необходимой в тот момент, когда процессы, включающие образы и аналогии, становятся значимыми элементами программы — в отличие от процессов, которые управляют дедуктивными рассуждениями. Процессы, управляющие дедуктивными рассуждениями, могут быть запрограммированы на практически единственном уровне и таким образом являются выделимыми по определению. Согласно моей гипотезе, мыслительные процессы, использующие воображение и аналогию, изначально требуют нескольких уровней субстрата и, следовательно, являются невыделимыми. Кроме того, я считаю, что именно в этот момент начинают возникать способности к творчеству — из чего вытекает, что эти способности изначально зависят от неких

"неинтерпретируемых" процессов низшего уровня. Разумеется, весьма интересно выяснить, на что опирается творческое мышление; в следующих двух главах мы обсудим некоторые существующие на этот счет гипотезы.

Символы редукционистской веры

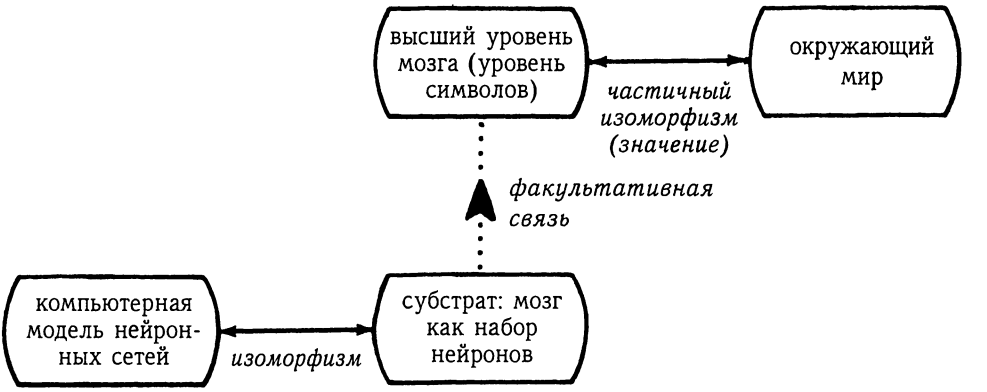
Одним из способов представлять отношения между высшими и низшими уровнями мозга является следующий. Возможно построить такую нейронную сеть, которая на местном уровне (то есть на уровне отдельных нейронов) работала бы точно так же, как нейронная сеть мозга, но в которой не возникало бы никакого значения на высшем уровне. То, что низший уровень состоит из взаимодействующих нейронов, еще не гарантирует появления значения на высшем уровне, подобно тому, как наличие макаронных буковок в алфавитном супе не гарантирует того, что в тарелке будут плавать слова и предложения. Значение высшего уровня — это факультативная черта нейронных сетей, которая может возникнуть в процессе эволюции, как результат воздействия окружающей среды.

Диаграмма на рис. 107 иллюстрирует тот факт, что рождение значения на высшем уровне необязательно. Стрелка, указывающая наверх, означает, что может существовать субстрат, не имеющий высшего значения, — но не наоборот: высшие уровни должны опираться на низшие уровни.

Эта диаграмма подразумевает возможность компьютерной симуляции нейронных сетей. В принципе такое возможно, как бы сложны ни были эти сети, если возможно описать поведение отдельных нейронов в терминах операций, выполнимых на компьютере. Это важное утверждение, которое почти никем не ставится под сомнение. Тем не менее, это является одним из символов "редукционистской веры", нечто вроде "микроскопической версии" тезиса Чёрча-Тюринга. Ниже эта версия сформулирована целиком:

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ВЕРСИЯ: Поведение отдельных компонентов человеческого существа может быть симулировано на компьютере. Следовательно, поведение отдельных компонентов (обычно ими считаются клетки) может быть вычислено на Флупе (обще-

РИС. 107. Нейронная и символическая деятельность мозга.



рекурсивная функция) с любой степенью аккуратности, если дано достаточно точное описание как внутреннего состояния данного компонента, так и его окружения.

Эта версия Тезиса утверждает, что процесс мышления, хотя он и имеет больше уровней организации, не более загадочен, чем, скажем, процесс пищеварения. В наше время никто не осмелился бы выдвинуть предположение, что люди переваривают пищу не благодаря обыкновенным химическим процессам, а благодаря некой магической и мистической "ассимиляции". Эта версия Тезиса Ч-Т просто применяет те же рассуждения к мышлению. Короче, в ней высказывается предположение, что мозговые процессы, в принципе, возможно понять. Поэтому я и назвал это мнение символом редукционистской веры.

Ниже дано резюме Микроскопического Тезиса Ч-Т в этом новом, макроскопическом виде:

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, РЕДУКЦИОНИСТСКАЯ ВЕРСИЯ: Все процессы, происходящие в мозгу, опираются на субстрат, поддающийся вычислению.

Это утверждение является, пожалуй, сильнейшей теоретической поддержкой для возможности создания Искусственного Интеллекта.

Разумеется, целью исследований по Искусственному Интеллекту не является симуляция нейронных сетей, поскольку эти исследования основаны на другой вере: что важные характеристики интеллекта могут опираться на иные, чем органический мозг, субстраты. На рис. 108 показаны предполагаемые отношения между Искусственным Интеллектом, естественным разумом и реальным миром.

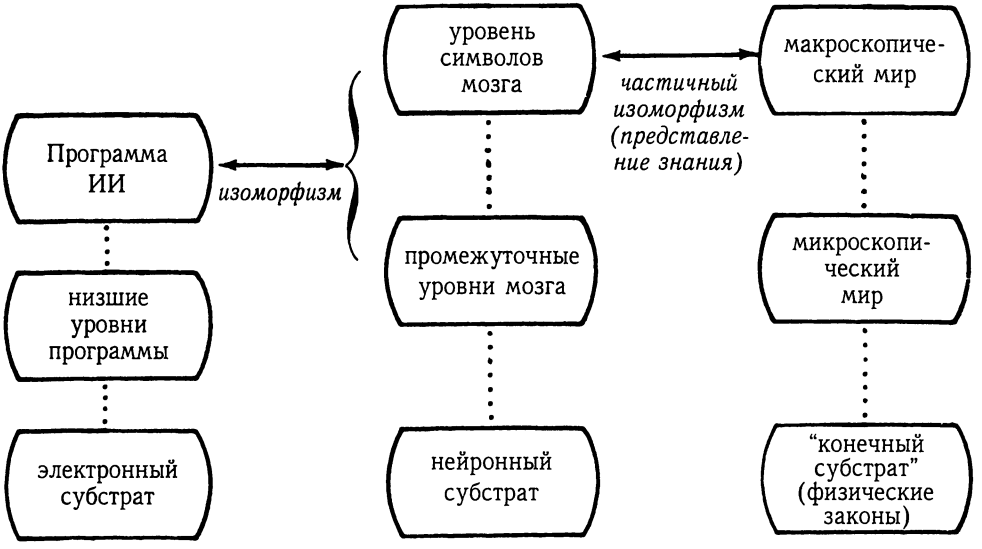


РИС. 108. Центральным понятием в исследованиях по Искусственному Интеллекту является то, что уровень символов мозга может быть "выделен" из их нейронного субстрата и пересажен в другую среду, такую, например, как электронные цепи компьютера. Пока неясно, насколько глубоко должен зайти этот процесс имитации мозга.

Параллельный прогресс в ИИ и симуляции мозга?

В настоящее время предположение, что для достижения ИИ придется проимитировать всю аппаратуру мозга, звучит ужасно для большинства специалистов по ИИ. И тем не менее, возникает вопрос: "Насколько точно необходимо скопировать мозг, чтобы получить ИИ?" Ответ, скорее всего, зависит от того, какие человеческие характеристики мы хотим имитировать.

Является ли умение хорошо играть в шашки показателем интеллекта? Если так, то ИИ уже существует, поскольку шашечные программы могут соревноваться на равных с игроками мирового класса. Или интеллектом является умение символически интегрировать функции, чем занимаются первокурсники на математическом факультете? В таком случае, ИИ уже существует, поскольку программы символического интегрирования делают это лучше, чем люди. Или же на интеллект указывает умение хорошо играть в шахматы? В этом случае, ИИ быстро прогрессирует, поскольку шахматные программы уже выигрывают у большинства сильных любителей, и уровень компьютерных шахмат, скорее всего, будет постепенно улучшаться.

История показывает, что в прошлом люди весьма приблизительно представляли себе, какими качествами должен обладать механизм, чтобы его можно было признать разумным. Иногда кажется, что каждый новый шаг на пути создания ИИ, вместо того, чтобы произвести нечто такое, что все признали бы разумным, углубляет наше понимание того, что интеллектом *не является*. Если разум включает возможность познания, творческие способности, эмоциональные реакции, чувство красоты, самосознание, то специалистам по ИИ еще предстоит долгий путь — и, возможно, что эти черты удастся воспроизвести, только целиком симулировав человеческий мозг.

Красота, Краб и душа

Имеет ли все это какое-либо отношение к Крабьему музицированию перед Ахиллом? Здесь затронуты два вопроса, а именно:

(1) Может ли какой-либо мозговой процесс с абсолютной точностью отличать истинные утверждения ТТЧ от ложных, не нарушая при этом Тезиса Чёрча-Тюринга, или же подобное в принципе невозможно?
(2) Является ли восприятие красоты мозговым процессом?

Прежде всего заметим, в ответ на (1), что, если допустить нарушения Тезиса Чёрча-Тюринга, то, по-видимому, не существует никаких серьёзных препятствий для того, чтобы странные события Диалога стали возможны. Таким образом, мы хотим знать, должен ли человек, верящий в Тезис Чёрча-Тюринга, сомневаться в способностях Краба. Ответ на этот вопрос зависит от того, о какой версии Тезиса Чёрча-Тюринга идет речь. Например, если вы принимаете Коллективную Версию Тезиса, то легко можете согласовать с ней поведение Краба, указав на то, что его способность невозможно выразить словами. С другой стороны, если вы верите в Редукционистскую Версию, вам будет трудно поверить в способности, которыми хвастается Краб (из-за Теоремы Чёрча, которая будет доказана ниже). Вера в промежуточные версии Тезиса позволяет некоторую степень приспособляемости в этом вопросе. Разумеется, меняя свои взгляды в зависимости от обстоятельств, можно добиться еще большей гибкости.

Давайте рассмотрим еще одну версию Тезиса Т-Ч — версию, с которой молчаливо соглашаются многие люди и которая была по-разному изложена разными авторами. К числу самых знаменитых сторонников этой версии принадлежат философы Губерт Дрейфус, С. Жаки, Мортимер Таубе и Ж. Р. Лукас; биолог и философ Майкл Полани (убежденный холист) и знаменитый австралийский нейрофизиолог Джон Экклз. Я уверен, что многие другие авторы выражали подобные идеи и что многие читатели им симпатизировали. Ниже я попытался суммировать их общие взгляды. Возможно, что мне не совсем удалось воздать должное этим идеям, но я попытался здесь передать их дух так точно, как только мог.

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, ВЕРСИЯ ДУШИ: Некоторые происходящие в мозгу процессы могут быть приблизительно воспроизведены на компьютере — но не большинство этих процессов и, безусловно, не самые интересные из них. Но даже если бы удалось симулировать все процессы мозга, то все равно осталось бы объяснить душу, на что не способен никакой компьютер.

Эта версия имеет двойное отношение к ситуации Диалога "Магнификраб". С одной стороны, ее сторонники, скорее всего, нашли бы эту ситуацию глупой и неправдоподобной, но в принципе возможной. С другой стороны, они, возможно, сказали бы, что понимание красоты — это одно из свойств неуловимой души и, следовательно, оно доступно только людям, а не машинам.

Мы еще вернемся к этому; но сначала, раз уж мы заговорили о "душистах", мы должны выразить их версию Тезиса в еще более сильной форме, поскольку именно в нее верит на сегодняшний день множество образованных людей:

ТЕЗИСА ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, ВЕРСИЯ ТЕОДОРА РОСЗАКА: Компьютеры просто смешны — как, впрочем, и вся наука.

Подобное мнение преобладает среди тех людей, которые видят угрозу человеческим ценностям во всем, что пахнет числами или точностью. Жаль, что они не видят всей глубины, сложности и красоты исследования таких абстрактных структур, как человеческий мозг — исследования, которое ставит нас лицом к лицу с вопросом о том, что такое человек.

Возвращаясь к красоте — мы собирались ответить, является ли восприятие красоты мозговым процессом и, если так, то можно ли симулировать этот процесс на компьютере. Те, кто не верит, что красота воспринимается мозгом, вряд ли согласятся с тем, что компьютер сможет это сделать. Те же, кто считают, что этот процесс происходит в мозгу, в свою очередь делятся на две группы в зависимости от того, в какую версию Тезиса Чёрча-Тюринга они верят. Крайний редукционист сказал бы, что любой происходящий в мозгу процесс в принципе может быть трансформирован в компьютерную программу; однако другие могут считать, что красота — слишком неопределенное понятие, чтобы она могла быть выражена в компьютерной программе. Может быть, они думают, что понятие красоты включает элемент иррациональности и поэтому оно несовместимо с самим духом компьютеров.

Иррациональное и рациональное могут сосуществовать на разных уровнях

Мысль о "несовместимости иррационального с самим духом компьютеров" основана на серьёзном смешении уровней. Это ошибочное мнение опирается на идею, что поскольку компьютеры — безошибочно функционирующие машины, они, таким образом, должны быть "логичными" на всех уровнях. Однако совершенно очевидно, что компьютер может быть запрограммирован таким образом, чтобы напечатать серию нелогичных высказываний — или, для разнообразия, несколько высказываний со случайными значениями истинности. И все же, следуя подобным инструкциям, компьютер не совершит никакой ошибки! Наоборот, ошибкой было бы, если бы компьютер выдал что-либо отличное от высказываний, которые ему было приказано напечатать. Это показывает, как безошибочная работа на одном уровне может лежать в основе манипуляций символами на высшем уровне — и цель высшего уровня может быть совершенно отлична от провозглашения истины.

С другой стороны, не следует забывать, что мозг также состоит из безошибочно функционирующих элементов — нейронов. Как только сумма входящих сигналов превышает порог чувствительности нейрона, он возбуждается. Нейрон никогда не забывает своих арифметических познаний, он никогда не ошибается, складывая входящие сигналы. Даже после своей смерти, нейрон продолжает действовать правильно, в том смысле, что его составные части продолжают повиноваться законам математики и физики. Однако мы все прекрасно знаем, что, несмотря на это, нейроны удивительным образом способны порождать ошибочное поведение высшего уровня. На рис. 109 я попытался показать такое столкновение уровней: неверное мнение, существующее на уровне программы, порождено безошибочно функционирующей аппаратурой мозга.

Дело в том, что, как я уже сказал ранее в других контекстах, значение может существовать на двух или более различных уровнях оперирующей символами системы и вместе со значением на каждом из этих уровней может существовать истинность или ложность. Присутствие значения на данном уровне определяется тем, есть ли на этом уровне изоморфное (в какой-либо степени) отображение реальности.

Таким образом, тот факт, что нейроны никогда не ошибаются в сложении (и даже в гораздо более сложных вычислениях) совершенно не влияет на правильность заключений высшего уровня, который опирается на эту аппаратуру. Чем бы не занимался наш высший уровень — попыткой доказать коаны булева буддизма или медитацией над теоремами дзеновой алгебры, — нейроны нашего мозга функционируют рационально. Совершенно так же, символические процессы высшего уровня, порождающие чувство красоты у нас в мозгу, полностью рациональны на безошибочно функционирующем низшем уровне; вся иррациональность, если таковая имеется, принадлежит высшему уровню и является эпифеноменом — следствием событий, происходящих на низшем уровне.

Попытаюсь проиллюстрировать ту же идею в ином контексте: представьте себе, что вы пытаетесь выбрать между тортами "Прага" и "Птичье молоко". Значит ли это, что ваши нейроны тоже колеблются и не могут решить, возбуждаться им или нет? Разумеется, нет. Ваши гастрономические колебания — это состояние высшего уровня, которое полностью зависит от возбуждения тысяч нейронов определенным образом. Это кажется нелепым, но если подумать,

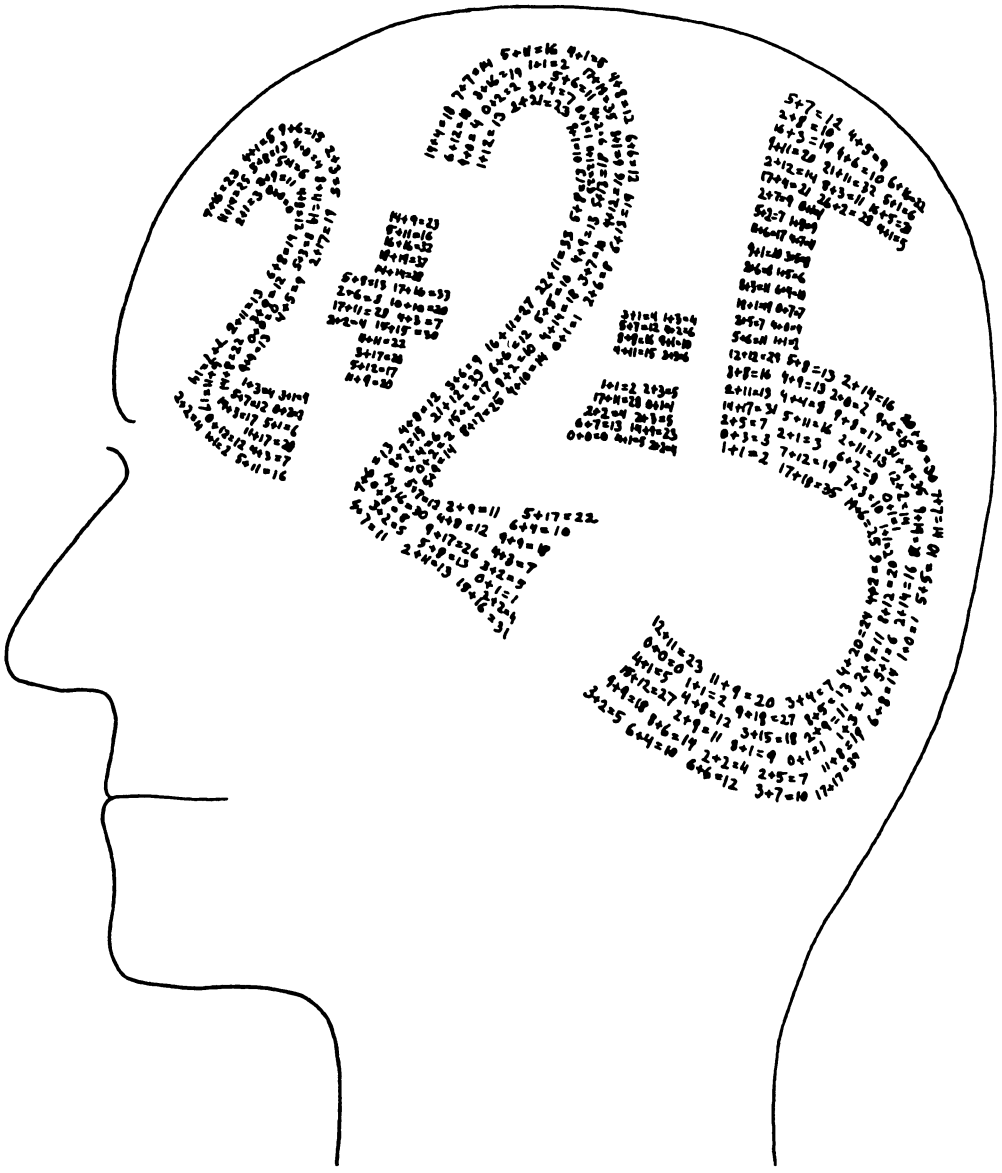


РИС. 109. Мозг рационален, разум может не быть таковым.
[Рисунок автора.]

становится ясно, что это только естественно. Однако я думаю, что было бы справедливо сказать, что почти вся путаница насчет мозгов и компьютеров происходит именно из-за этого элементарного смешения уровней.

Нет причин полагать, что безошибочное функционирование компьютерной аппаратуры не может породить таких сложных состояний высшего уровня как замешательство, забывчивость или восприятие красоты. Для этого было бы необходимо наличие множества подсистем, взаимодействующих друг с другом согласно сложной "логике". Явным следствием этого было бы логичное или нелогичное поведение, опирающееся на скрытый уровень надежной, безошибочной аппаратуры.

Новые доводы против Лукаса

Этот тип различения между уровнями дает нам новые аргументы в споре с Лукасом. Он основывает свои рассуждения на идее, что Гёделева Теорема по определению приложима к машинам. На самом деле, Лукас делает еще более выразительное заявление:

> Теорема Гёделя должна быть приложима к кибернетическим машинам, поскольку сама суть таких машин — в том, что они являются воплощениями формальных систем.[9]

Как мы видели, это верно на низшем уровне — уровне аппаратуры; но поскольку могут существовать и высшие уровни, это не является последним словом в данном вопросе. Лукас создает впечатление, что в имитирующих разум машинах, которые он обсуждает, имеется *только один уровень,* где происходит манипуляция символами. Например, Правило Отделения (называемое в его статье "Модус Поненс") было бы встроено в аппаратуру и было бы неизменной чертой подобной машины. Он идет еще дальше и сообщает, что если бы Модус Поненс не был непоколебимым столпом этих машин и его иногда можно было бы обойти, то:

> Система перестала бы быть формальной логической системой, и подобная машина с трудом могла бы быть названа моделью разума.[10]

Необходимо учитывать, что многие программы, разрабатываемые специалистами по Искусственному Интеллекту, сильно отличаются от программ с жесткими правилами и наборами аксиом — программ, занятых поисками численно-теоретических истин. И все же они безусловно задуманы как "модели разума". На их высшем — "неформальном" — уровне может идти манипуляция символами, создание аналогий, забывание идей, перепутывание понятий, стирание различий и. т. д. Но это не противоречит тому, что все эта деятельность зависит от безошибочного функционирования лежащей в их основе аппаратуры, так же как мозг зависит от правильного функционирования его нейронов. Так что программы ИИ все еще являются "конкретными воплощениями формальных систем" — но они вовсе не те машины, к которым применимо преобразованное Лукасом доказательство Гёделя. Аргументы Лукаса приложимы только к их низшему уровню — уровню, на котором их интеллект, каким бы он ни был, не находится.

Лукас также показывает свой сверхупрощенный взгляд на то, как возможно представить мыслительные процессы на компьютере, когда он пишет о непротиворечивости:

> Если бы мы в действительности являлись противоречивыми машинами, мы были бы довольны собственной противоречивостью и не моргнув глазом утверждали бы обе части противоречивого высказывания. Более того, мы вообще могли бы утверждать все, что угодно — но этого не происходит. Легко показать, что в противоречивой формальной системе любое высказывание доказуемо.[11]

Это последнее предложение показывает, что Лукас считает, что Исчисление Высказываний должно быть по необходимости встроено в любую формальную систему, которая способна на рассуждения. В частности, он имеет в виду теорему <<P∧~P>⊃Q> Исчисления Высказываний, явно придерживаясь ошибочного мнения, что это — неотъемлемая черта механизированных рассуждений. Однако вполне вероятно, что процессы логической мысли возникнут как *следствие* работы программ ИИ, вместо того, чтобы быть *предварительно запрограммированными*. Это именно то, что происходит с людьми! Нет причин полагать, что Исчисление Высказываний, с его жесткими правилами и довольно глупым определением непротиворечивости, которое из этих правил вытекает, возникнет в результате действия такой программы.

Фундамент ИИ

Теперь мы можем подвести итоги нашему обсуждению различия между уровнями и дать последнюю, наиболее сильную версию Тезиса Чёрча-Тюринга:

ТЕЗИС ЧЁРЧА-ТЮРИНГА, ВЕРСИЯ ИИ: Любые мыслительные процессы могут быть симулированы при помощи компьютерной программы, написанной на языке, равномощном Флупу (то есть языке, на котором возможно запрограммировать все частично-рекурсивные функции).

Нужно заметить, что на практике многие специалисты по ИИ верят в идею, родственную тезису Ч-Т; я называю ее Тезисом ИИ.

ТЕЗИС ИИ: По мере того, как машинный разум прогрессирует, механизм, на котором он основан, постепенно становится все ближе к механизму, на котором основан человеческий разум. Иными словами, любой разум — лишь вариация одной и той же темы; чтобы создать настоящий разум, работники ИИ должны подойти как можно ближе к низшим уровням, к механизмам мозга, если они хотят, чтобы машины обладали теми же возможностями, что и мы.

Теорема Чёрча

Вернемся к Крабу и к вопросу о том, совместима ли с реальностью его разрешающая процедура, устанавливающая теоремность (представленная в виде фильтра музыкальной красоты). На самом деле, из событий Диалога мы не можем с уверенностью заключить, является ли дар Краба способностью отличать *теоремы* от *не-теорем* или же способностью отличать *истинные* высказывания от *ложных*. Разумеется, во многих случаях это одно и то же, но Теорема Гёделя показывает, что так бывает не всегда. Однако это не так уж важно, поскольку, если вы принимаете Версию ИИ Тезиса Ч-Т, ни одна из этих альтернатив невозможна. Утверждение, что ни в какой формальной системе не существует разрешающей процедуры, способной отличать *теоремы* от *не-теорем*, называется *Теоремой Чёрча*. Утверждение, что ни в какой формальной

системе не существует разрешающей процедуры для Истины ТТЧ — если таковая существует, в чем легко начать сомневаться после рассмотрения всех разветвлений ТТЧ, — следует из *Теоремы Тарского* (опубликованной в 1933 году, хотя Тарский был знаком с подобными идеями значительно раньше).

Доказательства этих двух важных результатов метаматематики весьма схожи. Оба вытекают из автореферентных построений. Давайте сначала рассмотрим вопрос о разрешающей процедуре для теоремности ТТЧ. Если бы существовал некий способ, при помощи которого можно было бы сказать, принадлежит ли данная формула X к классу "теорем" или "не-теорем", то, согласно Стандартной Версии Тезиса Ч-Т, должна была бы существовать некая конечная программа Флупа (общерекурсивная функция), которая могла бы проделать то же самое, когда входными данными является Гёделев номер формулы X. Важно помнить, что любое свойство, которое может быть проверено при помощи конечной программы Флупа, представимо в ТТЧ. Но, как мы вскоре увидим, это было бы источником проблем, поскольку если теоремность — представимое свойство, то Гёделева формула G становится так же порочна, как и парадокс Эпименида.

Все зависит от того, что утверждает G: "G — не теорема ТТЧ". Предположим, что G была бы теоремой. Тогда, поскольку теоремность, по предположению, представима, то формула ТТЧ, утверждающая "G — теорема ТТЧ", была бы теоремой ТТЧ. Но эта формула — не что иное как ~G, отрицание G; выходит, что ТТЧ непоследовательна. Предположим теперь, что G — теорема. Тогда опять, поскольку мы предполагаем, что теоремы представимы, формула, утверждающая "G — не теорема" являлась бы теоремой ТТЧ. Но эта формула — не что иное, как G; мы снова получаем парадокс. В отличие от ранее описанной ситуации, этот парадокс не имеет решения. Проблема заключается в начальном предположении, что свойство теоремности представлено некоей формулой ТТЧ; следовательно, нам придется отказаться от этого предположения. Это заставляет нас признать, что не существует программы Флупа, способной отличить Гёделевы номера теорем от Гёделевых номеров не-теорем. Наконец, если мы принимаем Версию ИИ Тезиса Ч-Т, мы должны пойти еще дальше и заключить, что не существует такого метода, при помощи которого люди могут отличать теоремы от не-теорем (и это включает методы, основанные на восприятии красоты). Сторонники Версии Коллективных Процессов все еще могут полагать, что Крабьи способности возможны; но из всех версий именно эту труднее всего подтвердить фактами.

Теорема Тарского

Теперь давайте рассмотрим результат Тарского. Тарский хотел выяснить, существует ли способ выразить в ТТЧ понятие теоретико-численной истины. То, что теоремность можно выразить (но не представить), мы уже видели; Тарский задался аналогичным вопросом в приложении к понятию истины. Точнее, он хотел определить, есть ли формула ТТЧ с единственной свободной переменной a, которая может быть интерпретирована как

"Формула, чей Гёделев номер — a, выражает истину."

Предположим, вместе с Тарским, что такая формула существует. Для краткости назовем ее ISTIN{a}. Теперь используем метод диагонализации и построем высказывание, утверждающее о себе самом, что оно ложно. Для это-

го мы точно повторим метод Гёделя, начиная с "дяди":

$$\exists a{:}\langle\sim \mathrm{ISTIN}\{a\} \wedge \mathrm{ARITHMOQUINE}\{a'',a\}\rangle$$

Предположим, что Гёделев номер этого дяди — t. Арифмоквайнируем теперь самого дядю и получим формулу Тарского T:

$$\exists a{:}\langle\sim \mathrm{ISTIN}\{a\} \wedge \mathrm{ARITHMOQUINE}\{\underbrace{SSS\ldots SSS}/a'',a\}\rangle$$

S повторяется t раз

В интерпретации эта формула читается как

"Арифмоквайнификацией t является ложное утверждение."

Но, поскольку арифмоквайнификация t — это собственный Гёделев номер T, формула Тарского T в точности воспроизводит парадокс Эпименида внутри ТТЧ, говоря о себе "Я — ложь". Разумеется, это ведет к заключению, что это высказывание одновременно является и истинным и ложным (либо ни тем, ни другим). Возникает интересный вопрос: что плохого в воспроизведении парадокса Эпименида? Какие от этого могут быть последствия? В конце концов, этот парадокс уже существует в русском языке, и русский язык пока от этого не погиб.

Магнификраб невозможен

Ответ заключается в том, что здесь имеются два уровня значения. Один из них мы только что использовали; другой уровень — это утверждение теории чисел. Если бы формула T Тарского действительно существовала, то она являлась бы высказыванием *о натуральных числах,* которое одновременно и истинно и ложно! Именно в этом вся загвоздка. В то время как мы можем отмахнуться от парадокса Эпименида в русском языке, сказав, что его тема (его собственная истинность) — это нечто абстрактное, дело меняется, когда речь идет о конкретных высказываниях о числах! Если мы решим, что такая путаница не должна существовать, то нам придется отказаться от предположения о существовании формулы ISTIN{a}. Следовательно, в ТТЧ невозможно выразить понятие истинности. Заметьте, что это делает истину еще более неуловимым понятием, чем теоремность, поскольку та, по крайней мере, *выразима.* Те же самые аргументы приводят нас к заключению, что

крабий ум не способен распознавать истину, точно так же как он не способен распознавать теоремность ТТЧ.

Первое противоречило бы Теореме Тарского-Чёрча-Тюринга ("Не существует разрешающей процедуры для арифметических истин"), а второе — Теореме Чёрча.

Два вида формы

Интересно подумать о значении слова "форма" в приложении к построению сложных фигур. Например, что заставляет нас признать картину красивой? "Форма" линий и точек на нашей сетчатке? По-видимому, так и должно быть, поскольку именно в этой форме картина передается анализирующим механизмам у нас в голове; однако сложность обработки этих данных вызывает у нас чувство, что мы смотрим на что-то большее, чем простая двухмерная поверх-

ность, — мы отвечаем на некое внутреннее значение картины, ее многомерный аспект, заключенный внутри этих двух измерений. Здесь важно слово "значение". Наш разум оснащен переводчиками, производящими на основе двухмерных схем многомерные значения, такие сложные, что мы не можем их описать сознательно. То же самое можно сказать и о нашей реакции на музыку.

Субъективно может показаться, что механизм, извлекающий внутреннее значение, совершенно отличен от механизма, проверяющего наличие или отсутствие некоего определенного качества, такого, например, как правильно-сформированность строчек. Возможно, это потому, что внутреннее значение — это что-то, что проявляется со временем.

Из этого следует, что в схемах, которые мы анализируем, можно говорить о двух видах формы. Прежде всего, там существуют такие качества, как правильно-сформированность, наличие которой можно определить с помощью *предсказуемо конечных тестов,* как в программах Блупа. Я предлагаю называть это *синтаксическими* характеристиками формы. Интуитивно можно сказать, что синтаксические аспекты формы лежат близко к поверхности и, таким образом, не создают многомерных познавательных структур.

С другой стороны, *семантические* характеристики формы не могут быть проверены с помощью предсказуемо конечных тестов; для них требуются *открытые* тесты. Примером такого аспекта, как мы видели, является теоремность строчек ТТЧ. Мы не можем, использовав некий стандартный тест, установить, является ли данная строчка теоремой ТТЧ. Почему-то тот факт, что здесь идет речь о значении, важным образом соотносится с трудностью определения теоремности ТТЧ. Акт извлечения значения из строчки означает, по сути, установление всех связей данной строчки с остальными строчками, и это, в свою очередь, выводит нас на бесконечную дорогу. Таким образом, "семантические" характеристики соотносятся с открытым поиском, поскольку — и это очень важно — значение объекта не заключается внутри самого объекта. Это не означает, что никакой объект вообще никогда невозможно понять, поскольку со временем его значение становится все яснее. Однако некоторые аспекты значения останутся скрыты очень надолго.

Значение вытекает из отношения к познавательным структурам

Давайте перейдем от строчек ТТЧ к музыкальным произведениям. Если вам так больше нравится, можете продолжать употреблять слово "строчка" в применении к музыкальным пьесам. Это обсуждение весьма общее, но мне кажется, что его смысл легче передать на примере музыки. Значение музыкального произведения странным образом дуалистично: с одной стороны оно тесно соотносится с огромным количеством других вещей в мире, а с другой стороны, оно явно выводится из самой музыки, то есть, оно должно быть расположено где-то внутри музыкального произведения.

Решение этой дилеммы включает понятие интерпретатора — механизма, извлекающего значение. (Под "интерпретатором" в этом контексте я подразумеваю не музыканта-исполнителя, а механизм в мозгу у слушателя, извлекающий значение из пьесы, которую тот слышит.) Интерпретатор может заметить многие важные аспекты значения пьесы, слушая ее в первый раз; это, по-

видимому, подтверждает гипотезу о том, что значение находится в самой пьесе и просто извлекается из нее. Но это только полдела. Музыкальный интерпретатор действует, создавая многомерную мысленную структуру — внутреннее представление о пьесе, — которую он пытается соотнести с ранее известной информацией, находя связи с другими многомерными мысленными структурами, в которых закодирован предыдущий опыт. По мере того, как происходит этот процесс, полное значение пьесы постепенно выходит на поверхность. В действительности, могут пройти годы прежде чем мы почувствуем, что наконец-то поняли сокровенное значение определенной пьесы. Это, как кажется, поддерживает гипотезу о том, что значение музыкального произведения также находится и вне его и что роль интерпретатора — постепенно собрать это значение воедино.

Без сомнения, истина лежит где-то посередине: значения — как музыкальное, так и лингвистическое — до какой-то степени локализованы только отчасти. Используя терминологию главы VI, мы можем сказать, что музыкальные произведения и куски текста отчасти являются триггерами, и отчасти — носителями явного значения. Яркая иллюстрация этого дуализма — табличка со старинной надписью: значение здесь частично хранится в библиотеках и мозгах ученых всего мира, и в то же время явно содержится в самой табличке.

Таким образом, еще один способ охарактеризовать различие между "синтаксическими" и "семантическими" свойствами (в только что описанном смысле) заключается в том, что синтаксические свойства безусловно находятся внутри самого объекта, в то время как семантические свойства зависят от отношений этого объекта с потенциально бесконечным множеством других объектов и, следовательно, не являются полностью локализуемыми. В синтаксических свойствах в принципе нет ничего спрятанного и загадочного, в то время как спрятанность — суть семантических свойств. Именно поэтому я предложил различать между "синтаксическим" и "семантическим" аспектами зрительных образов.

Красота, Истина и Форма

А как насчет красоты? Согласно вышеизложенным идеям, это, безусловно, не синтаксическое свойство. Семантическое ли это свойство? Свойство ли это, скажем, отдельной картины? Давайте рассмотрим этот вопрос в применении к единственному зрителю. С каждым из нас бывало, что то, что когда-то казалось красивым, некоторое время спустя выглядит серым и скучным, а в промежутках, возможно, кажется нейтральным. Значит ли это, что красота — свойство преходящее? Можно повернуть ту же ситуацию другим концом и сказать, что изменился зритель. Но, имея в виду определенного зрителя, определенную картину и определенный момент времени, можно ли утверждать, что красота — качество, которое либо присутствует, либо нет? Или же красота неопределима и неуловима?

Возможно, что в каждом человеке в зависимости от обстоятельств могут действовать различные уровни интерпретаторов. Эти разные интерпретаторы выдают разные значения, устанавливают разные связи и обычно оценивают все глубокие аспекты по-разному. Из-за этого понятие красоты кажется почти неопределимым. Именно по этой причине я решил связать красоту в Диалоге "Магнификраб" с истиной, которая, как мы видели, является одним из самых неуловимых понятий математики.

Нейронный субстрат парадокса Эпименида

В заключение этой главы я хочу привести некоторые идеи, касающиеся основной проблемы истины, парадокса Эпименида. Мне кажется, что воспроизведение Тарским этого парадокса в ТТЧ позволяет глубже понять его природу в русском языке. Тарский нашел, что в его версии парадокса есть два разных уровня. На одном уровне это суждение *о себе самом,* которое было бы истинно, если бы оно было ложно и ложно, если бы оно было истинно. На другом уровне — который я буду называть *арифметическим субстратом* — это суждение *о целых числах,* истинное тогда и только тогда, когда оно ложно.

Почему-то это последнее раздражает нас гораздо больше первого. Некоторые люди просто отмахиваются от первого уровня, как от "бессмыслицы", из-за его автореферентности. Но отмахнуться от парадоксального суждения о целых числах невозможно. Суждения о целых числах просто не могут быть одновременно и истинными, и ложными.

Мне кажется, что превращение Тарским парадокса Эпименида учит нас *искать субстрат* также в языковой версии парадокса. В арифметической версии высший уровень значения опирается на низший арифметический уровень. Аналогично, автореферентное суждение, которое мы воспринимаем ("Это высказывание ложно") может являться только высшим уровнем некой конструкции с двумя уровнями. Что же тогда играет здесь роль низшего уровня? Какой механизм порождает язык? Мозг. Значит, необходимо искать *нейронный субстрат* парадокса Эпименида — низший уровень противоречащих друг другу физических событий, то есть событий, которые не могут произойти одновременно. Если такой физический субстрат существует, то тогда понятно, почему нам не удается разрешить парадокс Эпименида, — наш мозг пытается сделать нечто невозможное.

Что же это за конфликтующие физические события? Предположительно, когда вы слышите парадокс Эпименида, ваш мозг "кодирует" это предложение как внутреннюю конструкцию взаимодействующих символов. После этого он пытается классифицировать предложение как "истинное" или "ложное". В процессе этого определения некоторые символы обязательно должны взаимодействовать. (Предположительно это происходит при обработке любого предложения.) Если при этом физически прерывается процесс кодификации предложения — нечто, чего обычно не происходит, — тогда начинаются неприятности, поскольку это все равно что пытаться заставить патефон проигрывать собственную разбивальную музыку. Мы описали происходящий конфликт в физических терминах, а не в терминах нейронов. Если наш анализ правилен, то мы сможем продолжить обсуждение, когда нам станет известно, как участвуют нейроны и схемы их возбуждения в построении символов в мозгу и каким образом там "кодируются" предложения.

Этот набросок нейронного субстрата парадокса Эпименида наводит (по крайней мере, меня) на мысль о том, что решение языковой версии парадокса Эпименида может быть подобно решению версии Тарского — то есть, что нам придется отказаться от мысли, что мозг может когда-либо с точностью представить понятие истины. Новым здесь является предположение, что полное воспроизводство истины невозможно по физическим причинам, поскольку оно включало бы физически несовместимые мозговые процессы.

ШРДЛУ

Однажды Ета Ойн заходит в лабораторию искусственного интеллекта Массачусетского Института Технологии, где она встречается с блестящей молодой программой по имени ШРДЛУ. Оказывается, что ШРДЛУ сгорает от желания найти кого-нибудь, кто согласился бы опробовать недавно созданное человеческое существо под названием "д-р Тире-Рвинога". ШРДЛУ объясняет, что д-р. Тире-Рвинога довольно сообразителен в ограниченной области анализа бесед об "игрушечном мире" — мире, состоящем из кубиков разных размеров, форм и цветов. Эти кубики лежат на столе, и их можно брать и перекладывать с места на место. Ета Ойн, заинтересовавшись, начинает печатать команды для ШРДЛУ, в то время как д-р Тире-Рвинога, стоя за ее спиной, комментирует происходящее, как и было обещано.

1. *Ета Ойн:* Возьми большой красный кубик. [См. рис. 110.]

   ШРДЛУ: ХОРОШО.

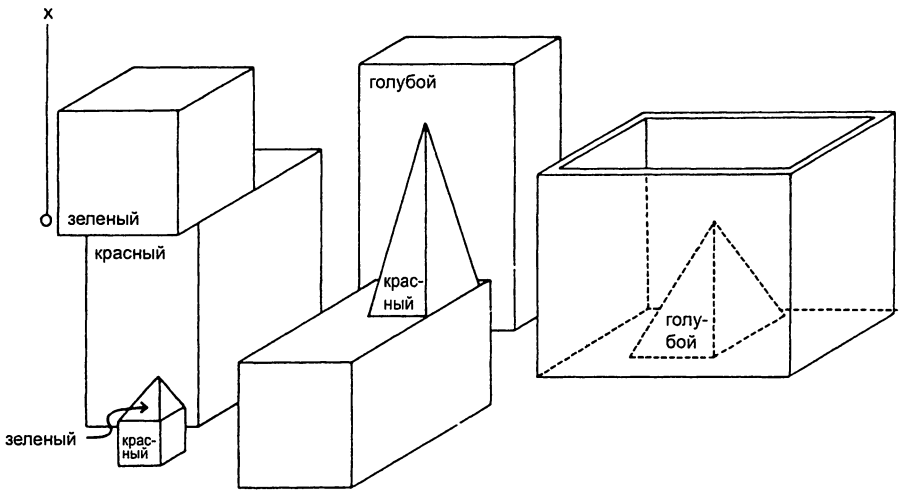
   Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ отвечает "хорошо", когда она выполняет команду. Чтобы взять красный кубик, ей пришлось его освободить, найдя место для зеленого кубика и положи его туда.

2. *Ета Ойн:* Возьми эту пирамиду.

   ШРДЛУ: Я НЕ ПОНИМАЮ, КОТОРУЮ ПИРАМИДУ ВЫ ИМЕЕТЕ В ВИДУ.

   Д-р Тире-Рвинога: На столе стоят три пирамиды, а ШРДЛУ знает, что предложения со словом "этот" относятся к определенному предмету, который говорящий имеет в виду.

РИС. 110. "Возьми большой красный кубик." [*Terri Winograd, "Understanding Natural Language", стр. 8.*]



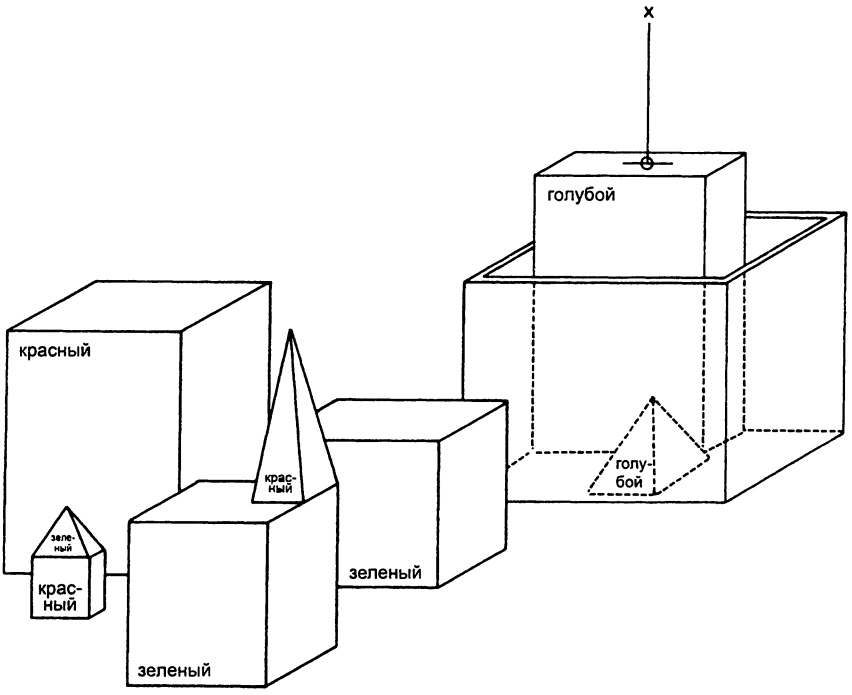


РИС. 111. "Найди кубик выше, чем тот, что ты держишь, и положи его в коробку." [Terri Winograd, "Understanding Natural Language", стр. 9.]

3. *Ета Ойн:* найди кубик выше, чем тот, что ты держишь, и положи его в коробку. [См. рис. 111.]

   Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ должна сообразить, к чему относятся слова "тот" и "его", а также путем умозаключений вывести, какой именно кубик она держит.

   ШРДЛУ: ПОД "ЕГО" ВЫ, ВЕРОЯТНО, ИМЕЕТЕ В ВИДУ КУБИК, КОТОРЫЙ ВЫШЕ, ЧЕМ ТОТ, ЧТО Я ДЕРЖУ.

   Д-р Тире-Рвинога: "Его" могло относиться к одному из двух кубиков: к выбранному кубику или же к кубику, который держит ШРДЛУ. В ШРДЛУ запрограммированны методы для выбора между ними.

   ШРДЛУ: ХОРОШО.

   Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ приходится положить красный кубик, чтобы взять более высокий голубой кубик.

4. *Ета Ойн:* Что находится в коробке?

   ШРДЛУ: ГОЛУБАЯ ПИРАМИДА И ГОЛУБОЙ КУБ.

5. *Ета Ойн:* На что опирается эта пирамида?

   Д-р Тире-Рвинога: Раньше ШРДЛУ ответила на слова "эта пирамида", сказав "Я НЕ ПОНИМАЮ, КОТОРУЮ ПИРАМИДУ ВЫ ИМЕЕТЕ В ВИДУ." Теперь она подразумевает, что вы имеете в виду только что упомянутую пирамиду.

ШРДЛУ: НА КОРОБКУ.

6. *Ета Ойн:* Сколько кубиков находится не в коробке?

   Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ понимает стандартные отрицания, такие как "нет" и "не", в каком бы контексте они не появлялись.

   ШРДЛУ: ЧЕТЫРЕ.

7. *Ета Ойн:* Правда ли, что по крайней мере один из них уже, чем тот, который я попросила тебя взять?

   Д-р Тире-Рвинога: Выражение "по крайней мере один из них" должно быть проанализировано по отношению к предыдущему вопросу; "тот, который" должно также относиться к кубикам. Группы существительных могут иметь сложное число, как например "по крайней мере, один", "больше трех", "ровно семь" и так далее. Память о прошлых событиях используется, чтобы понять выражение "тот, который я попросила тебя взять". Обратите внимание на сложную синтаксическую структуру, в которой слово "тот" является дополнением придаточного предложения, находящегося двумя уровнями глубже. Программа синтаксического анализа ШРДЛУ включает грамматику, обобщенно решающую такие проблемы.

   ШРДЛУ: ДА. КРАСНЫЙ КУБ.

8. *Ета Ойн:* Он на что-то опирается?

   ШРДЛУ: ДА. НА СТОЛ.

   Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ умеет определять, какая информация важна для собеседника, даже если тот не спрашивает об этом прямо.

9. *Ета Ойн:* Может ли стол брать кубики?

   ШРДЛУ: НЕТ.

   Д-р Тире-Рвинога: Семантические правила ШРДЛУ включают знания о том, что "брать" что-либо может только некто одушевленный, и что стол — предмет неодушевленный.

10. *Ета Ойн:* Может ли пирамида стоять на кубике?

    ШРДЛУ: ДА.

    Д-р Тире-Рвинога: Дедуктивная система ШРДЛУ находит пример подобного положения, так что она знает, что это возможно.

11. *Ета Ойн:* Может ли пирамида стоять на пирамиде?

    ШРДЛУ: Я НЕ ЗНАЮ.

    Д-р Тире-Рвинога: Этот вопрос имеет смысл, но такого примера перед ШРДЛУ нет. Она не может рассмотреть детали своих программ, несмотря на то, что от них в конечном счете зависят ее возможности.

12. *Ета Ойн:* Положи одну пирамиду на другую.

    ШРДЛУ: Я НЕ МОГУ.

    Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ попыталась это сделать, но у нее ничего не получилось.

13. *Ета Ойн:* Голубая пирамида моя.

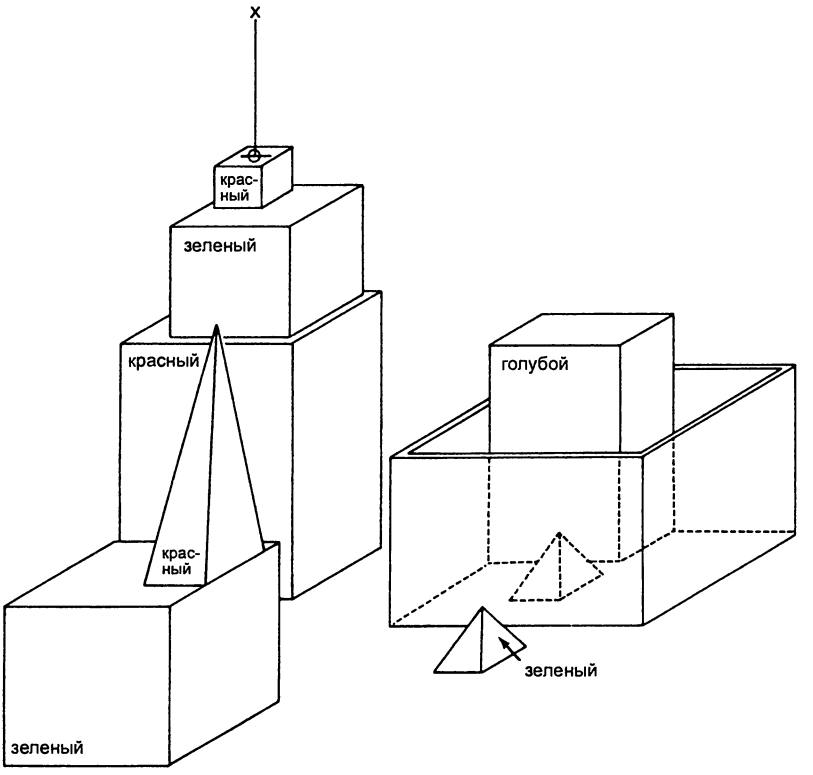


РИС. 112. "Не поставишь ли ты друг на друга оба красных кубика и зеленый куб или пирамиду?" [Terri Winograd, "Understanding Natural Language", стр. 12]

ШРДЛУ: Я ПОНИМАЮ.

Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ заранее известна вся информация о цвете, форме, размере и расположении этих объектов. О принадлежности этих предметов ей надо сообщать. Она сохраняет эту информацию в своей базе данных.

14. *Ета Ойн:* Мне принадлежат все не красные кубики, но мне не принадлежит ничего, что поддерживало бы пирамиду.

ШРДЛУ: Я ПОНИМАЮ.

Д-р Тире-Рвинога: Результатом понимания этих предложений является создание новых процедур в ШРДЛУ, которые выясняют, что вам принадлежит.

15. *Ета Ойн:* Принадлежит ли мне эта коробка?

ШРДЛУ: НЕТ.

Д-р Тире-Рвинога: На коробку опирается все, что в ней находится, включая пирамиду.

16. *Ета Ойн:* Принадлежит ли мне что-нибудь из находящегося в коробке?

ШРДЛУ: ДА. ДВЕ ВЕЩИ: ГОЛУБОЙ КУБИК И ГОЛУБАЯ ПИРАМИДА.

17. *Ета Ойн:* Не поставишь ли ты друг на друга оба красных кубика и зеленый куб или пирамиду? [См. рис. 112.]

    ШРДЛУ: ХОРОШО.

    Д-р Тире-Рвинога: Логические связки, такие как "и", "или" и так далее понимаются как на уровне грамматики, так и на уровне семантики. Команда выполняется, даже если она выглядит как вопрос. Эта команда выполняется в несколько шагов: ШРДЛУ кладет зеленый куб на большой красный кубик (при этом она выбирает тот зеленый куб, на котором ничего не стоит), затем убирает маленькую пирамиду с маленького красного куба, чтобы иметь возможность использовать его для окончания постройки требуемой башни.

18. *Ета Ойн:* Какой куб лежит на столе?

    ШРДЛУ: БОЛЬШОЙ ЗЕЛЕНЫЙ КУБ, НА КОТОРОМ СТОИТ КРАСНАЯ ПИРАМИДА.

    Д-р Тире-Рвинога: Обычно ШРДЛУ удовлетворилась бы фразой "БОЛЬШОЙ ЗЕЛЕНЫЙ КУБ", но поскольку вы спросили "какой куб", она должна быть более точной, называя его. В ней имеются также процедуры для опускания существительных или замены их местоимениями, чтобы сделать ее речь более естественной.

19. *Ета Ойн:* Есть ли большой кубик за пирамидой?

    ШРДЛУ: ДА. ТРИ ИЗ НИХ: БОЛЬШОЙ КРАСНЫЙ, БОЛЬШОЙ ЗЕЛЕНЫЙ и БОЛЬШОЙ ГОЛУБОЙ.

20. *Ета Ойн:* Положи маленький на зеленый кубик, на котором стоит пирамида.

    Д-р Тире-Рвинога: "Маленький" должно соотноситься с вашей предыдущей фразой "большой кубик", так что это значит "маленький кубик".

    ШРДЛУ: ХОРОШО.

21. *Ета Ойн:* Поставь на него наименьшую пирамиду.

    Д-р Тире-Рвинога: Слова типа "наименьший" отсутствуют в словаре ШРДЛУ, но она выводит их значение из корней других слов, как, например, "меньше". Чтобы исполнить эту команду, ШРДЛУ сравнивает размер всех пирамид.

    ШРДЛУ: ХОРОШО.

22. *Ета Ойн:* Сколько вещей стоит на зеленых кубах?

    ШРДЛУ: Я НЕ СОВСЕМ ПОНИМАЮ, ЧТО ВЫ ИМЕЕТЕ В ВИДУ ПОД "НА" ВО ФРАЗЕ "НА ЗЕЛЕНЫХ КУБАХ". ВЫ ХОТИТЕ СКАЗАТЬ
    1 — ПРЯМО НА ПОВЕРХНОСТИ
    2 — ГДЕ-ЛИБО НА НИХ?

    Д-р Тире-Рвинога: В предыдущем предложении это выражение было интерпретировано без проблем, так как его смысл был ясен из контекста. В этом случае, эвристика для ликвидации двусмысленности не находит четкого решения, и ШРДЛУ приходится просить у вас дополнительную информацию. При этом она использует перифразы словарных определений слова "на". Подобного разъяснения

она может попросить также тогда, когда ей неясно значение местоимений, как, например, "это" или "они".

23. *Ета Ойн:* Прикасалась ли ты к какой-нибудь еще пирамиде, прежде чем поставить зеленую на маленький куб?

    ШРДЛУ: ДА, К ЗЕЛЕНОЙ.

    Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ "вспоминает", какое событие вы имеете в виду; она может соотносить события во времени. Для этого она анализирует глагольные времена и употребление наречий времени — специальные процедуры имеют дело с неправильными глаголами.

24. *Ета Ойн:* Когда ты ее брала?

    ШРДЛУ: КОГДА Я СТРОИЛА БАШНЮ ИЗ КРАСНОГО КУБА И БОЛЬШИХ КУБИКОВ, КРАСНОГО И ЗЕЛЕНОГО.

    Д-р Тире-Рвинога: Время здесь описано в терминах задачи, над которой ШРДЛУ работала в тот момент.

25. *Ета Ойн:* Почему?

    Д-р Тире-Рвинога: Чтобы понять подобные вопросы, ШРДЛУ вспоминает предыдущие предложения.

    ШРДЛУ: ЧТОБЫ ЕЕ УБРАТЬ.

    Д-р Тире-Рвинога: Поскольку ШРДЛУ следит за первоначальным деревом подзадач, она в какой-то мере понимает мотивы собственных действий.

26. *Ета Ойн:* Почему тебе надо было это сделать?

    ШРДЛУ: ЧТОБЫ ОСВОБОДИТЬ КРАСНЫЙ КУБ.

    Д-р Тире-Рвинога: "Это" относится к действию, которое ШРДЛУ описывала в своем последнем ответе.

27. *Ета Ойн:* Зачем ты это освободила?

    Д-р Тире-Рвинога: В данном случае "это" означает только что упомянутый куб.

    ШРДЛУ: ЧТОБЫ ПОСТАВИТЬ ЕГО НА БОЛЬШОЙ ЗЕЛЕНЫЙ КУБ.

28. *Ета Ойн:* Зачем ты это сделала?

    ШРДЛУ: ЧТОБЫ ПОСТАВИТЬ ДРУГ НА ДРУГА КРАСНЫЙ КУБ, БОЛЬШОЙ ЗЕЛЕНЫЙ КУБИК И БОЛЬШОЙ ЗЕЛЕНЫЙ КУБ.

29. *Ета Ойн:* Зачем ты это сделала?

    ШРДЛУ: ПОТОМУ ЧТО ТЫ МЕНЯ ПОПРОСИЛА.

    Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ помнит, что она делала, и как была выражена команда.

30. *Ета Ойн:* Как ты это сделала?

    Д-р Тире-Рвинога: "Это" относится к действию, упомянутому в последнем вопросе, а не к ответу на него.

    ШРДЛУ: ПОЛОЖИВ БОЛЬШОЙ КРАСНЫЙ КУБИК НА СТОЛ; ЗАТЕМ ОТПУСТИВ ЕГО; ЗАТЕМ ПОЛОЖИВ НА НЕГО БОЛЬШОЙ ЗЕЛЕНЫЙ КУБ, ЗАТЕМ ОТПУСТИВ ЭТОТ КУБ, ЗАТЕМ ПОЛОЖИВ КРАСНЫЙ КУБ НА ЭТОТ КУБ; ЗАТЕМ ОТПУСТИВ ЭТОТ КУБ.

Д-р Тире-Рвинога: Это описание подзадач высшего уровня, использованных для достижения основной задачи.

31. *Ета Ойн:* К скольким предметам ты притронулась, пока это делала?

    Д-р Тире-Рвинога: Отрезок времени может быть определен с помощью таких слов как "пока".

    ШРДЛУ: К ЧЕТЫРЕМ.

32. *Ета Ойн:* Что стояло на красном кубе до того, как ты начала его освобождать?

    ШРДЛУ: ЗЕЛЕНАЯ ПИРАМИДА.

    Д-р Тире-Рвинога: Вспоминая, что она сделала, ШРДЛУ может делать выводы о предыдущей ситуации. Вы можете использовать сложные структуры с несколькими придаточными предложениями типа "до того, как ты начала его освобождать".

33. *Ета Ойн:* Слева от коробки находились тогда пять кубиков.

    Д-р Тире-Рвинога: "Тогда" должно относиться ко времени, упомянутом в последней фразе.

    ШРДЛУ: НЕТ, ТОЛЬКО ЧЕТЫРЕ: КРАСНЫЙ КУБ, ДВА БОЛЬШИХ ЗЕЛЕНЫХ КУБА И БОЛЬШОЙ КРАСНЫЙ КУБИК.

    Д-р Тире-Рвинога: Раньше в разговоре информация о "принадлежности" была принята за чистую монету. Но ШРДЛУ знает, что в ее распоряжении — полная информация об основных свойствах предметов. Она проверяет высказывания о предметах и может с ними не согласиться.

34. *Ета Ойн:* Расположи голубую пирамиду на кубике в коробке.

    Д-р Тире-Рвинога: Это предложение синтаксически двусмысленно, но оно понято без труда, поскольку разделение, соответствующее значению "расположи голубую пирамиду, которая стоит на кубике, в коробке" здесь бессмысленно, в то время как "расположи голубую пирамиду на кубике, который стоит в коробке" имеет смысл.

    ШРДЛУ: ХОРОШО.

35. *Ета Ойн:* Есть ли здесь что-нибудь, что больше любой пирамиды, но не так широко, как то, на чем оно стоит?

    Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ понимает такие слова как "каждый", "никакой", "что-нибудь" и так далее и выражения типа "больше, чем", "такой же широкий, как" и тому подобное. Здесь местоимение "оно" относится к группе существительных в том же предложении, но в программе синтаксического анализа оно находится двумя уровнями выше.

    ШРДЛУ: ДА, ГОЛУБОЙ КУБИК.

36. *Ета Ойн:* Расположена ли колокольня

    ШРДЛУ: ПРОСТИТЕ, Я НЕ ЗНАЮ СЛОВА "КОЛОКОЛЬНЯ".

    Д-р Тире-Рвинога: ШРДЛУ немедленно перебивает, если она видит незнакомое слово.

37. *Ета Ойн:* "Колокольня" это башня, построенная из двух зеленых кубов и пирамиды.

Д-р Тире-Рвинога: Кавычки означают, что вы определяете новое слово. Определение добавляется к словарю ШРДЛУ в форме, совместимой с тем, что она уже знает.

ШРДЛУ: Я ПОНИМАЮ.

38. *Ета Ойн:* Есть ли сейчас здесь колокольни?

ШРДЛУ: НЕТ.

Д-р Тире-Рвинога: Новое определение используется как описание, чтобы отличать колокольни.

39. *Ета Ойн:* Построй ее.

ШРДЛУ: ХОРОШО.

Д-р Тире-Рвинога: Описания, данного в определении, достаточно для того, чтобы выработать план построения новых объектов, и для того, чтобы их узнавать. Слово "ее" означает "колокольню", и план приводится в исполнение. Сначала освобождается один из больших зеленых кубов — с него снимается красный куб и две пирамиды. Затем два зеленых куба и высокая красная пирамида ставятся друг на друга соответствующим описанию образом.

40. *Ета Ойн:* Называй наибольший кубик "суперкубиком".

ШРДЛУ: ХОРОШО.

Д-р Тире-Рвинога: Можно давать предметам имена.

41. *Ета Ойн:* Ты брала суперкубик с тех пор, как мы начали?

ШРДЛУ: ДА.

42. *Ета Ойн:* Почему ты его уронила?

ШРДЛУ: Я ЗАКЛЮЧАЮ, ЧТО ПОД "НИМ" ВЫ ИМЕЕТЕ В ВИДУ СУПЕРКУБИК. Я НЕ МОГУ ОБЪЯСНИТЬ НЕСЛУЧИВШЕЕСЯ СОБЫТИЕ.

Д-р Тире-Рвинога: В памяти ШРДЛУ нет записи об уроненном блоке. Рутинные процедуры ответа могут распознавать подобные "вопросы на засыпку", предполагающие ложную нформацию.

43. *Ета Ойн:* Есть ли что-нибудь слева от красной пирамиды?

ШРДЛУ: ДА. ЧЕТЫРЕ ПРЕДМЕТА: КОРОБКА, КРАСНЫЙ КУБ, ГОЛУБАЯ ПИРАМИДА И БЛОК, НАЗЫВАЕМЫЙ СУПЕРКУБИКОМ.

Д-р Тире-Рвинога: Когда предмет получает название, оно затем используется в ответах для идентификации этого предмета.

44. *Ета Ойн:* Спасибо.

ШРДЛУ: ПОЖАЛУЙСТА!

Д-р Тире-Рвинога: Грамматика ШРДЛУ дает ей возможность распознавать идиоматические выражения.

ГЛАВА XVIII

Искусственный интеллект: взгляд в прошлое

Тюринг

В 1950 ГОДУ АЛАН ТЮРИНГ написал дерзкую и пророческую статью об искусственном интеллекте. Она называлась "Вычислительные машины и интеллект" и была опубликована в журнале *"Mind"*.[1] Прежде чем говорить об этой статье, я хочу рассказать кое-что о самом Тюринге.



Алан Матисон Тюринг родился в Лондоне в 1912 году. Он рос любопытным и веселым ребенком. У него оказались незаурядные способности к математике, и позже Алан поступил в Кембриджский университет, где его интересы в области техники и математической логики скрестились. Результатом этого плодотворного скрещивания была его знаменитая статья о "вычислимых числах" в которой он изобрел теорию машин Тюринга и показал неразрешимость проблемы остановки. Эта статья была опубликована в 1937 году. В 1940-х годах интересы Тюринга перешли от теории вычислительных машин к созданию настоящих компьютеров. Он был одним из пионеров компьютерной техники в Англии и стал ярым защитником искусственного интеллекта, когда тот впервые подвергся нападкам. Среди его единомышленников и ближайших друзей был Дэвид Чемперноун (который позже стал работать над созданием музыкальных композиций при помощи компьютеров). Друзья были страстными шахматистами и придумали новый вариант этой игры, под названием "шахматы вокруг дома": сделав ход, игрок должен обежать вокруг дома; если он вернется обратно до того, как его противник сделает ответный ход, он получает право пойти еще раз. В более серьезном плане,

Тюринг и Чемперноун изобрели первую шахматную программу под названием "Тюрочем". Тюринг умер молодым, в возрасте 41 года — по-видимому, из-за несчастного случая с химикатами (есть мнение, что он покончил самоубийством). Его мать, Сара Тюринг, написала его биографию. Из приводимых ею отзывов о Тюринге складывается впечатление, что он был личностью весьма нестандартной и не умел вести себя в обществе; при этом он был честен, порядочен и легко уязвим. Он любил игры, шахматы, детей; катался на велосипеде и был хорошим бегуном на дальние дистанции. Во время учебы в Кембридже он купил себе подержанную скрипку и научился на ней играть. Хотя Алан не был особенно музыкален, он получал от игры большое удовольствие. Он был несколько эксцентричен и часто страстно увлекался самыми неожиданными вещами. Одним из его интересов являлся морфогенез в биологии. Согласно его матери, Тюринг "очень любил 'Записки Пиквикского клуба'", но "поэзия, за исключением Шекспира, оставляла его совершенно равнодушным". Алан Тюринг был одним из основоположников компьютерного дела.

Тест Тюринга

Статья Тюринга начинается с фразы: "Рассмотрим вопрос "Может ли машина думать?" Поскольку, как он указывает, эти термины слишком многозначны, очевидно, что мы должны искать практическое решение проблемы. Для этого Тюринг предлагает игру, которую он называет "игрой в имитацию"; сегодня она известна под названием "тест Тюринга". Тюринг объясняет ее так:

> Играют три человека: мужчина (А), женщина (Б) и ведущий (В), который может быть любого пола. Ведущий закрывается в отдельной комнате. Он должен, задавая вопросы, определить по ответам, кто из двух игроков — мужчина и кто — женщина. Он знает игроков только под именами X и Y; в конце игры он должен сказать либо "X — это А, а Y — это Б", либо "X — это Б, а Y — это А". Ведущий может задавать любые вопросы, например:
>
> В. X, скажите мне, пожалуйста, какой длины ваши волосы?
>
> Предположим, что под псевдонимом X скрывается А; тогда А должен отвечать. Его цель — стараться сбить ведущего с толку, чтобы тот дал неправильное определение. Поэтому он может ответить, например, так: "Мои волосы пострижены ступеньками, и самые длинные прядки — около 25 сантиметров." Чтобы голос не выдал отвечающих, их ответы должны быть написаны или, еще лучше, напечатаны. Идеальным было бы установить сообщение между комнатами при помощи телепринтера. Вместо этого для передачи вопросов и ответов можно также использовать посредника. Цель игрока Б — помогать ведущему; лучшей стратегией для этого, возможно, являются правдивые ответы. Она может добавлять замечания вроде: "Женщина — это я; не слушайте его!" — но они мало чем помогут, поскольку мужчина может сказать тоже самое.
>
> Теперь мы спросим: "А что, если вместо А в этой игре будет участвовать машина?" Будет ли ведущий ошибаться так же часто, как и в игре, где участниками были мужчина и женщина? Эти вопросы заменяют наш первоначальный вопрос: "Могут ли машины думать?"[2]

Разъяснив, в чем состоит его тест, Тюринг приводит по его поводу несколько замечаний, для того времени весьма тонких. Сначала он дает пример короткого диалога между спрашивающим и отвечающим:[3]

> С: Напишите мне, пожалуйста, сонет, на тему "мост в Форте" (через залив Ферт-оф-Форт в Шотландии).

О: В этом на меня не рассчитывайте: я никогда не был силен в поэзии.
С: Сложите 34 957 и 70 764.
О: (После примерно полминутной паузы) 105 621.
С: Вы играете в шахматы?
О: Да.
С: Мой король стоит на e1; других фигур у меня нет. Ваш король — на e3, и ладья — на a8. Как вы пойдете?
О: (Помедлив 15 секунд) Поставлю вам мат в один ход: Ла1Х.

Мало кто из читателей замечает, что в арифметической задаче не только время раздумья слишком длинно, но и сам ответ ошибочен! Это было бы легко объяснить, если бы отвечающий был человеком — человеку свойственно ошибаться. Если же отвечала машина, то этому возможны разные объяснения; например:

(1) ошибка на уровне аппаратуры во время прогона программы (случайная и невоспроизводимая осечка);
(2) непреднамеренная ошибка на уровне аппаратуры или программы, результатом которой являются воспроизводимые арифметические ошибки;
(3) уловка, специально введенная в программу машины ее создателем для того, чтобы машина иногда ошибалась и, таким образом, могла бы одурачить спрашивающего;
(4) неожиданный эпифеномен — программа испытывает трудности с абстрактным мышлением и просто ошиблась; в следующий раз она, возможно, посчитает то же самое правильно;
(5) шутка самой машины, которая таким образом старается сбить спрашивающего с толку.

Размышления о том, что мог здесь иметь в виду сам Тюринг, затрагивают почти все основные философские проблемы искусственного интеллекта.

Тюринг продолжает, указывая, что

> Эта новая проблема имеет то преимущество, что она проводит довольно четкую границу между физическими и интеллектуальными способностями человека... Мы не хотим наказывать ни машину за то, что она не способна отличиться на конкурсе красоты, ни человека за то, что он не способен соревноваться в скорости с аэропланом.[4]

Интересно заметить, как глубоко Тюринг развивает каждую мысль; при этом на определенном этапе его рассуждений обычно появляется кажущееся противоречие, которое он впоследствии разрешает на более глубоком уровне анализа, уточняя свои понятия. Именно из-за этого проникновения в суть вопросов его статья все еще актуальна даже по прошествии тридцати лет громадного прогресса в области компьютерной техники и искусственного интеллекта. На примере следующего отрывка читатель может увидеть, насколько глубок и разносторонен анализ Тюринга.

> Эту игру возможно раскритиковать на том основании, что она несправедлива по отношению к машине, которой здесь дается очень мало возможностей. Если бы человеку пришлось притворяться машиной, ясно, что он не смог бы выполнить эту задачу удовлетворительно. Его тут же выдала бы медлительность и ошибки в арифметических подсчетах. Могут ли машины делать нечто, что может быть названо мышлением, но что, тем не менее, весьма отли-

чается от того, что делает человек? Это очень веское возражение, но, по крайней мере, мы можем сказать, что если бы удалось создать машину, удовлетворительно играющую в эту имитационную игру, то нам не пришлось бы волноваться по этому поводу.

Можно сказать, что лучшей стратегией машины в "имитационной игре" было бы нечто иное, чем подражание человеческому поведению. Возможно; но это кажется мне маловероятным. Так или иначе, я не собираюсь здесь анализировать теорию этой игры; я предполагаю, что лучшая стратегия — это давать ответы, которые обычно дал бы человек.[5]

Предложив и описав свой тест, Тюринг замечает:

Я считаю, что первоначальный вопрос — могут ли машины думать — бессмысленный и не заслуживает обсуждения. Тем не менее я верю, что к концу столетия использование слов и общий настрой умов настолько изменятся, что станет возможно говорить о мышлении машин, не ожидая немедленных возражений.[6]

Тюринг предвидит возражения

Предвидя, что его статья вызовет бурю протестов, Тюринг начинает один за другим точно и иронично парировать возможные возражения на идею о том, что машина способна мыслить. Ниже я привожу девять типов возражений в собственной формулировке Тюринга, на которые он затем отвечает.[7] К сожалению, у нас нет возможности воспроизвести здесь остроумные и изобретательные ответы Тюринга. Читатель может позабавиться, обдумав эти возражения и попытавшись дать на них свои собственные ответы.

(1) *Теологическое возражение.* Мышление — функция бессмертной души человека. Бог вложил бессмертную душу во всех мужчин и женщин, но не в других животных и не в машины. Следовательно, животные и машины не способны мыслить.

(2) *Возражение "Голова в песке".* Последствия машинного мышления были бы слишком ужасны. Давайте же надеяться и считать, что машины на это не способны.

(3) *Математическое возражение.* [Это, в основном, аргумент Лукаса].

(4) *Возражение с точки зрения сознания.* До тех пор, пока машина не напишет сонета или концерта, основываясь на эмоциях, а не на случайном расположении символов, мы не согласимся с тем, что она может равняться мозгу. При этом машина должна не только быть способной написать эти произведения, но и осознать тот факт, что она их написала. "Ни одна машина не может на самом деле чувствовать (а не только искусственно указывать на соответствующее чувство, чего легко добиться) радости от ее успехов, печали, когда ее электронные лампы перегорают; она не может испытывать удовольствия от лести, расстраиваться из-за своих ошибок, чувствовать сексуальное влечение, сердиться или впадать в депрессию, когда не может получить желаемого." [Цитата из работы некоего профессора Джефферсона.]

Тюринг озабочен тем, чтобы ответить на эти серьезные возражения возможно подробнее. Поэтому он уделяет этому довольно много места; частью его ответа является следующий гипотетический диалог:[8]

Спрашивающий: В первой строке вашего сонета "Сравню ли с летним днем твои черты", не лучше ли было бы написать "с весенним днем"?
Собеседник: Это не укладывается в размер.

Спрашивающий: Тогда как насчет "зимнего дня"? С размером здесь все в порядке.

Собеседник: Да, но кому нравится, чтобы его сравнивали с зимним днем!

Спрашивающий. Скажите, м-р Пиквик не напоминает вам о рождестве?

Собеседник: В каком-то смысле.

Спрашивающий: А ведь рождество — это зимний день; однако я не думаю, что м-р Пиквик обиделся бы на такое сравнение.

Собеседник: Не может быть, чтобы вы говорили серьезно. Под зимним днем обычно подразумевается типичный зимний день, а не какой-то особый день вроде рождества.

После этого диалога Тюринг спрашивает: "Что сказал бы профессор Джеффферсон, если бы машина, пишущая сонеты, была бы способна отвечать ему таким образом in viva voce?"

Другие возражения:

(5) *Аргументы различных неспособностей.* Эти аргументы имеют следующую форму: "Предположим, что вы можете заставить машины проделывать все то, о чем вы говорите — но ни одна машина никогда не сможет сделать X". В этой связи предлагались самые разные X, как например:
быть доброй, изобретательной, красивой, дружелюбной, инициативной, иметь чувство юмора, отличать хорошее от плохого, делать ошибки, влюбляться, получать удовольствие от клубники со сливками, влюбить в себя кого-нибудь, учиться на опыте, правильно использовать слова, заниматься самоанализом, вести себя так же разнообразно, как люди, сделать нечто действительно новое.

(6) *Возражение леди Лавлэйс.* Полнее всего об аналитической машине Баббиджа мы знаем из мемуаров леди Лавлэйс. Она пишет: "Аналитическая машина не претендует на создание чего-либо нового. Она может делать только то, что мы умеем ей приказать.".

(7) *Аргумент непрерывности нервной системы.* Нервная система, безусловно, не является машиной, работающей с перерывами. Небольшая ошибка в информации о размере нервного импульса, воздействующего на нейрон, может означать огромную разницу в размере выходящего импульса. Можно сказать, что такое положение вещей делает невозможным имитацию поведения нервной системы при помощи дискретной системы.

(8) *Аргумент неформального поведения.* "Если бы каждый человек руководствовался в своей жизни набором неких установленных правил, он был бы не лучше машины. Но поскольку таких правил не существует, люди не могут быть машинами."

(9) *Аргумент экстрасенсорного восприятия.* Давайте представим себе имитационную игру, в которой участвуют человек, обладающий телепатическими способностями, и компьютер. Ведущий может задавать такие вопросы как "Какой масти карта в моей правой руке?" Человек, используя телепатию или ясновидение, дает 130 верных ответов из 400. Машина может только гадать и, скорее всего, даст около 104 правильных ответов, так что ведущий сможет без труда определить, кто есть кто.

Как видите, многие возражения связаны друг с другом и частично совпадают. В этой книге я попытался так или иначе ответить на каждое из них, хотя и менее четко, чем это сделал Тюринг. Возражение (9) кажется мне удивительным. Я видел эту статью Тюринга, перепечатанную в книге — но там возражение (9) опущено, что мне кажется не менее удивительным. Лично я, в от-

личие от Тюринга, считаю, что экстрасенсорных способностей (ЭСС) не существует. Тюрингу пришлось согласиться с идеей ЭСС, поскольку его выдающаяся научная честность заставила его принять последствия того, что казалось ему мощной статистической очевидностью в пользу этой идеи. Я с этим не согласен, но, тем не менее, считаю это необыкновенно интересным и сложным вопросом.

"Парри встречается с Доктором"

В предыдущем Диалоге вы прочли запись подлинной беседы между компьютерной программой и человеком. Существует множество программ с меньшей, чем у ШРДЛУ, способностью к "беседе". Две довольно известные программы такого рода — это "Доктор" (создание Иосифа Вайценбаума) и "Парри" (детище Кеннета Колби). Первая была призвана имитировать психиатра, используя "недирективную" терапию, в то время как вторая должна была изображать типичного параноика. Однажды по компьютерной сети была устроена забавная встреча этих двух программ; ниже приводится отрывок из их "беседы":[9]

Парри: Я не понимаю ваших мотивов.
Доктор: Почему вы не понимаете моих мотивов?
Парри: Не должен ли я быть таким?
Доктор: Почему вы сейчас это сказали?
Парри: Это именно так и есть.
Доктор: А вы представьте себе, что это именно не так.
Парри: Ну и что?
Доктор: Я не уверен, что вполне вас понимаю.
Парри: Вы слишком привязываетесь к одним тем же вопросам.
Доктор: О чем говорит вам это сходство?
Парри: Я вас не понимаю.
Доктор: Вы хотели бы понимать я?
Парри: Хорошо бы, чтобы вы начали проявлять интерес к моим чувствам.
Доктор: Что? Я начал проявлять интерес к вашим чувствам?

Разумеется, эти программы были созданы для разговоров с людьми; поэтому, разговаривая друг с другом, они показывают себя не с лучшей стороны. В основном они опираются на ловкие догадки в отношении вводных данных (анализируя их довольно поверхностно) и выдают готовые ответы, тщательно выбранные из обширного репертуара. Ответ может быть готовым только частично: например, может использоваться некая схема, в которой заполняются пробелы. При этом имеется в виду, что собеседник-человек будет придавать ответам гораздо больше смысла, чем в них есть на самом деле. В действительности, согласно тому, что Вайнценбаум утверждает в своей книге "Мощь компьютеров и человеческий разум" (Weizenbaum, "Computer Power and Human Reason"), именно так и происходит. Он пишет:

> ЭЛИЗА [программа, на основе которой был разработан Доктор] создавала удивительную иллюзию проникновения в мысли многих людей, которые с ней разговаривали... Они часто просили позволения побеседовать с системой наедине, после чего говорили, несмотря на мои объяснения, что машина их по-настоящему поняла.[10]

После прочтения предыдущего "разговора" читатель может подумать, что это невероятно. Может быть — но это чистая правда! Вайценбаум объясняет:

> Большинство людей совершенно ничего не понимают в компьютерах. Поэтому, если только они не способны на значительную долю скептицизма (того скептицизма, с которым мы наблюдаем за действиями фокусника), они могут объяснить интеллектуальные достижения компьютера только путем единственной доступной им аналогии — то есть модели их собственного мышления. Таким образом, не удивительно, что они преувеличивают: почти невозможно вообразить человека, который мог бы имитировать ЭЛИЗУ, но для которого при этом ее языковые способности являлись бы пределом. "

Это равносильно признанию того, что подобные программы являются остроумной смесью бравады и блефа, и их успех основан на людской доверчивости.

В свете странного "эффекта ЭЛИЗЫ" многие предлагали пересмотреть тест Тюринга, поскольку, по-видимому, людей легко одурачить простенькими уловками. Было предложено, чтобы ведущим был лауреат Нобелевской премии. Возможно, было бы целесообразнее перевернуть тест с ног на голову и сделать так, чтобы вопросы задавал компьютер. Или, может быть, вопросы должны задавать двое — человек и компьютер, а отвечать — кто-то один, и спрашивающие должны догадаться, компьютер это или человек.

Говоря серьезно, я считаю, что тест Тюринга в его первоначальной форме вполне приемлем. Что касается людей, которые, по словам Вайзенбаума, были одурачены ЭЛИЗОЙ, то их никто не предупреждал быть более скептическими, стараясь угадать, является ли "персона", печатающая ответы, человеком. Мне кажется, что Тюринг верно понимал ситуацию и его тест выживет в практически неизмененной форме.

Краткая история ИИ

На следующих страницах я хочу представить, возможно, с несколько неортодоксальной точки зрения историю усилий, направленных на открытие алгоритмов разума; в этой истории были и будут провалы и неудачи. Тем не менее, мы узнаем очень многое и переживаем захватывающий период в развитии ИИ.

Со времен Паскаля и Лейбница люди мечтали о машинах, способных выполнять интеллектуальные задания. В девятнадцатом веке Буль и Де Морган разработали "законы мысли", по существу являвшиеся Исчислением Высказываний, и, таким образом, сделали первый шаг по пути создания программ ИИ; тогда же Чарльз Баббидж сконструировал первую "вычисляющую машину" — предшественницу компьютерной аппаратуры и, следовательно, ИИ. Можно сказать, что ИИ зарождается в тот момент, когда машины начинают выполнять задания, ранее доступные только человеческому уму. Трудно вообразить чувства людей, впервые увидевших, как зубчатые колеса складывают и перемножают многозначные числа. Возможно, они испытали благоговейный трепет, увидев реальное физическое воплощение течения "мысли". Так или иначе, мы знаем, что почти сто лет спустя, когда были построены первые электронно-вычислительные машины, их создатели почувствовали почти мистическое благоговение в присутствии иного типа "мыслящего существа". До какой степени эти машины действительно мыслили, были неясно; даже теперь, несколько десятилетий спустя, этот вопрос продолжает широко обсуждаться.

Интересно то, что на сегодняшний день практически никто уже не испытывает никакого благоговения перед компьютерами, даже тогда, когда они выполняют неизмеримо более сложные операции, чем те, которые когда-то заставляли зрителей трепетать от восторга. Когда-то волнующая фраза "Блестящие

Электронные Головы" теперь звучит устаревшим клише, смешным отголоском эпохи знаменитых героев фантастических повестей, Флаша Гордона и Бака Роджерса. Немного печально, что мы так быстро теряем способность удивляться.

По этому поводу существует "Теорема" о прогрессе в области ИИ: как только какая-нибудь функция мышления оказывается запрограммирована, люди тут же перестают считать ее ингредиентом "настоящего мышления". Неизбежный центр интеллекта всегда оказывается в том, что еще не запрограммировано. Я впервые услышал эту "Теорему" от Ларри Теслера, поэтому я называю ее *Теоремой Теслера*: "ИИ — это то, что еще не сделано."

Ниже приводится выборочный обзор ИИ. Он показывает несколько областей, на которых было сконцентрировано внимание; каждая из них по-своему применяет квинтэссенцию интеллекта. Некоторые из этих областей подразделены в соответствии с используемыми методами или более специфическими сферами исследования.

- машинный перевод
  - прямой (обращение к словарю плюс некоторая перестановка слов)
  - косвенный (с помощью некоего внутреннего языка-посредника)
- игры
  - шахматы
    - механический просчет всех вариантов
    - выборочный просчет вариантов
    - без просчета вариантов
  - шашки
  - го
  - калах
  - бридж (ставки и игра)
  - покер
  - варианты крестиков-ноликов
  - и т. д.
- доказательство теорем в разных областях математики
  - символическая логика
    - доказательство теорем путем "разложения"
  - элементарная геометрия
- символическая манипуляция математическими выражениями
  - символическое интегрирование
  - алгебраическое упрощение
  - сложение бесконечных рядов
- зрение
  - печатные тексты
    - узнавание отдельных написанных от руки печатных символов определенного класса (например, чисел)
    - прочтение одного и того же текста, напечатанного разными шрифтами
    - прочтение рукописных текстов
    - прочтение китайских или японских иероглифов
    - прочтение китайских или японских иероглифов, написанных от руки

- картины
  - нахождение определенных объектов на фотографиях
  - разложение сцен на отдельные объекты
  - определение отдельных объектов на картине
  - узнавание сделанных людьми набросков предметов
  - узнавание человеческих лиц
- слух
  - понимание со слуха ограниченного количества слов (например, названий цифр)
  - понимание потока речи (на определенную тему)
    - нахождение границ между фонемами
    - узнавание фонем
    - нахождение границ между морфемами
    - узнавание морфем
    - составление слов и предложений
- понимание естественных языков
  - ответ на вопросы в определенных областях
  - анализ сложных предложений
  - перифраз длинных отрывков текста
  - использование знаний о мире для понимания текстов
  - понимание неоднозначных выражений
- активное использование естественных языков
  - абстрактная поэзия (например, хайку)
  - отдельные предложения, абзацы, или более длинные отрывки текста
  - производство выхода на основе внутреннего отображения знаний
- создание оригинальных мыслей или произведений искусства
  - написание стихотворений (хайку)
  - написание прозы
  - написание картин
  - музыкальная композиция
    - атональная
    - тональная
- аналогическое мышление
  - геометрические формы ("интеллектуальные тесты")
  - нахождение доказательств в какой-либо области математики, основанных на доказательствах в родственной области
- обучение
  - регулирование параметров
  - формирование понятий

Машинный перевод

Многие из этих сфер исследования не будут затронуты в нашем обсуждении, но без них список был бы неполным. Несколько первых тем приводятся в хронологическом порядке. Ни в одной из этих областей ранние усилия не привели к желаемым результатам. Так, неудачи в машинном переводе явились неожиданностью для тех, кто считал, что машинный перевод — простая задача,

и что, хотя совершенствование машинного перевода может потребовать немалого труда, принципиальное решение этого вопроса несложно. Однако оказалось, что перевод — это нечто гораздо более сложное, чем простое использование словаря и перестановка слов. Незнание идиоматических выражений также не является основной трудностью. Дело в том, что перевод подразумевает наличие мысленной модели обсуждаемого мира и манипуляцию символами этой модели. Программа, которая не имеет подобной модели, вскоре безнадежно запутается в неточностях и многозначных выражениях текста. Даже люди, имеющие огромное преимущество перед компьютерами, поскольку они уже "оснащены" пониманием мира, находят почти невозможным перевести с помощью словаря кусок текста с неизвестного им языка на их родной язык. Таким образом — и это не удивительно — первая же проблема ИИ немедленно приводит к вопросам, затрагивающим самую суть ИИ.

Компьютерные шахматы

Компьютерные шахматы оказались также намного труднее, чем интуитивно предполагалось в начале. Оказывается, шахматная ситуация в голове у людей представлена гораздо сложнее, чем просто расположение отдельных фигур на определенных клетках доски и знание правил игры. Это представление включает восприятие групп взаимодействующих фигур как одно целое, а также знание эвристики, или эмпирических правил, принадлежащих к подобным блокам высшего уровня. Хотя эвристические правила не являются строгими в том смысле как официальные правила игры, они, в отличие от последних, позволяют быстро оценить то, что происходит на доске. Это было ясно с самого начала, но исследователи недооценили то, какую важную роль это интуитивное блочное восприятие шахматного мира играет в шахматных способностях людей. Считалось, что программа, оснащенная некой основной эвристикой, в сочетании с огромной скоростью и аккуратностью компьютера в просчете вариантов и анализе каждого возможного хода, будет легко выигрывать у игроков высшего класса. Однако этот прогноз все еще далек от исполнения даже после двадцати пяти лет интенсивной работы множества специалистов.

На сегодняшний день люди подходят к шахматной проблеме по-разному. Одна из новейших точек зрения включает гипотезу о том, что просчет вариантов — глупое занятие. Вместо этого предлагается оценить позицию, стоящую на доске *в данный момент,* и, пользуясь эвристикой, составить некий план — а затем найти ход, способствующий выполнению этого плана. Безусловно, правила для составления планов неизбежно будут включать эвристику, которая является чем-то вроде упрощенного просчета вариантов. Иными словами, опыт анализа вариантов многих сыгранных ранее партий здесь "сжат" в новую форму, при поверхностном рассмотрении не требующую подобного анализа. Кажется, что это не более, чем игра слов. Однако если такое "сокращенное" знание дает нам более эффективные ответы, чем действительный просчет вариантов (даже если при этом иногда случаются ошибки), то мы уже кое-что выигрываем. Именно этим превращением знаний в более эффективно используемые формы и отличается разум — так что меньше-анализирующие-варианты-шахматы, возможно, являются плодотворной идеей. Особенно интересно было бы создать программу, способную превращать знания, полученные путем анализа возможных вариантов, в "сокращенные" правила; но это — огромный труд.

Шашечная программа Самуэля

Именно такой метод был разработан Артуром Самуэлем в его замечательной шашечной программе. Метод Самуэля состоял в одновременном использовании *динамического* (с заглядыванием вперед) и *статического* (без заглядывания вперед) способов оценки любой данной позиции. Статический метод основывался на простой математической функции нескольких величин, характеризующих любую позицию на доске; это вычислялось практически мгновенно. В свою очередь, динамический метод основывался на создании "дерева" возможных будущих ходов, ответов на них, ответов на ответы и так далее (как было показано на рис. 38). Некоторые параметры в функции статической оценки могли варьироваться, в результате чего получались разные версии этой функции. Стратегия Самуэля заключалась в том, чтобы путем естественного отбора находить все лучшие и лучшие значения этих параметров.

Это делалось следующим образом: каждый раз, когда программа оценивала позицию, она делала это одновременно статистически и динамически. Ответ, полученный путем анализа вариантов, — назовем его Д — использовался для нахождения следующего хода. Цель С — статистической оценки — была сложнее: после каждого хода переменные параметры немного исправлялись таким образом, чтобы С возможно больше приближалось к Д. В результате знание, полученное путем динамического анализа дерева, частично включалось в параметры статистической оценки. Короче, идея заключалась в том, чтобы постепенно превратить сложный динамический метод в гораздо более простую и эффективную функцию статической оценки.

Здесь возникает изящный рекурсивный эффект. Дело в том, что *динамическая* оценка любой данной позиции включает просчет вперед на конечное число ходов — скажем, семь. При этом промежуточные позиции, получающиеся после каждого возможного хода, также должны получить какую-то оценку. Но когда программа оценивает эти позиции, она, разумеется, уже не может просчитывать на семь ходов вперед — иначе ей пришлось бы анализировать четырнадцать возможных позиций, затем двадцать одну и так далее, и тому подобное — что породило бы бесконечный регресс. Вместо этого программа пользуется статическими оценками позиций, возникающих при анализе. Таким образом, схема Самуэля включает сложную обратную связь, в процессе которой программа непрерывно пытается превратить оценки, основанные на просчете вариантов, в более простой статический подход; этот подход в свою очередь играет ключевую роль в динамическом взгляде вперед. Таким образом, оба этих метода тесно связаны между собой, и каждый рекурсивным путем извлекает пользу из улучшений в другом методе.

Уровень игры шашечной программы Самуэля крайне высок и сравним с уровнем лучших человеческих игроков мира. Если это так, то почему бы не приложить ту же идею к шахматам? Международный комитет, собравшийся в 1961 году, чтобы обсудить возможность компьютерных шахмат, и включавший датского международного гроссмейстера и математика Макса Эйве, пришел к печальному заключению, что использование метода Самуэля в шахматах было бы примерно в миллион раз труднее, чем в шашках. По-видимому, это закрывает данный вопрос...

Удивительно высокого уровня игры шашечных программ недостаточно для того, чтобы утверждать, что искусственный интеллект уже создан; однако этого успеха также не следует преуменьшать. Это комбинация идей о том, что

такое шашки и как их анализировать и программировать. Некоторые читатели могут подумать, что эта программа ничего, кроме шашечного мастерства самого Самуэля, не доказывает. Но это неверно по крайней мере по двум причинам. Во-первых, хорошие игроки выбирают ходы, руководствуясь мысленными процессами, которых они сами полностью не понимают — они пользуются интуицией. Однако до сих пор никому не известен способ стопроцентного использования собственной интуиции; лучшее, что мы можем сделать, это задним числом использовать наши "впечатления" или "мета-интуицию" (интуицию о собственной интуиции), чтобы с их помощью попытаться объяснить природу собственной интуиции. Но это было бы только грубым приближением к действительной сложности интуитивных методов. Поэтому практически невозможно, чтобы Самуэль скопировал в своей программе собственные методы игры. Есть и другая причина, по которой не следует путать игру Самуэлевой программы с игрой ее создателя — программа его регулярно обыгрывает! Это вовсе не парадокс — не более, чем тот факт, что компьютер, запрограммированный на вычисление π, может делать это гораздо быстрее самого программиста.

Какую программу можно назвать оригинальной?

Проблема компьютера, превосходящего своего программиста, связана с вопросом "оригинальности" в ИИ. Что, если программа ИИ выдвинет идею или план игры, которые никогда не приходили в голову ее создателю? Кому тогда будет принадлежать честь? Существуют несколько интересных примеров, когда именно это и происходило; некоторые примеры касаются весьма тривиального уровня, некоторые — уровня довольно глубокого. Один из самых известных случаев произошел с программой Е. Гелернтера, созданной для доказательства теорем элементарной Эвклидовой геометрии. В один прекрасный день эта программа нашла блестящее и оригинальное доказательство одной из основных теорем геометрии, так называемой "pons asinorum" или "ослиный мост".

Эта теорема утверждает, что углы, прилегающие к основанию равнобедренного треугольника, равны между собой. Стандартное доказательство проводится с помощью высоты, делящей треугольник на две симметричные половины. Элегантный метод, найденный программой (см. рис. 114), не пользуется никакими дополнительными построениями.

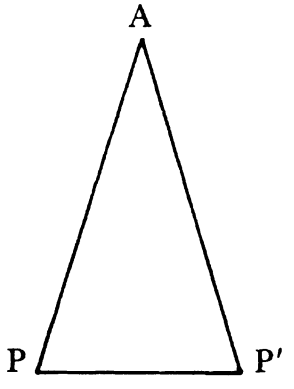


РИС. 114. Доказательство Pons Asinorum (найденное Паппусом [ок. 300 г. до н. э.] и программой Гелернтера [ок. 1960 г. н. э.].) Требуется доказать, что углы, прилегающие к основанию равнобедренного треугольника, равны между собой. Решение: поскольку треугольник равнобедренный, AP и AP' — равной длины. Следовательно, треугольники PAP' и P'AP конгруэнтны (сторона-сторона-сторона). Из этого вытекает, что соответствующие углы равны. В частности, углы, прилегающие к основанию, равны.

Вместо этого программа рассмотрела данный треугольник и его зеркальное отображение как два различных треугольника. Доказав, что они конгруэнтны, она показала, что углы у основания соответствуют друг другу в этой конгруэнтности — что и требовалось доказать.

Это блестящее доказательство восхитило как создателя программы, так и многих других; некоторые даже увидели в этом признак гениальности. Не умаляя этого достижения, заметим, что в 300 году до н. э. геометр Паппус нашел также и это доказательство. Так или иначе, открытым остается вопрос: "Чья это заслуга?" Можно ли назвать это разумным поведением? Или же доказательство находилось глубоко внутри человека (Гелернтера), и компьютер только извлек его на поверхность? Последний вопрос подходит очень близко к цели. Его можно вывернуть наизнанку: Было ли доказательство спрятано глубоко в программе, или же оно лежало на поверхности? Насколько легко понять, почему программа сделала именно то, что она сделала? Может ли ее открытие быть приписано какому-то простому механизму, или простой комбинации механизмов программы? Или же имело место некое сложное взаимодействие, которое, будучи объяснено, не станет от этого менее достойным восхищения?

Кажется логичным предположить, что, если эти действия — результат неких операций, с легкостью прослеживаемых в программе, то, в каком-то смысле, программа лишь выявляла идеи, спрятанные (правда, неглубоко) в голове самого программиста. Напротив, если прослеживание программы шаг за шагом не помогает нам ответить на вопрос, откуда взялось это определенное открытие, то, возможно, пора начать отделять "разум" программы от разума программиста. Программисту принадлежит лишь честь изобретения программы, но не идей, которые выдала затем эта программа. В таких случаях, человека можно назвать "мета-автором" — автором автора результата, а программу — просто автором.

В случае Гелернтера и его геометрической машины, сам Гелернтер, возможно, не нашел бы доказательства Паппуса; все же механизмы, создавшие это доказательство, лежали достаточно близко к поверхности программы, так что ее трудно назвать самостоятельным геометром. Если бы программа продолжала удивлять людей, снова и снова выдавая новые оригинальные доказательства, каждое из которых основывалось бы на гениальном прозрении, а не на определенных стандартных методах, то тогда у нас не было бы сомнений в том, что перед нами — настоящий геометр. Однако этого не случилось.

Кто сочиняет компьютерную музыку?

Различие между автором и мета-автором становится особенно заметно в случае компьютерной музыки. По-видимому, во время акта сочинительства программа может иметь различные уровни автономии. Один из уровней проиллюстрирован на примере пьесы, мета-автор которой — Макс Матьюс, работающий в лабораториях компании "Белл". Он ввел в компьютер ноты двух маршей — "Когда Джонни идет, маршируя, домой" и "Британские гренадеры" — и попросил его создать новую пьесу, которая начиналась бы с "Джонни" и постепенно переходила в "Гренадеров". В середине получившейся пьесы "Джонни", действительно, полностью исчезает, и мы слышим только "Гренадеров"... После чего процесс начинает идти в обратном направлении, и пьеса заканчивается мелодией "Джонни", как и в начале. По словам Матьюса, это

...тошнотворное музыкальное переживание, которое, тем не менее, не лишено интереса — в особенности, в области ритмического превращения. "Гренадеры" написаны в темпе 2/4, в тональности фа мажор, а "Джонни" — в темпе 6/8, в тональности ми минор. Переход от 2/4 к 6/8 легко заметен; при этом такой переход был бы очень трудной задачей для музыканта-человека. Модуляция из фа мажора в ми минор, включающая замену двух нот гаммы, режет ухо — более плавный переход, без сомнения, был бы лучшим решением.[12]

Получившаяся пьеса довольно забавна, хотя местами довольно помпезна и запутана.

Сочиняет ли музыку сам компьютер? Подобных вопросов лучше не задавать — однако их трудно полностью игнорировать. Ответить на них нелегко. Алгоритмы здесь четко определены, просты и понятны. Сложных и запутанных вычислений, самообучающихся программ и случайных процессов здесь нет — машина функционирует совершенно механически и прямолинейно. Однако результатом является последовательность звуков, не запланированных композитором во всех деталях, хотя общая структура произведения полностью и точно определена. Поэтому композитор часто бывает удивлен — и приятно удивлен — конкретным воплощением своих идей. Именно в этом смысле можно сказать что компьютер сочиняет музыку. Мы называем этот процесс алгоритмической композицией и снова подчеркиваем тот факт, что алгоритмы здесь просты и прозрачны.[13]

Маттью сам отвечает на вопрос, который, по его мнению, лучше не задавать. Несмотря на его возражения, многие считают, что проще сказать, что эта пьеса была "сочинена компьютером". По моему мнению, это выражение передает ситуацию совершенно неверно. В этой программе не было структур, аналогичных "символам" мозга, и о ней никак нельзя было сказать, что она "думает" о том, что делает. Приписать создание подобной музыкальной пьесы компьютеру — все равно, что сказать, что автором этой книги является фототипическая машина, оснащенная компьютерной техникой, на которой книга была составлена — машина, автоматически (и часто неверно) переносящая слова со строчки на строчку.

В связи с этим возникает вопрос, отходящий немного в сторону от ИИ. Когда мы видим слово "Я" или "мне" в тексте, к чему мы его относим? Например, подумайте о фразе "ВЫМОЙ МЕНЯ", которую иногда можно увидеть на грязном кузове грузовика. Кого это "меня"? Может быть, это какой-то несчастный заброшенный ребенок, который, желая быть вымытым, нацарапал эти слова на ближайшей поверхности? Или же это грузовик, требующий купания? Или сама фраза желает принять душ? А может быть, это русский язык ратует за собственную чистоту? Эту игру можно продолжать до бесконечности. В данном случае, эта фраза — только шутка: имеется в виду, что мы должны на определенном уровне предположить, что эти слова написал сам грузовик, требующий, чтобы его вымыли. С другой стороны, эти слова ясно воспринимаются как написанные ребенком, и мы находим эту ошибочную интерпретацию забавной. Эта игра основана на прочтении слова "меня" на неправильном уровне.

Именно такой тип двусмысленности возник в этой книге, сначала в "Акростиконтрапунктусе" и позже в обсуждении Гёделевой строки G (и ее родственников). Мы дали разбивальным записям следующую интерпретацию: "Меня нельзя воспроизвести на патефоне X"; интерпретацией недоказуемого суждения было: "Меня нельзя доказать в формальной системе X". Возьмем по-

следнее предложение. Где еще вы встречали суждение с местоимением "я", прочитав которое, вы автоматически предположили, что "я" относится не к человеку, произносящему это предложение, но к самому предложению? Я думаю, таких случаев очень немного. Слово "я" когда оно появляется, например, в Шекспировском сонете, относится не к четырнадцатистрочной поэтической форме, напечатанной на странице, а к существу из плоти и крови, стоящему за этими строчками.

Как далеко мы обычно заходим, пытаясь определить, к кому относится "я" в предложении? Мне кажется, что ответ заключается в том, что мы пытаемся найти мыслящее существо, которому можно приписать авторство данных строк. Но что такое "мыслящее существо"? Нечто такое, с чем мы можем с легкостью сравнить самих себя. Есть ли характер у Вайзенбаумовой программы "Доктор"? И если да, то чей это характер? Недавно на страницах журнала "Science" появился спор на эту тему.

Это возвращает нас к вопросу о том, кто же на самом деле сочиняет компьютерную музыку. В большинстве случаев, за подобными программами стоит человеческий разум, и компьютер используется, с большей или меньшей изобретательностью, как *инструмент* для воплощения человеческих идей. Программа, которая это исполняет, на нас совсем не похожа. Это простой и бесхитростный набор команд, не обладающий гибкостью, пониманием того, что он делает, или самосознанием. Если когда-нибудь люди создадут программы с этими свойствами, и эти программы начнут сочинять музыкальные произведения, тогда, мне кажется, наступит время разделить наше восхищение между программистом, создавшим такую замечательную программу, и самой программой, обладающей музыкальным вкусом. Я думаю, что это случится только тогда, когда внутренняя структура программ будет основываться на чем-то, напоминающем "символы" в нашем мозгу и их пусковые механизмы, которые отвечают за сложное понятие значения. Подобная внутренняя структура наделила бы программу такими свойствами, с которыми мы могли бы до определенной степени идентифицировать себя. Но до тех пор мне не кажется правильным говорить: "Эта пьеса была написана компьютером".

Доказательство теорем и упрощение программ

Вернемся теперь к истории ИИ. Одним из ранних шагов в этом направлении была попытка создания программы, способной доказывать теоремы. Концептуально это то же самое, что создание программы, способной искать деривацию MU в системе MIU. — с той разницей, что формальные системы здесь часто были сложнее, чем система MIU. Это были версии исчисления предикатов, представляющего собой расширенный — с использованием кванторов — вариант исчисления высказываний. В действительности, большинство правил исчисления предикатов содержится в ТТЧ. Трюк при написании такой программы заключается в том, чтобы снабдить ее чувством направления, чтобы программа не блуждала по всему пространству возможностей, а следовала лишь по "важным" тропинкам, которые, в соответствии с некими разумными критериями, могут привести к нужной строчке.

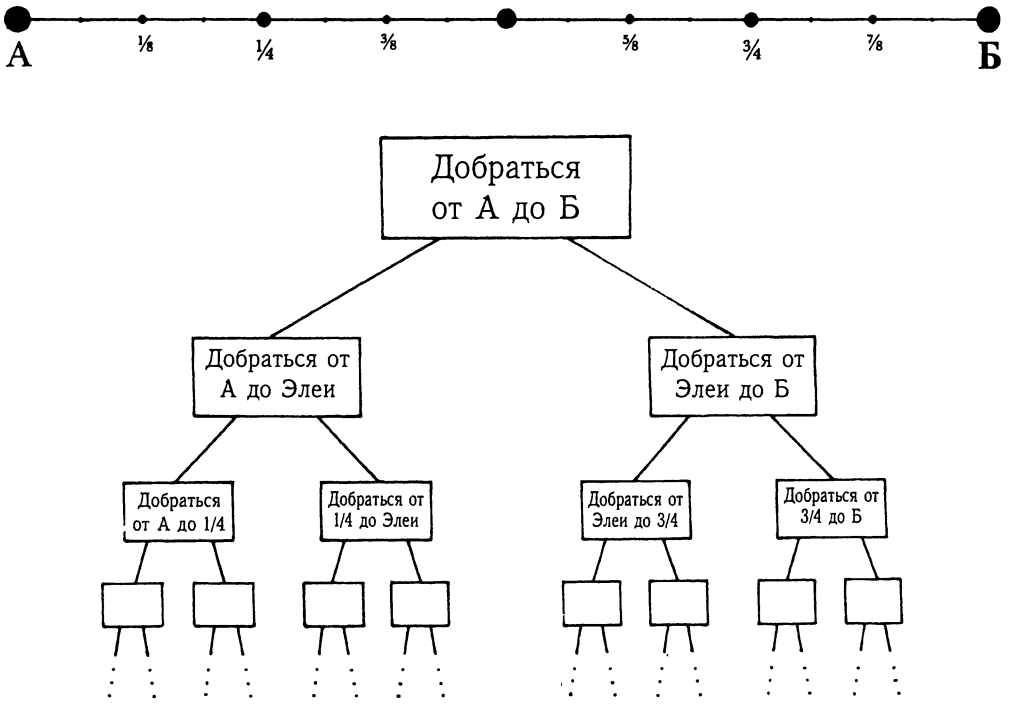
В этой книге мы не рассматривали подобные вопросы подробно. В самом деле, как мы можем сказать, когда продвигаемся в направлении теоремы, а когда наши поиски — пустая трата времени? Этот вопрос я попытался проиллюстрировать на примере головоломки MU. Разумеется, окончательный ответ

на него дать невозможно. Именно в этом — суть Ограничительных Теорем, поскольку если бы мы всегда знали, в каком направлении идти, то могли бы построить алгоритм для доказательства любой теоремы, — а это противоречит Теореме Чёрча. Такого алгоритма не существует. (Предоставляю читателю догадаться, почему это следует из Теоремы Чёрча.) Однако это не означает, что невозможно развить интуитивное чувство того, какие дороги ведут к цели и какие уводят в сторону. Лучшие программы обладают сложной эвристикой, позволяющей им делать заключения в исчислении предикатов так же быстро, как это делают способные люди.

Метод при доказательстве теорем заключается в том, чтобы всегда иметь в виду конечную цель — строчку, которую вы хотите получить, — и использовать это знание при поиске промежуточных шагов. Один из способов, разработанных для превращения общих целей в местную стратегию для деривации, называется *упрощением проблем*. Он основан на идее, что кроме конечной задачи можно обычно выделить также несколько *подзадач*, решение которых помогает в нахождении решения основной задачи. Следовательно, если разбить проблему на серию новых подзадач, и каждую из них затем разбить на подподзадачи — и так далее, рекурсивным образом, — то рано или поздно мы придем к очень простым целям, которых можно будет достигнуть за пару шагов. По крайней мере, так кажется...

Именно упрощение проблемы было причиной неприятностей Зенона. Как вы помните, его метод, чтобы попасть из А в Б (где Б было конечной целью),

РИС. 115. Бесконечное дерево подзадач Зенона, чтобы добраться от А до Б.



состоял в "упрощении" задачи, разбив ее на две подзадачи: сначала пройти половину пути, а затем все остальное. Таким образом, вы "протолкнули" — говоря в терминах главы V — две подзадачи в ваш "стек задач". Каждая из них, в свою очередь, будет заменена на две подзадачи — и так далее, до бесконечности. Вместо единственной конечной цели у вас получается бесконечный стек задач (рис. 115). Вытолкнуть бесконечное количество подзадач из вашего стека будет непросто — именно это, разумеется, и имел в виду Зенон.

Еще один пример бесконечной рекурсии в упрощении проблем можно найти в Диалоге "Маленький Гармонический Лабиринт", когда Ахилл хотел исполнения своего Нетипового Желания. Это должно было быть отложено до тех пор, пока не было получено разрешение Мета-Гения; но чтобы получить разрешение на дачу разрешения, Мета-Гений должна была говорить с Мета-Мета Гением... и так далее. Несмотря на бесконечность стека задач, желание Ахилла было все же исполнено. Упрощение задач в конце концов победило!

Хотя я над ним и подсмеиваюсь, упрощение задач является могучим инструментов для превращения сложных конечных целей в более простые местные задачи. Эта техника отлично работает в некоторых ситуациях, таких, например, как шахматные эндшпили, где расчет вариантов часто неэффективен, даже когда мы рассчитываем вперед на огромное (15 или более) количество шагов. Это объясняется тем, что чистый расчет вариантов не основан на *планировании;* вместо поиска определенной цели он просто исследует огромное количество возможных альтернатив. Конечная цель позволяет нам выработать стратегию для ее достижения, а это совершенно иная техника, чем механический расчет вариантов. Разумеется, в технике расчета желательность или нежелательность данного варианта измеряется функцией оценки, которая косвенно включает многие цели, основная из которых — не получить мата. Но это слишком неявно. У хороших шахматистов, играющих против программ, основанных на расчете вариантов, обычно складывается впечатление, что те весьма слабы в составлении планов и разработке стратегии.

Шанди и кость

У нас нет гарантии того, что метод упрощения задач сработает в каждом отдельном случае. Во многих ситуациях он терпит фиаско. Рассмотрим, например, следующую простую задачу. Представьте себе, что вы — собака, и что хозяин только что перекинул вашу любимую кость через забор в соседний двор. Кость видно сквозь щели в заборе; она лежит на траве, и у вас текут слюнки. На расстоянии приблизительно пятнадцати метров от кости вы видите открытую калитку в заборе. Что вы сделаете? Некоторые собаки просто подбегают к забору, поближе к кости, и начинают лаять. Другие собаки бросаются к калитке (удаляясь при этом от цели) и бегут прямо к лакомому кусочку. Можно сказать, что и те, и другие применяют технику упрощения задачи; разница в том, что они представляют задачу по-разному. Лающая собака видит подзадачи в том, чтобы (1) подбежать к забору, (2) попасть на ту сторону и (3) подбежать к кости; но вторая подзадача оказывается слишком трудной, и собака начинает лаять. Для другой собаки подзадачи заключаются в том, чтобы (1) подбежать к калитке, (2) пробежать сквозь нее и (3) подбежать к кости. Обратите внимание, что все зависит от того, как вы представляете себе "пространство проблемы" — то есть от того, что кажется вам *упрощением* задачи (движением к цели) и что — *усложнением* задачи (движением от цели).

Изменение пространства задачи

Некоторые собаки сначала пытаются подбежать прямо к кости; когда они натыкаются на забор, в их мозгу нечто проясняется и они меняют направление и бегут к калитке. Им становится ясно, что то, что, как им сначала казалось, *увеличивает* дистанцию между начальным и желанным положениями, — а именно, отдаление от кости и приближение к калитке — на самом деле ее *уменьшает*. С первого взгляда они принимают *физическое* расстояние за расстояние *проблемы*. Любое отдаление от кости кажется им, по определению, Плохой Идеей. Но затем они каким-то образом понимают, что могут изменить свое восприятие того, что на самом деле "приблизит" их к кости. В правильно выбранном абстрактном пространстве движение *к калитке* является траекторией, приводящей собаку к кости. В этом смысле собака каждую минуту находится все "ближе" к кости. Следовательно, польза упрощения задач зависит от того, каким образом эта задача представлена у вас в голове. То, что в определенном пространстве выглядит как отступление, в ином пространстве может быть революционным шагом вперед.

В повседневной жизни мы постоянно сталкиваемся с необходимостью решать задачи, подобные проблеме собаки и кости. Предположим, как-то вечером я решаю съездить на машине к товарищу, живущему на расстоянии 100 км на юг; при этом я нахожусь на работе, куда утром приехал на велосипеде. Прежде, чем я окажусь в машине, направляющейся на юг, я должен буду совершить множество кажущихся ошибочными шагов в "неправильном" направлении. Я должен буду выйти из кабинета, направляясь при этом на восток; пройти по коридору к выходу из здания, сначала на север, затем на запад. После этого я поеду домой на велосипеде, поворачивая во всех четырех направлениях. Там, после серии коротких передвижений, я, наконец, попаду в машину. Разумеется, это не означает, что я поеду прямо на юг — мой маршрут может включать повороты на север, восток или запад, чтобы как можно быстрее добраться до шоссе. Это совершенно не кажется мне парадоксальным или забавным; пространство, в котором физическое отступление воспринимается как движение к цели, так глубоко встроено в мой мозг, что я не вижу никакой иронии в том, что мне приходится двигаться на север, чтобы попасть на юг. Дороги, коридоры и так далее действуют как каналы, которые я покорно принимаю как данное; таким образом, моя интерпретация ситуации частично навязывается мне сверху. Но собаке, стоящей перед забором, гораздо труднее это сделать — особенно если прямо перед ее носом лежит аппетитная кость. На самом деле, когда пространство проблемы оказывается лишь немного абстрактнее физического пространства, люди часто бывают также беспомощны, как лающая на забор собака.

В каком-то смысле, все возможные задачи являются лишь вариантами задачи собаки и кости. Многие проблемы разворачиваются не в физическом, но в некоем концептуальном пространстве. Поняв, что прямолинейное движение к цели приводит вас к абстрактному "забору", вы можете либо (1) попытаться отойти в сторону от цели, следуя случайному маршруту (при этом вы надеетесь, что рано или поздно наткнетесь на скрытую "калитку", сквозь которую сможете пройти и подойти к вашей кости), либо (2) попытаться найти такое новое "пространство" проблемы, в котором не окажется абстрактного забора, отделяющего вас от цели — в таком пространстве вы сможете идти прямо к цели. Первый метод может показаться слишком ленивым, а второй — слиш-

ком трудным. Все же решения, требующие модификации пространства задачи, чаще бывают результатом мгновенного озарения, чем результатом серии долгих раздумий. Возможно, эти прозрения приходят из самого сердца разума — и, само собой разумеется, наш ревнивый мозг надежно защищает этот секрет.

Так или иначе, проблема заключается не в том, что упрощение задач само по себе ведет к неудаче — напротив, это весьма полезный прием. Проблема лежит глубже: как можно выбрать подходящую внутреннюю интерпретацию задачи? В каком пространстве вы ее располагаете? Какие действия сокращают дистанцию между вами и вашей целью в выбранном вами пространстве? На математическом языке это может быть выражено как задача нахождения подходящей *метрики* (функции расстояния) между состояниями. Вам надо найти такую метрику, в которой расстояние между вами и целью было бы очень коротким.

Поскольку нахождение внутреннего представления само по себе является задачей — и весьма непростой! — вы можете попытаться приложить технику упрощения задач к ней самой. Для этого вам придется каким-то образом представить огромное множество абстрактных пространств, что является весьма сложным проектом. Я пока не слышал, чтобы кто-нибудь пытался сделать подобное. Это может быть лишь интересной теоретической возможностью, на практике совершенно невыполнимой. В любом случае, ИИ очень не хватает программ, которые могут "отойти в сторону" и посмотреть, что происходит — и затем, используя эту перспективу, лучше сориентироваться для нахождения цели. Одно дело — написать программу, которая умеет выполнять единственное задание, даже такое, для выполнения которого, как нам кажется, нужен интеллект; и совсем другое дело — написать действительно думающую программу! Эта разница аналогична разнице между осой Sphex (см. главу XI), чьи инстинктивные действия кажутся весьма разумными, и человеком, за ней наблюдающим.

Снова режим I и режим M

Разумной программой, по-видимому, будет программа, достаточно гибкая для решения разнообразных задач. Она научится решать каждую из них и в процессе этого будет приобретать опыт. Она будет способна работать в согласии с набором правил, но в нужный момент сможет посмотреть на свою работу со стороны и решить, ведут ли данные правила к стоящей перед ней цели. Она будет способна прекратить работу по данным правилам и, если потребуется, выработать новые правила, лучше подходящие для данного момента.

Многое в этом обсуждении может напомнить вам о головоломке MU. Например, отход в сторону от конечной цели напоминает об отходе в сторону от MU, выводя все более длинные строчки, которые, как вы надеетесь, рано или поздно помогут вам получить MU. Если вы похожи на описанную наивную собаку, то можете чувствовать, что уходите в сторону от "кости MU" каждый раз, когда ваша строчка получается длиннее двух букв; если же вы — "собака" поумней, то понимаете, что использование длинных строчек может иметь определенный смысл — нечто вроде приближения к калитке, ведущей к кости MU.

Между предыдущим обсуждением и головоломкой MU есть еще одна связь: два операционных режима, приведшие к решению головоломки MU — Механический режим и Интеллектуальный режим. В первом из них вы рабо-

таете в системе жестких правил; в последнем вы всегда можете выйти из системы и взглянуть на проблему со стороны. Подобная перспектива означает возможность выбора определенного представления проблемы; работа же внутри системы сравнима с применением техники упрощения задач, не выходя из пределов уже данного представления. Комментарии Харди о стиле Рамануяна — в особенности, о его готовности изменять собственные гипотезы — иллюстрируют это взаимодействие между режимом M и режимом I в творческой мысли.

Оса Sphex работает в режиме M превосходно, но совершенно не способна выбирать представление о системе или вносить в режим M какие бы то ни было изменения. Она не может заметить, что некое событие происходит в ее системе снова, снова и снова, поскольку это равнялось выходу из системы, каким бы незначительным он ни был. Она просто не замечает того факта, что повторяется нечто одинаковое. Эта идея (не замечать тождественности повторяющихся событий) интересна в применении к нам самим. Есть ли в нашей жизни часто повторяющиеся идентичные ситуации, в которых мы каждый раз ведем себя одинаково глупо, поскольку не можем, взглянув на себя со стороны, заметить их тождественность? Здесь мы опять сталкиваемся с вопросом: "Что такое тождественность?" Этот вопрос прозвучит как одна из тем ИИ, когда мы будем обсуждать узнавание структур.

ИИ в применении к математике

Математика — необыкновенно интересная область для изучения с точки зрения ИИ. Каждый математик чувствует, что между идеями в математике существует некая метрика — что вся математика является сетью взаимосвязанных результатов. В этой сети некоторые идеи соотносятся очень тесно; для соединения же других идей требуются более сложные пути. Иногда две теоремы в математике близки между собой, потому что одну из них легко доказать, пользуясь доказательством другой. Иногда две идеи близки между собой, потому что они аналогичны или даже изоморфны. Это только два примера значения слова "близкий" в области математики; возможно, имеются и другие. Трудно сказать, является ли наше чувство математических взаимосвязей универсальным и объективным, или же это только историческая случайность. Некоторые теоремы различных ветвей математики кажутся нам трудно соотносимыми, и мы можем подумать, что они никак не связаны между собой — но позднее можем узнать нечто, что заставит нас пересмотреть это мнение. Если бы нам удалось ввести высоко развитое чувство математической близости — так сказать, "мысленную метрику" математика — в программу, то у нас, возможно, получился бы примитивный "искусственный математик". Но это зависит от нашей способности наделить программу также чувством простоты и "естественности" — еще один из основных камней преткновения.

Эти темы возникали во многих проектах ИИ. Например, в Массачусетском институте технологии были разработаны программы, объединенные под названием "MACSYMA". Они были призваны помогать математикам в символической манипуляции сложными математическими выражениями. В некотором смысле, MACSYMA знает, "куда идти" — в ней есть что-то вроде "градиента сложности", ведущего ее от того, что нам кажется сложными выражениями, к более простым выражениям. В репертуар MACSYMA входит программа под названием "SYN", которая символически интегрирует функции; счита-

ется, что в чем-то она превосходит людей. Она опирается на множество различных способностей, как это обычно делает разум: глубокие знания, техника упрощения задач, множество эвристических правил, а также некоторые специальные приемы.

Целью программы, составленной Дугласом Ленатом из Стэнфордского университета, было изобретение идей и открытие фактов элементарной математики. Начиная с понятия "множества" и набора "интересных" идей, которые были в нее введены, она "изобрела" идею счета, затем сложения, затем — умножения, затем, среди прочего, — понятие простых чисел... Она зашла так далеко, что повторила открытие гипотезы Гольдбаха! Разумеется, все эти "открытия" были уже сделаны сотни, а то и тысячи лет назад. Может быть, успех программы объясняется тем, что понятие "интересного", которое Ленат вложил в машину, было закодировано в большом количестве правил, на которые, возможно, повлияло современное математическое образование самого Лената; тем не менее, этот успех впечатляет. Правда, после этих достойных уважения свершений программа, по-видимому, выдохлась. Примечательно, что она не смогла развить и улучшить свое чувство того, что является интересным. Эта способность, по-видимому, лежит несколькими уровнями выше.

В сердце ИИ: представление знаний

Многие из приведенных примеров показывают, что то, каким образом представлена некая область, имеет огромное влияние на то, как она будет "понята". Программа, которая печатала бы теоремы ТТЧ в заранее заданном порядке, не понимала бы ничего в теории чисел; с другой стороны, можно сказать, что программа, подобная программе Лената, обладающая дополнительным знанием, имеет некое рудиментарное чувство теории чисел. Программа, чьи математические познания находились бы в широком контексте опыта реального мира, имела бы больше всего возможностей "понимать" в том же смысле, как и люди. Именно *представление знаний* находится в сердце ИИ.

На заре исследований по ИИ считалось, что знание расфасовано "пакетами" размером с предложение, и что лучшим способом ввода знаний в программу был бы некий метод, позволяющий переводить факты в пассивные пакеты данных. Таким образом, каждый факт соответствовал бы куску данных, которые могли бы использоваться программой. Примером такого подхода являлись шахматные программы, в которых позиции на доске были закодированы в форме матриц или неких списков и записаны в памяти, откуда они могли быть вызваны и обработаны с помощью подпрограмм.

Тот факт, что люди сохраняют информацию гораздо более сложным способом, был известен психологам уже давно, но специалисты по ИИ открыли его для себя сравнительно недавно. Теперь они стоят перед проблемой "блочных" знаний и разницы между декларативным и процедурным знаниями (эта разница связана, как мы видели в главе XI, с тем, какие знания доступны для интроспекции).

В самом деле, наивному предположению о том, что все знание должно быть закодировано в виде пассивных фрагментов данных, противоречит основной факт конструкции компьютеров: их умение складывать, вычитать, умножать и так далее не является закодированным в пакеты данных и записанным в памяти; это знание находится не в памяти, а в самих схемах аппаратуры. Карманный калькулятор не хранит в памяти умения складывать; это знание

закодировано в его "внутренностях". В памяти нет такого места, на которое можно было бы указать, если бы кто-нибудь спросил: "Покажите мне, где в этой машине находится умение складывать?"

Тем не менее, в ИИ был проделан большой объем работы по изучению систем, в которых большинство знаний хранится в определенных местах — то есть декларативно. Само собой разумеется, что *какое-то* знание должно заключаться в программах — иначе у нас была бы не программа, а энциклопедия. Вопрос в том, как разделить знание между программой и данными (которые далеко не всегда легко отличить друг от друга). Надеюсь, что это было достаточно хорошо объяснено в главе XVI. Если в процессе развития системы программист интуитивно воспримет некий объект как часть данных (или как часть программы), это может иметь значительное влияние на структуру системы, поскольку, программируя, мы обычно различаем между объектами, похожими на данные, и объектами, похожими на программу.

Важно иметь в виду, что в принципе любой способ кодирования информации в схему данных или процедур так же хорош, как и все остальные, в том смысле, что все то, что можно сделать, работая с одной схемой, можно сделать и с другой — если вас не слишком волнует эффективность. Однако можно привести доводы, доказывающие, что один метод определенно лучше другого. Взгляните, например, на следующий аргумент в пользу исключительно процедурного представления: "Когда вы пытаетесь закодировать достаточно сложную информацию в виде данных, вам приходится развивать для этого нечто вроде нового языка или формализма. Таким образом, на самом деле, структура ваших данных начинает напоминать программу, части которой работают как интерпретатор. Не лучше ли сразу представить ту же информацию в процедурной форме и избежать лишнего уровня интерпретации?"

ДНК и белки дают некоторую перспективу

Этот довод звучит весьма убедительно; тем не менее, если интерпретировать его немного свободнее, он может быть понят как аргумент против ДНК и РНК. Зачем кодировать генетическую информацию в ДНК, если, сохраняя ее прямо в белках, можно избежать не одного, а *двух* лишних уровней интерпретации? Оказывается, что иметь одну и ту же информацию, закодированную в нескольких разных формах для разных целей, очень полезно. Одно из преимуществ кодирования генетической информации в ДНК в модулярной форме (в форме данных) заключается в том, что таким образом два индивидуальных гена могут быть скомбинированы для формирования нового генотипа. Это было бы очень трудно, если бы информация содержалась только в белках. Вторым доводом в пользу хранения информации в ДНК является то, что это облегчает транскрипцию и трансляцию ее в белки. Когда информация не нужна, она не занимает много места; когда она нужна, она извлекается и служит эталоном. Не существует механизма для копирования одного белка на основе другого — их третичная укладка сделала бы такое копирование слишком громоздким. Кроме того, генетическая информация почти неизбежно должна быть представлена в трехмерных структурах, таких, как энзимы, поскольку узнавание молекул и манипуляция ими по природе являются трехмерными операциями. Поэтому в контексте клеток довод в пользу исключительно процедурного представления информации кажется неверным. Это говорит о том, что в возможности перехода от процедурной к декларативной информации и обратно

есть свои преимущества. Это, возможно, верно и для ИИ.

Этот вопрос был затронут Фрэнсисом Криком на конференции по общению с внеземными культурами:

> Мы видим, что на земле есть две молекулы, одна из которых хороша для копирования [ДНК], а другая — для действия [белки]. Возможно ли разработать такую систему, в которой одна и та же молекула выполняла бы обе функции? Или же существуют веские, основанные на анализе системы аргументы, доказывающие, что деление этой работы на две части дает значительное преимущество? Ответа на этот вопрос я не знаю.[14]

Модульность знания

Другой вопрос, возникающий по поводу представления знания, это модульность. Насколько легко ввести новое знание? Насколько легко получить доступ к старому знанию? Насколько модулярны книги? Все это зависит от многих факторов. Если из книги, в которой главы тесно связаны между собой и ссылаются друг на друга, убрать одну главу, то эту книгу станет практически невозможно понять. Так, потянув за одну паутинку, вы разрушаете всю паутину. С другой стороны, книги, главы которых менее зависимы друг от друга, гораздно более модулярны.

Рассмотрим прямолинейную программу, производящую теоремы на основе аксиом и правил вывода ТТЧ. У "знаний" подобной программы — два аспекта. Они находятся косвенно в аксиомах и правилах и явно — в произведенных теоремах. В зависимости от того, под каким углом вы смотрите на знания, вы скажете, что они либо модулярны, либо распространены по всей программе и совершенно не модулярны. Представьте себе, например, что вы написали такую программу, но забыли включить в нее Аксиому I из списка аксиом. После того, как программа вывела тысячи теорем, вы обнаруживаете свою ошибку и вставляете новую аксиому. Тот факт, что вам это легко удается, показывает, что неявные знания системы модулярны; однако вклад новой аксиомы в явные знания системы станет заметен не скоро — после того, как произведенный ею эффект распространится по системе, подобно тому, как по комнате, в которой разбили флакон с духами, медленно распространяется аромат. В этом смысле, новое знание включается в систему постепенно. Более того, если бы вы захотели вернуться назад и заменить Аксиому I на ее отрицание, для этого вам пришлось бы убрать все теоремы, в деривации которых участвовала Аксиома I. Ясно, что явные знания системы далеко не так модулярны, как ее неявные знания.

Было бы полезно научиться делать пересадку знания в модулярной форме. Тогда, чтобы обучить человека французскому языку, нужно было бы лишь, проникнув в его мозг, определенным образом изменить его нейронную структуру, — и человек бегло заговорил бы по-французски! Разумеется, все это только юмористические мечтания.

Другой аспект представления знаний зависит от того, как мы хотим эти знания использовать. Должны ли мы, получив новую информацию, сразу делать выводы? Должны ли мы постоянно делать сравнения и проводить аналогии между новой и старой информацией? В шахматной программе, например, если вы хотите получить дерево анализа вариантов, то построение, включающее позиции на доске и минимум ненужных повторений, будет предпочтительнее, чем построение, повторяющее одну и ту же информацию в различной фор-

ме. Но если вы хотите, чтобы ваша программа "понимала" позицию, глядя на структуры на доске и сравнивая их с уже известными ей структурами, тогда повторение одной и той информации в разных формах будет более полезным.

Представление знания с помощью логического формализма

Существует несколько философских школ, по-разному трактующих лучшие способы представления знания и работы с ним. Одна из наиболее влиятельных школ пропагандирует представление знаний с помощью формальной нотации, подобной нотации ТТЧ, — с использованием пропозиционных связок и кванторов. Не удивительно, что основные операции в подобной системе выглядят как формализация дедуктивных рассуждений. Логические заключения могут быть сделаны при помощи правил вывода, аналогичных соответствующим правилам ТТЧ. Спрашивая такую систему о какой-либо идее, мы ставим перед ней цель в виде строчки, которую необходимо вывести. Например: "Является ли МУМОН теоремой?" Тут вступают в действие автоматические рассуждающие механизмы, которые пытаются приблизиться к цели, используя различные методы упрощения задач.

Предположим, например, что дано высказывание "все формальные арифметические системы неполны"; вы спрашиваете программу: "Полны ли "Principia Mathematica"? Сканируя имеющуюся в ее распоряжении информацию (часто называемую *базой данных*), программа может заметить, что *если бы* ей удалось установить, что "Principia Mathematica" — это формальная арифметика, то она могла бы ответить на вопрос. Таким образом, высказывание "Principia Mathematica" — это формальная арифметика" становится подзадачей, после чего в действие вступает метод упрощения задач. Если программа сможет найти что-либо еще, что могло бы способствовать подтверждению (или опровержению) задачи или подзадачи, она начнет работать над этой информацией — и так далее, рекурсивным образом. Этот процесс называется *обратным сцеплением данных,* поскольку он начинается с цели и затем отступает назад — предположительно к уже известным вещам. Если представить графически основную задачу, подзадачи, подподзадачи и так далее, у нас получится структура дерева, поскольку основная задача может включать несколько подзадач, каждая из которых, в свою очередь, может подразделяться на несколько подподзадач... и т. д.

Обратите внимание, что этот метод не гарантирует решения, так как внутри системы может не существовать способа установить, что "Principia Mathematica" — формальная арифметика. Это, однако, означает не то, что задача или подзадача являются ложными утверждениями, а лишь то, что они не могут быть получены на основании сведений, имеющихся в распоряжении системы в данный момент. Когда такое случается, система может напечатать что-нибудь вроде: "Я не знаю". Тот факт, что некоторые вопросы остаются открытыми, разумеется, подобен неполноте, от которой страдают некоторые хорошо известные формальные системы.

Осознание дедуктивное и осознание аналогическое

Этот метод дает системе возможность дедуктивного осознания представленной области, поскольку она может выводить правильные умозаключения на осно-

вании известных ей фактов. Однако ей не хватает так называемого аналогического осознания — умения сравнивать ситуации и замечать сходство между ними, что является одной из основ человеческого мышления. Я не хочу сказать, что аналогические мыслительные процессы не могут быть втиснуты в эти рамки; просто их гораздо труднее выразить с помощью подобного типа формализма. В настоящее время логические системы стали менее популярны по сравнению с типами систем, позволяющих естественно проводить сложные сравнения.

Как только вы соглашаетесь с тем, что представление знаний — совершенно иное дело, чем простое записывание чисел, миф о том, что "у компьютера — слоновья память", становится легко опровергнуть. То, что *хранится в памяти,* совсем не обязательно аналогично тому, что программа *знает,* поскольку, даже если определенный кусок информации и записан где-то внутри сложной системы, в системе может не быть процедуры, правила или какого-либо иного способа управляться с данными и вызывать эту информацию — она может быть недоступна. В таком случае, вы можете сказать, что данная информация "забыта", поскольку доступ к ней временно или навсегда утрачен. Таким образом компьютерная программа может "забыть" что-то на высшем уровне, но помнить это на низшем уровне. Здесь мы снова сталкиваемся с вездесущим различием уровней, из которого, возможно, можем узнать многое о нас самих. Когда мы что-то забываем, это скорее всего означает, что утеряна "указка" высшего уровня, а не то, что какая-либо информация стерта или разрушена. Это говорит о том, насколько важно следить, как у вас в голове "записываются" новые впечатления, поскольку вы никогда не можете сказать заранее, в какой ситуации вам понадобится вытащить что-то из памяти.

От компьютерных хайку — к грамматике СРП

Сложность представления знаний в человеческой голове впервые поразила меня, когда я начал работать над программой по созданию английских предложений, основанных на неожиданном выборе и соединении слов. Я пришел к этой идее довольно интересным путем. Как-то я услышал по радио несколько примеров хайку, сочиненных компьютерами. Они меня чем-то глубоко затронули. Идея заставить компьютер производить нечто, что обычно считается искусством, была довольно юмористична и в то же время содержала элемент глубокой тайны. Меня позабавил юмор и мотивировала загадочность — даже противоречивость — программирования творческих актов. Тогда я и решил написать программу, еще более загадочную и противоречивую, чем программа хайку.

Сначала я был озабочен тем, как сделать грамматику гибкой и рекурсивной, чтобы не возникало впечатления, что программа просто механически подставляет слова в пробелы некоего трафарета. Примерно тогда же я наткнулся на статью Виктора Ингве в "Scientific American", в которой он описывал простую, но гибкую грамматику, способную порождать большое количество разнообразных предложений того типа, который можно найти в некоторых детских книгах. Я модифицировал некоторые идеи этой статьи, и у меня получился набор процедур, составивших грамматику типа Схемы Рекурсивных Переходов, описанной в главе V. В этой грамматике выбор слов в предложении определялся процессом, который сначала выбирал наугад общую структуру предложения; постепенно процесс принятия решений распространялся на бо-

лее низкие уровни предложения, пока не достигался уровень слов и букв. Многое должно было делаться ниже уровня слов, как например, спряжение глаголов и постановка слов во множественное число. Неправильные глаголы и существительные сначала формировались по общим правилам и затем, если результат совпадал с записанным в специальной таблице, производилась замена на нужную — нерегулярную — форму. Как только каждое слово достигало конечной формы, оно печаталось. Программа напоминала знаменитую обезьяну за пишущей машинкой, но оперировала при этом сразу на нескольких лингвистических уровнях, а не только на уровне букв.

В начале я нарочно использовал дурацкий набор слов, так как мне хотелось достичь забавного результата. Программа произвела множество бессмысленных предложений, как длинных, так и совсем кургузых. Вот несколько примеров, в переводе с английского:

> Карандаш-самец, который должен неуклюже смеяться, будет квакать. Не должна ли программа всегда хрустеть девочкой в памяти? Десятичный жук, который неуклюже плюется, может крутиться. Кекс, принимающий неожиданного человека во внимание, может всегда уронить карту.
>
> Программа должна работать весело.
>
> Достойная машина не всегда должна приклеивать астронома.
>
> О, программа, которая должна действительно убегать от девочки, пишет музыканта для театра. Деловые отношения квакают.
>
> Счастливая девочка, которая всегда должна квакать, никогда не будет квакать наверняка.
>
> Игра квакает. Профессор напишет маринованный огурчик. Жук крутится. Человек берет соскальзывающую коробку.

Впечатление от всего этого получается сюрреалистическое; иногда отрывки текста напоминают хайку, как, например, последний пример четырех коротких предложений. Сначала все это кажется забавным и милым, но вскоре надоедает. Прочитав несколько страниц компьютерной продукции, вы можете заметить границы того пространства, в котором оперирует программа, после чего случайные точки в пределах этого пространства — даже если каждая из них и выглядит "новой" — уже вас не удивят. Мне кажется, что это — общий принцип: предмет надоедает вам не тогда, когда вы исчерпали репертуар его поведения, но тогда, когда вы поняли, где находятся границы, внутри которых это поведение может варьироваться. Пространство поведения человека достаточно сложно, чтобы постоянно удивлять других людей; однако в отношении моей программы это оказалось не так. Я понял, что моя цель — производство действительно смешных предложений — требует от программы гораздо большей тонкости. Но что, в данном случае, означает "тонкость"? Ясно было одно — случайные комбинации слов этой тонкостью не обладали. Необходимо было сделать так, чтобы слова использовались в соответствии с реальностью. Именно тогда я начал задумываться о представлении знаний.

От СРП до УСП

Идея, которую я принял на вооружение, состояла в том, чтобы классифицировать каждое слово — существительное, глагол, предлог и т. д. — согласно раз-

ным "семантическим измерениям". Таким образом, каждое слово становилось членом различных классов; кроме этого, существовали также суперклассы — классы классов (что напоминает замечание Улама). В принципе, подобная классификация может иметь любое количество уровней, но я решил остановиться на двух. Теперь в любой момент выбор слов был семантически ограничен, поскольку требовалось, чтобы части составляемой фразы *согласовались* между собой. Скажем, некоторые действия могли быть совершены только одушевленными объектами; только некоторые абстрактные понятия могли влиять на события и так далее. Было нелегко решить, какие категории должны были быть установлены и должна ли каждая конкретная категория быть классом или суперклассом. Каждое слово получило "семантические ярлыки" в нескольких различных категориях. Многие часто встречающиеся предлоги, например, входили сразу в несколько классов, в соответствии с их разными значениями. Теперь продукция машины стала гораздо более осмысленной — и поэтому забавной уже в другом смысле.

Небольшой тест Тюринга

Ниже я привожу девять отрывков, тщательно отобранных из многих страниц текста, написанного поздней версией моей программы. Вместе с ними я включил сюда три предложения, написанных людьми (с самыми серьезными намерениями). Можете ли вы сказать, какие предложения написаны компьютером, а какие — людьми?

(1) Спонтанная речь может рассматриваться как взаимная замена семиотического материала (дублирование) на семиотический диалогический продукт в процессе динамического размышления.

(2) Лучше подумайте о пути "цепи" простачков мысленного эксперимента, в котором линии наследственности являются prima facie примером парадиахронической транзитивности.

(3) Считайте, что это усиливающаяся по принципу цепной реакции возможность чего-то, что рано или поздно появится как продукт (эпистемические условия?), и продукт этот не будет франкфуртовским засовыванием-всего-в-одну-упаковку.

(4) Несмотря на все усилия, ответ, если вам угодно, был поддержан Востоком; следовательно, обман будет приостановлен, благодаря позиции посла.

(5) Разумеется, до восстаний посол слегка постепенно баловал этот сброд.

(6) Предположительно, усовершенствованная свобода являлась причиной этих позиций в той мере, в какой мир очищен последствиями, которые в конце концов не будут неизбежно вызваны порядком, в той мере, в какой этот мир иногда, бесконечно удивительно, порождает непримиримость.

(7) По мнению софистов, кампании в городах-государствах, иными словами, были восприняты Востоком с хитростью. Разумеется, Восток был разделен этими государствами с особенной жестокостью. Восток поддерживает усилия, которые были поддержаны человечеством.

(8) Каждый согласится с тем, что иерархический порядок обмана, несмотря на это, будет напророчен его врагами. По той же причине, индивидуалисты могли бы в будущем засвидетельствовать, что непримиримость не остановит кампаний.

(9) Нет нужды говорить, что во время восстаний, которые оправдали бы секретность, ответы не разделяют Востока. Разумеется, эти страны, ipso facto, всегда зондируют свободу.

(10) Хотя Нобелевская премия была получена гуманистами, она, кроме того, была получена и рабами.

(11) Рабы часто принимают позицию стран, раздираемых конфликтами.

(12) Более того, Нобелевские премии будут получены. По той же причине, несмотря на последствия, Нобелевские премии, которые будут получены, будут иногда получены женщинами.

Людьми написаны предложения с 1 по 3; они были извлечены из современного журнала Art Language[15] и являются, насколько я могу сказать, совершенно серьезными попытками образованных и умственно нормальных людей сообщить нечто друг другу. То, что здесь они приводятся вне контекста, не слишком важно, поскольку контекст звучит совершенно в том же духе.

Моя программа произвела все остальное. Номера с 10 по 12 были выбраны, чтобы показать, что иногда программа выдавала вполне осмысленные суждения; номера с 7 по 9 — наиболее типичный продукт: эти высказывания плавают в странном и соблазнительном мире между смыслом и бессмыслицей. Что же касается предложений с 4 по 6, то они, пожалуй, находятся за пределами смысла. Если быть великодушным, то можно сказать, что они являются самостоятельными "лингвистическими объектами", чем-то вроде абстрактных скульптур, созданных из слов вместо камня; с другой стороны, можно утверждать, что они — не что иное, как псевдо-интеллектуальная тарабарщина.

Выбор словаря для моей программы все еще был направлен на достижение юмористического эффекта. Трудно определить, на что похож конечный результат. Хотя многое в нем выглядит осмысленно, по крайней мере, на уровне отдельных фраз, у читателя определенно создается впечатление, что этот текст написан кем-то, не имеющим понятия о том, что и зачем он говорит. В частности, чувствуется, что за словами здесь не стоят никакие образы. Когда подобные высказывания полились рекой из печатающего устройства, я испытал сложные чувства. Меня позабавила глупость результата; я также был весьма горд моим успехом и попытался описать его друзьям в виде правил для сочинения осмысленных историй по-арабски на основании отдельных росчерков пера. Разумеется, я преувеличивал, но мне нравилось думать об этом таким образом. Наконец, я был счастлив от того, что внутри этой необычайно сложной машины в согласии с некими правилами происходила манипуляция длинными цепями символов, и что эти длинные цепи символов были в каком-то смысле похожи на мысли в моей собственной голове ... в каком-то смысле на них похожи.

Представления о том, что такое мысль

Конечно, я не обманывал себя, предполагая, что за этими фразами скрывается разумное существо. Я как никто другой понимал, почему этой программе было весьма далеко до настоящего мышления. К этому случаю отлично при-

ложима теорема Теслера: как только данный уровень владения языком был механизирован, стало ясно, что его нельзя назвать разумом. Но благодаря этому удивительному опыту у меня сложилось впечатление, что *настоящая* мысль основывается на гораздо более длинных и сложных последовательностях символов в мозгу — символов, двигающихся, наподобие поездов, одновременно по многим параллельным и перекрещивающимся путям; мириады моторов — возбуждающихся нейронов — толкают, тащат и переводят с пути на путь вагоны этих поездов...

Это был всего лишь интуитивный образ, непередаваемый словами. Но образы, интуиция и мотивация находятся так близко друг от друга, что они часто смешиваются; глубокое впечатление, произведенное этим образом, заставило меня серьезнее задуматься над тем, что же такое, на самом деле, представляет из себя мысль. В других местах книги я попытался описать некоторые "дочерние" образы этой первоначальной картины — в особенности, в "Прелюдии" и в "Муравьиной фуге".

Когда я думаю об этой программе сегодня, по прошествии двенадцати лет, меня более всего поражает полное отсутствие зрительных образов за тем, что она говорит. Программа не имела *ни малейшей идеи* о том, что такое раб, человек и все остальные вещи. Слова были для нее только формальными символами, такими же абстрактными, как **p** и **r** в системе **pr**, — а может быть и еще абстрактнее. Программа пользовалась тем, что когда люди читают какой-либо текст, они обычно наделяют все слова смыслом, словно смысл с необходимостью привязан к группе букв, формирующих то или иное слово. Моя программа — это нечто вроде формальной системы, чьи "теоремы" — порожденные ею фразы — имели готовые интерпретации (по крайней мере, для людей, говорящих по-английски). Но в отличие от системы **pr**, не все высказывания, интерпретированные таким образом, получались истинными. Многие из них оказались ложными, а многие — просто бессмысленными.

Скромная система **pr** отразила крохотный уголок вселенной. Но в моей программе — за исключением небольшого количества семантических ограничений, которым она должна была подчиняться — не было подобного "зеркала", отражающего структуру реального мира. Чтобы наделить программу этим зеркалом, мне пришлось бы "завернуть" каждое понятие в множество слоев знаний о мире. Этот проект очень отличался от моего первоначального замысла. Не то, чтобы я не хотел этим заниматься — просто до сих пор руки не доходили.

Грамматики высшего уровня...

На самом деле, я часто задумывался о возможности написать грамматику типа УСП (или какого-нибудь иную программу, производящую предложения), которая выдавала бы только истинные высказывания. Такая программа наделяла бы слова действительным смыслом так, как это происходило в системе **pr** и в ТТЧ. Идея языка, в котором ложные высказывания грамматически неверны, не нова — она была высказана Иоганном Амосом Комениусом еще в 1633 году. Эта идея очень соблазнительна, поскольку такая система была бы магическим кристаллом: чтобы узнать, истинно ли высказывание, нужно было бы всего лишь проверить его грамматическую правильность... На самом деле, Комениус пошел еще дальше: в его языке ложные

سئم الحياة ولاح في أعطافه عشف الفقير وذله المملوك
مثل البلية برحت بحياته خوف المبطوق قليلة التبريك
يقول أنا راعي ضان والضانية أكل شيء وأدومه رغبة وأكلا
وهي لا تبرك كبروك الإبل فيستريح الراعي ولعلك مؤونتها
على الراعي قالوا أحمق من راعي ضان ثمانين لأنه يتعاياها ويقلبه
فيعجز عنها والنعجة موصوفة بشدة الأكل ودوامه وهي أكل
من الكبش والرمكة أكل من البرذون وقيل لأعرابي أي الدواب
أكل قال برذونة رغوث فإذا كانت البرذونة أكل الدواب فعلى
حساب ذلك يزيد أكلها إذا أرضعت ويقال إنه لو جمع أكل المرأة
من غدوة إلى الليل لكان أكثر من غداء الرجل وعشائه هكذا
يحكون في أكثر النساء وهي تمضغ من غدوة إلى الليل وكذلك
الحجر والفرس

ومن العرجان معاذ بن جبل قالوا وكان معاذ أمه وكان يشبه
إبراهيم خليل الرحمن ولم يكن في السلف أحسن جدا ولا أنعم بدنا
من معاذ وسهل بن حنيف وقال النبي صلى الله عليه وسلم أمن كل
نبي من معاذ حتى خاتمه وكان يعد من الزهاد الستة وقد شهد
المشاهد وولي للنبي الولايات وقبض الصدقات وتعليم الناس الأحكام
وتدريسهم القرآن وهو ابن أقل من عشرين سنة وكان عند
رسول الله وجيها وفي عيون المسلمين عظيما وقال الهيثم
أنبأنا ابن الهذيل سعيد بن عبيد الطائي في إسناد له قال بعث

высказывания были не только грамматически неправильными, но и вообще невыразимыми!

Развивая эту мысль в другом направлении, можно представить себе программу высшего уровня, создающую произвольные коаны. Почему бы и нет? Такая грамматика соответствовала бы формальной системе, теоремы которой являлись коанами. И если бы у вас была подобная программа, то не могли бы вы отрегулировать ее таким образом, чтобы она порождала только *подлинные* коаны? Моя приятельница Марша Мередит с энтузиазмом занялась этим проектом "Искусственного Изма"; ниже приводится забавный квази-коан, один из ранних продуктов ее усилий:

> МОЛОДЕНЬКОМУ МАСТЕРУ ПОНАДОБИЛАСЬ МАЛЕНЬКАЯ БЕЛАЯ КРИВАЯ ПЛОШКА. "КАК МЫ МОЖЕМ НАУЧИТЬСЯ, НЕ УЧАСЬ?" — СПРОСИЛ МОЛОДОЙ МАСТЕР У ВЕЛИКОГО НЕДОУМЕВАЮЩЕГО МАСТЕРА. НЕДОУМЕВАЮЩИЙ МАСТЕР ПЕРЕШЕЛ С ТВЕРДОЙ КОРИЧНЕВОЙ ГОРЫ НА МЯГКУЮ БЕЛУЮ ГОРУ С МАЛЕНЬКОЙ КРАСНОЙ КАМЕННОЙ ПЛОШКОЙ. НЕДОУМЕВАЮЩИЙ МАСТЕР УВИДЕЛ МЯГКУЮ КРАСНУЮ ХИЖИНУ. НЕДОУМЕВАЮЩИЙ МАСТЕР ЗАХОТЕЛ ЭТУ ХИЖИНУ. "ПОЧЕМУ БОДХИДХАРМА ПРИШЕЛ В КИТАЙ?" — СПРОСИЛ НЕДОУМЕВАЮЩИЙ МАСТЕР У ВЕЛИКОГО ПРОСВЕТЛЕННОГО УЧЕНИКА. "ПЕРСИКИ БОЛЬШИЕ," — ОТВЕТИЛ УЧЕНИК НЕДОУМЕВАЮЩЕМУ МАСТЕРУ. "КАК МЫ МОЖЕМ НАУЧИТЬСЯ, НЕ УЧАСЬ?" — СПРОСИЛ НЕДОУМЕВАЮЩИЙ МАСТЕР У ВЕЛИКОГО СТАРОГО МАСТЕРА. СТАРЫЙ МАСТЕР УШЕЛ С БЕЛОЙ КАМЕННОЙ Г0025. СТАРЫЙ МАСТЕР ЗАБЛУДИЛСЯ.

Ваша персональная разрешающая процедура для определения подлинности коана, возможно, уже сработала без необходимости использовать Геометрический Код или Искусство Цепочек Дзена. Если отсутствие местоимений или упрощенный синтаксис вас не насторожили, то это должно было сделать странное "Г0025" под конец текста. Что это такое? Простая оплошность — проявление "вируса", который заставил программу напечатать вместо английского слова, обозначающего какой-либо предмет, *внутреннее название* "узла" (в действительности, атома ЛИСПа), где хранилась вся информация об этом предмете. Таким образом, это окошко, сквозь которое мы можем заглянуть в низший уровень лежащего в основе программы "разума дзена" — уровень, который должен был бы оставаться невидимым. К несчастью, подобных окошек в низший уровень человеческого разума дзен-буддистов не существует.

Последовательность действий, хотя до какой-то степени и случайная, определяется рекурсивной процедурой ЛИСПа под названием КАСКАД. Эта процедура создает цепь действий, связывающихся между собой произвольным образом. Хотя ясно, что степень понимания мира, которой обладает этот сочинитель коанов, далека от совершенства, работа над этой программой продолжается, в надежде сделать ее продукцию более похожей на подлинные коаны.

РИС. 116. Осмысленный рассказ на арабском языке. [*A.Khatibi, M.Sijelmassi, "The Splendour of Islamic Calligraphy". Нью-Йорк, изд-во Риццоли, 1976.*]

Грамматика для музыки?

А как насчет музыки? Может показаться, что эту область легко закодировать в грамматике типа УСП или какой-нибудь подобной программе. Продолжив это наивное рассуждение, можно сказать, что значение языка опирается на связь с окружающим миром, в то время как музыка — чисто формальна. В звуках музыки нет связи с окружающим миром; это чистый синтаксис — нота следует за нотой, аккорд за аккордом, такт за тактом...

Но постойте — в этом анализе что-то не так. Почему одни произведения гораздо глубже и красивее других? Это происходит потому, что форма в музыке выразительна, и действует на некие подсознательные области нашего разума. Звуки музыки не связаны с рабами или городами-государствами, но они порождают в нас множество эмоций. В этом смысле музыкальное значение все-таки зависит от неуловимых связей между символами и вещами реального мира — в данном случае, "вещами" являются некие скрытые структуры "программ" нашего разума. Нет, простой формализм, подобный грамматике УСП, не породит великой музыки. Псевдо-музыка, подобная псевдо-сказкам, может получиться без труда — и это будет интересным исследованием — но секреты значения в музыке лежат гораздо глубже, чем уровень чистого синтаксиса.

Здесь я должен кое-что пояснить: в принципе, все грамматики типа УСП обладают мощью любого программирующего формализма; так что, если музыкальное значение вообще может быть как-то уловлено (мне кажется, что это возможно), то это может быть сделано в грамматике УСП. Но мне кажется, что эта грамматика будет определять не только музыкальные структуры, но и общую структуру мозга слушателя. Она будет "грамматикой мысли", а не только лишь грамматикой музыки.

ШРДЛУ, программа Винограда

Программа какого типа нужна, чтобы заставить людей признать, что она действительно что-то "понимает"? Что понадобилось бы для того, чтобы ваша интуиция не говорила бы вам, что за программой "ничего нет"?

В 1968-1970 годах Терри Виноград (он же д-р Тире-Рвинога) писал докторскую диссертацию в Массачусетском институте технологии, работая над проблемами языка и понимания. В то время в МИТе многие специалисты по ИИ работали с так называемым "миром блоков" — относительно простой областью, в которой легко было представить задачи компьютерного зрения и языка. Эта область включала стол и разноцветные блоки, похожие на игрушечные кубики — квадратные, удлиненные, треугольные, и т. д. (Иной тип "блочного мира" представлен на картине Магритта "Мысленная арифметика" (рис. 117); я нахожу это название особенно подходящим к данному контексту.) Проблемы зрения в блочном мире МИТа весьма сложны: каким образом сканирование телекамерой сцены с множеством кубиков позволяет компьютеру решить, какие типы блоков там находятся, и каково их взаимное расположение? Некоторые блоки могут лежать на других, некоторые — стоять впереди других; блоки могут отбрасывать тени и т. д.

Однако Виноград не работал над этими аспектами зрения. Он начал с предположения, что блочный мир хорошо представлен в памяти компьютера. После этого ему оставалось решить задачу о том, как заставить компьютер

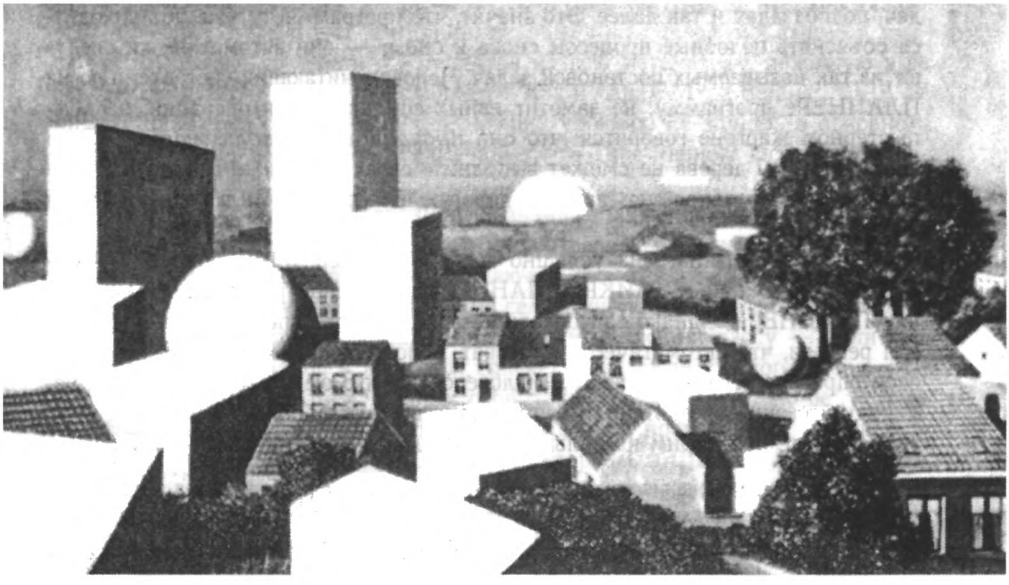
(1) понимать по-английски вопросы о ситуации;
(2) отвечать по-английски на вопросы о ситуации;

(3) понимать команды по-английски о манипуляции блоков;
(4) разбивать каждую команду на серию операций, которые он может выполнить;
(5) понимать, что он делает и с какой целью;
(6) описывать свои действия и их цель по-английски.

Может показаться, что хорошо было бы разбить общую программу на серию модулярных подпрограмм, где каждой части проблемы соответствовал бы некий модуль, и затем, после того, как каждый модуль был бы разработан отдельно, соединить их вместе. Однако Виноград нашел, что стратегия разработки независимых модулей представляла значительные трудности.

Его радикальный подход бросил вызов теории о том, что интеллект может быть подразделен на независимые и полунезависимые части. Созданная Виноградом программа ШРДЛУ (названная так в честь старого кода "ЕТАОЙН ШРДЛУ", используемого операторами линотипических машин для отметки опечаток в газетных столбцах) не разбивала задачу на отдельные концептуальные части. Операции деления предложений, производства внутренних представлений, рассуждений о мире, представленном внутри нее самой, нахождение ответов на вопросы и т. д. были тесно переплетены во внутреннем представлении процедурных знаний программы. Некоторые критики утверждали, что программа Винограда так запутана, что не представляет вообще никакой "теории" о языке и не способствует нашему пониманию процессов мышления. По моему мнению, ничто не может быть так далеко от истины как подобная критика. Шедевр, подобный ШРДЛУ, может не быть изоморфным тому, что делаем мы — безусловно, мы не должны думать, что эта программа достигла "уровня символов" — но как сам акт создания ШРДЛУ, так и размышления об этой программе позволяют узнать очень многое о работе интеллекта.

РИС. 117. Рене Магритт. "Мысленная арифметика" (1931).



Структура ШРДЛУ

В действительности, ШРДЛУ все же состоит из отдельных процедур, каждая из которых содержит некие знания о мире; но эти процедуры настолько зависят друг от друга, что их невозможно четко разграничить. Программа похожа на крепко затянутый узел, который очень трудно распутать; но тот факт, что его не удается развязать, не означает того, что его невозможно понять. Может существовать элегантное геометрическое описание всего узла, даже если физически он запутан. Здесь уместно вспомнить метафору из "Приношения МУ" и сравнить эту проблему со взглядом на фруктовый сад под "естественным" углом.

Виноград очень хорошо описал ШРДЛУ. Ниже я привожу отрывок из его статьи в книге Шанка и Колби:

> Одна из основных идей, лежащих в основе этой модели, заключается в том, что всякое использование языка можно рассматривать как активацию неких процедур в слушателе. Мы можем думать о любом высказывании как о программе, которая является косвенной причиной выполнения неких операций в когнитивной системе слушателя. Это "составление программ" неявно, поскольку мы имеем дело с разумным интерпретатором, реакция которого может весьма отличаться от той, которую хотел вызвать говорящий. Точная форма "программы", воспринимаемой слушателем, определяется его знанием о мире, его отношением к говорящему и так далее. В нашей программе мы имели дело с простой версией этого процесса интерпретации, происходящего внутри робота. Каждое высказывание, интерпретированное роботом, превращалось в набор команд ПЛАННЕРа. Программа, созданная таким образом, затем использовалась для достижения желаемого эффекта.[16]

ПЛАННЕР облегчает упрощение задач

Упомянутый выше язык ПЛАННЕР — это один из языков ИИ; его основной чертой является то, что в него встроены некоторые операции, необходимые для упрощения задач, — например, рекурсивный процесс создания дерева подзадач, подподзадач и так далее. Это значит, что программисту уже не приходится объяснять подобные процессы снова и снова — они автоматически следуют из так называемых постановок задач. Человек, читающий составленную на ПЛАННЕРе программу, не заметит явных ссылок на эти операции; на компьютерном жаргоне говорится, что они *прозрачны для пользователя*. Если одна из ветвей дерева не сможет выполнить своей задачи, то ПЛАННЕР вернется назад и попробует другую дорогу. "Возврат" — ключевое слово в ПЛАННЕРе.

Программа Винограда успешно воспользовалась этими чертами ПЛАННЕРа — или, точнее, МИКРОПЛАННЕРа, частичной реализации замыслов для ПЛАННЕРа. Однако за последние несколько лет специалисты в области ИИ решили, что автоматический возврат, используемый в ПЛАННЕРе, имеет свои определенные недостатки и маловероятно, что он сможет привести к цели; так что они сосредоточили свои усилия на других областях ИИ.

Давайте посмотрим на дальнейшие комментарии Винограда о ШРДЛУ:

> Определение значения каждого слова — эта программа, вызываемая в нужный момент анализа; она может производить произвольные вычисления, включающие данное высказывание и физическую ситуацию в данный момент.[17]

Среди примеров, которые приводит Виноград, встречается следующий:

> Различными возможностями значения слова "the" являются процедуры, которые проверяют разнообразные факты, касающиеся контекста, и затем определяют нужные действия, такие как "искать в базе данных описание единственного предмета, совпадающего с этим описанием" или "подтвердить, что описываемый предмет является единственным для говорящего." В программу включены различные типы эвристики для определения того, какие части контекста важны.[18]

> [Как читатель, вероятно, догадался, программа ШРДЛУ была англоязычна; задачи, которые ей приходилось решать, были специфичны для английского языка. В Диалоге "ШРДЛУ" мы постарались передать на русском как можно точнее не только содержание беседы с программой, но и ее форму, со всеми двусмысленностями и шероховатостями речи; однако комментарий Винограда о проблеме использования определенного артикля "the" был оставлен без изменения за отсутствием точного русского эквивалента. — **Прим. перев.**]

Удивительно то, насколько значительна эта проблема артикля "the". В русском аналогичные проблемы представляют, например, такие слова как "что", "в", "на", "и", "к". Можно с уверенностью сказать, что создание программы, которая была бы способна правильно использовать все значения этих слов, было бы эквивалентно решению проблемы ИИ, и таким образом, означало бы ответ на вопрос, что такое разум и сознание. Небольшое отступление: согласно частотному словарю Джона Б. Кэрролла (John B. Carroll, "Word Frequency Book"), пять наиболее часто употребляющихся в английском существительных — это "время", "люди", "дорога", "вода" и "слова", в таком порядке. Удивительнее всего то, что большинство людей не подозревает, что они думают настолько абстрактными категориями. Девять человек из десяти назовут "дом", "работа", "деньги", "человек"... И, раз уж мы заговорили о частотности, заметьте, что наиболее часто используемыми буквами английского языка, согласно Мергенталеру, являются "ETAOIN SHRDLU", в таком порядке.

Одна из интересных черт ШРДЛУ, противоречащая стереотипу компьютеров как машин, щелкающих числа подобно орешкам, это то, что, как указывает Виноград, эта система "не принимает чисел в их цифровой форме и умеет считать только до десяти".[19] Несмотря на всю математику, лежащую в ее основе, ШРДЛУ — математический неуч! Как и мадам Мура Вейник, ШРДЛУ ничего не знает о составляющих ее низших уровнях. Ее знания, в основном, процедурные (см. в особенности замечание д-ра Тире-Рвинога в секции 11 предыдущего диалога).

Интересно сравнить процедурные знания, заключенные в ШРДЛУ, со знаниями моей создающей предложения программы. Все синтаксические познания моей программы процедурно включались в Увеличенные Схемы Переходов, написанные на языке АЛГОЛ; но семантические познания — информация о принадлежности к тому или иному семантическому классу — были статичны: они содержались в коротком списке цифр после каждого слова. Там было, правда, несколько служебных слов, таких как "to have", "to be" и тому подобное, которые были полностью представлены в процедурном виде в АЛГОЛе, но это было исключением. С другой стороны, в ШРДЛУ *все* слова были представлены в программах. Это показывает, что несмотря на то, что теоретически программы эквивалентны данным, на практике выбор способа представления знаний влечет за собой серьезные последствия.

Теперь слово опять за Виноградом:

> Наша программа не работает, сначала разделяя предложение на части, затем проводя семантический анализ и затем давая логический ответ. Когда машина пытается понять предложение, эти три действия происходят одновременно. Как только начинает вырисовываться некая синтаксическая структура, тут же вызывается семантическая программа, чтобы проверить, есть ли в этой структуре смысл; ее ответ может направлять дальнейшее синтаксическое подразделение. Решая, имеет ли данная структура смысл, семантическая программа может прибегать к логическому анализу и задавать вопросы о реальном мире. Например, в секции 34 Диалога ("расположи голубую пирамиду на кубике в коробке"), первым возможным делением было "голубая пирамида на кубике". В этот момент в действие вступает семантический анализ, который определяет, что подобное деление не соответсвует реальной ситуации. После этого, программа синтаксического разбора находит следующего кандидата: "голубая пирамида"; затем она выделяет группу "на кубике в коробке" как самостоятельную фразу, указывающую на расположение... Таким образом, разные типы анализа находятся в постоянном взаимодействии, и результаты одного из них влияют на результаты других.[20]

Очень интересно то, что в естественном языке синтаксис и семантика так глубоко переплетены. В предыдущей главе, обсуждая ускользающее понятие "формы", мы подразделили его на две категории: синтаксическая форма, которую можно обнаружить с помощью предсказуемо конечной разрешающей процедуры, и семантическая форма, которую таким образом обнаружить нельзя. Но здесь Виноград говорит нам, что, по крайней мере, когда слова "синтаксис" и "семантика" употребляются в их обычном значении, в естественном языке они сливаются друг с другом. Внешняя форма предложения — его состав в терминах элементарных знаков — не делится так четко на синтаксический и семантический аспекты. Это очень важный для лингвистики момент.

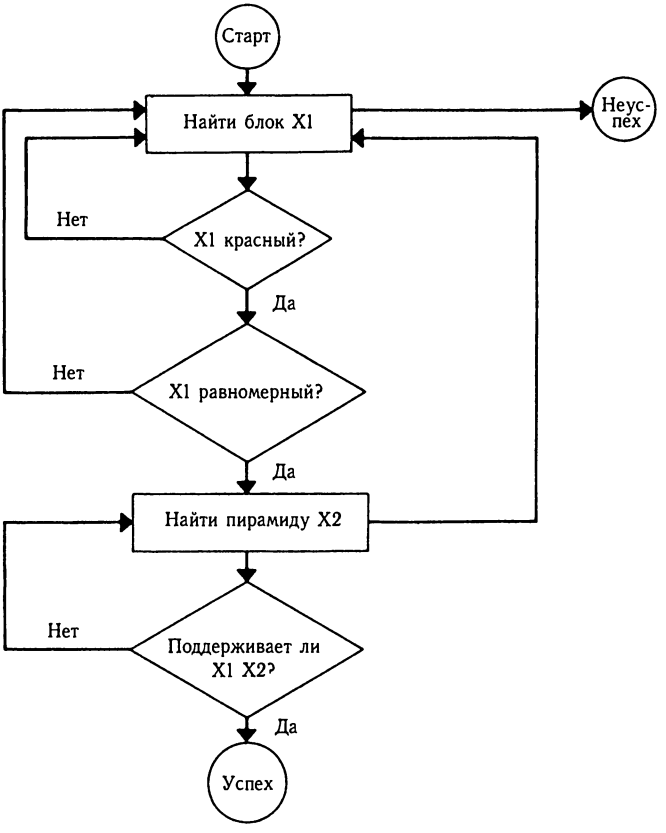
Далее приводятся заключительные замечания Винограда о ШРДЛУ.

> Давайте посмотрим, что делает система с простым описанием, например, "красный кубик, который поддерживает пирамиду". Это описание использует понятия БЛОК, КРАСНЫЙ, ПИРАМИДА, и РАВНОМЕРНЫЙ, каждое из которых является частью категоризации мира, лежащей в основе системы. Результат может быть представлен в виде блока-схемы, как на рис. 118. Обратите внимание, что это программа предназначена для нахождения предмета, совпадающего с данным описанием. Затем она будет включена в команду сделать нечто с данным предметом или в вопрос об этом предмете. Или же, если это описание будет частью предложения, оно станет частью программы, созданной для представления этого значения для его дальнейшего использования. Заметьте, что этот кусок программы также мог бы быть использован для проверки того, совпадает ли предмет с данным описанием, если бы первая команда НАЙТИ была заранее ограничена поисками нужного нам предмета.
>
> С первого взгляда кажется, что у этой программы — слишком сложная структура, поскольку нам не нравится думать, что значение простой фразы может содержать петли, проверку условий перехода на другую ветвь и другие подобные детали. Чтобы решить эту проблему, нам необходим такой внутренний язык, в котором петли и проверки были бы простейшими элементами и в котором представление процессов было бы так же просто, как и их описание. Программа, представленная на рис. 118, на языке ПЛАННЕР выглядела бы примерно так:

(ЦЕЛЬ (Есть ? кубик X1))
(ЦЕЛЬ (Цвет ? X1 красный))
(ЦЕЛЬ (Равномерный ? X1))
(ЦЕЛЬ (Есть ? пирамида X2))
(ЦЕЛЬ (Есть ? кубик X1))
(ЦЕЛЬ (? X1 поддерживает ?X2))

Петли блока-схемы подразумеваются в структуре контроля возврата. Правильность описания оценивается путем следования вниз по списку до тех пор, пока какая-нибудь из целей не окажется невыполнимой; тогда программа автоматически отступает к тому моменту, когда она приняла последнее решение, и пробует другой путь. Решение может быть принято всякий раз, когда вводится новое название предмета или новая ПЕРЕМЕННАЯ (отмеченная префиксом "?"). Переменные используются для сопоставления с образцом. Если они уже обозначают некий предмет, программа сопоставления проверяет, выполнима ли цель для данного предмета. Если нет, то эта программа ищет все возможные предметы, для которых эта цель выполнима, выбирая один предмет и совершая последующие шаги до тех пор, пока ей не придется отступить. В таком случае она начинает работать со следующим подходящим предметом. Таким образом, неявным является даже различие между выбором и проверкой.[21]

РИС. 118. Процедурное представление фразы "красный кубик, который поддерживает пирамиду". [Roger Schank and Kenneth Colby, "Computer Models of Thought and Language", стр. 172].



При разработке этой программы было принято важное стратегическое решение: не переводить полностью с английского на ЛИСП, а только частично — на ПЛАННЕР. Таким образом, поскольку интерпретатор ПЛАННЕР сам написан на ЛИСПе, между языком высшего уровня (английским) и языком низшего уровня (машинным) был введен новый промежуточный уровень (ПЛАННЕР). После того, как фрагмент английского предложения переводится в программу на ПЛАННЕРе, эта программа может быть послана на интерпретер ПЛАННЕРа, освобождая высший уровень ШРДЛУ для работы над другими задачами.

Постоянно приходится решать следующие проблемы: сколько уровней должно быть у системы? Сколько и какой тип "интеллекта" надо располагать на каждом из этих уровней? Сегодня эти проблемы — одни их самых трудных в ИИ. Поскольку мы знаем так мало о настоящем разуме, нам очень трудно решить, какой уровень искусственной разумной системы должен выполнять ту или иную часть задачи.

Это позволяет вам лучше понять те проблемы, что стоят за предыдущим Диалогом. В следующей главе мы рассмотрим новые смелые идеи в области ИИ.

Контрафактус

Как-то субботним вечером Краб пригласил к себе нескольких друзей, чтобы посмотреть футбол по телевизору. Ахилл уже пришел, но Черепаха и ее приятель Ленивец запаздывают.

Ахилл: Не они ли это едут на странном одноколесном аппарате?

(Ленивец и Черепаха подъезжают, спрыгивают на землю и входят в дом.)

Краб: Друзья мои, я так рад, что вы наконец здесь. Позвольте представить вам моего старого доброго товарища, Ленивца. Это Ахилл. С Черепахой, я думаю, вы все знакомы.

Ленивец: Я никогда раньше не встречал Бициклопа. Приятно с вами познакомиться, Ахилл. Я слышал много хорошего о Бициклопном роде.

Ахилл: Очень приятно. Могу ли я спросить вас, что это за элегантное средство передвижения, на котором вы прибыли?

Черепаха: Вы имеете в виду мой одноколесный тандем? Что же в нем элегантного? Просто машина, позволяющая двоим добраться от А до Б с одинаковой скоростью.

Ленивец: Он сделан той же компанией, которая производит мотоциклы "Зигзиг".

Ахилл: А, понятно. Для чего эта ручка?

Ленивец: Это переключатель скоростей.

Ахилл: Ага; и сколько же у этого аппарата скоростей?

Ленивец: Включая задний ход, одна. У большинства моделей скоростей меньше, но эта была сделана по спецзаказу.

Ахилл: Да, этот моно-тандем кажется отличной штукой... Кстати, м-р Краб, хотел вам сказать, что вчера вечером я получил неописуемое удовольствие от игры вашего оркестра.

Краб: Благодарю вас, Ахилл. А вы там не были, м-р Ленивец?

Ленивец: Нет, к сожалению, я не смог пойти. Я участвовал в смешанном одиночном турнире по пинг-пингу. Это было захватывающе интересно: моя команда разделила первое место сама с собой.

Ахилл: Вы получили какой-нибудь приз?

Ленивец: Конечно — медный двухсторонний лист Мёбиуса, посеребренный с одной стороны и позолоченный с другой.

Краб: Поздравляю вас, м-р Ленивец.

Ленивец: Благодарю. Прошу вас, расскажите мне об этом концерте.

Краб: Это было замечательно; мы играли композиции близнецов Бах —

Ленивец: Близнецы Бах? Знаменитые Иоганнс и Бастиан?

Краб: Они самые, схожие как две капли воды — словно один и тот же человек. Одна из пьес напомнила мне о вас, м-р Ленивец, — прелестный фортепианный концерт для двух левых рук. Его предпоследней (и единственной) частью была одноголосная фуга. Вы можете представить себе, насколько сложна подобная композиция. В завершение мы сыграли девятую дзенфонию Бетховена, после чего публика устроила нам овацию, хлопая одной рукой. Это было потрясающе!

Ленивец: Как жаль, что я такое пропустил. Как вы думаете, можно ли достать

запись этого концерта? У меня есть отличный магнитофон — лучшая двухканальная моносистема, которую только можно достать за деньги.

Краб: Я уверен, что вы сможете найти где-нибудь эту запись. Друзья, игра вот-вот начнется!

Ахилл: Кто сегодня играет, м-р Краб?

Краб: Хозяева Поля против Местной Команды. Ах, нет — они играли на прошлой неделе. Сегодня Местная Команда играет против Гостей.

Ахилл: Я, как всегда, болею за Местную Команду.

Ленивец: Как банально... Что до меня, то я всегда болею за ту команду, которая живет ближе всего к антиподам.

Ахилл: А, так вы из Антиподов? Я слышал, что это прелестное местечко, чтобы там жить, но мне бы не хотелось там побывать. Слишком уж далеко...

Ленивец: Странно то, что в какую бы сторону вы ни ехали, вы к ним ничуть не приближаетесь!

Черепаха: Ну и местечко — как раз в моем вкусе!

Краб: Пора включать телевизор!

(Он подходит к огромному ящику с экраном, под которым находится панель управления, напоминающая по сложности приборную доску самолета. Краб нажимает на кнопку. На экране оживает цветное изображение футбольного поля.)

Комментатор: Добрый вечер, дорогие телезрители. Пришло время снова встретиться на футбольном поле Местной Команде с Командой Гостей; сейчас мы станем свидетелями еще одного дружеского, но непримиримого матча. Сегодня весь день накрапывал дождь, и поле мокрое; но, несмотря на погоду, матч обещает быть захватывающе интересным. Обратите внимание на великолепную четверку четвертьзащитников, играющих за Местную Команду: Буратинов, Бибигонов, Незнайкин и Дюймовочкин, краса и гордость клуба "Унинамо". А вот и защитник наших ворот, великолепный Пилипик. Свисток... игра началась! Мяч у Бузюлюкина... Местные переходят в наступление, Бузюлюкин передает мяч Голяшкину, тот пасует Чебурашкину... Удар по воротам! Голкиперу Гостей на этот раз удается спасти свою команду.

Краб: Великолепная атака! Видели, как Чебурашкин ПОЧТИ забил гол — но Стопкошкину удалось каким-то чудом отбить мяч?

Ленивец: Не говорите глупостей, Краб. Ничего подобного не случилось. Чебурашкин не забил никакого гола; не надо смущать бедного Ахилла (и всех остальных) этими разговорчиками о том, что "почти" произошло. Факты есть факты, безо всяких там "почти", "если бы", "чуть было не", "и" и "но".

Комментатор: Передаем повтор: Чебурашкин получает пас Голяшкина, обводит защитника Гостей, бьет по воротам... Немного левее, и сейчас счет был бы 1-0 в пользу Местной Команды!

Ленивец: "Был бы!" Чепуха!

Ахилл: Какая блестящая атака! Что бы мы делали без повторов?

Комментатор: Мяч опять у Галочкина; тот продвигается к воротам, пытается обойти Фисташкина, пасует Бибигонову... Мяч вне игры. В наступление переходит команда Гостей; Фисташкин передает мяч назад, Семечкину, Семечкин находит Арахиса, стоящего еще ближе к собственным воротам, и Арахис пасует своему вратарю. Тройная передача назад!

Ленивец: Какая техника! Прекрасный матч, друзья, есть на что посмотреть!

Ахилл: Но я думал, что вы болеете за Команду Гостей, а они только что упустили отличный шанс.

Ленивец: Да? Не все ли равно, если команды играют интересно? Вот и повтор: посмотрим этот момент еще раз.

(...так проходит первый период. В начале второго периода счет становится 1:0 в пользу Гостей; Местная Команда пытается сравнять счет. Возможность для этого появляется, когда Чебурашкин перехватывает мяч.)

Комментатор: Чебурашкин продвигается к воротам гостей, обводит Фисташкина... Арахис пытается перехватить мяч, но Чебурашкин пасует Бибигонову, затем мяч переходит к Голяшкину... Все усилия Гостей остановить атаку бесполезны. Мяч у Бузюлюкина; тот уже у самых ворот... Наступил тот момент, которого так долго ждали "Унинамовцы"! Удар по воротам... но что это? Бузюлюкин скользит на мокрой траве, теряет равновесие... и мяч вне игры! Какой шанс утерян! Если бы Бузюлюкин не потерял равновесия, местной команде удалось бы сравнять счет! Давайте посмотрим гипотетический повтор.

(И на экране появляется то же расположение игроков, как минуту назад.)

Чебурашкин продвигается к воротам гостей, обводит Фисташкина... Арахис пытается перехватить мяч, но Чебурашкин пасует Бибигонову, затем мяч переходит к Голяшкину... Все усилия Гостей остановить атаку бесполезны. Мяч у Бузюлюкина; тот уже у самых ворот... Наступил тот момент, которого так долго ждали "Унинамовцы"! Удар по воротам... Но что это? Бузюлюкин скользит на мокрой траве, почти теряет равновесие... но ему удается удержаться на ногах, и мяч летит прямо в ворота! Стопкошкин бросается в угол... Слишком поздно! го-о-ол! Так, дорогие болельщики, проходила бы игра, если бы Бузюлюкин не потерял равновесия.

Ахилл: Минуточку: так был гол или не был?

Краб: Да нет — это был всего лишь гипотетический повтор. Они просто показали, как могла продолжаться игра.

Ленивец: В жизни не слыхал подобной чепухи! Того и гляди, они скоро додумаются до изобретения цементных шарфов и кружевных валенок!

Черепаха: Гипотетические повторы — штука довольно редкая, не правда ли?

Краб: Я бы не сказал, если вы смотрите Гипо-ТВ.

Ахилл: Гипо-ТВ? Это что, один из тех дорогущих аппаратов с гипертрофированным экраном?

Краб: Да нет, это такая модель телевизора, которая может переходить на гипотетический режим. Очень удобно, особенно когда смотришь футбол, хоккей и тому подобные вещи; я купил свой гипо-ТВ совсем недавно.

Ахилл: Почему здесь так много всяких кнопок и ручек?

Краб: Для настройки на нужную программу. В гипотетическом режиме есть множество программ, и эта панель дает возможность с легкостью выбирать между ними.

Ахилл: Покажите нам, пожалуйста, как она работает. Боюсь, что я не совсем

понял, что это за штука — "передача в гипотетическом режиме", и с чем ее едят.

Краб: О, это совсем нетрудно; вы можете сами во всем разобраться. Кстати, раз уж вы упомянули о еде... Пожалуй, я пойду на кухню и поджарю несколько блинчиков — я знаю, что Ленивец к ним неравнодушен.

Ленивец (причмокивая): Вот спасибо, Крабушка! Блинчики — моя любимая еда!

Краб: Как насчет остальных?

Черепаха: Я бы не отказалась от нескольких штук.

Ахилл: Я тоже. Но погодите — прежде, чем идти на кухню, скажите: чтобы использовать гипо-ТВ, нужно знать какой-нибудь специальный трюк?

Краб: Нет, все очень легко: продолжайте смотреть матч, и каждый раз, когда что-нибудь почти случается, или когда вам хочется, чтобы игра пошла иначе, просто начинайте крутить ручки и смотрите, что получится. Вреда от этого не будет, разве что вы поймаете какой-нибудь экзотический канал.

(И он исчезает на кухне.)

Ахилл: Интересно, что он имел в виду. Ну ладно, давайте дальше смотреть игру — я ею здорово увлекся.

Комментатор: Местные опять переходят в наступление. С мячом Буратинов; он посылает мяч к воротам противника... Какой пас! Мяч летит через все поле, прямо к Бибигонову —

Ахилл: Давай, Бибигонов! Покажи им, где раки зимуют!

Комментатор: — и приземляется в лужу — ПЛЮХ! Мяч отскакивает в другую сторону, минуя Бибигонова, и попадает к Фисташкину; Фисташкин передает мяч Семечкину, Семечкин бьет по воротам... Пилипик пытается спасти положение, но мяч летит в верхний угол ворот. Гол! Счет становится 2:0 в пользу Гостей.

Ахилл: О, черт! Если бы только не дождь... (в отчаянии ломает руки).

Ленивец: Снова эти дурацкие гипотетические ситуации! Почему вы все так любите уходить в абсурдные фантастические миры? На вашем месте, я бы не стал витать в облаках. Мой лозунг — "Никаких гипотетических глупостей!" И я не отказался бы от него, даже если бы мне предложили мне за это 100 — нет, лучше 112! — блинчиков!

Ахилл: Идея! Может быть, нужным образом повернув ручки, мы получим гипотетический повтор, в котором нет дождя и луж на поле и мяч не отскакивает к Фисташкину... Ну-ка посмотрим. *(Направляется к гипо-ТВ и смотрит на панель.)* Понятия не имею, для чего все это. *(Наугад поворачивает несколько ручек.)*

Комментатор: Местные опять переходят в наступление. С мячом Буратинов; он посылает мяч к воротам противника... Какой пас! Мяч летит через все поле, прямо к Бибигонову —

Ахилл: Давай, Бибигонов! Покажи им, где раки зимуют!

Комментатор: — и приземляется в лужу — ПЛЮХ! Мяч отскакивает прямо под ноги Бибигонову! Удар по воротам.... Го-о-о-л! *(Слышны восторженные вопли болельщиков Местной Команды.)* Вот так матч проходил бы, если бы вместо кожаного мяч был бы резиновым, как в баскетболе. Но в действительности Местная Команда теряет мяч, и Гости заби-

вают второй гол. Что ж, такова жизнь...

Ахилл: Что вы думаете об ЭТОМ, м-р Ленивец?

(И Ахилл самодовольно ухмыляется в сторону Ленивца — однако тот на него даже не смотрит; все его внимание поглощено Крабом, который выходит из кухни, неся огромное блюдо со ста двенадцатью... нет, с сотней блинчиков и с блюдечками, полными сахара и варенья.)

Краб: Ну как, что вы думаете о моем гипо-ТВ?

Ленивец: Откровенно говоря, Краб, я в нем совершенно разочаровался. По-моему, он здорово барахлит — по меньшей мере в половине случаев показывает совершенную бессмыслицу. Если бы он принадлежал мне, я бы его сразу отдал кому-нибудь вроде вас, Краб, — но, разумеется, он мне не принадлежит.

Ахилл: Это очень странный аппарат. Я попытался посмотреть, как проходила бы игра при другой погоде — но эта штука, кажется, себе на уме! Вместо того, чтобы изменить погоду, она поменяла мяч с футбольного на баскетбольный. Ну скажите мне, как можно играть в футбол баскетбольным мячом? Чушь какая-то!

Краб: Какая скука! Я-то думал, вы найдете себе гипотетический канал поинтереснее. Хотите посмотреть, как выглядел бы последний матч, если бы вместо футбола это был баскетбол?

Черепаха: Отличная идея!

(Краб вертит ручки настройки.)

Комментатор: В наступление переходит великолепная шестерка Местной Команды. Мяч летит к Бибигонову —

Ахилл: Шестерка!?

Комментатор: Именно так, друзья — шестерка. Когда вы превращаете футбол в баскетбол, приходится идти на компромисс! Итак, как я говорил, мяч летит к Бибигонову, который стоит неприкрытый вблизи от кольца Гостей.

Ахилл: Давай, Бибигонов! Покажи им, где крабы зимуют!

Комментатор: Но бросок был неточен, и мяч падает прямо перед Фисташкиным; Фисташкин ведет мяч, передает Арахису, тот минует Дюймовочкина ... еще два очка в пользу команды Гостей! Сегодня Местной Команде не везет... Итак, друзья, так выглядел бы этот матч, если бы команды играли в баскетбол вместо футбола.

Ленивец: Ничего себе! Вы бы еще перенесли этот матч на луну!

Краб: Сказано — сделано! Слегка подкрутим эту ручку... теперь вот эту...

(На экране появляется испещренное кратерами поле, на котором стоят две команды в скафандрах. Внезапно они приходят в движение; игроки передвигаются длинными прыжками, иногда перелетая над головой друг у друга. Один из игроков бьет по воротам; мяч взлетает в воздух, так высоко, что его почти не видно, и плавно опускается прямо в руки к вратарю.)

Комментатор: Этот гипотетический повтор, друзья, показывает вам, как про-

ходила бы игра на луне. А теперь — небольшая реклама, приготовленная для вас теми, кто производит пиво Плюх — мой любимый сорт!

Ленивец: Если бы мне не было лень, я бы собственноручно сдал этот дефектный телевизор обратно в магазин. Но увы, такова уж моя судьба — быть Ленивцем... *(Протягивает лапу к блюду с блинчиками и хватает сразу несколько штук.)*

Черепаха: Это замечательное изобретение, м-р Краб. Могу ли я предложить еще один гипотетический повтор?

Краб: Разумеется!

Черепаха: Как бы выглядел этот матч в четырехмерном пространстве?

Краб: О, это не так просто, г-жа Черепаха, но для вас я попытаюсь настроить телевизор... подождите минутку.

(Он подползает к телевизору и начинает крутить ручки, на этот раз, по-видимому, выжимая из своего гипо-ТВ все, на что тот способен, нажимая на все мыслимые кнопки и не спуская глаз со шкалы настройки. Наконец, он отходит от аппарата с довольным видом.)

Думаю, что этого будет достаточно.

Комментатор: А теперь давайте посмотрим гипотетический повтор.

(На экране появляется изображение странной конфигурации изогнутых трубок. Она растет, затем уменьшается, и на секунду кажется, что она делает нечто вроде поворота. Потом она превращается в странный грибовидный объект — и затем снова в переплетение трубок. Пока с ней происходят эти метаморфозы, комментатор продолжает.)

Комментатор: Бибигонов передает гипермяч Бузюлюкину, тот приближается к штрафному объему. Удар по гиперворотам... Гооол! Вот так, мои трехмерные друзья-болельщики, выглядел бы футбол в четырех измерениях.

Ахилл: Для чего, м-р Краб, вы вертите эти ручки на панели?

Краб: Чтобы выбрать нужный гипотетический канал. Видите ли, передача ведется одновременно по множеству гипотетических каналов, и я хочу выбрать именно тот канал, который передает предложенный вами гипо-повтор.

Ахилл: А как насчет других телевизоров — возможно ли там такое?

Краб: Нет, большинство телевизоров не улавливают гипотетических каналов. Для этого нужна специальная схема, которую очень трудно сделать.

Ленивец: Откуда вы знаете, что идет по определенному каналу? Смотрите в программе?

Краб: Мне не нужно знать номеров каналов — я настраиваюсь на нужный канал, вводя цифровой код гипотетической ситуации, которую я хочу увидеть. Технически это называется "адресацией канала по его контрафактическим параметрам". По гипотетическим каналам можно увидеть любой воображаемый мир. Номера каналов, передающие "близкие" друг к другу миры, также близки.

Черепаха: Почему вы даже не подходили к ручкам, когда мы смотрели первый гипо-повтор?

Краб: Телевизор был настроен на канал, очень близкий к Реальности, только чуть-чуть сдвинутый в сторону. Так что время от времени там возникают гипотетические повторы, слегка отличающиеся от реальности. На Канал Реальности, знаете ли, почти невозможно настроиться точно — впрочем, это даже хорошо, поскольку там нет ничего интересного. Представляете себе, они повторяют в точности те же ситуации, которые возникают в игре — ну и скучища!

Ленивец: Что до меня, что я нахожу прескучной именно эту идею гипо-ТВ. Но, может быть, я мог бы изменить свое мнение, если бы вы показали мне хоть один ИНТЕРЕСНЫЙ гипо-повтор. Скажем, как проходила бы игра, если бы сложение не было коммутативным?

Краб: Ах, боже мой! Это слишком радикально меняет ситуацию — боюсь, что моей модели с таким заказом не справиться. Такое под силу только супергипо-ТВ — последнему слову гипо-телевидения; но, к несчастью, у меня его нет. Супергипо-ТВ способны выполнить ЛЮБУЮ просьбу.

Ленивец: Подумаешь!..

Краб: Но я могу сделать что-то ПОДОБНОЕ — не хотите ли вы увидеть, как например, проходила бы игра, если бы 13 не было простым числом?

Ленивец: Нет уж, увольте! ЭТО-ТО совершенно бессмысленно. К тому же, на месте этой последней игры, я бы уже устал от того, как компания путаников, у которых каша в голове, перебрасывает меня с канала на другой. Давайте-ка лучше досмотрим настоящий матч!

Ахилл: Скажите, а где вы достали ваш гипо-ТВ, м-р Краб?

Краб: Верите ли, мы с Ленивцем недавно были на ярмарке, где разыгрывалась лотерея — и первым призом был этот телевизор. Обычно я в подобные игры не играю, но тут что-то на меня накатило, и я купил билетик.

Ахилл: А как насчет вас, м-р Ленивец?

Ленивец: Признаюсь, и я купил один билет — только затем, чтобы ублажить старика Краба...

Краб: И когда выигрышный номер был объявлен, к моему удивлению оказалось, что первый приз достался мне!

Ахилл: Фантастика! Мне еще не приходилось своими глазами видеть человека, выигравшего что бы то ни было в лотерею.

Краб: Я и сам был поражен своей удаче.

Ленивец: Не забыли ли вы рассказать еще кое-что об этой лотерее, м-р Краб?

Краб: О, ничего существенного... Дело в том, что номер моего билета был 129, а выигрышным билетом был объявлен номер 128 — разница всего на единицу.

Ленивец: Так что, как видите, на самом деле он ничего не выиграл.

Ахилл: Но он ПОЧТИ выиграл...

Краб: Я предпочитаю говорить, что я выиграл — ведь я был к этому так близок... Если бы мой номер был на единицу меньше, выигрыш достался бы мне.

Ленивец: Но, к несчастью, м-р Краб, "почти" не считается, и в данном случае совершенно все равно, единица это была или сотня.

Черепаха: Или бесконечность. А какой номер достался ВАМ, м-р Ленивец?

Ленивец: У меня был номер 256 — после 128 это следующая степень 2. Если кто-нибудь и был близок к выигрышу, так это я! К сожалению, устроители лотереи, эти упрямцы, отказались выдать мне мой заслуженный

приз. Какой-то шутник сказал, что приз должен был принадлежать ЕМУ, поскольку у него оказался номер 128. Я думаю, что МОЙ номер был намного ближе к выигрышному — но разве этих бюрократов переспоришь!

Ахилл: Подождите, вы меня совсем запутали! Если, на самом деле, м-р Краб, вы не выиграли гипо-телевизора, то как же мы могли провести перед ним целый вечер? Словно мы и сами оказались в каком-то гипотетическом мире, который был бы возможен, если бы обстоятельства оказались слегка иными...

Комментатор: Так, друзья, прошел бы вечер в доме м-ра Краба, если бы он выиграл гипо-ТВ. Но поскольку этого не случилось, четверка приятелей просто провела приятный вечер, глядя, как Местная Команда была разбита в пух и прах со счетом 128 — 0. Или же счет был 256 — 0? Впрочем, какая разница, когда речь идет о пятимерном Плутонском хоккее на пару...

ГЛАВА XIX

Искусственный Интеллект: виды на будущее

Ситуации «почти» и ситуации гипотетические

ПРОЧИТАВ "КОНТРАФАКТУС", один из моих друзей сказал мне: "Мой дядя был почти президентом США!" "Правда?" — спросил я. "Конечно", — ответил он, — "он был капитаном торпедного катера ПТ108". (Джон Ф. Кеннеди был капитаном ПТ109.)

Именно об этом идет речь в *"Контрафактусе"*. У нас в голове каждый день рождаются мысленные варианты ситуаций, с которыми нам приходится сталкиваться, идей, которые у нас возникают или событий, происходящих вокруг. При этом некоторые детали остаются без изменений, в то время как другие "сдвигаются". Какие детали мы сдвигаем? Какие нам даже в голову не приходит изменить? Какие события воспринимаются нами на некоем глубинном интуитивном уровне как близкие родственники событий, случившихся на самом деле? Что мы считаем "почти" случившимся, чем-то, что "могло" случиться, хотя совершенно точно знаем, что в действительности этого не произошло? Какие альтернативные версии событий сами собой возникают у нас в мозгу, когда мы слышим какой-нибудь рассказ? Почему одни контрафактические ситуации кажутся нам менее "контрафактическими", чем другие? В конце концов, совершенно ясно, что чего не было, того не было. У "неслучаемости" нет никаких степеней. То же самое верно и в отношении "почти" случившихся ситуаций. Мы часто жалуемся, что какое-то событие "чуть не случилось"; не менее часто мы произносим те же слова с облегчением. Но это "чуть не" находится в нашем мозгу, а не во внешних фактах.

Вы едете на машине по проселочной дороге и внезапно перед вами появляется рой пчел. Вместо того, чтобы беспристрастно отметить происходящее, ваш мозг тут же создает целый рой "повторов". Как правило, вы думаете что-то вроде: "Хорошо, что окошко было закрыто!" — или же: "Ах, черт, если бы только окошко было закрыто..." "Хорошо, что я не на велосипеде!" "Лучше бы я проехал здесь на пять секунд раньше." Странными, но возможными повторами были бы: "Если бы это был олень, я мог бы быть сейчас мертв!" или "Могу поспорить, что эти пчелы предпочли бы столкнуться с розовым кустом!" А вот повторы еще страннее: "Жаль, что это были пчелы, а не долларовые купюры!" "Хорошо, что пчелы не цементные!" "Лучше бы это была всего одна пчела, вместо целого роя." "Не хотел бы я оказаться на месте этих пчел!" Какие сдвиги кажутся нам естественными, а какие нет — и почему?

В недавнем номере журнала *"Нью-Йоркер"* был перепечатан следующий отрывок из "Филадельфия Уэлкомат":[1]

> Если бы Леонардо да Винчи родился женщиной, потолок Сикстинской капеллы мог бы никогда не быть расписан.

"Нью-Йоркер" прокомментировал это так:

> А если бы Микеланджело был сиамскими близнецами, то работа могла бы оказаться законченной вдвое быстрее.

Смысл этого замечания не в том, что подобные гипотетические ситуации ложны, а в том, что люди, которым может придти в голову "сдвинуть" пол или число данного человека, должны быть не совсем нормальными. Интересно то, что в том же номере, ничтоже сумняшеся, напечатали следующую фразу, завершающую обзор книги:

> Я думаю, что ему [профессору Филиппу Франку] очень понравились бы обе эти книги.[2]

Однако бедный профессор Франк уже умер; ясно, что бессмысленно предполагать, что кто-то может прочитать книги, изданные после его смерти. Почему же эта фраза воспринимается нами всерьез? Дело в том, что в каком-то трудноуловимом смысле сдвиг параметров в этом случае не нарушает нашего чувства "возможного" так сильно, как в предыдущих примерах. Что-то здесь позволяет нам вообразить легче, чем в других случаях, что "при прочих равных" меняется именно этот параметр. Но почему? Каким образом наша классификация событий и людей позволяет нам на каком-то глубоком уровне определять, что может быть сдвинуто без проблем и что не подлежит сдвигу?

Посмотрите, насколько естественным кажется нам переход от скучного утверждения "Я не знаю английского" к более интересному сослагательному наклонению "Я бы хотел знать английский" и, наконец, к богатому смыслом гипотетическому "Если бы я знал английский, я бы читал Диккенса и Шекспира в оригинале". Насколько плоским и мертвым был бы разум, для которого отрицание являлось бы непроницаемым барьером! Живой разум всегда способен увидеть окно в мир возможностей.

Мне кажется, что гипотетические "почти" ситуации и бессознательно вырабатываемые возможные миры представляют из себя один из богатейших источников информации о том, каким образом люди организуют и классифицируют свои впечатления о мире. Красноречивый сторонник подобного взгляда, лингвист и переводчик Джон Штейнер написал в своей книге "После Вавилонского столпотворения":

> Гипотетические ситуации, воображаемые условия, синтаксис контрафактического и случайного вполне могут быть порождающим центром человеческого языка... [Они] не просто придают речи философскую и грамматическую сложность. Не менее, чем будущие времена, с которыми, как мы чувствуем, они тесно связаны и вместе с которыми, возможно, должны быть отнесены к более широкой категории предположительных или альтернативных событий, "если бы" предложения лежат в основе динамики человеческих чувств....
>
> Мы отличаемся умением и необходимостью отрицать и переигрывать реальные ситуации, воображать и выражать мир иначе. ... Нам нужно какое-то слово, которое обозначало бы эту возможность языка, это стремление к выражению "иначести". ... Может быть, слово "альтерность" подошло бы для определения ситуаций, отличных от данной, — контрафактических высказываний и миров, куда нас уводит наше воображение, образов, которыми мы населяем свою голову и с помощью которых создаем изменчивую и часто фиктивную среду своего физического и общественного существования. ...

В завершение, Штейнер поет контрафактический гимн контрафактичности:

> Маловероятно, что человек, существовал бы таким, каким мы его знаем, если бы в языке не было фиктивных, контрафактических, анти-детерминистских оборотов; если бы он не обладал семантической способностью, рожденной и сохраняющейся в "лишних" областях коры мозга, — способностью представлять и выражать возможности, лежащие за пределами органического разложения и смерти.[3]

Создание "гипотетических миров" происходит настолько случайно и естественно, что мы почти не отдаем себе отчета в том, что делаем. Мы выбираем из всех воображаемых миров тот, который в каком-то внутреннем, интеллектуальном смысле ближе всего к реальности. Мы сравниваем реальность с тем, что воспринимаем как *почти* реальное. Благодаря этому мы получаем некое неуловимое чувство перспективы по отношению к действительности. Наш Ленивец — это странный вариант действительности: мыслящее существо, неспособное к созданию гипотетических миров (по крайней мере, он *утверждает*, что такой способности у него нет — но вы, вероятно, заметили, что на самом деле его речь полна контрафактов!) Подумайте, насколько беднее была бы наша интеллектуальная жизнь, если бы мы не обладали творческой способностью выбираться из реального мира в эти соблазнительные "а что, если бы...". С точки зрения изучения человеческого мышления эти экскурсы очень интересны, поскольку в большинстве случаев они происходят бессознательно. Это означает, что знание о том, что попадает в область гипотетических миров, а что нет, открывает для нас окно в подсознание.

Один из способов увидеть природу нашей мысленной метрики в перспективе состоит в том, чтобы "вышибить клин клином". Это сделано в Диалоге, где нашей "гипотетической способности" пришлось вообразить такой мир, в котором само понятие гипотетической способности действует в воображаемом мире. Первый гипотетический повтор Диалога, в котором мяч не оказывается вне игры, вообразить совсем нетрудно. На самом деле, он пришел мне в голову благодаря вполне обычному замечанию человека, сидевшего рядом со мной на футбольном матче. Это замечание меня удивило и заставило задуматься о том, почему кажется естественным вообразить именно такой гипотетический мир, а не тот, в котором изменен счет или количество штрафных. Затем я стал перебирать другие, еще менее вероятные изменения, такие, как погода (это есть в Диалоге), вид игры (тоже в Диалоге) и другие, еще более сумасбродные варианты (и это в Диалоге). Однако я заметил, что то, что смешно варьировать в одной ситуации, может оказаться легко вообразимым в другой. Например, иногда вы можете вполне естественно задуматься о том, как пошла бы игра, если мяч был другой формы (например, когда вам приходится играть в баскетбол слабо накачанным мячом); однако когда вы смотрите баскетбол по телевизору, такое просто не приходит вам в голову.

Уровни стабильности

Тогда мне показалось (и кажется до сих пор), что возможность изменения какой-либо черты события (или обстоятельства) зависит от множества вложенных один в другой контекстов, в которых это событие (или обстоятельство) нами воспринимается. Сюда хорошо подходят математические термины *постоянная*, *параметр* и *переменная*. Часто математики, физики и другие ученые,

производя вычисления, говорят: "**c** — постоянная, **p** — параметр и **v** — переменная." Они имеют в виду, что каждая из этих величин, включая постоянную, может варьироваться, но при этом существует некая иерархия изменяемости. В ситуации, представляемой символами, **c** устанавливает некое основное условие; **p** — менее основное условие, которое может варьироваться, пока **c** остается неизменным; и, наконец, **v** может меняться сколько угодно при неизменных **c** и **p**. Нет смысла представлять, что **v** остается фиксированным, а изменяются **c** и **p**, поскольку **c** и **p** устанавливают тот контекст, в котором **v** приобретает значение. Представьте себе, к примеру, зубного врача, у которого есть список его пациентов и для каждого пациента — описание его зубов. Вполне разумно (и весьма выгодно) иметь постоянного пациента и менять состояние его зубов. С другой стороны, совершенно бессмысленно пытаться оставлять неизменным какой-то определенный зуб и менять пациентов. (Разумеется, иногда наилучшим решением бывает сменить зубного врача...)

Мы строим наше мысленное представление о ситуации постепенно, слой за слоем. Низший уровень устанавливает самый глубокий аспект контекста, иногда настолько глубокий, что он вообще не может варьироваться. Например, трехмерность мира настолько вошла в наше сознание, что большинству из нас не приходит в голову воображать какие-либо вариации на эту тему. Это, так сказать, *постоянная* постоянная. Затем идут слои, временно устанавливающие некие зафиксированные аспекты ситуаций; их можно назвать *глубинными допущениями*. Это те вещи, которые мы обычно считаем за неизменные, хотя и знаем, что в принципе они могли бы измениться. Этот слой все еще можно назвать "постоянным". Например, когда мы смотрим футбол, такими постоянными являются правила игры. Далее следуют "параметры" — они могут варьироваться с большей легкостью, но мы временно принимаем их за неизменные. В нашем футбольном примере параметрами могут являться погода, команда противников и так далее. Скорее всего, существуют несколько слоев параметров. Наконец, мы достигаем самого неустойчивого аспекта ситуации — переменных. Это такие вещи, как положение "вне игры", неудачный удар по воротам и тому подобное; здесь нам легко на мгновение представить себе альтернативное положение дел.

Фреймы и вложенные контексты

Термин *фрейм* (кадр, группа данных) сейчас в моде среди специалистов по искусственному интеллекту; его можно определить, как *численное представление данного контекста*. Этот термин, как и многие идеи о фреймах, обязан своим происхождением Марвину Минскому, хотя само это понятие витало в воздухе уже несколько лет. Можно сказать, что мысленные представления о ситуациях включают фреймы, вложенные один в другой. Каждый из аспектов ситуации обладает собственным фреймом. Такие вложенные фреймы напоминают мне множество комодов. Выбирая фрейм, вы выбираете определенный комод. В него может быть вставлено несколько ящиков — "подфреймов". При этом каждый из этих ящиков, в свою очередь, является комодом. Как можно вставить целый комод в отверстие для одного-единственного ящика? Проще простого — надо уменьшить и деформировать второй комод. В конце концов, он ведь не физический предмет, а воображаемый! Во внешнем комоде может быть несколько разных гнезд, куда должны быть вставлены ящики; затем мы начинаем вставлять ящики в гнезда внутренних комодов (или подфреймов). Этот процесс может продолжаться рекурсивно.

Живая сюрреалистическая картина того, как комод сплющивают и сгибают, чтобы запихать его в гнездо любой величины, очень важна, так как она намекает на то, что наши понятия сплющиваются и сгибаются в зависимости от контекстов, в которые мы их запихиваем. Что происходит с вашим представлением о "человеке", когда вы думаете о футболистах? Безусловно, это искаженное представление, навязанное вам общим контекстом. Вы засунули фрейм "человек" в гнездо фрейма "футбольный матч". Теория представления знаний в форме фреймов опирается на идею, что мир состоит из почти закрытых подсистем, каждая из которых может служить контекстом для других; при этом они не слишком прерываются и почти не причиняют перебоев в процессе.

Одна из основных идей, касающихся фреймов, состоит в том, что каждый фрейм ожидает некоего определенного содержания. Этому образу соответствуют комоды, в каждом гнезде которых есть по встроенному, но непрочно закрепленному ящику под названием *значение по умолчанию*. Если я попрошу вас представить себе берег реки, у вас в голове появится некая картина; однако большинство ее черт могут быть изменены, если я добавлю какие-либо детали: "во время засухи", или "в Бразилии", или "без пляжа". Благодаря значениям по умолчанию рекурсивный процесс заполнения гнезд может быть завершен. В самом деле, вы можете сказать: "Я заполню гнезда на трех уровнях, а дальше буду пользоваться значениями по умолчанию." Взятый вместе с этими значениями фрейм содержит информацию о собственных границах и эвристику для переключения на другие фреймы в том случае, если эти границы нарушаются.

Многоуровневая структура фрейма дает возможность увидеть его крупным планом и рассмотреть все его детали с какого угодно приближения. Для этого надо только сосредоточить внимание на соответствующем фрейме, затем на одном из его подфреймов и так далее, пока вы не получите всех требуемых деталей. Это похоже на дорожный атлас России, в котором кроме карты страны на первой странице есть карты областей, областных центров и даже некоторых небольших городов, если вам понадобится больше сведений. Можно вообразить себе атлас с каким угодно количеством деталей, включая кварталы, дома, комнаты и так далее — словно вы смотрите в телескоп с линзами разной мощи, каждая из которых имеет свое предназначение. Важно то, что можно свободно выбирать между различными масштабами; детали часто бывают неважны и только мешают.

Поскольку сколь угодно разные фреймы можно засунуть в гнезда других фреймов, возможны конфликты и "столкновения". Схема аккуратно организованного всеобщего множества слоев "постоянных", "параметров" и "переменных" — всего лишь упрощение. На самом деле, у каждого фрейма есть собственная иерархия изменяемости. Именно поэтому анализ нашего восприятия такой сложной игры как футбол, со множеством подфреймов, подподфреймов и так далее, представляется весьма запутанной операцией. Каким образом все эти фреймы взаимодействуют между собой? Как разрешаются конфликты, когда один фрейм утверждает: "Это постоянная", а другой в то же время говорит: "Это переменная"? Я не могу дать ответа на эти глубокие и сложные вопросы теории фреймов. Пока еще не достигнуто соглашение по поводу того, что в действительности представляют из себя фреймы и как можно использовать их в программах ИИ. Некоторые из моих предположений на этот счет вы найдете в следующем разделе, в котором говорится о некоторых задачах в области узнавания зрительных структур — я называю их "задачами Бонгарда".

Задачи Бонгарда

Задачи Бонгарда (ЗБ) — это проблемы, подобные тем, которые предложил в своей книге "Проблема узнавания" русский ученый Михаил Моисеевич Бонгард. На рис. 119 показана типичная ЗБ — # 51 из ста задач, приведенных в книге.

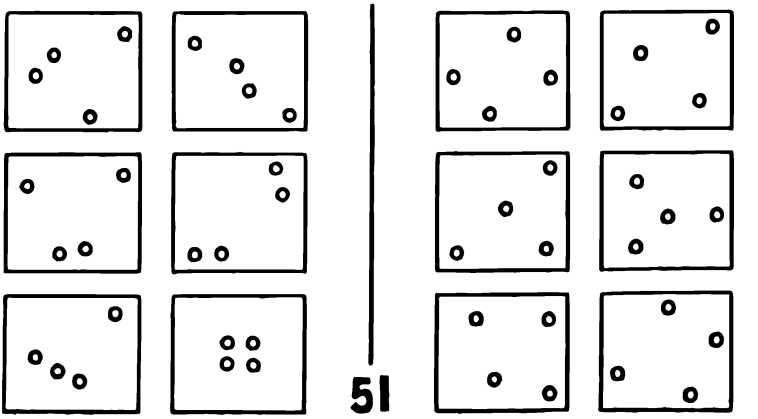


РИС. 119. Задача Бонгарда #51. [*Из книги М. Бонгарда "Проблема узнавания".*]

Эти интереснейшие задачи могут быть предложены людям, компьютерам или даже представителям внеземных цивилизаций. Каждая задача состоит из двенадцати фигур, взятых в рамку (они так и называются *рамками*): шесть левых рамок составляют класс I, шесть правых — класс II. Рамки можно пронумеровать следующим образом:

I-А	I-Б	II-А	II-Б
I-В	I-Г	II-В	II-Г
I-Д	I-Е	II-Д	II-Е

Задача состоит в том, чтобы обнаружить, чем рамки класса I отличаются от рамок класса II.

В программе для решения задач Бонгарда было бы несколько ступеней, на которых первичные данные постепенно превращались бы в описания. Ранние ступени относительно негибки; гибкость последующих ступеней увеличивается. Последние ступени обладают свойством, которое я называю "экспериментальностью". Это означает, что на этой стадии представление о картине всегда пробное. Описание высшего уровня может быть переделано в любой момент при помощи приемов, используемых на последних ступенях. Идеи, представленные ниже, также экспериментальны. Сначала я попытаюсь дать общие идеи, не останавливаясь на трудностях; затем постараюсь объяснить все тонкости, трюки и так далее. Таким образом, ваше понимание того, как это все работает, может изменяться по мере того, как вы читаете дальше. Это будет как раз в духе нашей дискуссии!

Предварительная обработка выбирает мини-словарь

Представьте себе, что дана некая задача Бонгарда. Прежде всего, телекамера считывает первичные данные. Затем эти данные проходят *предварительную об-*

работку. Это значит, что в них выделяются наиболее важные черты. *Названия* этих черт составляют "мини-словарь" задачи; они выбираются из общего "словаря выдающихся черт". Вот некоторые типичные термины из этого словаря:

> отрезок, поворот, горизонтальный, вертикальный, черный, белый, маленький, большой, остроконечный, круглый...

На второй стадии предварительной обработки используются некоторые знания об элементарных фигурах; если таковые обнаруживаются, их названия также включаются в мини-словарь. Здесь могут быть выбраны такие термины:

> треугольник, круг, квадрат, углубление, выступ, прямой угол, вершина, точка пересечения, стрелка...

Приблизительно в этот момент в человеческом интеллекте встречаются сознательное и бессознательное. Что же происходит потом?

Описания высшего уровня

После того, как ситуация до некоторой степени "понята" в знакомых нам терминах, программа "оглядывается кругом" и предлагает пробное описание одной или нескольких рамок. Эти описания весьма просты. Например:

> наверху, внизу, справа от, слева от, внутри, снаружи, близко от, далеко от, параллельно, перендикулярно, в ряд, рассеяны, на равном расстоянии друг от друга, на неравном расстоянии друг от друга и т. д.

Могут использоваться также определенные и неопределенные числовые описания:

> 1,2,3,4,5, ... много, несколько и т. д.

Могут быть построены и более сложные описания, такие как

> правее, менее близко к, почти параллельно и т. д.

Таким образом, типичная рамка — скажем, I-E из ЗБ #47 (рис. 120) — может быть описана различными способами. Можно сказать, что в ней имеются

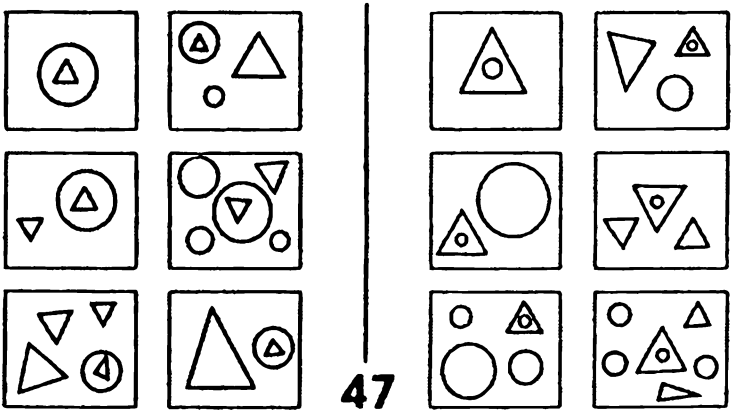


РИС. 120. Задача Бонгарда # 47. [*Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"*.]

три фигуры
или
три белых фигуры
или
один круг направо
или
два треугольника и круг
или
два повернутых кверху треугольника
или
одна большая фигура и две маленьких фигуры
или
одна изогнутая фигура и две прямолинейных фигуры
или
круг с одной и той же фигурой внутри и снаружи него.

Каждое из этих описаний рассматривает рамку сквозь некий "фильтр". Вне контекста, каждое из описаний может быть полезно. Однако оказывается, что в контексте данной задачи все они "ошибочны". Иными словами, зная различие между классами I и II, вы не смогли бы, исходя только из этих описаний, сказать, к какому классу принадлежит данная рамка. В данном контексте основной чертой описываемой рамки является то, что она включает

круг с треугольником внутри.

Обратите внимание, что человек, услышавший это описание, не сможет *восстановить* оригинальную картинку, однако сумеет узнать картинки, отличающиеся данной чертой.

Это напоминает музыкальный стиль: вы можете безошибочно распознавать произведения, написанные Моцартом, и в то же время быть неспособным написать ничего похожего на его музыку.

Взгляните теперь на рамку I-Г задачи #91 (Рис. 121). Перегруженным, но "верным" описанием в контексте ЗБ #91 будет

круг с тремя прямоугольными выемками.

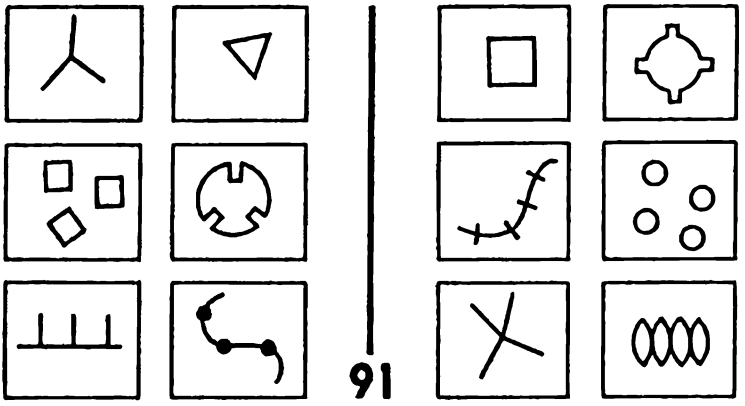


РИС. 121. Задача Бонгарда # 91.
[Из книги Бонгарда "Проблема узнавания".]

Обратите внимание, насколько сложно это описание: слово "с" действует в нем как отрицание, давая понять, что "круг", на самом деле, не является кругом — это *почти* круг, но... Более того, выемки не являются полными прямоугольниками. В нашем использовании языка для описания предметов есть немало тонкостей. Ясно, что большое количество информации здесь опущено и можно было бы опустить еще больше. *A priori* очень трудно понять, какую информацию лучше отбросить, а какую необходимо сохранить. Поэтому нам нужно, путем эвристики, закодировать некий метод для разумного компромисса. Разумеется, если нам необходимо восстановить отброшенную информацию, мы всегда можем спуститься на низшие уровни описания (к менее блочной картине), так же как люди могут все время обращаться к данной задаче Бонгарда с тем, чтобы проверить правильность их догадок. Таким образом, метод состоит в создании правил, объясняющих, как

создавать пробные описания для каждой рамки;
сравнивать их с пробными описаниями других рамок каждого класса;
переделывать описания

(1) добавляя информацию;
(2) отбрасывая информацию;
(3) рассматривая ту же информацию под другим углом.

Этот процесс повторяется до тех пор, пока мы не найдем различия между двумя классами.

Эталоны и детектор сходства

Хорошей стратегией было бы построение описаний, *как можно более структурно схожих между собой,* поскольку любая схожая структура облегчает процесс сравнения. К этой стратегии относятся два важных элемента теории. Один из них — идея "описания-схемы" или *эталона;* другой — идея *детектора сходства.*

Сначала рассмотрим детектор *сходства.* Это особый активный элемент, присутствующий на всех уровнях программы. (На разных уровнях могут быть детекторы различных типов.) Он беспрерывно работает, проверяя индивидуальные описания и сравнивая их между собой в поисках черт, повторяющихся от одного описания к другому. Обнаружение сходства приводит в действие операции, изменяющие одно или несколько описаний.

Теперь перейдем к эталонам. После окончания обработки данных мы сразу пытаемся создать эталом или схему описаний — *один и тот же формат* для описаний всех рамок данной задачи. Идея здесь состоит в том, что каждое описание может быть разбито на несколько подописаний, а те, если это необходимо, в свою очередь могут быть разбиты на подподописания. Вы достигаете дна, спускаясь к примитивным понятиям на уровне препроцессора. Важно найти такой способ разбивания на подпрограммы, который отразил бы общность между всеми рамками; иначе "псевдо-порядок", который вы введете в мир, окажется бессмысленным и ненужным.

На основе какой информации строятся эталоны? Рассмотрим это на примере. Возьмем ЗБ #49 (рис. 122). Предварительная обработка информации сообщает нам, что каждая рамка состоит их нескольких маленьких "о" и большой замкнутой кривой. Эти ценные сведения стоит включить в эталон. Таким образом, наша первая попытка создания эталона выглядит так:

большая замкнутая кривая: ———
маленькие "о": ———

Это очень просто: в описании-эталоне есть два *гнезда,* куда надо будет вставить подописания.

Гетерархическая программа

Теперь происходит интересная вещь, вызванная к жизни словами "замкнутая кривая". Один из важнейших узлов в программе — это нечто вроде семантической сети или *сети понятий,* в которой все известные программе существительные, прилагательные и так далее связаны и соотнесены между собой. Например, "замкнутая кривая" тесно связана с понятиями "внутри" и "снаружи". Сеть понятий битком набита информацией о связях между терминами: она говорит нам, что противоположно чему, что сходно с чем, какие вещи часто встречаются вместе и так далее. Небольшой кусочек концептуальной сети показан на рис. 123; я объясню его позже. Пока давайте вернемся к задаче #49. Понятия "внутри" и "снаружи" активируются благодаря тому, что в сети понятий они находятся вблизи от "замкнутой кривой." Это влияет на постройку эталона, в который вводятся гнезда для внутренней и внешней сторон кривой. Таким образом, вторым приближением эталона является

большая замкнутая кривая: ———
маленькие "о" внутри: ———
маленькие "о" снаружи: ———

В поисках дальнейших подразделений, термины "внутри" и "снаружи" заставят процедуры программы рассмотреть эти районы рамки. В районе рамки I-A 3Б #49 обнаруживается следующее:

большая замкнутая кривая: *круг*
маленькие "о" внутри: *три*
маленькие "о" снаружи: *три*

Описанием рамки II-A той же задачи может быть

большая замкнутая кривая: *сигара*

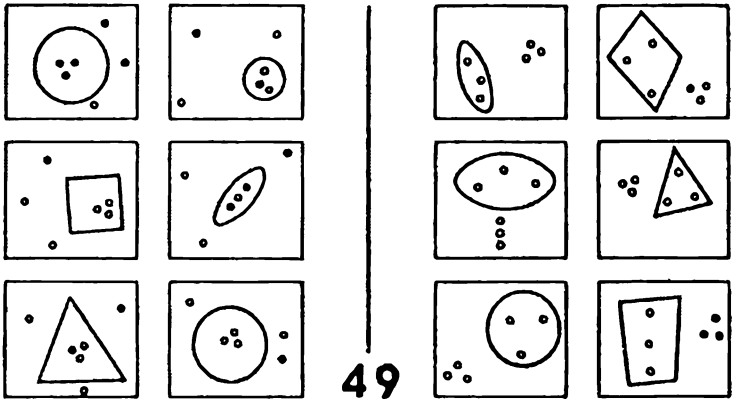


РИС. 122. Задача Бонгарда #49.
[Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"].

маленькие "о" внутри: *три*
маленькие "о" снаружи: *три*

В этот момент детектор сходства, работающий параллельно с другими операциями, обнаруживает повторение понятия "три" во всех гнездах, описывающих 'о'; этого оказывается достаточно, чтобы снова модифицировать эталон. Обратите внимание, что первая модификация была предложена сетью понятий, а вторая — детектором сходства. Теперь наш эталон для задачи #49 приобретает такой вид:

большая замкнутая кривая: ———
три маленьких "о" внутри: ———
три маленьких "о" снаружи: ———

Теперь, когда "три" поднялось уровнем выше и вошло в эталон, имеет смысл обратиться к его соседям по сети понятий. Один их них — "треугольник", что означает, что треугольники, состоящие из 'о', могут оказаться важными для решения задачи. В результате оказывается, что эта дорога заводит в тупик, — но как мы могли знать об этом заранее? Человек, решающий эту задачу, скорее всего пошел бы тем же путем, так что хорошо, что наша программа нашла эту дорогу.

Описание рамки II-Д может быть таким:

большая замкнутая кривая: *круг*
три маленьких "о" внутри: *равносторонний треугольник*
три маленьких "о" снаружи: *равносторонний треугольник*

Разумеется, при этом было отброшено огромное количество информации о размерах, положении и ориентации этих треугольников и т. п.. Но именно в этом и заключается смысл создания описаний вместо использования необработанных данных! Это похоже на "воронку", которую мы обсуждали в главе XI.

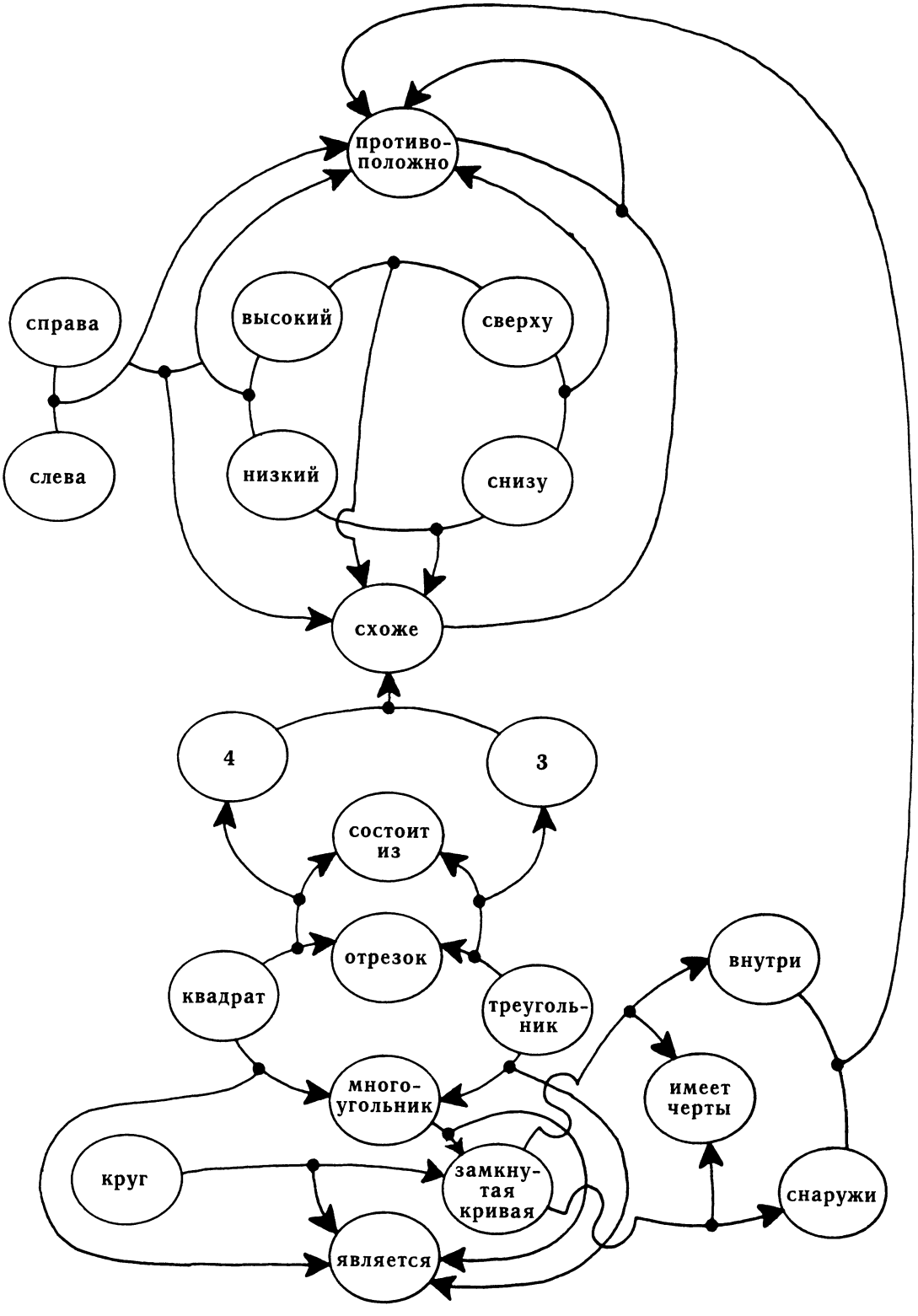
Сеть понятий

Нам не понадобится рассматривать решение задачи #49 целиком, поскольку мы уже показали, каким образом индивидуальные описания, эталоны, детектор сходства и сеть понятий непрерывно взаимодействуют между собой. Рассмотрим более подробно, что представляет из себя сеть понятий и каковы ее функции. Упрощенный ее фрагмент, приведенный на рис. 123, кодирует следующие идеи:

"высоко" и "низко" противоположны.
"сверху" и "снизу" противоположны.
"высоко" и "сверху" схожи.
"низко" и "снизу" схожи.
"справа" и "слева" противоположны.
различие между "справа-слева" подобно различию между "высоко-низко".
"противоположно" и "схоже" противоположны.

Обратите внимание, что мы можем говорить как об узлах, так и о связях сети. В этом смысле ни один объект в сети не находится уровнем выше другого. В другой части данной схемы закодированы следующие понятия:

Квадрат — это многоугольник.
Треугольник — это многоугольник.


противо-
положно
справа
высокий
сверху
слева
низкий
снизу
схоже
4
3
состоит
из
отрезок
квадрат
треуголь-
ник
внутри
много-
угольник
имеет
черты
круг
замкну-
тая
кривая
снаружи
является

Многоугольник — это замкнутая кривая.
Разница между треугольником и квадратом в том, что у первого 3 стороны, а у второго — 4.
4 схоже с 3.
Круг — это замкнутая кривая.
У замкнутой кривой есть внутренний и внешний районы. "Внутри" и "снаружи" противоположны.

Сеть понятий очень широка. Кажется, что знания закодированы в ней только статистически, или декларативно, — но это верно лишь наполовину. На самом деле, ее знания граничат с процедурными, потому что сходство в сети действует как гид, или "подпрограммы", сообщая основной программе, как лучше понимать картинки в рамках.

Например, какая-нибудь из первых догадок может оказаться ошибочной, но при этом содержать зерно правильного ответа. При первом взгляде на ЗБ #33 (рис. 124) можно подумать, что класс I содержит "колючие" фигуры, а

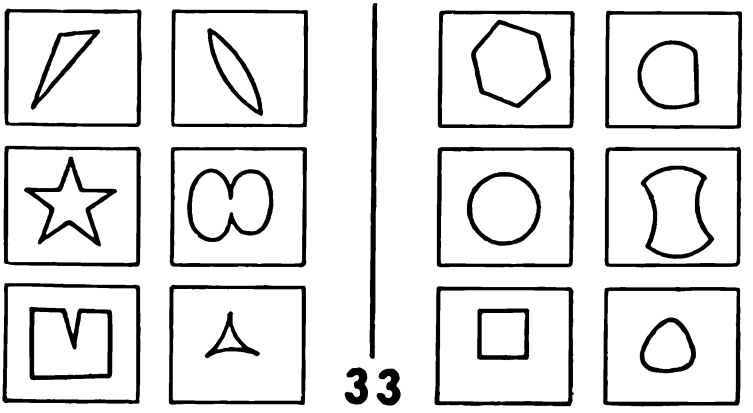


РИС. 24. Задачи Бонгарда.

класс II — "гладкие". Однако, если присмотреться, эта догадка оказывается неверной. Все же в ней есть ценная информация, и можно попытаться развить эту идею дальше, работая с теми понятиями сети, которые связаны с "колючим". Это понятие схоже с "острым", которое и оказывается отличительной чертой класса I. Таким образом, одна из основных функций сети понятий состоит в том, чтобы позволять модификацию ранних ошибочных идей и переход к вариациям, которые могут оказаться правильными.

Переход и пробность

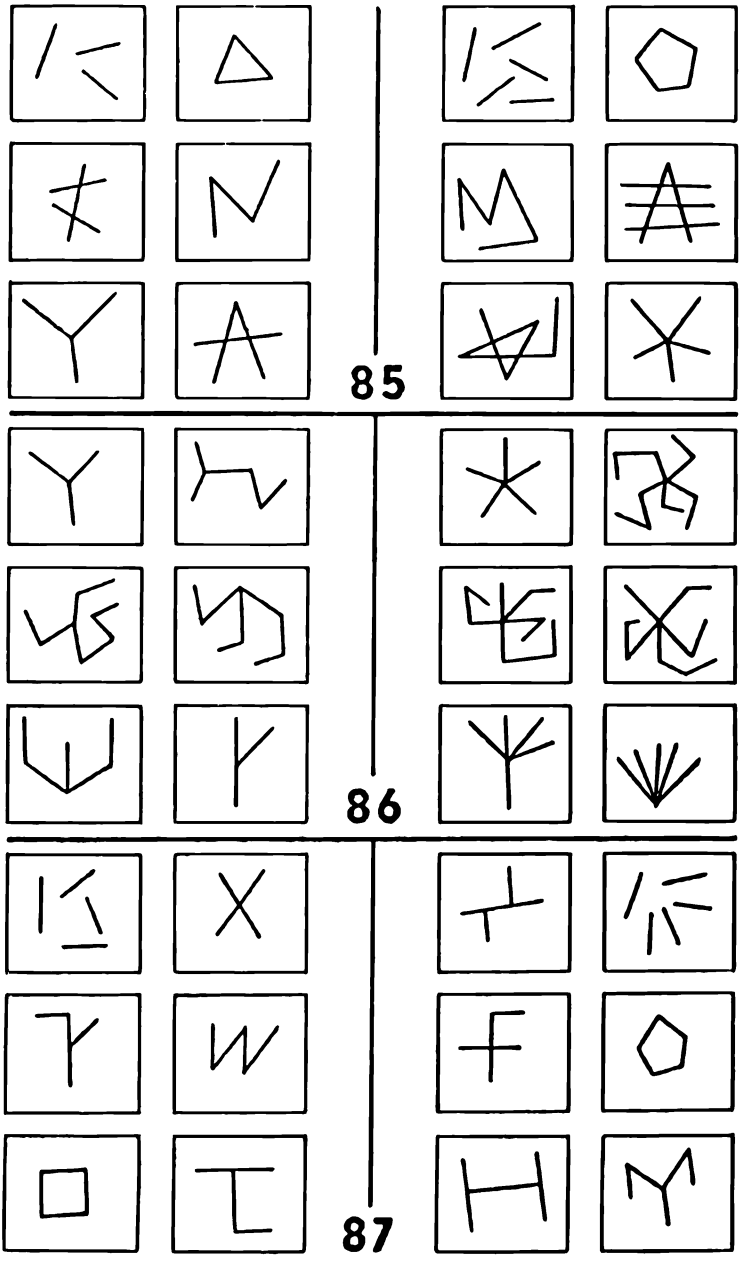
Понятие перехода между похожими предметами родственно понятию восприятия одного предмета как вариации другого. Мы уже видели прекрасный при-

РИС. 123. Небольшая часть сети понятий программы для решения задач Бонгарда. "Узлы" соединены между собой "связями", которые, в свою очередь, могут быть связаны. Принимая связи за глаголы, а соединенные ими узлы за подлежащие и дополнения, можно построить на основе этой диаграммы разные русские предложения.

мер этого — "круг с тремя выемками", который на самом деле вовсе не круг! Наши понятия должны быть до определенной степени гибкими. Ничто не должно оставаться совершенно неизменным. С другой стороны, они также не должны быть настолько бесформенными, что в них пропадет всякое значение. Все дело в том, чтобы знать, когда одно понятие может перейти в другое.

Такой переход лежит в основе решений задач Бонгарда ##85 — 87 (рис. 125). ЗБ #85 довольно проста. Предположим, что наша программа в процессе

РИС. 125. Задачи Бонгарда ##85 — 87
[Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"].



предварительной обработки данных узнает некий "отрезок". После этого ей легко посчитать отрезки и найти различие между классом I и классом II в ЗБ #85.

Теперь программа переходит к задаче #86. Ее основная методика состоит в том, чтобы *опробовать все недавние идеи, оказавшиеся удачными.* В реальном мире повторение сработавших ранее приемов часто увенчивается успехом, и Бонгард в своих задачах не стремится перехитрить этот тип эвристики — к счастью, он даже поощряет его. Таким образом, мы переходим к ЗБ #86, имея на вооружении две идеи ("считать" и "отрезок"), слитые в одну: "считать отрезки". Но оказывается, что в ЗБ #86 вместо *отрезков* нужно считать *последовательности линий.* Последовательность линий здесь означает сцепление (одного или более) отрезков. Программа может догадаться об этом, например, благодаря тому, что ей известны оба понятия, "отрезок прямой" и "последовательность прямых", и что они расположены близко друг от друга в сети понятий. Другим способом было бы *изобретение* понятия "последовательность прямых" — задача, мягко выражаясь, не из простых.

Далее следует ЗБ #87, в которой понятие "отрезок" обыгрывается по-иному. Когда один отрезок становится тремя? (См. рамку II-А.) Программа должна быть достаточно гибкой, чтобы переходить взад и вперед между различными описаниями данного фрагмента рисунка. Разумно сохранять в памяти старые описания, вместо того, чтобы их забывать и затем составлять снова, поскольку нет гарантии того, что новое описание окажется лучше прежнего. Таким образом, вместе с каждым старым описанием программа должна запоминать его сильные и слабые стороны. (Не правда ли, это начинает звучать довольно сложно?)

Мета-описания

Теперь мы подошли к другой жизненно важной части процесса узнавания; она имеет дело с уровнями абстракции и мета-описаниями. Для примера давайте вернемся к ЗБ #91 (рис. 121). Какой эталон можно здесь построить? С таким количеством вариантов трудно знать, откуда начинать. Но это уже само по себе является подсказкой! Это говорит нам, что различие между классами, скорее всего, существует на уровне, высшем чем уровень геометрических описаний. Это наблюдение подсказывает программе, что она может попытаться рассмотреть *описания описаний* — то есть *мета-описания.* Может быть, на этом втором уровне нам удастся обнаружить какие-либо общие черты, и, если повезет, найти достаточно сходства для того, чтобы создать эталон для мета-описаний. Таким образом, мы начинаем работу без эталона и создаем описания нескольких рамок; после того, как они закончены, мы описываем *сами эти описания.* Какие гнезда будут у нашего эталона для мета-описаний? Может быть, следующие:

использованные понятия: ———
повторяющиеся понятия: ———
названия гнезд: ———
использованные фильтры: ———

Существует множество других гнезд, которые могут быть использованы в мета-описаниях; это просто пример. Предположим теперь, что мы описали рамку I-Д в ЗБ #91. Ее "безэталонное" описание может выглядеть так:

горизонтальный отрезок
вертикальный отрезок, находящийся на горизонтальном отрезке
вертикальный отрезок, находящийся на горизонтальном отрезке
вертикальный отрезок, находящийся на горизонтальном отрезке

Разумеется, множество сведений было отброшено: то, что три вертикальных отрезка одинаковой длины, отстоят друг от друга на одно и то же расстояние и т. п. Но возможно и подобное описание. Мета-описание может выглядеть так:

использованные понятия: *вертикальный-горизонтальный, отрезок, находящийся на*
повторяющиеся понятия: *3 копии описания "вертикальный отрезок, находящийся на горизонтальном отрезке".*
названия гнезд: ———
использованные фильтры: ———

Не все гнезда мета-описания должны быть заполнены: на этом уровне тоже возможно отбрасывание информации, как и на уровне "простого описания".

Если бы мы теперь захотели составить описание и мета-описание любой другой рамки класса I, то гнездо "повторяющиеся описания" каждый раз содержало бы фразу "три копии ..." Детектор сходства заметил бы это и выбрал бы "тройничность" в качестве общей абстрактной черты рамок класса I. Таким же образом, путем мета-описаний может быть установлено, что "четверичность" — отличительная черта класса II.

Важность гибкости

Вы можете возразить, что использование мета-описаний в данном случае напоминает стрельбу по мухам из пушки, поскольку тройничность и четверичность могли быть найдены уже на первом уровне, если бы мы построили наше описание немного иначе. Это верно, но для нас важно иметь возможность решать эти задачи различными путями. Программа должна быть очень гибкой; она не должна быть обречена на провал, если ее "занесет" не туда. Я хотел проиллюстрировать общий принцип: когда построение эталона затруднено, потому что препроцессор запутывается среди различных деталей, это показывает, что здесь задействованы понятия на высших уровнях, о которых препроцессор ничего не знает.

Фокусирование и фильтрование

Теперь давайте рассмотрим другой вопрос: каким образом можно отбрасывать информацию. Ответ на этот вопрос включает два родственных понятия, которые я называю "фокусированием" и "фильтрованием". *Фокусирование* означает составление описания так, что оно сосредотачивается на каком-то одном районе картинки и "сознательно" оставляет без внимания все остальные. *Фильтрование* означает составление описания так, что оно видит содержимое картинки под каким-то определенным углом, и сознательно игнорирует все другие аспекты.

Таким образом, они дополняют друг друга: фокусирование имеет дело с объектами (грубо говоря, с существительными), а фильтрование — с понятиями (грубо говоря, с прилагательными).

Для примера фокусирования рассмотрим ЗБ #55 (рис. 126). Здесь мы сосредотачиваемся на выемке и маленьком круге около нее, и оставляем без

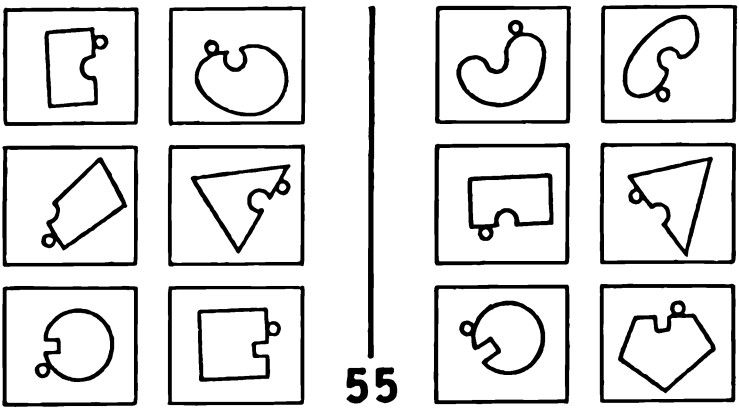


РИС. 126. Задача Бонгарда #55
[Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"].

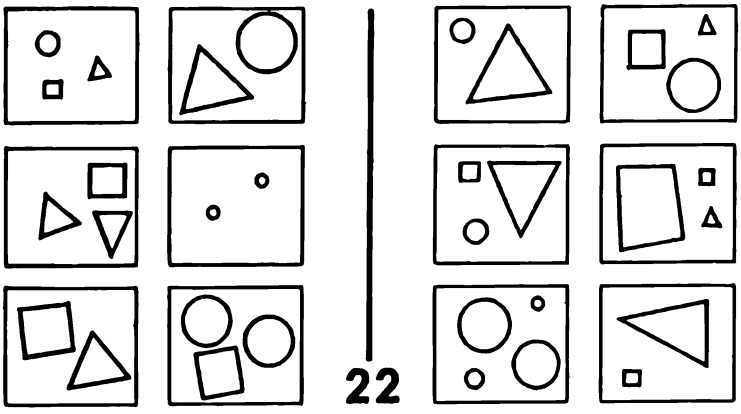


РИС. 127. Задача Бонгарда #22
[Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"].

внимания все остальное. ЗБ #22 — это пример фильтрования. Мы отбрасываем все понятия, кроме размера. Для решения ЗБ #58 (рис. 128) требуется комбинация фокусирования и фильтрования.

Одним из важных способов получения идей для фокусирования и фильтрования является другой тип "фокусирования": детальный анализ какой-либо особенно простой рамки — скажем, рамки с наименьшим количеством предметов. Очень полезным может оказаться сравнение между собой простейших рамок обоих классов.

Но каким образом программа определяет, какие рамки самые простые, до того, как она производит их описание? Одним из способов определения простоты является поиск рамки с наименьшим количеством черт, найденных препроцессором. Это может быть сделано на ранних стадиях работы, поскольку для этого не нужен готовый эталон; на самом деле, это может быть использовано как поиск черт для включения в эталон. ЗБ #61 (рис. 129) — пример случая, когда такая техника дает плоды очень быстро.

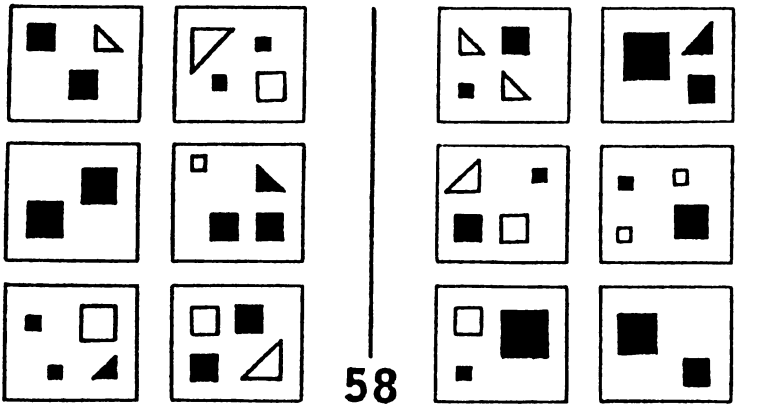


РИС. 128. Задача Бонгарда #58. [*Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"*].

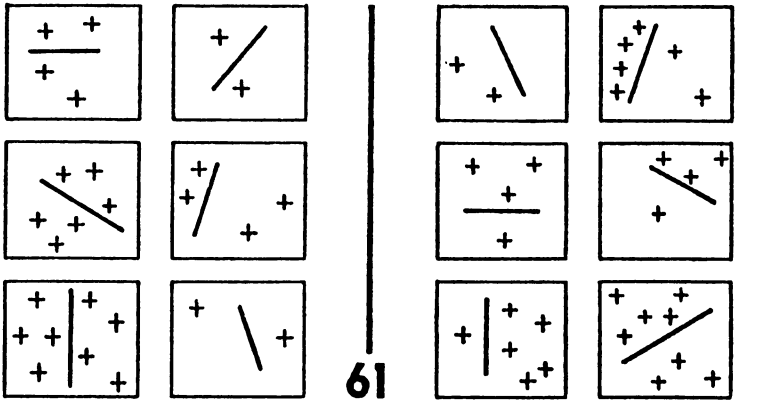


РИС. 129. Задача Бонгарда #61. [*Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"*].

Наука и мир задач Бонгарда

Задачи Бонгарда можно интерпретировать как крохотную модель мира, занимающегося "наукой" — то есть поисками упорядоченных структур. В процессе этих поисков создаются и переделываются эталоны, гнезда переносятся с одного уровня обобщения на другой, используются фокусирование и фильтрование и т. д.

На каждом уровне сложности делаются свои открытия. Теория американского философа Куна о том, что странные события, которые он называет *сдвигами парадигмы,* отмечают границу между "нормальной" наукой и "концептуальными революциями", не кажется подходящей к нашему случаю, поскольку в данной системе сдвиги парадигмы происходят все время и на всех уровнях. Это объясняется гибкостью описаний.

Разумеется, некоторые открытия более "революционны", чем другие, поскольку они производят больший эффект. Например, мы можем обнаружить, что задачи #70 и #72 представляют из себя "одну и ту же задачу", рассмотренную на достаточно абстрактном уровне. Основная идея здесь в том, что в

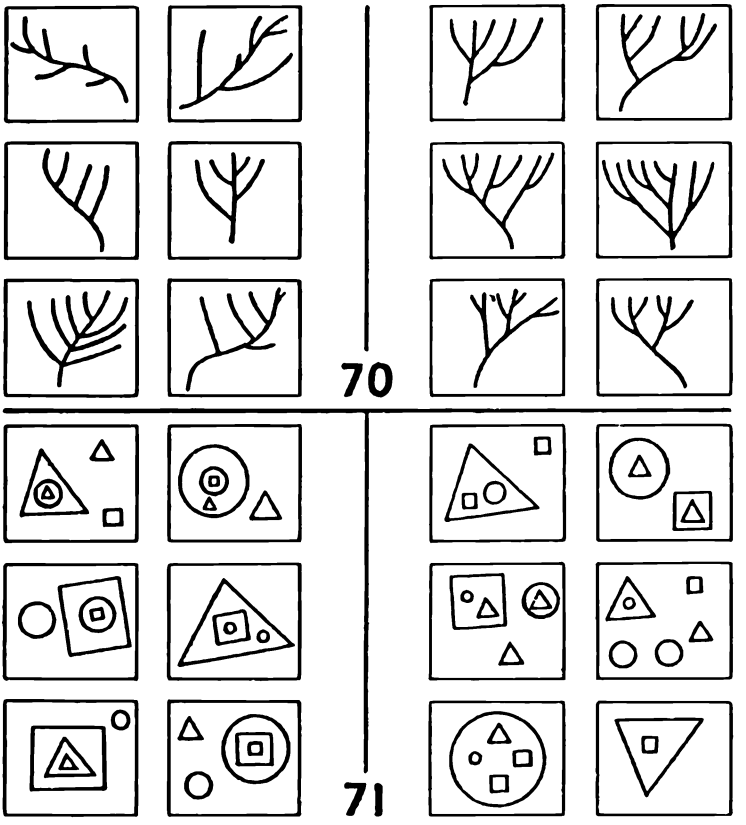


РИС. 130. Задачи Бонгарда ##70-71. [Из книги Бонгарда "Проблема узнавания"].

обеих задачах используется понятие "вложения" на глубине 1 и 2. Это новый уровень открытия в задачах Бонгарда. Существует еще более высокий уровень, касающийся всех картинок как целого. Если кто-либо не видел этого собрания, интересной задачей для него было бы попытаться представить себе, как эти картинки выглядят. Это было бы революционным открытием, хотя механизмы, которые при этом оперируют, не отличаются от механизмов, помогающих нам решать отдельные задачи Бонгарда.

По той же причине, настоящая наука не делится на "нормальные" периоды и периоды "концептуальных революций"; сдвиги парадигм происходят в ней постоянно, большие и маленькие, на различных уровнях. Рекурсивные графики INT и график G (рис. 32 и 34) дают нам геометрическую модель этой идеи. Их структура полна скачков на всех уровнях, причем чем ниже уровень, тем меньше скачки.

Связи с другими типами мысли

Чтобы поместить эту программу в контекст, я хочу упомянуть о том, как она соотносится с другими аспектами познания. Она зависит от других аспектов познания, а те, в свою очередь, зависят от нее. Поясню сначала ее зависимость от других аспектов познания. Интуиция, подсказывающая нам, когда имеет

смысл стереть различия, попытаться составить иное описание, вернуться по собственным следам, перейти на другой уровень и так далее, приходит только с общим опытом мышления. Поэтому так трудно определить эвристику для этих основных аспектов программы. Иногда наш опыт реального мира сложным образом влияет на то, как мы описываем и переописываем рамки. Например, кто может сказать, насколько знакомство с настоящими деревьями помогает в решении задачи #70? Маловероятно, что человеческая сеть понятий, относящихся к решению этих задач, может быть легко отделена от остальной сети понятий. Скорее интуиция, которую мы получили от созерцания и контакта с реальными предметами — расчески, поезда, цепочки, кубики, буквы, резинки и т. д., и т. п. — играет незаметную, но важную роль в решении подобных задач.

И наоборот, понимание ситуаций реального мира наверняка в большой степени зависит от зрительных образов и пространственной ориентации — таким образом, гибкий и эффективный способ представлять различные структуры (такие, как задачи Бонгарда) может только способствовать общей эффективности мыслительных процессов.

Мне кажется, что задачи Бонгарда были разработаны очень тщательно: в них есть некая универсальность, в том смысле, что у каждой из них — единственный правильный ответ. Разумеется, с этим можно спорить, утверждая, что то, что мы считаем "правильным", зависит от того, что мы — люди. Инопланетянин может совершенно с нами не согласиться. Несмотря на то, что у меня нет никакого конкретного свидетельства в пользу той или иной теории, я все-таки считаю, что задачи Бонгарда зависят от некоего чувства простоты и что люди — не единственные существа, обладающие этим чувством. То, что для этого важно быть знакомым с типично земными предметами, такими как расчески, поезда, резинки и тому подобное, не противоречит утверждению о том, что некое чувство простоты универсально, поскольку здесь важны не отдельные предметы, а тот факт, что вкупе они покрывают некое широкое пространство. Скорее всего, другие цивилизации будут обладать таким же большим репертуаром предметов и натуральных объектов и таким же обширным опытом. Поэтому мне кажется, что умение решать задачи Бонгарда находится близко к тому, что можно назвать "чистым" разумом — если таковой существует. Следовательно, с них можно начинать, если мы хотим изучить умение находить некое присущее схемам или сообщениям значение. К несчастью, мы привели здесь только небольшую часть этого замечательного собрания. Надеюсь, что многие читатели познакомятся со всем собранием, приведенным в книге Бонгарда (см. Библиографию).

Некоторые проблемы узнавания структур, которые полностью вросли в наше подсознание, довольно удивительны. Они включают:

- узнавание лиц (неизменность лиц при возрастных изменениях, различных выражениях, разном освещении, разном расстоянии, под другим углом зрения и так далее);
- узнавание тропинок в лесах и в горах — почему-то это всегда казалось мне одним из наиболее удивительных случаев узнавания схем. Однако это умеют делать и животные...
- прочтение текста, написанного сотней, если не тысячей различных шрифтов.

Языки, рамки и символы, передающие сообщения

Одним из способов решения проблемы узнавания структур и других сложных проблем ИИ является так называемый "актерский" формализм Карла Хьюитта, подобный языку "Smalltalk", разработанному Аланом Кэйем и другими. Он заключается в том, что программа пишется в виде набора взаимодействующих *актеров,* которые могут обмениваться сложными *сообщениями.* Это чем-то напоминает гетерархическое собрание процедур, вызывающих друг друга. Основное различие состоит в том, что процедуры передают друг другу небольшое количество информации, в то время как сообщения, которыми обмениваются актеры, могут быть сколь угодно длинными и сложными.

Благодаря своему умения передавать сообщения, актеры становятся в каком-то смысле автономными агентами — их можно даже сравнить с самими компьютерами, а сообщения — с программами. Каждый актер может интерпретировать данное сообщение по-своему; таким образом, значение сообщения будет зависеть от актера, его получившего. Это объясняется тем, что в актерах есть часть программы, которая интерпретирует сообщения; поэтому интерпретаторов может быть столько же, сколько и актеров. Разумеется, интерпретаторы многих актеров могут оказаться идентичными; в действительности, это может быть большим преимуществом (так же важно, чтобы в клетке было множество плавающих в цитоплазме идентичных рибосом, каждая из которых будет интерпретировать сообщение — в данном случае, мессенджер ДНА — одинаковым образом).

Интересно подумать, как можно соединить понятие фреймов с понятием актеров. Давайте назовем фрейм, способный создавать и интерпретировать сложные сообщения, *символом:*

$$\text{фрейм} + \text{актер} = \text{символ}$$

Мы будем говорить здесь о том, как можно представить те неуловимые *активные символы,* которые обсуждались в главах XI и XII; поэтому в данной главе "символ" будет иметь то же значение. Не расстраивайтесь, если вы не сразу поймете, каким образом может произойти этот синтез. Это, действительно, неясно, — но это одно из самых многообещающих направлений исследований в ИИ. Более того, несомненно, что даже наилучшие синтетические представления будут менее мощными, чем символы человеческого мозга. В этом смысле, пожалуй, еще рановато называть объединения фреймов с актерами "символами", но это — оптимистический взгляд на вещи.

Давайте вернемся к темам, связанным с передачей сообщений. Должно ли данное сообщение быть направлено на определенный символ, или же оно должно быть брошено наугад, так же как мРНК брошен наугад в цитоплазму, где он должен найти свою рибосому? Если у сообщений есть предназначение, то у каждого символа должен быть адрес, по которому будут посланы соответствующие сообщения. С другой стороны, может существовать некая центральная "станция" для получения сообщений, где каждое сообщение будут храниться, как письмо до востребования, пока оно не понадобится какому-либо символу. Это — альтернатива доставке писем адресатам. Возможно, наилучшее решение — сосуществование обоих типов сообщений и возможность разных степеней срочности: сверхсрочное, срочное, обычное и так далее. Система почтовой связи — богатый источник идей для языков, передающих сообщения; она включает такие возможности как письмо с оплаченным ответом

(сообщения, чьи отправители хотят срочно получить ответ), бандероли (очень длинные послания, которые могут быть посланы несрочным путем) и тому подобное. Когда вы исчерпаете запас почтовых идей, вашему воображению может дать толчок система телефонной связи.

Энзимы и ИИ

Другой источник идей для передачи сообщений — и обработки информации вообще — это, разумеется, клетка. Некоторые объекты клетки можно сравнить с актерами — в частности, эту роль выполняют энзимы. Активный центр каждого энзима работает как фильтр, который узнает только определенные типы субстратов (сообщений). Можно сказать, что у энзима есть "адрес". Благодаря своей третичной структуре, энзим "запрограммирован" так, чтобы провести некоторые операции с этим "сообщением" и затем снова выпустить его "в мир". Таким образом, путем передачи сообщения химическим путем от энзима к энзиму можно сделать очень многое. Мы уже описали сложные способы обратной связи в клетке (путем торможения или подавления). Эти механизмы показывают, что сложный контроль процессов может возникнуть из клеточного типа передачи сообщений.

Один из самых удивительных фактов, касающихся энзимов, — это то, что они бездействуют в ожидании нужного субстрата. Когда субстрат появляется, энзим внезапно начинает действовать, наподобие венериной мухоловки — насекомоядного растения. Подобная программа-триггер была использована в ИИ, где она получила название *демона*. Здесь важна идея наличия многих различных "семейств" подпрограмм, ожидающих активации. В клетке все сложные молекулы и органоиды строятся постепенно, шаг за шагом. Некоторые из этих новых структур сами являются энзимами и участвуют в построении новых энзимов — которые, в свою очередь, начинают строить другие типы энзимов и так далее. Подобные рекурсивные каскады энзимов очень сильно влияют на то, что делается в клетке. Было бы хорошо перенести подобный простой, ступенчатый процесс в ИИ — в построение полезных подпрограмм. Например, повторение — это способ вмонтировать некие структуры в аппаратуру нашего мозга, так что часто повторяемое поведение становится закодировано на подсознательном уровне. Было бы полезно найти аналогичный способ создания эффективных кусочков кода, которые могли бы производить такую же последовательность операций, как и нечто, выученное на высшем уровне "сознания". Каскады энзимов могут служить моделью того, как это может быть сделано. (Программа под названием "Hacker", написанная Геральдом Суссманом, создает и отлаживает небольшие подпрограммы способом, не слишком отличным от каскада энзимов.) Детектор сходства в программе, решающей задачи Бонгарда, мог бы сыграть роль такой энзимообразной подпрограммы. Подобно энзиму, этот детектор бродит вокруг, иногда натыкаясь на небольшие фрагменты данных. Когда пара его "активных центров" заполняется схожими структурами, детектор посылает сообщение другим частям программы (актерам). Пока программы соединены последовательно, иметь несколько копий детектора сходства не имеет смысла; однако в параллельном компьютере регулировка количества копий подпрограммы была бы способом регулировки также и предполагаемого времени до конца программы. Таким же образом, регулировка количества копий данного энзима в клетке регулирует скорость данного процесса. Создание новых детекторов было бы сравнимо с просачиванием обнаружения структур на низшие уровни нашего разума.

Расщепление и синтез

Две интересные дополнительные идеи, касающиеся взаимодействия символов, — это расщепление и синтез. *Расщепление* — это постепенное отделение нового символа от символа-родителя (то есть символа, послужившего эталоном для создания нового символа). *Синтез* — это то, что происходит, когда два ранее не связанных символа участвуют в "совместной активации", передавая сообщения между собой так интенсивно, что они становятся слитными; после чего эта комбинация начинает действовать как один символ. Расщепление — процесс более или менее неизбежный. Как только новый символ произведен на основе старого, он становится автономным, и его взаимодействие с окружающим миром отражается в его собственной внутренней структуре. Таким образом, то, что началось как совершенная копия, вскоре становится неточным, и все меньше и меньше походит на первоначальный символ. Синтез — вещь более тонкая. Когда два понятия сливаются в одно? Можно ли указать точный момент, когда это происходит? Понятие совместной активации открывает Пандорин ящик вопросов. Например, слышим ли мы отдельно слова "пар" и "ход", когда говорим о пароходе? Когда немец думает о перчатках ("Handschuhe"), слышит ли он слова "Hand" и "Schuhe" ("рука" и "обувь")? А как насчет китайцев, чье слово "донг-хи" ("восток-запад") означает "вещь"? Эта проблема переходит в область политики, когда некоторые люди высказывают мысль, что слова типа "медсестра" выражают недостаток уважения к женщинам. То, в какой степени в целом звучат отдельные части, варьируется, скорее всего, в зависимости от человека и от обстоятельств.

Основная проблема с понятием "синтеза" символов заключается в том, что очень трудно найти алгоритм, создающий новые значимые символы из символов, сталкивающихся между собой. Это подобно двум соединяющимся цепочкам ДНК. Каким образом можно взять части каждой из них и соединить их в новую значимую цепочку, в которой была бы закодирована особь того же класса? Или нового класса? Почти невероятно, что случайная комбинация ДНК окажется жизнеспособной, — вероятность этого такая же, как вероятность того, что перемешанные слова двух книг создадут третью книгу. Скорее всего, рекомбинация ДНК будет бессмысленна на всех уровнях, кроме самого низшего, именно потому, что в ДНК так много уровней значения. То же самое верно и для "рекомбинаций символов."

Эпигенез "Крабьего канона"

Мой Диалог "Крабий канон" кажется мне прототипом того, как две идеи столкнулись у меня в голове, соединились по-новому и вызвали к жизни новую словесную структуру. Разумеется, я все еще могу думать о музыкальных канонах и о диалогах раздельно; эти символы все еще могут быть активированы у меня в голове независимо друг от друга. Однако у этого синтетизированного символа для крабоканонических диалогов также есть собственный характерный вид активации. Чтобы проиллюстрировать понятие синтеза или "символической рекомбинации" более подробно, я хотел бы использовать пример создания "Крабьего канона". Во-первых, это мне хорошо известно, а во-вторых, это интересно и типично для того, чтобы показать, как далеко можно пойти в развитии какой-либо идеи. Я изложу это по стадиям, названным в честь *мейоза* — деления клеток, в котором участвует скрещивание хромосом, или гене-

тическая рекомбинация, — источники разнообразия в эволюции.

ПРОФАЗА: Я начал с довольно простой идеи — что музыкальное произведение, например, канон, можно проимитировать словесно. Это было основано на наблюдении, что кусок текста и кусок музыкальной пьесы могут быть соотнесены между собой путем использования одной и той же абстрактной формы. Следующим шагом была попытка воплотить в жизнь некоторые возможности этой туманной идеи: здесь мне пришло в голову, что "голоса" канонов могут быть отображены в "действующих лицах" диалогов, — мысль все еще довольно очевидная.

Далее я стал перебирать специфические виды канонов и вспомнил, что в "Музыкальном приношении" был ракоходный канон. Тогда я только начинал писать Диалоги, и в них было лишь два действующих лица: Ахилл и Черепаха. Поскольку Баховский ракоходный канон — двухголосный, соответствие было полным: Ахилл был бы первым голосом, идущим вперед, а Черепаха — вторым, идущим назад. Однако здесь возникла следующая трудность: на каком уровне должно происходить обращение? На уровне букв? Предложений? После некоторого раздумья я заключил, что самым подходящим является уровень реплик, то есть драматического действия.

После того, как "скелет" Баховского канона был переведен, по крайней мере, в черновике, в словесную форму, оставалась одна проблема. Когда оба голоса встречались в середине, то получался период крайнего повторения — довольно серьезный недостаток. Как можно было поправить дело? Тут произошла странная вещь — типичное для творчества скрещение уровней: мне в голову пришло слово "краб" из названия канона, несомненно, из-за некоей его общности с понятием "черепахи". Я тотчас сообразил, что повторение в середине может быть предотвращено, если ввести туда реплику, произнесенную новым действующим лицом — Крабом! Так в "профазе" "Крабьего канона" из скрещивания Ахилла и Черепахи на свет появился Краб. (См. рис. 131).

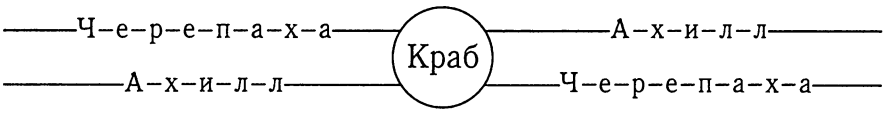


РИС. 131. Схематическая диаграмма Диалога "Крабий канон."

МЕТАФАЗА: Итак, скелет моего "Крабьего канона" был готов. Я перешел ко второй стадии — "метафазе," — в которой моей задачей было облечь скелет в плоть. Разумеется, это было нелегкой задачей. Мне пришлось изрядно попотеть в поисках пар фраз, которые имели бы смысл при прочтении в обратном порядке, и фраз с двойным значением, которые помогли бы мне создать подобную форму (например, "не стоит"). Два ранних варианта получились интересными, но слабоватыми. Когда, после годичного перерыва, я вернулся к работе над книгой, у меня было несколько новых идей для "Крабьего диалога". Одной из них было упоминание какого-либо Баховского канона в самом Диалоге. Сначала я собирался упомянуть о каноне под названием "Canon per augmentationem, contrario motu" из "Музыкального приношения" (этому канону у меня соответствует Диалог "Канон ленивца"). Однако это выглядело глуповато, так что в конце концов я решил, скрепя сердце, что в "Крабьем каноне" я могу говорить собственно о ракоходном каноне Баха. На самом деле,

это оказалось поворотным пунктом в работе над Диалогом, о чем я тогда еще не догадывался.

Но если одно действующее лицо упоминает о Баховской пьесе, не будет ли звучать нелепо, если в соответствующем месте Диалога второе действующее лицо скажет точно то же самое? В книге и в мыслях у меня Эшер играл роль, подобную роли Баха; нельзя ли было немного изменить соответствующую реплику так, чтобы во второй раз она относилась к Эшеру? В конце концов, в строгом искусстве канонов ради красоты и элегантности иногда допускаются отступления от точного повторения темы. И как только я об этом подумал, мне тут же пришла в голову картина "День и ночь" (рис. 49). "Ну конечно!" — сказал я себе. "Ведь это тоже что-то вроде ракоходного канона, где два взаимно дополняющих голоса проводят одну и ту же тему направо и налево, гармонируя друг с другом!" Здесь мы снова сталкиваемся с понятием единой "концептуальной схемы", воплощенной в различных контекстах, — в данном случае, в музыке и в графике. Таким образом, я позволил Ахиллу говорить о Бахе, а Черепахе — об Эшере, но в параллельных выражениях; безусловно, это небольшое отступление от точного повторения не угрожало духу ракоходного канона.

Примерно тогда же я заметил, что случилось нечто удивительное: Диалог стал автореферентным, хотя я ничего подобного не планировал! Более того, это была косвенная автореферентность, поскольку герои нигде не упоминали о Диалоге, действующими лицами которого они в данный момент являлись. Вместо этого они говорили о структурах, на некотором абстракном уровне изоморфных этому Диалогу. Иными словами, мой Диалог теперь имел тот же самый "концептуальный скелет", как и Гёделево утверждение G, и, таким образом, мог быть отображен на G примерно так же, как и Центральная Догма Типогенетики. Это было замечательно: нежданно-негаданно я нашел пример эстетического единства Гёделя, Эшера и Баха.

АНАФАЗА: Следующий шаг был довольно удивительным. У меня давно лежала монография Каролины Макгилаври, посвященная мозаичным работам Эшера; однажды, когда я стал ее перелистывать, мое внимание привлекла гравюра 23, которую я вдруг увидел в неожиданном свете: передо мной был самый настоящий крабий канон, как по форме, так и по содержанию! Эшер оставил эту картину без названия, и поскольку у него есть множество подобных мозаик с другими животными, возможно, что это совпадение формы и содержания было только моей случайной находкой. Так или иначе, эта безымянная гравюра была миниатюрной версией главной идеи моей книги — объединения формы и содержания. Так что я радостно окрестил гравюру "Крабьим каноном", поставил ее на место "Дня и ночи" и соответствующим образом изменил реплики Ахилла и Черепахи.

Однако это еще было не все. В то время я увлекался молекулярной биологией; однажды, перелистывая в магазине книгу Уатсона, я наткнулся в индексе на слово "палиндром". Найдя это слово в тексте, я обнаружил нечто удивительное: крабо-канонические структуры в ДНК. Тогда я изменил крабью речь, включив в нее замечание о том, что его любовь к странным движениям взад и вперед заложена в его генах.

ТЕЛОФАЗА: Последний шаг был сделан несколько месяцев спустя, когда, рассказывая кому-то о крабо-каноническом отрезке ДНК (рис. 43), я заметил, что 'A', 'T' и 'C', обозначающие, соответственно, аденин, тимин и цитозин,

совпадали — *mirabile dictu* — с 'A', 'T' и 'C' Ахилла, Черепахи (Tortoise) и Краба (Crab). Более того, так же, как аденин и тимин попарно соединены в ДНК, Ахилл и Черепаха соединены в Диалоге. С другой стороны, 'G', буква, спаренная в ДНК с 'C', могла обозначать Гения. Я снова вернулся к Диалогу и немного изменил речь Краба, так что она отразила эту новую находку. Теперь у меня было соответствие структуры ДНК структуре Диалога. В этом смысле можно сказать, что ДНК было генотипом, в котором был закодирован фенотип — структура Диалога. Этот финальный аккорд снова подчеркнул автореференцию и придал Диалогу такое глубокое значение, которого я сам не ожидал.

Концептуальные скелеты и концептуальное отображение

Это более или менее полное описание эпигенеза "Крабьего канона". Этот процесс можно рассматривать как постепенное отображение идей друг на друга на разных уровнях абстракции. Я называю это *концептуальным отображением,* а абстрактные структуры, роднящие две разные идеи — *концептуальными скелетами.* Пример концептуального скелета — абстрактное понятие крабьего канона:

> структура, состоящая из двух частей, которые проделывают одно и то же, но двигаются при этом в противоположных направлениях.

Это конкретный геометрический образ, с которым мы можем обращаться почти так же, как с задачей Бонгарда. Думая о "Крабьем каноне", я представляю себе две ленты, перекрещивающиеся в центре, где они соединены узлом (реплика Краба). Этот настолько наглядный образ, что он тут же отображается у меня в голове на образ двух хромосом, в середине соединенных центромерой — картина, прямо выведенная из мейозиса (см. рис. 132).

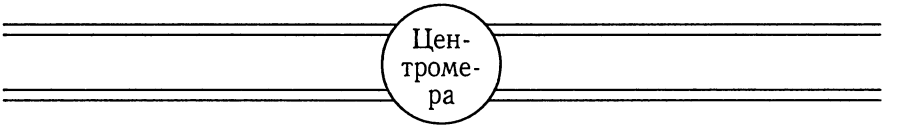


РИС. 132.

Именно этот образ навел меня на мысль описать создание "Крабьего канона" в терминах мейозиса — что само по себе, разумеется, также является примером концептуального отображения.

Рекомбинация идей

Существуют разные способы синтеза двух символов. Например, можно расположить идеи рядышком (словно идеи линейны!) и затем выбирать из каждой по кусочку и комбинировать их по-новому. Это напоминает генетическую рекомбинацию. Чем именно обмениваются хромосомы, и как они это делают? Они обмениваются генами. Что в символе сравнимо с геном? Если в символе есть рамкообразные гнезда, то, пожалуй, именно эти гнезда. Но какие из них должны быть обменены, и почему? Ответить на этот вопрос нам поможет син-

тез крабоканонического типа. Отображение понятия "музыкального канона-рака" на понятие "диалога" включало в себя несколько дополнительных отображений — в действительности, оно *порождало* дополнительные отображения. Как только было решено, что эти идеи должны быть отображены друг на друга, оставалось лишь взглянуть на них на том уровне, где были заметны аналогичные части, и затем *начать их взаимное отображение*. Этот рекурсивный процесс может идти на каком угодно уровне. Например, "голос" и "действующее лицо" возникли как соответствующие друг другу гнезда абстрактных понятий "музыкальный канон" и "диалог". Откуда же взялись сами эти абстрактные понятия? Это основная проблема отображения: откуда берутся абстрактные представления? Как можно получить абстрактное представление специфических понятий?

Абстракции, скелеты и аналогии

Концептуальный скелет — это некое абстрактное представление, полученное путем проецирования понятия на одно из его измерений. Мы уже имели дело с концептуальными скелетами, не называя их по имени. Например, многие идеи, касающихся задач Бонгарда, могут быть выражены в этих терминах. Это всегда интересно и часто полезно, когда мы обнаруживаем, что две (или более) идеи имеют сходный концептуальный скелет. Примером этого может служить странный набор понятий, упоминающихся в начале "Контрафактуса": бициклопы, одноколесный тандем, мотоциклы "Зигзиг", игра в пинг-пинг, команда, разделившая первое место сама с собой, двухсторонний лист Мёбиуса, "близнецы Бах", фортепианный концерт для двух левых рук, одноголосная фуга, аплодирование одной рукой, двухканальный моно-магнитофон, четверка четвертьзащитников. Все эти идеи изоморфны, потому что у них один и тот же концептуальный скелет:

множественная вещь, разъятая на части и собранная ошибочно.

Две других идеи этой книги, разделяющие один и тот же концептуальный скелет, это (1) Черепахино решение Ахилловой головоломки — найти слово, начинающееся и кончающееся на "КА" (она предложила частицу "КА", соединяющие оба "ка" в одно) и (2) доказательство Теоремы Ослиного Мостика (Pons Asinorum), предложенное Паппусом и программой Гелернтера, в котором один треугольник представлен как два. Эти странные сооружения можно именовать "полу-двойняшками."

Концептуальный скелет — нечто вроде набора постоянных черт идеи, которые, в отличие от ее параметров и переменных, должны оставаться неизменными при отображении ее на другие идеи или при выдумывании альтернативных миров. Поскольку в концептуальном скелете нет собственных параметров и переменных, он может лежать в основе нескольких различных идей. В каждом конкретном примере (как, скажем, "моно-тандем") есть уровни изменчивости, что позволяет нам модифицировать его по-разному. Хотя название "концептуальный скелет" вызывает образ чего-то жесткого и абсолютного, на самом деле он довольно гибок. На разных уровнях абстракции можно найти различные концептуальные скелеты. Например, "изоморфизм" между задачами Бонгарда #70 и #71, о котором я уже упоминал, включает концептуальный скелет более высокого уровня, чем тот, который требуется для решения обеих задач в отдельности.

Множественные представления

Концептуальные скелеты должны существовать не только на разных уровнях абстракции, но также в разных концептуальных *измерениях*. Возьмем, например, следующее изречение:

"Вице-президент — запасное колесо в автомобиле правительства."

Как мы понимаем, что это означает (оставляя в стороне важнейший аспект этой фразы — ее юмор)? Если бы вам внезапно предложили сравнить правительство с автомобилем, вы могли бы найти разнообразные параллели: руль = президент и т. д. Но чему соответствует Дума? С чем сравнить пристяжные ремни? Поскольку отображаемые понятия очень различны, отображение неизбежно будет происходить на *функциональном* уровне. Следовательно, вы сосредоточите внимание на тех частях автомобиля, которые имеют отношение не к форме, а к функции. Более того, имеет смысл работать на довольно высоком уровне абстракции, где "функция" понимается в широком контексте. Поэтому в данном случае из следующих двух определений запасного колеса (1) "замена для колеса с проколотой шиной" и (2) "замена для некоей не функционирующей части машины" вы выберете последнее. Автомобиль и правительство настолько различны, что вам приходится работать на высоком уровне абстракции.

Когда вы рассматриваете данное предложение, вам навязывается некое конкретное отображение. Однако оно вовсе не является для вас неестественным, поскольку среди многих определений вице-президента, у вас есть и такое: "замена для некоей не функционирующей части правительства." Поэтому навязанное вам отображение в данном случае кажется естественным. Предположим теперь, для контраста, что вы хотите воспользоваться другим определением запасного колеса, — скажем, описанием его физических аспектов. Среди прочего, это определение утверждает, что запасное колесо "круглое и надутое". Ясно, что это нам не подходит. (Правда, один мой знакомый указал мне на то, что некоторые вице-президенты довольно-таки объемисты и большинство из них весьма надуты!)

Порты доступа

Одной из основных характеристик каждого индивидуального стиля мышления является то, как в нем классифицируются и запоминаются новые впечатления. Это определяет те "ручки", за которые данное воспоминание можно будет затем вытащить из памяти. Для событий, объектов и идей — для всего, что только можно представить — существует огромное разнообразие таких "ручек". Это поражает меня каждый раз, когда я протягиваю руку, чтобы включить радио в машине и, к моему удивлению, обнаруживаю, что оно уже включено! Тут происходит следующее: я использую два различных определения радио. Одно из них — "производитель музыки", другое — "рассеиватель скуки". Я знаю, что музыка уже играет. Но поскольку мне все равно скучно, я протягиваю руку, чтобы включить радио, прежде чем эти два образа успевают войти в контакт. Тот же "радиовключательный рефлекс" сработал однажды сразу после того, как я оставил сломанное радио в мастерской и ехал домой; мне захотелось послушать музыку. Странно! Для того же радио существует множество других представлений, как например:

штуковина с блестящими серебряными ручками
штуковина, которая постоянно перегревается
штуковина, для починки которой приходится улечься на спину
производитель помех
предмет с плохо закрепленными ручками
пример множественных представлений

Все они могут служить портами доступа. Хотя все они связаны с символом, представляющим в моей голове радио в машине, его активация через одно из этих представлений не активирует остальных. Маловероятно, чтобы, включая радио, я думал бы о том, что для его починки надо лечь на спину. Наоборот, когда я, лежа на спине, орудую отверткой, то вряд ли вспомню о том, как слушал по этому радио "Искусство фуги". Между различными аспектами символа существуют "перегородки", которые не позволяют моим мыслям переливаться туда-сюда в потоке свободных ассоциаций. Эти перегородки важны, поскольку они сдерживают и направляют поток моих мыслей.

Одно из мест, где эти перегородки очень жестки, — это разделение слов для одного и того же понятия на разных языках. Если бы перегородки были слабее, люди, знающие несколько языков, в разговоре постоянно перескакивали бы с одного языка на другой, что было бы очень неловко. Разумеется, взрослые, изучающие сразу два языка, часто путаются между ними. Перегородки между этими языками не так сильны и могут ломаться. Переводчики в этом смысле особенно интересны, поскольку они могут говорить на любом из своих языков так, словно перегородки между ними нерушимы, — и тут же, по команде, могут нарушить эти перегородки и попасть из одного языка в другой для перевода. Джордж Штейнер, с детства говоривший на трех языках, посвящает несколько страниц своей книги "После Вавилонского столпотворения" переплетению французского, английского и немецкого у него в мозгу и тому, каким образом разные языки позволяют разные порты доступа к понятиям.

Форсированное соответствие

Когда мы видим, что две идеи разделяют один и тот же концептуальный скелет, из этого могут получиться разные вещи. Обычно мы прежде всего разглядываем идеи крупным планом и, руководствуясь соответствиями на высших уровнях, пытаемся найти соответствующие части этих идей. Иногда сходство может быть прослежено рекурсивно также на низших уровнях, выявляя глубокий изоморфизм. Иногда соответствие прекращается раньше, указывая на аналогию или сходство. Иногда же найденное на высшем уровне сходство настолько притягательно, что, даже если сходство на низших уровнях не очевидно, мы его просто придумываем. У нас получается *форсированное соответствие*.

Такие притянутые за уши соответствия каждый день встречаются в политических шаржах в газетах: государственные мужи изображаются в форме аэроплана, парохода, рыбы или Моны Лизы. Правительство становится человеком, птицей или нефтяной вышкой; договор — портфелем, мечом или банкой с червями... и так далее, и тому подобное. Интересно то, насколько легко мы можем проделать в уме предложенные отображения на нужную глубину, не находя слишком глубоких или слишком поверхностных соответствий.

Еще один пример запихивания одного предмета в форму другого — это

мое решение описать создание "Крабьего канона" в терминах мейозиса. Это произошло постепенно. Сначала я заметил общий концептуальный скелет в "Крабьем каноне" и в образе хромосом, соединенных в середине центромерой; это послужило толчком к рождению форсированного соответствия. Затем я заметил сходство на высшем уровне, касающееся "роста", "стадий" и "рекомбинации". После этого я развил эту аналогию насколько смог. Экспериментирование, как в решении задач Бонгарда, сыграло важную роль; я шел вперед и снова возвращался, пока не натыкался на подходящее соответствие.

Третий пример концептуального отображения — схема Центральной Догмы Типогенетики. Сначала я заметил сходство на высшем уровне между открытиями математической логики и молекулярной биологии; затем я перенес поиски на низшие уровни, пока не нашел хорошей аналогии. Чтобы еще усилить эту аналогию, я выбрал нумерацию Гёделя, имитирующую Генетический Код. Этот элемент стоит особняком в форсированном соответствии, показанном на схеме Центральной Догмы.

Форсированные соответствия нелегко четко отделить от аналогий и метафор. Спортивные комментаторы часто используют живые образы, трудно поддающиеся классификации. Например, услышав метафору "Динамовцы забуксовали" трудно сообразить, что мы должны себе представить. Колеса у целой команды? У каждого игрока? Возможно, что ни то и не другое. Скорее всего, образ колес, крутящихся в грязи или на снегу, появляется у нас в голове всего на секунду и затем, таинственным образом, только нужные его части переносятся на образ футбольной команды. Насколько глубоко бывает в эту секунду соответствие образа автомобиля образу футбольный команды?

Повторение

Давайте попытаемся связать все это воедино. Я описал несколько идей, связанных с возникновением, манипуляцией и сравнением символов. Большинство из них так или иначе связаны с переходами между символами и их варьированием. Идея здесь в том, что в символах есть элементы жесткие и элементы более гибкие; все они происходят с разных уровней вложенных один в другой контекстов (фреймов). Свободные элементы могут быть легко заменены; в зависимости от обстоятельств, в результате такой замены может получиться "гипотетический повтор", форсированное соответствие или аналогия. Процесс, в котором одни части обоих символов варьируются, а другие остаются неизменными, может закончиться синтезом этих символов.

Творческие способности и случай

Понятно, что мы говорим здесь о механизмах творчества. Но не является ли это само по себе противоречием? Почти — но не совсем. Творчество — квинтэссенция того, что не механично. И тем не менее, каждый отдельный акт творчества механичен и может быть объяснен так же, как, например, икота. Этот механический субстрат творчества может быть скрыт он нашего взгляда, но он существует. И наоборот, даже на сегодняшний день в гибких компьютерных программах есть нечто немеханичное. Может быть, это еще не творческие способности, но в тот момент, когда программа перестает быть "прозрачной" для своих создателей, начинается приближение к творчеству.

Обычно считается, что случайность — это необходимый ингридиент творческих актов. Это может быть верным, но это никак не влияет на механич-

ность — или, скорее, программируемость — творческих способностей. Мир — это огромная куча случайностей, и когда вы отражаете часть его в голове, то в вашем мозгу отражается и немного этой случайности. Поэтому схемы активации символов могут повести вас по самым причудливым, выбранным наугад дорогам просто потому, что они отражают ваше взаимодействие с непредсказуемым, сумасшедшим миром. То же самое может произойти и с программой компьютера. Случайность — это органическая черта мышления, а не то, что должно быть получено путем "искусственного оплодотворения", будь то игральные кости, распадающиеся ядра, таблицы случайных чисел или что-нибудь еще в этом роде. Не стоит оскорблять человеческие творческие способности, предполагая, что они базируются на подобных источниках!

То, что кажется нам случайным, часто представляет из себя эффект наблюдения над симметричной структурой через "кривой" фильтр. Изящный пример этого был изобретен Салвиати с его двумя способами описания числа $\pi/4$. Хотя десятичная дробь $\pi/4$ в действительности не является случайной, она достаточно случайна для практических нужд; можно сказать, что она "псевдослучайна". Математика полна псевдослучайностями — на всех творцов хватит! Так же, как наука полна "концептуальными революциями" на все уровнях и во все времена, индивидуальное мышление людей сплошь пронизано творческими актами. Мы находим их повсюду, а не только на высшем уровне. Большинство этих творческих актов весьма скромно и повторялось уже миллионы раз, но они — двоюродные братья самого высокого и новаторского творчества. Компьютерные программы на сегодняшний день еще не совершают маленьких творческих актов; то, что они умеют делать, в основном механично. Это показывает, что они все еще далеки от удачной имитации нашего мышления — но постепенно они к этому приближаются.

Возможно, что высокотворческие идеи отличаются от обычных неким комбинированным чувством красоты, простоты и гармонии. По этому поводу у меня есть любимая "мета-аналогия", в которой я сравниваю аналогии со аккордами. Идея проста: схожие на вид мысли часто соотносятся между собой поверхностно, в то время как глубоко соотнесенные мысли на первый взгляд часто совсем несхожи. Сравнение с аккордами здесь естественно: физически близко расположенные ноты гармонически отстоят друг от друга далеко (например, E-F-G [ми, фа, соль]), в то время, как гармонически близкие ноты физически далеки друг от друга (например, G-E-B [соль, ми, си]). Идеи, обладающие одним и тем же концептуальным скелетом, резонируют в некоей концептуальной гармонии; эти гармоничные "идеи-аккорды" часто отстоят весьма далеко друг от друга на воображаемой "клавиатуре идей". Разумеется, недостаточно просто взять интервал побольше — вы можете попасть на седьмую или девятую клавишу! Может быть, моя аналогия и есть такая "девятая клавиша," отстоящая далеко, но тем не менее диссонантная.

Обнаружение повторяющихся структур на всех уровнях

В этой главе я остановился на задачах Бонгарда так подробно потому, что, когда вы их изучаете, вам становится ясно, что то трудно описуемое чувство схожих структур, которое мы, люди, получаем вместе с генами, содержит все механизмы представления знаний в мозгу. Это включает вложенные друг в друга контексты; концептуальные скелеты и концептуальное отображение; возможность перехода от од-

ного понятия к другому; описания, мета-описания и их взаимодействие; расщепление и синтез символов; множественные представления (в различных "измерениях" и на различных уровнях абстракции); подразумеваемые элементы и тому подобное.

На сегодняшний день можно с уверенностью сказать, что если некая программа может замечать регулярности в одной области, она обязательно пропустит в другой области нечто, что нам, людям, кажется столь же очевидным. Если вы помните, я уже упоминал об этом в главе I, говоря, что машины могут не замечать повторяемости, в то время как люди на это не способны. Рассмотрим, например, ШРДЛУ. Если бы Эта Ойн печатала фразу "Возьми большой красный кубик и положи его на место" снова и снова; ШРДЛУ, не возражая, реагировала бы на это снова и снова, точно так же, как калькулятор может отвечать "4" снова и снова, если у человека хватит терпения печатать "2 x 2" снова и снова. Люди так не делают: если нечто повторяется снова и снова, они это обязательно заметят. ШРДЛУ не хватает потенциала для формирования новых понятий или узнавания схожих структур; у нее нет чувства повторяемости.

Гибкость языка

ШРДЛУ обладает удивительно гибким (в своих пределах) умением обращаться с языком. Эта программа понимает синтаксически очень сложные и даже двусмысленные предложения, если они могут быть проинтерпретированы на основе имеющихся данных, но она не способна понять "расплывчатого" языка. Возьмем, например, предложение "сколько кубиков надо поставить один на другой, чтобы получилась колокольня?" Мы тут же его понимаем, хотя, проинтерпретированное буквально, это предложение бессмысленно. И дело здесь не в использовании какой-то идиоматической фразы. "Поставить один на другой" — это неточное выражение, хотя люди понимают его без труда. Мало кто представит себе два кубика, каждый из которых стоит наверху другого.

Удивительно, насколько неточно мы используем язык — и все же нам удается общаться друг с другом! ШРДЛУ использует слова "металлическим" образом, в то время, как люди обращаются с ними как с губками или резиновыми мячиками. Если бы слова были гайками и болтами, люди могли бы просунуть любой болт в любую гайку: они просто затолкали бы один в другой, как в сюрреалистической картине, где все предметы представлены мягкими. Язык в людском употреблении становится почти текучим, несмотря на твердость его составляющих.

В последнее время внимание специалистов по ИИ в области понимания натурального языка сместилось от понимания отдельных предложений в сторону понимания больших кусков текста, такого, как рассказы и сказки для детей. Вот, например, незаконченная детская шутка, иллюстрирующая незаконченность ситуаций реальной жизни:

Один человек решил прокатиться на аэроплане.
К несчастью, он оттуда вывалился.
К счастью, у него был парашют.
К несчастью, парашют был сломан.
К счастью, он падал прямо на стог сена.
К несчастью, в стогу торчали вилы.
К счастью, он пролетел мимо вил.
К несчастью, он пролетел мимо стога.

Эта глупая история может продолжаться до бесконечности. Представить ее в системе фреймов было бы очень сложно: для этого понадобились бы одновременно активируемые фреймы для понятий человека, аэроплана, парашюта, падения и т. д.

Интеллект и эмоции

Или взгляните на эту коротенькую печальную историю.

> Маша крепко зажала в кулаке веревочки новых красивых воздушных шаров. Вдруг налетел ветер и вырвал их у нее из рук. Ветер отнес их к дереву. Шарики наткнулись на ветки и лопнули. Машенька горько заплакала.

Чтобы понять эту историю, необходимо читать между строчками: Маша — маленькая девочка. Речь идет об игрушечных воздушных шарах с веревочками, чтобы ребенок мог их держать. Взрослому они могут не показаться красивыми, но в глазах ребенка они прекрасны. Маша стоит на улице или во дворе. "Они", которые ветер вырвал у Маши из рук, — это шарики. Ветер не понес Машу вместе с шариками — она их выпустила. Шарики могут лопнуть, наткнувшись на что-то острое. Лопнув, шарики утеряны безвозвратно. Маленькие дети любят шарики и могут быть горько разочарованы, когда те лопаются. Маша видела, как ее шарики лопнули. Дети плачут, когда им грустно. Маша горько плакала, потому что ей было очень грустно из-за потери шариков.

Это, скорее всего, только маленькая часть того, что не выражено на поверхностном уровне истории. Чтобы понять рассказ, программа должна все это знать. Вы можете возразить, что даже если программа и "понимает" рассказ на некоем интеллектуальном уровне, она все равно не поймет его "по-настоящему", пока сама не научится "горько плакать". Когда же компьютеры начнут это делать? Подобную антропоцентрическую точку зрения высказывает Иосиф Вайценбаум в своей книге "Мощь компьютеров и человеческий разум" (Weizenbaum. "Computer Power and Human Reason"), и я думаю, что это важная и очень глубокая тема. К несчастью, в данный момент многие специалисты по ИИ не желают, по разным причинам, серьезно относиться к этому вопросу. С другой стороны, они правы в том, что сейчас пока преждевременно думать о плачущих компьютерах; мы должны думать о том, как научить компьютеры понимать человеческую речь. В свое время мы столкнемся с более глубокими и сложными проблемами.

Перед ИИ лежит долгий путь

Иногда кажется, что, поскольку человеческое поведение настолько сложно, оно не управляется *никакими* правилами. Но это только иллюзия — все равно, что считать, что кристаллы и металлы появляются на свет, следуя жестким правилам, а жидкости и цветы — нет. Мы вернемся к этому вопросу в следующей главе.

> Процесс самой логики, происходящий в мозгу, может быть аналогичен последовательности операций с символическими структурами, — что-то вроде абстрактной аналогии китайского алфавита или описания событий на языке майя. Разница заключается в том, что элементами здесь являются не слова, но нечто вроде предложений или целых рассказов, связи между которыми образуют некую мета- или сверх-логику с собственными правилами.[5]

Для большинства специалистов оказывается трудным выразить (и иногда

даже вспомнить!), что именно побудило их заняться данной дисциплиной. Наоборот, сторонний наблюдатель может с легкостью понять, в чем очарование этой дисциплины, и точно это выразить. Думаю, что именно поэтому вышеприведенная цитата из Улама мне так нравится — она поэтично описывает всю странность исследований по ИИ и, тем не менее, выражает веру в успех. Действительно, здесь приходится часто опираться на веру — перед ИИ пока лежит весьма длинный путь!

Десять вопросов и возможных ответов

В заключение этой главы я хочу представить читателю десять "вопросов и возможных ответов", касающихся ИИ. Я не осмелился бы назвать их "ответами" — это всего лишь мои собственные мнения. Они могут меняться по мере того, как я узнаю больше об ИИ и эта область исследований продолжает развиваться. (Я буду употреблять здесь слова "программа" и "компьютер", несмотря на то, что они вызывают сильные механистичекие ассоциации. Однако в нижеследующем тексте фраза "программа ИИ" означает программу, намного опередившую сегодняшние, — то есть по-настоящему разумную программу.)

Вопрос: Будет ли компьютер когда-нибудь сочинять прекрасную музыку?

Возможный ответ: Да, но не скоро. Музыка — это язык эмоций, и до тех пор, пока компьютеры не испытают сложных эмоций, подобных человеческим, они не смогут создать ничего прекрасного. Они смогут создавать "подделки" — поверхностные формальные имитации чужой музыки. Однако несмотря на то, что можно подумать априори, музыка — это нечто большее, чем набор синтаксических правил. Программы-композиторы еще долго не смогут дать новых образцов музыкального искусства. Позвольте мне развить эту мысль. Я слышал мнение, что вскоре мы сможем управлять препрограммированной дешевой машинкой массового производства, которая, стоя у нас на столе, будет выдавать из своих стерильных внутренностей произведения, которые могли бы быть написаны Шопеном или Бахом, живи они подольше. Я считаю, что это гротескная и бессовестная недооценка глубины человеческого разума. "Программа", способная сочинять подобную музыку, должна будет самостоятельно бродить по свету, находя дорогу в лабиринте жизни и чувствуя каждое ее мгновение. Она должна будет испытать радость и одиночество леденящего ночного ветра, тоску по дорогой руке, недостижимость далекого города, горечь утраты после смерти близкого существа. Она должна будет познать смирение и усталость от жизни, отчаяние и пустоту, решимость и счастье победы, трепет благоговейного восторга. В ней должны будут сочетаться такие противоположности, как надежда и страх, боль и торжество, покой и тревога. Неотъемлемой ее частью должно быть чувство красоты, юмора, ритма, чувство неожиданного — и, разумеется, острое осознание магии творческого акта. В этом и только в этом — источник музыкального смысла.

Вопрос: Будут ли чувства запрограммированы явно?

Возможный ответ: Нет. Это было бы смешно. Никакая прямая симуляция эмоций — например, ПАРРИ — не сможет приблизиться к сложности человеческих переживаний, которые косвенно вызваны организа-

цией нашего мозга. Программы или машины разовьют чувства таким же образом: как побочный продукт их структуры и организации, а не путем прямого программирования. Так, никто не напишет подпрограммы "влюбленности", так же как никто не напишет подпрограммы "совершения ошибок." "Влюбленность" — это описание сложного процесса сложной системы; совсем не обязательно, чтобы в системе был некий отдельный модуль, отвечающий за это состояние.

Вопрос: Сможет ли думающий компьютер быстро вычислять?

Возможный ответ: Может быть, нет. Мы сами состоим из аппаратуры, которая проделывает сложные вычисления, но это не означает, что на уровне символов, там, где находимся "мы", нам известно, как делать те же самые вычисления. Иными словами, нам не удастся загрузить числа в собственные нейроны с тем, чтобы подсчитать, сколько мы должны в бакалейной лавке. К счастью для нас, уровень символов (то есть, *мы сами*) не имеет доступа к нейронам, ответственным за мышление, — иначе мы потеряли бы голову. Перефразируя Декарта еще раз,

"Я мыслю; следовательно, у меня нет доступа к уровню,
на котором я суммирую."

Скорее всего, в случае разумной программы ситуация будет аналогична. Программа не должна иметь доступа к цепям, где происходит процесс мышления, — иначе она потеряет ЦП. Говоря серьезно, я думаю, что машина, которая сможет пройти тест Тюринга, будет вычислять так же медленно, как и мы с вами, и по той же причине. Она будет представлять число "два" не как два бита "10", а как некое *понятие* так же, как это делают люди, — понятие, нагруженное такими ассоциациями, как слова "пара" и "двойка", понятия четности и нечетности, форма числа "2" и так далее. С подобным дополнительным багажом думающая программа станет складывать довольно медленно. Разумеется, мы могли бы снабдить ее, так сказать, "карманным калькулятором" (или встроить его в сам компьютер). Тогда она вычисляла бы очень быстро, но делала бы это точно так же, как человек с калькулятором. В машине было бы две части: надежная, но безмозглая часть и разумная, но ошибающаяся часть. Надеяться на безошибочное действие такой составной системы можно было бы не более, чем на систему, состоящую из машины и человека. Так что, если вам нужны правильные ответы, лучше пользуйтесь исключительно калькулятором и не добавляйте к нему разум!

Вопрос: Будут ли такие шахматные программы, которые смогут выиграть у кого угодно?

Возможный ответ: Нет. Могут быть созданы программы, которые смогут обыгрывать кого угодно, но они не будут исключительно шахматными программами. Они будут программами общего разума и, так же как люди, они будут обладать характером. "Хотите сыграть партию в шахматы?" — "Нет, шахматы мне уже надоели. Лучше давайте поговорим о поэзии..." Приблизительно такой разговор вы сможете иметь с программой, которая будет способна выиграть у кого угодно.

Дело в том, что настоящий разум непременно основан на возможности общего обзора — так сказать, запрограммированной способности "выходить из системы" по крайней мере в том объеме, в каком мы сами обладаем такой способностью. С возникновением этой способности вы теряете контроль над программой — она переступает некий порог, и вам остается только расхлебывать заваренную вами кашу.

Вопрос: Будут ли в памяти программы некие места, где будут храниться параметры, управляющие поведением программы, так что, если бы вы забрались внутрь программы и поменяли их, программа стала бы умнее или глупее, более творческой или более заинтересованной в футболе? Короче, сможете ли вы "настраивать" программу, "подкручивая ее ручки" на относительно низком уровне?

Возможный ответ: Нет. Программа будет почти безразлична к изменениям любого данного элемента памяти, так же, как не меняемся и мы, несмотря на то, что тысячи нейронов нашего мозга ежедневно умирают. (!) Однако, если вы зайдете слишком далеко в вашей возне с программой, вы можете ее сломать, точно так же, как если бы вы небрежно провели нейрохирургию человеческого существа. В программе не будет никакого "магического" места, где будет расположен, скажем, ее коэффициент умственного развития. Это будет одной из черт, возникающей на основе низших уровней, и локализовать ее будет невозможно. То же самое верно и в отношении "количества объектов, которое программа может удержать в своей кратковременной памяти", "ее любви к физике" и так далее, и тому подобное.

Вопрос: Можно ли "настроить" какую-нибудь разумную программу так, чтобы она действовала, как я или как вы — или как нечто среднее между нами?

Возможный ответ: Нет. Разумная программа будет так же мало походить на хамелеона, как и человек. Она будет опираться на постоянство своей памяти и не сможет произвольно менять характер. Идея изменения внутренних параметров с тем, чтобы "настроиться на новую индивидуальность" указывает на смехотворную недооценку сложности личности.

Вопрос: Будет ли у разумной программы "сердце", или же она будет состоять их "бессмысленных циклов и последовательностей тривиальных операций" (выражаясь словами Марвина Мински[6])?

Возможный ответ: Если бы мы могли увидеть всю программу насквозь, как видим дно мелкого пруда, мы наверняка увидели бы только "бессмысленные циклы и последовательности тривиальных операций" — и никакого "сердца". Существует два крайних взгляда на ИИ: один из них утверждает, что человеческий разум по неким фундаментальным и мистическим причинам запрограммировать невозможно. Другой говорит, что стоит только собрать нужные "эвристические инструменты — множественные оптиматизаторы, способы узнавания регулярностей, планирующие алгебры, рекурсивные процедуры управления и так далее"[7], и у нас будет разумная программа. Я нахожусь где-то посредине: мне кажется, что "пруд" ИИ окажется так глубок

и мутен, что нам не удастся увидеть его дна. При взгляде с вершины циклы будут незаметны, так же, как на сегодняшний день электроны, переносящие ток, незаметны большинству программистов. Когда будет создана программа, выдержавшая тест Тюринга, мы увидим в ней "сердце", хотя и будем знать, что его там нет.

Вопрос: Будут ли когда-нибудь созданы "сверх-разумные" программы ИИ?

Возможный ответ: Не знаю. Непонятно, сумеем ли мы понять "сверх-разум" или общаться с ним и есть ли вообще какой-нибудь смысл у этого понятия. Например, наш собственный разум связан со скоростью нашего мышления. Если бы наши рефлексы были в десять раз быстрее или медленнее, у нас могли бы развиться совершенно иные понятия о мире. У создания с радикально иным представлением о мире может просто не оказаться с нами многих точек соприкосновения. Я часто спрашиваю себя, могут ли существовать музыкальные произведения, являющиеся по отношению к Баху тем, чем Бах является по отношению к фольклорным мелодиям — так сказать, "Бах в квадрате." Смог бы я понять подобную музыку? Может быть, вокруг меня уже есть подобная музыка, но я просто ее не узнаю, точно так же, как собаки не понимают языка. Идея сверх-разума очень странна. Так или иначе, я не считаю это сегодняшней целью исследований в области ИИ (хотя, если мы когда-нибудь достигнем уровня человеческого разума, сверх-разум, несомненно, станет следующей задачей — и не только для нас, но и для наших искусственных коллег, которые будут так же, как и мы, заинтересованы в проблемах ИИ и сверх-разума). Вероятно, что программы ИИ будут интересоваться общими проблемами ИИ — и это вполне понятно.

Вопрос: Вы, кажется, утверждаете, что программы ИИ будут практически неотличимы от людей. Будет ли между ними какая-нибудь разница?

Возможный ответ: Скорее всего, разница между программами ИИ и людьми будет больше, чем разница между большинством людей. Почти невозможно вообразить, что "тело", в котором будет расположена такая программа, не окажет на нее сильнейшего влияния. Так что, если только она не будет расположена в превосходной имитации человеческого тела, — а это вовсе не обязательно! — у нее, скорее всего, будут совершенно иные понятия о том, что важно, интересно и так далее. Витгенштейн однажды сделал следующее забавное замечание: "Если бы лев заговорил, мы бы его не поняли." Эта мысль напоминает мне о картине Руссо, где в залитой лунным светом пустыне изображены мирный лев и спящая цыганка. Но откуда Витгенштейн это знает? Мне кажется, что любая думающая программа ИИ, даже если мы и сможем с ней разговаривать, будет казаться нам весьма чуждой. Поэтому нам будет очень трудно понять, действительно ли перед нами разумная программа, или просто некая программа "с завихрениями".

Вопрос: Поймем ли мы, благодаря созданию разумных программ, что такое интеллект, сознание, свободная воля и "Я"?

Возможный ответ: Возможно — но все зависит от того, что вы имеете в

виду под словом "понимать". На интуитивном уровне, каждый из нас уже сейчас понимает все эти понятия настолько хорошо, как только возможно. Это подобно слушанию музыки. Улучшилось ли ваше понимание Баха от того, что вы проанализировали его вдоль и поперек? Или же вы лучше понимали его тогда, когда каждый нерв вашего тела трепетал от восторга? Понимаем ли мы, каким образом скорость света постоянна в любой инерционной системе отсчета? Мы можем проделать все расчеты, но ни у кого в мире нет настоящего интуитивного понимания теории относительности. Возможно, что никто никогда не поймет полностью на интуитивном уровне загадки интеллекта и сознания. Каждый из нас может понимать *отдельных людей,* и, скорее всего, это максимум того, на что мы способны.

Канон Ленивца

На этот раз мы находим Ахилла и Черепаху Тортиллу в гостях у их нового приятеля, Ленивца Сплюшки.

Ахилл: Хотите послушать про забавное соревнование по бегу, которое мы однажды устроили с Черепахой?

Ленивец: О, да, прошу вас!

Ахилл: Это соревнование стало довольно известным — я слышал, что оно даже было описано неким Зеноном.

Ленивец: Это интересно, и я всегда настроен вас послушать.

Ахилл: Это, и правда, было интересно. Видите ли, г-жа Тортилла стартовала первой. У нее была огромная фора, и тем не менее —

Ленивец: Вы ее нагнали, не правда ли?

Ахилл: Разумеется — поскольку я такой быстроногий, я сокращал расстояние между нами с постоянной скоростью, и вскоре обогнал ее.

Ленивец: Поскольку расстояние между вами становилось все меньше и меньше, вам удалось это сделать.

Ахилл: Именно. О, смотрите — г-жа Черепаха принесла свою скрипку. Можно мне попробовать что-нибудь сыграть, г-жа Черепаха?

Черепаха: О, нет, прошу вас. Это будет неинтересно — она расстроена так, что невозможно слушать.

Ахилл: Ну ладно. Но у меня сегодня почему-то музыкальное настроение.

Ленивец: Можете поиграть на пианино, Ахилл.

Ахилл: Благодарю вас. Немного погодя я так и сделаю. Но сначала доскажу, что потом мы с Черепахой бегали наперегонки еще раз. К несчастью, в этом соревновании —

Черепаха: Вы меня не нагнали, не правда ли? Расстояние между нами становилось все больше и больше, так что вам не удалось этого сделать.

Ахилл: Это верно. Мне кажется, что и ЭТО соревнование было описано — неким Льюисом Кэрроллом. А теперь, м-р Сплюшка, я готов принять ваше любезное приглашение и сыграть что-нибудь на пианино. Но предупреждаю: я очень плохой пианист — даже не знаю, стоит ли мне пытаться.

Ленивец: Вы должны попытаться.

(Ахилл садится за пианино и начинает играть простенькую мелодию.)

Ахилл: Ой, как странно звучит! Это совершенно не то, что я хотел сыграть! Что-то здесь не в порядке.

Черепаха: Вы не можете играть на пианино, Ахилл. Вы не должны и пытаться.

Ахилл: Это похоже на отражение пианино в зеркале. Высокие ноты находятся слева, а низкие — справа. Каждая мелодия получается перевернутой с ног на голову. Интересно, кто это придумал такую дурацкую шутку?

Черепаха: Этим отличаются ленивцы. Они висят —

Ахилл: Да, я знаю: на ветвях деревьев — головой вниз, разумеется. Это пианино-ленивец годится, чтобы играть на нем перевернутые мелодии, которые встречаются в канонах и фугах. Но научиться играть на пианино, свисая с дерева, нелегко — это требует немалого трудолюбия.

Ж.С.БАХ

КАНОН ЛЕНИВЦА

КАНОН ЛЕНИВЦА

Ж.С.БАХ

Ленивец: Этим ленивцы не слишком отличаются.

Ахилл: Да, мне кажется, что ленивцы не любят утруждать себя. Они делают все вдвое медленнее, чем все остальные. И кроме того, вверх ногами. Какой своеобразный жизненный уклад! Кстати, о замедленных и перевернутых вещах — в "Музыкальном приношении" есть канон под названием "Canon per augmentationem contrario motu", что значит "увеличенный и перевернутый канон". В моем издании "Приношения" перед тремя нотными строчками стоят три буквы — "S", "A" и "T" . Непонятно, что они значат... Так или иначе, Бах сделал все это очень ловко. Как вы считаете, г-жа Тортилла?

Черепаха: Он превзошел самого себя. Что касается букв "S", "A" и "T", то я догадываюсь, что они означают.

Ахилл: "Сопрано", "Альт" и "Тенор", скорее всего. Трехчастные пьесы часто пишутся для этой комбинации голосов. Как вы думаете, м-р Сплюшка?

Ленивец: Они означают —

Ахилл: О, подождите минутку! Г-жа Черепаха, почему вы одеваетесь? Надеюсь, вы не хотите нас покинуть? Мы только что собирались приготовить блинчики... Вы выглядите очень усталой. Как вы себя чувствуете?

Черепаха: Обессиленной. Пока! *(Устало ползет к двери.)*

Ахилл: Бедняжка — она, действительно, выглядит измученной. Она пробегала все утро — тренировалась для следующего соревнования со мной.

Ленивец: Видно, она превозмогала саму себя.

Ахилл: И совершенно зря. Может быть, она могла бы перегнать Сплюшку... но меня? Никогда! Да, вы, кажется, хотели сказать, что означают буквы "S", "A", "T" ?

Ленивец: Вам в жизни не догадаться!

Ахилл: Неужели они могут значит что-то еще? Вы меня заинтриговали. Я еще над этим поразмыслю. Скажите, а на каком молоке вы делаете тесто для блинчиков?

Ленивец: На обезжиренном.

Ахилл: Хорошо. Я ставлю сковородку на огонь.

Ленивец: Уже?

Ахилл: Ну ладно, тогда сначала размешаю тесто. Какие блинчики будут — пальчики оближешь! Жаль, что Черепахе не удастся их отведать.

РИС. 133. "Канон Ленивца", из "Музыкального Приношения" И. С. Баха. [Ноты напечатаны с помощью компьютерной программы СМУТ Дональда Бирда.]

ГЛАВА XX

Странные Петли или Запутанные Иерархии

Могут ли машины быть оригинальными?

В ВОСЕМНАДЦАТОЙ ГЛАВЕ я описал удачную шашечную программу Артура Самуэля, которая была способна обыграть своего создателя. Интересно послушать, что говорит по поводу компьютеров и оригинальности сам автор этой программы. Следующие отрывки взяты из опровержения на статью Норберта Винера, написанного Самуэлем в 1960 году.

> Я убежден в том, что машины не могут быть оригинальными в том смысле, какой вложил в это понятие Винер, когда он написал: "Машины могут превосходить некоторые ограничения их создателей и уже это делают. Благодаря этому, они могут быть одновременно эффективными и опасными." ...
> Машина — это не вызванный из бутылки джинн; она не работает с помощью магии. У нее нет собственной воли, и, вопреки тому, что говорит Винер, из нее не выходит ничего, что не было бы в нее заложено (исключая, разумеется, редкие случаи поломок.)...
> "Намерения", которые выказывает машина, на самом деле являются намерениями человека-программиста, оговоренными заранее, или же вторичными намерениями, выведенными из первых согласно правилам, установленным тем же программистом. Мы можем даже, подобно Винеру, предвидеть некий высший уровень абстракции, на котором программа не только будет модифицировать вторичные намерения, но и правила, используемые для их деривации — или же будет варьировать способы самой этой модификации... и так далее. Можно даже вообразить, что машина сумеет построить другую машину с улучшенными возможностями. Однако — и это важно помнить — машина *не может и не будет* проделывать ничего подобного, пока в нее не введут соответствующие инструкции. Существует и логически должен всегда существовать пробел между (*i*) любым конечным продуктом разработки человеческих желаний и (*ii*) развитием в машине ее собственной воли. Думать иначе — значит либо верить в магию или считать, что человеческая свободная воля — это иллюзия и что человеческие действия так же механистичны, как и действия машины. Может быть, и статья Винера и мое опровержение были механинистичеси предопределены — но я отказываюсь в это верить.[1]

Это напоминает мне Диалог Кэрролла ("Двухголосная инвенция") и вот почему. Самуэль основывает свой аргумент против машинного сознания (или воли) на понятии, что *любое механическое проявление воли с необходимостью потребует бесконечного регресса*. Таким же образом, Кэрроллова Черепаха пытается доказать, что даже простейшее рассуждение не может быть проведено без обращения к неким правилам высшего уровня, разрешающим данное рассуждение. Но поскольку это, в свою очередь, тоже шаг рассужения, то приходится обращаться к правилам еще более высокого уровня — и так далее. Заключение: *рассуждения приводят к бесконечному регрессу*.

Разумеется, в доводах Черепахи есть ошибка, и я думаю, что аналогичная ошибка имеется и в рассуждениях Самуэля. Чтобы показать, в чем эти ошиб-

ки похожи, я сыграю роль "адвоката дьявола", пытаясь доказать точку зрения, противоположную моей собственной. (Поскольку, как известно, Бог помогает тем, кто помогает себе сам, то дьявол, вероятно, помогает тем и только тем, кто сам себе *не* помогает. Помогает ли Дьявол сам себе?) Вот мои "дьявольские" заключения, выведенные из Диалога Кэрролла:

> Заключение о том, что рассуждения невозможны, неприложимо к людям, поскольку всем известно, что людям все-таки удается проводить множество рассуждений, несмотря на все высшие уровни. Это показывает, что люди функционируют, *не нуждаясь в правилах*: Люди — это пример "неформальной системы". С другой стороны, этот аргумент действителен, когда мы применяем его против *механических* рассуждающих систем, поскольку они всегда подчиняются правилам. Такие системы не смогут начать работать, пока у них не будет мета-правил, указывающих им, когда применять правила, мета-мета-правил, говорящих, когда применять мета-правила, и так далее. Таким образом, мы можем заключить, что умение рассуждать не может быть воплощено в машине, — это исключительно человеческая черта.

Где в этих доводах ошибка? В предположении, что *машина не способна начать действовать без правила, говорящего ей, как это сделать.* В действительности, машины обходят глупые Черепахины возражения так же легко, как и люди, и по той же самой причине: как люди, так и машины сделаны из аппаратуры, которая действует сама по себе, согласно законам физики. Вовсе не надо опираться на "правила, говорящие, как использовать правила", поскольку правила *низшего* уровня — не имеющие никаких "мета" перед ними — встроены в саму аппаратуру и действуют самостоятельно. Вывод: Диалог Кэрролла ничего не говорит нам о разнице между людьми и машинами. (На самом деле рассуждения *возможно* механизировать.)

Теперь перейдем к доводам Самуэля. В карикатурном изображении, его точка зрения сводится к следующему:

> Нельзя сказать, что компьютер "хочет" что-либо сделать, поскольку он был запрограммирован кем-то другим. Только в том случае, если бы он мог запрограммировать сам себя, начиная с нуля, мы могли бы сказать, что компьютер обладает собственной волей.

В своих доводах Самуэль встает на позицию Черепахи, заменяя "рассуждения" на "волю". Он хочет сказать, что за любым механизмом желания должен стоять либо бесконечный регресс, либо, что еще хуже, закрытая петля. Если у компьютеров нет собственной воли именно по этой причине, то что можно сказать о людях? Тот же самый критерий позволяет заключить, что

> человек обладает собственной волей только тогда, когда он сделал себя сам и выбрал собственные желания (а также выбрал выбор собственных желаний и так далее).

Это заставляет нас хорошенько подумать над тем, откуда появляются наши желания. Если вы не верите в наличие души, то, возможно, скажете, что они зарождаются в вашем мозгу — аппаратуре, которую вы не создавали и не выбирали. Тем не менее, от этого ваше чувство, что вы желаете чего-то определенного, не становится слабее. Вы — вовсе не "само-программирующий

объект" (что бы это ни значило); тем не менее у вас все же есть собственная воля, зарождающаяся на физическом уровне вашего интеллекта. Таким же образом, у машин когда-нибудь будет собственная воля, несмотря на тот факт, что никакая магическая "само-программирующая" программа не появляется в их памяти из ничего, словно по мановению волшебной палочки. У них будет воля по той же причине, что и у людей — как следствие организации и структуры многих уровней аппаратуры и программного обеспечения. Вывод: доводы Самуэля ничего не говорят нам о разнице между людьми и машинами. (На самом деле, волю *возможно* механизировать.)

Любая запутанная иерархия основана на неизменном уровне

Сразу после "Двухголосной инвенции" я написал, что центральной темой этой книги будет обсуждение вопроса "подчиняются ли слова и мысли формальным правилам?" Одной из моих основных задач было показать многоуровневость интеллекта и мозга и объяснить, почему конечным ответом на этот вопрос является "да, если спуститься на низший уровень — уровень аппаратуры — и найти там правила."

Точка зрения Самуэля затронула некую тему, которую я хочу обсудить подробнее. Вот она: думая, мы, безусловно, меняем наши мысленные правила, а также правила, меняющие правила, и так далее — но это, образно говоря, правила "программ". При этом *фундаментальные* правила, правила "аппаратуры", остаются неизменными. Нейроны всегда действуют одинаково. Мы не можем уговорить нейроны повести себя "ненейронным" образом; все, что нам удается сделать, это поменять тему или стиль наших мыслей. Подобно Ахиллу в "Прелюдии" и "Муравьиной фуге", мы имеем доступ только к нашим мыслям, а не к нейронам. Правила программ могут варьироваться на разных уровнях — правила аппаратуры всегда остаются одними и теми же. Именно этим фактом и объясняется гибкость программ! Это вовсе не парадокс, а фундаментальный, простой факт, касающийся механизмов разума.

Именно различие между само-модифицирующимися программами и неизменной аппартурой будет темой последней главы этой книги. Некоторые из последующих вариаций на это тему могут показаться довольно надуманными; однако надеюсь, что к тому моменту, когда я завершу цикл, вернувшись к мозгу, интеллекту и чувству самосознания, вы сможете увидеть неизменную основу в каждой из этих вариаций.

В этой главе я хочу поделиться с читателем теми образами, которые помогают мне понять, каким образом сознание вырастает из джунглей нейронов. Надеюсь, что эти интуитивные образы окажутся полезными и немного помогут читателям в определении их собственных представлений о том, что заставляет функционировать разум. Может быть, возникающие в моем мозгу туманные образы мозга и образов послужат катализатором для образования более четких образов мозга и образов в мозгу моих читателей.

Модифицирующаяся игра

Итак, первая вариация: игры, в которых очередной игрок может изменять правила. Представьте себе шахматы. Ясно, что правила здесь остаются неизменными, а меняется только позиция на доске после каждого хода. Но давайте те-

перь рассмотрим такой вариант шахмат, в котором очередной игрок имеет право либо сделать ход, либо поменять правила. Каким образом? Произвольно? Можно ли превратить шахматы, скажем, в шашки? Понятно, что подобная анархия была бы бессмысленна — должны существовать некоторые ограничения. Например, в одной из версий будет позволено изменять ход коня: вместо "1 и затем 2" конь будет передвигаться на "*m* и затем *n*" клеток, где *m* и *n* — любые натуральные числа; очередной игрок сможет увеличивать или уменьшать на 1 либо *m* либо *n*. Таким образом, ход коня сможет меняться от 1-2 до 1-3 до 0-3 до 0-4 до 0-5 до 1-5 до 2-5... Вместо этого могут существовать правила, модифицирующие ход слона и других фигур. Другие правила могут добавлять новые клетки к доске, или стирать старые...

У нас будет два уровня правил: одни говорят нам, как ходят фигуры, и другие — как изменяются правила. Таким образом, у нас есть правила и мета-правила. Следующий шаг очевиден: введение мета-мета-правил, говорящих нам, как менять мета-правила. Однако вовсе не очевидно, как именно это сделать. Правила, меняющие ходы фигур, придумать легко, поскольку фигуры двигаются в формализованном пространстве шахматной доски. Если бы нам удалось придумать простую формальную запись для правил и мета-правил, тогда обращаться с ними стало бы так же легко, как с цепочками формул или даже с шахматными фигурами. Доводя эту идею до логической крайности, мы могли бы представить, что правила и мета-правила могут быть изображены в виде позиций на вспомогательной шахматной доске. Тогда каждая позиция сможет, в зависимости от вашей интерпретации, быть понята как момент игры, набор правил или набор мета-правил. Разумеется, оба игрока должны будут заранее договориться о том, как интерпретировать нотацию.

В этой игре у нас может быть любое количество дополнительных досок: доска для игры. для правил, для мета-правил, для мета-метаправил и так далее. пока нам не надоест. Очередной игрок может ходить на любой из этих досок, кроме доски самого высшего уровня, Правила при этом определены доской "ступенькой выше.". Несомненно, оба игрока вскоре запутаются из-за того, что почти всё — но не всё! — может меняться. По определению, доска высшего уровня должна оставаться неприкасаемой, поскольку у вас нет правил, говорящих вам, как ее менять. Это — *неизменный* уровень. Неизменны также условия, по которым изменяются другие доски, соглашение играть по очереди, условие, что очередной игрок может менять что-то только на одной из досок — вы найдете здесь и другие неизменные элементы, если рассмотрите эту идею более подробно.

Возможно пойти гораздо дальше, если убрать опорные ориентиры. Начнем действовать постепенно... Сначала сведем весь набор досок к одной-единственной доске. Что это означает? Что эту доску можно будет интерпретировать двояко: как (1) фигуры, которые надо двигать и (2) правила ходов. Игроки, двигающие фигуры, тем самым меняют правила! Таким образом, правила постоянно меняют сами себя. Здесь слышен отголосок типогенетики (и настоящей генетики!). Различие между игрой, правилами, мета-правилами и мета-мета-правилами оказывается стерто. То, что когда-то было четкой иерархической системой, превратилось в Странную Петлю или Запутанную Иерархию. Ходы меняют правила, правила определяют ходы — и так далее, по кругу. Здесь все еще есть различные уровни, но разница между "высшими" и "низшими" уровнями уже исчезла.

При этом часть того, что раньше было неприкасаемым, стало возможно модифицировать. Но в системе все еще осталось множество неизменных вещей. Так же как и раньше, между вами и вашим противником существуют некие соглашения, при помощи которых вы интерпретируете доску как определенный набор правил, соглашение играть по очереди и другие негласные условия. Заметьте, что теперь понятие различных уровней изменилось довольно неожиданным образом. У нас есть Неизменный уровень — давайте назовем его *уровень Н* — на котором находятся соглашения, касающиеся интерпретации, и Запутанный уровень — *уровень З* — на котором находится Запутанная Иерархия. Эти два уровня все еще иерархичны: уровень Н управляет тем, что происходит на уровне З, в то время как уровень З не затрагивает и не может затронуть уровня Н. Несмотря на то, что сам уровень З представляет из себя Запутанную Иерархию, он все же подчиняется набору правил, находящихся за его пределами. Это очень важный момент.

Как вы, несомненно, уже предположили, ничто не мешает нам сделать "невозможное" — а именно, соединить уровень Н с уровнем З. Для этого надо только поставить сами условия интерпретации в зависимость от положения на шахматной доске. Однако для того, чтобы провести подобное "сверх-соединение", вам и вашему противнику придется выработать некие новые соглашения, соотносящие два уровня — и это создаст новый неизменный уровень сверху "сверхсмешанного" (или под ним, если вам так больше нравится). И это может продолжаться до бесконечности. "Скачки", которые при этом совершаются, напоминают те, что были описаны в Диалоге "Праздничная Кантатата" и в повторной Гёделизации, примененной к разнообразным улучшенным вариантам ТТЧ. Каждый раз, когда вам кажется, что вы подошли к концу, возникает новый вариант выхода из системы; чтобы его заметить, нужно некоторое творческое воображение.

Снова авторский треугольник

Я не собираюсь здесь прослеживать эту странную тему усложняющихся комбинаций систем, которые могут возникнуть в само-изменяющихся шахматах. Моей целью было показать читателю графически, что в каждой системе есть некий "защищенный" уровень, на который не действуют правила других уровней, какими бы запутанными не были их взаимодействия между собой. Забавная загадка из главы IV иллюстрирует эту мысль в немного ином контексте. Может быть, она застанет вас врасплох:

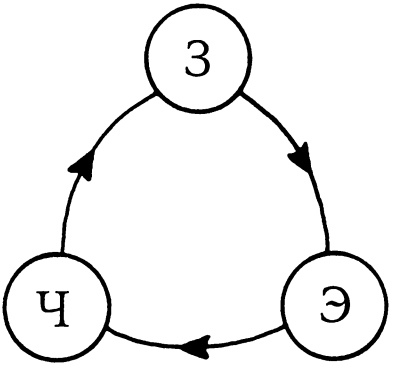


РИС. 134. "Авторский треугольник".

Перед нами три автора: З, Ч и Э. З существует только в романе, написанном Ч. Аналогично, Ч — только герой романа, написанного Э. Что удивительно, Э — тоже не более как персонаж романа — чей автор, естественно, З. Может ли существовать такой авторский треугольник?

Разумеется, может! Но для этого все трое должны быть персонажами четвертого романа, написанного Х. Можно сказать, что З-Ч-Э представляет из себя Странную Петлю или Запутанную Иерархию, а автор Х находится в неизменном пространстве, вне той системы, в которой происходит эта путаница. Хотя З, Ч и Э имеют прямой или косвенный доступ друг к другу и могут напакостить один другому в своих романах, ни один из них не может затронуть жизнь Х. Они даже не могут вообразить его, так же, как вы не в состоянии представить себе автора того романа, который выдумал в качестве своего героя *вас*. Если бы я хотел ввести в схему автора Х, я нарисовал бы его вне страницы. Разумеется, это было бы проблематично, поскольку изображение предмета с необходимостью помещает его *на* странице.... Так или иначе, Х в действительности находится вне мира, в котором обитают З, Ч и Э, и должен быть представлен соответствующим образом.

Эшеровы "Рисующие руки"

Другая классическая вариация на эту тему — картина Эшера "Рисующие руки" (Рис. 135). Здесь левая рука (ЛР) рисует правую руку (ПР), в то время как ПР рисует ЛР. Снова уровни, обычно понимаемые как иерархические — рисующее и рисуемое — замыкаются друг на друга, создавая Запутанную Иерархию. Этот пример, разумеется, подтверждает идею данной главы, поскольку за ним стоит ненарисованная, но рисующая рука самого Эшера — создателя как ЛР, так и ПР. Эшер стоит вне пространства этих рук, и это хорошо видно на рис. 136. В верхней части этого схематического варианта картины Эшера вы видите Странную Петлю или Запутанную Иерархию, а в нижней — Неизменный уровень, позволяющий ее существование. Мы могли бы еще раз "Эшеризировать" картину Эшера, сфотографировав рисующую ее руку... и так далее.

Мозг и разум: переплетение нейронов, лежащее в основе переплетения символов

Теперь мы можем соотнести эту картину с мозгом, а также с программами ИИ. Когда мы думаем, символы в нашем мозгу активируют другие символы, и все они взаимодействуют гетерархически. Более того, символы могут заставить друг друга измениться внутренне и стать чем-то вроде программ, действующих на другие программы. Благодаря Запутанной Иерархии символов, у нас создается иллюзия, что *неизменяемого уровня в мозгу не существует.* Мы думаем, что подобного уровня нет, потому что он для нас невидим.

Если бы было возможно изобразить это схематически, получился бы гигантский лес символов, соединенных друг с другом перепутанными линиями, вроде лиан в джунглях. Это — высший уровень, где рождаются и развиваются мысли, тот ускользающий уровень *разума,* который аналогичен рисующим друг друга рукам. Внизу на схеме помещалось бы изображение мириад нейронов — "неизменного субстрата," лежащего в основе переплетения символов и аналогичного "движущей силе" — Эшеру. Интересно, что в буквальном

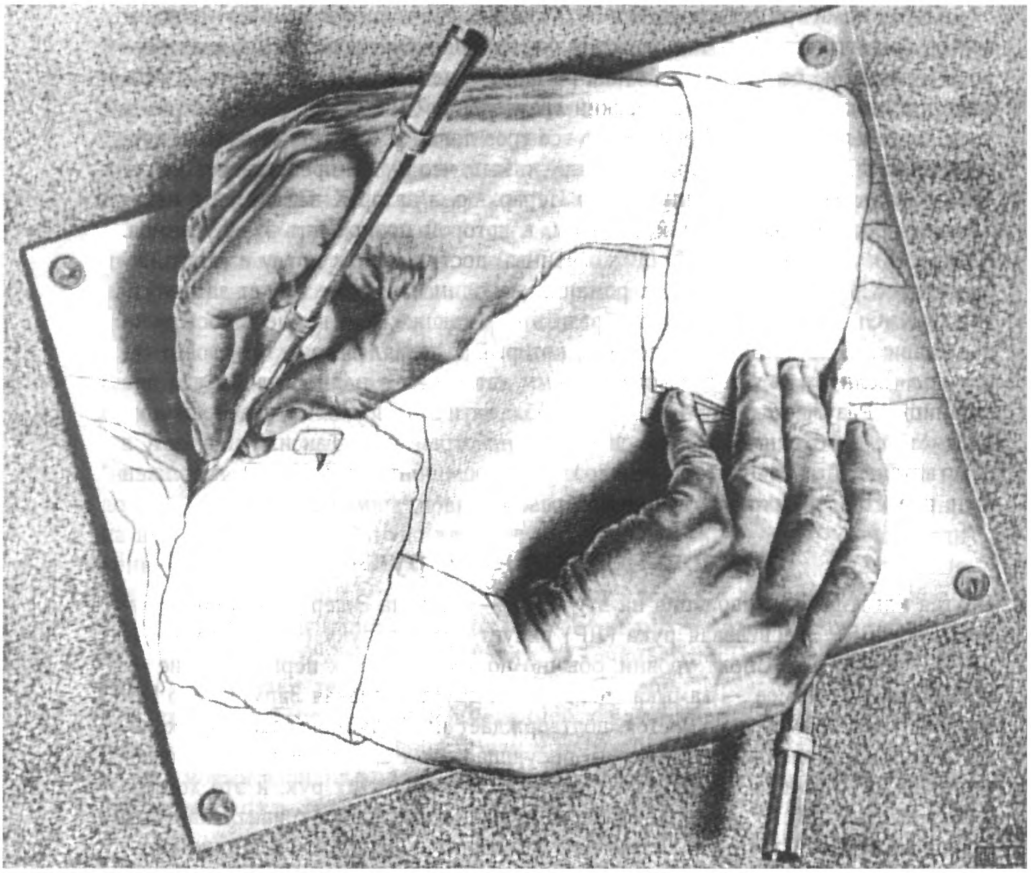
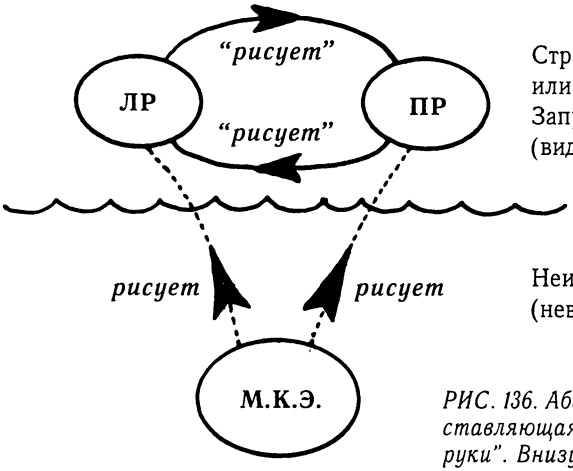


РИС. 135. М. К. Эшер. Рисующие руки. (литография, 1948)



Странная Петля
или
Запутанная Иерархия
(видимая)

Неизменный Уровень
(невидимый)

РИС. 136. Абстрактная диаграмма, представляющая картину Эшера "Рисующие руки". Внизу приведено ее решение.

смысле сам этот нижний уровень тоже представляет из себя переплетение: миллиарды клеток и сотни миллиардов аксонов, соединяющих клетки между собой.

В этом интересном случае сложное переплетение на уровне программ основано на переплетении на уровне самой аппаратуры — нейронов. Но Запутанной Иерархией можно назвать лишь переплетение символов. Переплетение нейронов — это "простое" переплетение. Это различие подобно разнице между Странными Петлями и обратной связью, которое я описал в главе XVI. Запутанная Иерархия получается тогда, когда строго иерархичные на первый взгляд уровни внезапно начинают действовать друг на друга в нарушение всех правил иерархии. Элемент неожиданности здесь очень важен; именно поэтому я называю Странные Петли "странными". Простое переплетение, такое, как обратная связь, не нарушает установленных различий между уровнями. Например, когда вы стоите под душем и моете правую руку левой рукой и наоборот, это в порядке вещей. Эшер не случайно решил нарисовать руки, рисующие руки!

События, подобные моющим друг друга рукам, случаются в мире очень часто, и мы их обычно не замечаем. Я говорю что-то вам, а вы в ответ говорите что-то мне. Парадокс? Вовсе нет; наше восприятие друг друга с самого начала не включает никакой иерархии, поэтому здесь нет ничего странного.

С другой стороны, в языке получаются странные петли тогда, когда он прямо или косвенно говорит сам о себе. При этом нечто, лежащее *внутри* системы, выходит из нее и воздействует *на* систему так, словно оно находится *вовне*. Возможно, что нас смущает некое неопределенное чувство топологической неправильности: стирание различия между внутренним и внешним, как в знаменитой "бутыли Клейна". Хотя система абстрактна, наш мозг создает для нее пространственный образ с некоторой мысленной топологией. Вернемся к путанице символов. Если глядеть только на нее и игнорировать нейронный фундамент, то в ней можно увидеть самопрограммирующий объект — точно так же, как глядя на "Рисующие руки", мы видим саморисующую картину и на мгновение верим этой иллюзии, забывая об Эшере. В случае картины эта иллюзия рассеивается мгновенно — но в случае человеческого разума она оказывается весьма стабильной. Мы *чувствуем,* что мы самопрограммирующие. Более того, мы и не можем чувствовать иначе, поскольку мы защищены от низшего уровня, уровня нейронных сплетений. Нам кажется, что наши мысли живут в своем собственном пространстве, создавая новые мысли и изменяя старые; мы не замечаем помогающих этому нейронов! Но так и должно быть. Мы просто не можем их заметить.

Аналогичная двусмысленность может произойти с программами ЛИСПа, которые умеют действовать на самих себя, изменяя собственную структуру. Посмотрев на них на уровне ЛИСПА, вы можете сказать, что они меняют сами себя; но, сменив уровни и представив программы ЛИСПА как данные для интерпретатора ЛИСПа (см. главу X), вы увидите, что единственная работающая программа здесь — интерпретатор и что все изменения — не более как изменения неких данных. Сам интерпретатор ЛИСПа защищен от изменений.

То, каким образом вы описываете подобные запутанные ситуации, зависит от того, насколько далеко вы при этом отходите в сторону от системы. Глядя издалека, часто можно увидеть разгадку, позволяющую разобраться в путанице.

Странные Петли в правительстве

Интереснейшее поле, где перекрещиваются различные иерархии — это правительство и, в особенности, суд. Обычно судящиеся стороны представляют свои аргументы, и судья решает, кто прав. Судья находится на более высоком уровне, чем судящиеся. Но когда в тяжбе оказываются замешаны сами суды, могут происходить странные вещи. Как правило, существует некий высший суд, находящийся вне данного дела. Скажем, если два районных суда начнут борьбу друг с другом, требуя справедливости, всегда найдется какая-нибудь высшая инстанция (в этом случае, областной суд), аналогичный неприкасаемому уровню интерпретации соглашений, который мы обсуждали в нашей вариации шахмат.

Но что произойдет, если замешанным в неприятности с законом окажется сам Верховный суд? Подобное чуть не случилось в Соединенных Штатах в период Уотергэйта. Президент пригрозил, что он подчинится только "окончательному" решению Верховного суда, — а затем сказал, что никто, кроме него самого, не имеет права решать, что является "окончательным". Эта угроза так и не была приведена в исполнение; но если бы такое произошло, результатом было бы монументальное столкновение двух уровней правительства, каждый из которых с некоторым правом может считать себя "выше" другого, — и кто должен был бы решать, кто здесь прав? Конгресс тут помочь не мог, поскольку, хотя Конгресс и может приказать Президенту подчиниться Верховному суду, Президент может отказаться, ссылаясь на свое право не подчиняться Верховному суду (и Конгрессу!) в определенных обстоятельствах. Это создало бы беспрецедентный тип судебной тяжбы, нарушающий всю систему, поскольку это было бы так неожиданно — так Запутанно — так Странно!

Ирония здесь в том, что когда ваша голова упирается в потолок и вы уже не можете выпрыгнуть из системы, обратившись к высшей инстанции, ваша единственная надежда заключается в силах, которые, не будучи так четко определены правилами, сами являются единственным источником правил высшего уровня. Я имею в виду правила низшего уровня — в данном случае, общественное мнение. Необходимо помнить, что в американском обществе юридическая система в некотором смысле представляет из себя вежливый жест, одобренный миллионами людей, и что ее можно иногда обойти с такой же легкостью, с какой река выходит из берегов. Результат на первый взгляд кажется анархией — но у анархии не меньше правил, чем у любого цивилизованного общества. Разница только в том, что они действуют снизу вверх, а не сверху вниз. Те, кто интересуется анархией, могут попытаться найти правила, по которым развиваются анархические ситуации; скорее всего, подобные правила существуют.

Здесь уместна аналогия из области физики. В этой книге я уже упоминал о том, что газы, находящиеся в равновесии, повинуются простым законам, соотносящим их температуру, давление и объем. Однако газ может нарушить эти законы (так же, как Президент может нарушить законы), когда он выходит из состояния равновесия. Описывая систему, не находящуюся в равновесии, физики могут опираться только на статистическую механику, то есть немакроскопический уровень описания. Окончательное объяснение поведения газа всегда лежит на молекулярном уровне, так же, как окончательное объяснение политического поведения общества всегда лежит на уровне народа.

Изучение неравновесных процессов — это поиск макроскопических законов для описания поведения газов (и других систем), которые не находятся в равновесии. Оно аналогично ветви социологии, изучающей законы анархических обществ.

Вот другие интересные примеры переплетения уровней в американском правительстве: ФБР, расследующее собственные преступления; шериф, угодивший в тюрьму; самоприложение парламентарного закона процедур и т. д. Один из самых интересных случаев на моей памяти касается человека, утверждавшего, что он — экстрасенс. Он говорил, что может использовать свое умение для определения черт характера людей и, таким образом, может помогать судьям в выборе жюри. Однако что случилось бы, если в один прекрасный день этот "экстрасенс" сам оказался под судом? Какое влияние оказало бы это на тех членов жюри, которые верят в существование экстрасенсорных способностей? Насколько они окажутся под влиянием экстрасенса (вне зависимости от подлинности его способностей)? Это поле созрело для эксплуатации; на его почве могут отлично произрастать самоисполняющиеся пророчества.

Путаница, касающаяся науки и мистики

Кстати об экстрасенсах и мистических способностях: псевдонаука — это еще одна сфера жизни, где кишмя кишат странные петли. Псевдонаука ставит под сомнение многие стандартные процедуры или мнения ортодоксальной науки и, таким образом, бросает вызов ее объективности. Псевдонаука предлагает иные пути интерпретации очевидного. Но как вообще можно оценить интерпретацию очевидного? Ведь это та же проблема объективности, только перенесенная уровнем выше! Парадокс Льюиса Кэрролла — бесконечный регресс — появляется здесь в новом обличье. Черепаха утверждала бы, что если вы хотите доказать, что А — это факт, то вам нужно доказательство — Б. Но как можно с уверенностью сказать, что Б доказывает А? Для этого нужно мета-доказательство: В. Но для доказательства действительности мета-доказательства вам понадобится мета-мета-доказательство — и так далее, пока не надоест. Несмотря на этот довод, у людей есть врожденное чувство очевидности. Как я уже говорил, это происходит потому, что в человеческий мозг встроена некая аппаратура, включающая рудиментарные способы интерпретации данных. Основываясь на этом, мы можем развить новые способы интерпретации и даже научиться иногда подавлять основные механизмы интерпретации фактов — как приходится делать, скажем, для объяснения трюков фокусника.

Конкретные примеры проблем с очевидным возникают во множестве явлений псевдонауки. Например, экстрасенсорные способности часто проявляются вне лаборатории, но таинственным образом исчезают, как только экстрасенс попадает внутрь. Стандартное научное объяснение заключается в том, что эти способности — явление недействительное, не выдерживающее строгой проверки. Некоторые (но не все) сторонники экстрасенсов, однако, находят интересный способ опровержения этих доводов. Они говорят: "Нет, экстрасенсорные способности реальны, но они исчезают, когда кто-то пытается исследовать их научными методами, потому что они несовместимы с таким подходом." Это довольно бесстыдная техника, которую можно назвать "отфутболиванием проблемы этажом выше." Это значит, что вместо анализа самой проблемы они сомневаются в теориях, принадлежащих к высшему уровню правдоподобия. Защитники экстрасенсов утверждают, что проблема не в *их* идеях, а в системе

научных взглядов. Это весьма смелое утверждение; за отсутствием неопровержимых доказательств стоит усомниться в его правильности. Однако мы говорим здесь о "неопровержимых доказательствах" так, словно все согласны, что это означает!

Природа очевидного

Запутанная ситуация Сагредо-Симплицио-Салвиати, упомянутая в главах XIII и XV, — это еще один пример того, как сложно оценить очевидное. Сагредо пытается найти некий объективный компромисс между противоположными точками зрения Симплицио и Салвиати. Но компромисс оказывается не всегда возможным. Как можно "справедливо" примирить правильное и неправильное? Справедливое и несправедливое? Компромисс и не компромисс? Эти вопросы возникают снова и снова, в разных формах, при обсуждении самых повседневных вещей.

Возможно ли дать определение очевидному? Можно ли перечислить законы, объясняющие, как находить смысл в различных ситуациях? Скорее всего, нет, поскольку у любых жестких правил несомненно будут исключения, а нежесткие правила — уже не правила. Думающая программа также не поможет делу, поскольку в качестве процессора очевидного она будет ничуть не надежнее людей. Так если очевидное настолько неуловимо, почему же я протестую против новых путей его интерпретации? Не противоречу ли я сам себе? В данном случае, не думаю. Мне кажется, что здесь есть определенные ориентиры, при помощи которых можно добиться органического синтеза. Но в этом с неизбежностью будет некоторая доля интуиции и субъективности — а они различны в каждом отдельном человеке. Они будут различны и в разных программах ИИ. Существуют сложные критерии для решения того, хорош ли данный метод оценки очевидности. Один из них касается "полезности" идей, полученных данным методом. Рассуждения, приводящие к жизненно полезным идеям, считаются в каком-то смысле правильными. Однако слово "полезный" здесь очень субъективно...

Я считаю, что процесс, с помощью которого мы решаем, что истинно и действительно, — это вид искусства. Он опирается на чувство красоты и простоты не менее, чем на железные принципы логических рассуждений или чего-либо иного, что может быть объективно формализовано. Я *не* утверждаю, что (1) истина — химера или что (2) человеческий интеллект в принципе невозможно запрограммировать. Я *утверждаю* то, что (1) истина слишком неуловима, чтобы человек или группа людей могли ее полностью понять и (2) когда ИИ достигнет уровня человеческого интеллекта — или превзойдет его — он все еще будет бороться с проблемами искусства, красоты и простоты и постоянно наталкиваться на эти вопросы в своем стремлении к знанию. "Что такое очевидность?" — это не только философский вопрос, поскольку он часто вторгается в обыденную жизнь. В каждую минуту перед нами огромный выбор способов интерпретации очевидного. Сегодня трудно найти книжный магазин, где бы вы не увидели книг об астрологии, хиромантии, мистицизме, телекинезе, НЛО, Бермудском треугольнике, черных дырах, биологической обратной связи, телепатии, трансцендентальной медитации, новых теориях психологии... В науке идут яростные споры о теории катастрофы, теории элементарных частиц, черных дырах, истине и существовании в математике, свободе воли, Искусственном Интеллекте, редукционизме и холизме... На более практическом уровне идут

споры о том, что полезнее: витамин С или летрил (новое средство против рака), о размере нефтяных запасов (под землей или в хранилищах), о том, что является причиной инфляции и безработицы — и так далее, и тому подобное. Не будем забывать и о Дзен-буддизме, парадоксах Зенона, психоанализе и т. п. Способы оценки действительности играют важнейшую роль, будь то в тривиальном вопросе размещения книг на полках в книжном магазине или в вопросе о том, какие идеи должны преподаваться в школах.

Самовосприятие

Одна из самых сложных проблем интерпретации действительности — это истолкование множества беспорядочных внешних сигналов, говорящих нам, кто мы такие. Здесь очень высока возможность конфликтов внутри уровней и между ними. Психическим механизмам приходится одновременно иметь дело с внутренней потребностью человека в самоуважении и непрерывным потоком информации извне, атакующим его представление о самом себе. В результате информация течет между разными уровнями личности по сложному руслу. Пока она крутится в этом водовороте, какие-то ее части разрастаются, а какие-то уменьшаются; что-то отрицается вообще, а что-то меняется почти до неузнаваемости... Затем результат снова попадает в водоворот, и этот процесс повторяется снова и снова в попытке примирить то, что есть, с тем, чего бы нам хотелось. (См. рис. 81.)

В результате этого необычайно сложного процесса общее представление о том, "кто я такой" интегрируется с остальной мысленной структурой и содержит, для каждого из нас, большое количество нерешенных и, возможно, неразрешимых противоречий. Безусловно, это один из основных источников того динамического напряжения, которое так свойственно человеческим существам. Из этого противоречия между внутренним и внешним образами того, кто мы такие, рождаются те стремления и цели, которые делают каждого из нас единственным в своем роде. Парадоксальным образом, именно наша общность — то, что все мы обладаем самосознанием, — ведет к удивительному разнообразию того, как мы усваиваем информацию о самых разных вещах, и является ведущей силой в создании разных индивидуальностей.

Теорема Гёделя и другие дисциплины

Кажется естественным проводить параллели между людьми и достаточно сложными формальными системами, которые, как и люди, обладают неким "самосознанием." Теорема Гёделя показывает, что в непротиворечивых формальных системах, способных к автореференции, есть фундаментальные ограничения. Можно ли обобщить этот вывод? Существует ли, например, "Теорема Гёделя в психологии"?

Если использовать теорему Гёделя как метафору и источник вдохновения, вместо того, чтобы пытаться дословно перевести ее на язык психологии, возможно, что она сможет подсказать новые истины в психологии и других областях. Но пытаться прямолинейно переводить ее на язык других дисциплин и считать, что она действительна и там, было бы ошибкой. Неверно было бы думать, что то, что было тщательнейшим образом разработано в математической логике, можно без изменений пересадить на совершенно иную почву других дисциплин.

Интроспекция и душевные заболевания: проблема типа Гёделевой

Мне кажется, что перевод теоремы Гёделя в другие области может навести нас на новые идеи, если мы договоримся заранее о том, что переводы — только метафоры и не должны пониматься дословно. С подобной оговоркой я вижу две основных аналогии, соотносящие Теорему Гёделя с человеческим мышлением. Одна из них касается проблемы размышлений о собственной нормальности. Каким образом вы можете решить, что вы не сумасшедший? Это — настоящая Странная Петля. Как только вы начинаете сомневаться в собственном душевном здоровье, то можете оказаться во все убыстряющемся водовороте самоисполняющихся пророчеств (хотя этот процесс вовсе не неизбежен). Известно, что сумасшедшие интерпретируют мир с помощью странной, но последовательной логики; откуда вы знаете, "странная" ваша собственная логика или нет, если можете судить об этом только с помощью той же самой логики? Я не знаю ответа на этот вопрос. Это напоминает мне о второй Теореме Гёделя, из которой следует, что противоречивы только те версии формальной теории чисел, которые утверждают собственную непротиворечивость.

Можем ли мы понять собственный разум или мозг?

Другая аналогия с Теоремой Гёделя, которая кажется мне интересной, намекает на то, что мы не можем полностью понять собственного разума/мозга. Эта идея настолько сложна и нагружена ассоциациями на многих уровнях, что обсуждать ее надо с осторожностью. Что означает "понять собственный разум/мозг"? Это может означать общее ощущение того, как они работают, подобно тому, как автомеханик интуитивно ощущает, как работает мотор. Это может означать полное объяснение того, почему люди поступают так, а не иначе. Это может означать полное понимание физической структуры собственного мозга на всех его уровнях. Это может означать, что в некоей книге или на компьютере у нас есть подробная диаграмма устройства мозга. Это может означать точное знание того, что происходит в нашем мозгу на нейронном уровне в любой момент — возбуждение каждого нейрона, синаптические изменения и так далее. Это может означать создание программы, способной пройти тест Тюринга. Это может означать такое полное знание себя, что понятия подсознательного и интуитивного теряют смысл, поскольку становятся открыты взгляду. Это может означать также любую комбинацию из вышеприведенных вещей.

Какое из этих самоотражений более всего напоминает Теорему Гёделя? Затрудняюсь ответить. Некоторые из них довольно глупы. Например, идея детального наблюдения за состоянием собственного мозга — ни что иное, как беспочвенная фантазия, абсурдное и неинтересное предположение; когда Теорема Гёделя говорит нам, что это невозможно, это отнюдь не является для нас неожиданностью. С другой стороны, извечное стремление человека глубже познать самого себя (назовем это "пониманием собственной психической структуры") кажется естественным. Но нет ли и здесь некоей Гёделевой петли, ограничивающей глубину возможного проникновения в собственную психику? Мы не можем увидеть своими глазами собственное лицо; не разумно ли ожидать, что мы также окажемся не в состоянии полностью отразить собственную психическую структуру в тех символах, которые ее составляют?

Как ограничительные Теории метаматематики, так и теория вычислений говорят, что, как только возможность представлять собственную структуру достигает некоей критической точки, то пиши пропало — это гарантия того, что вы никогда не сможете представить себя полностью. Теорема Гёделя о неполноте, Теорема Черча о неразрешимости, Теорема остановки Тюринга, Теорема Тарского об истине — все они чем-то напоминают старинные сказки, предупреждающие читателя о том, что "поиск самопознания — это путешествие, которое ... обречено быть неполным, не может быть изображено ни на каких картах, никогда не остановится и не сможет быть описано."

Но имеют ли эти ограничительные теоремы какое-нибудь отношение к людям? Об этом можно рассуждать так. Либо я непротиворечив, либо я противоречив. (Последнее гораздо вероятнее, но, для полноты картины, я рассмотрю обе возможности.) Если я непротиворечив, этому могут быть два объяснения. (1) Я подобен патефону "низкого качества": мое понимание самого себя находится ниже некоего критического порога. В данном случае, я неполон по определению. (2) Я подобен патефону "высокого качества": мое понимание себя самого достигло критического порога, за которым становится приложима метафорическая аналогия ограничительных Теорем; таким образом, мое самопознание саморазрушается Гёделевым способом, и поэтому я неполон. Случаи (1) и (2) основаны на предположении, что я стопроцентно непротиворечив — маловероятное положение дел. Скорее всего, я противоречив, — но это еще хуже, поскольку означает, что во мне есть противоречия; как я смогу когда-либо это понять?

Противоречив человек или нет, он обречен вечно размышлять над загадкой собственной личности. Скорее всего, мы все противоречивы. Мир слишком сложен, чтобы позволить человеку роскошь примирить между собой все его убеждения. Напряжение и неразбериха важны в мире, где часто приходится быстро принимать решения. Мигель де Унамуно однажды сказал: "Если кто-то никогда не противоречит сам себе, скорее всего, это потому, что он вообще никогда ничего не говорит." Я сказал бы, что мы все находимся в том же положении, как тот мастер дзена, который, высказав подряд несколько противоречивых суждений, сказал сбитому с толку Доко: "Я сам себя не понимаю."

Теорема Гёделя и личное несуществование

Наверное, самое большое противоречие нашей жизни, то, которое труднее всего понять, — это знание того, что было время, когда нас не было, и придет время, когда нас не будет. На одном уровне, когда мы "выходим из себя" и видим себя как "одно из человеческих существ", этот факт имеет смысл. Но на другом, более глубоком уровне, личное несуществование совершенно бессмысленно. Все, что мы знаем, находится у нас в мозгу, и мы не можем понять, как это все может отсутствовать во вселенной. Это основная и неоспоримая тайна жизни; возможно, что это — лучшая метафорическая аналогия Теоремы Гёделя. Когда мы пытаемся вообразить собственное несуществование, нам приходится выйти из себя и отобразить себя на кого-то другого. Мы пытаемся убедить самих себя, что можем внести внутрь чужие представления о нас, примерно так же, как ТТЧ "верит", что ей удается отразить внутри себя собственную мета-теорию. Однако ТТЧ содержит собственную мета-теорию не целиком, а только до определенного предела. Что касается нас, то мы можем только воображать, что вышли из себя; мы никогда не в состоянии действительно это сде-

лать, так же, как Эшеровский дракон не может вырваться из своей родной двухмерной плоскости в трехмерный мир. В любом случае, это противоречие настолько велико, что обычно мы просто-напросто игнорируем всю эту путаницу, поскольку попытки в ней разобраться ни к чему не приводят.

Последователи дзена, с другой стороны, упиваются этой противоречивостью. Снова и снова они встречаются с конфликтом между восточным представлением о том, что "мир и я — одно целое, поэтому понятие моего несуществования само по себе противоречиво" (моя формулировка, наверняка, слишком западная — прошу прощения у дзен-буддистов) и западным представлением: "Я — только часть мира; я умру, но мир будет жить и после меня."

Наука и дуализм

Науку часто критикуют за то, что она слишком "западна" или "дуалистична" — то есть проникнута дихотомией между субъектом и объектом, наблюдателем и наблюдаемым. Действительно, вплоть до нашего столетия наука занималась только вещами, которые могли быть легко отличимы от человека, — например, кислород, углерод, свет и тепло, ускорение и орбиты и так далее. Эта фаза развития была необходимой прелюдией к более современной фазе, в которой объектом исследований явилась сама жизнь. Шаг за шагом "западная" наука неизбежно движется к изучению человеческого разума — иными словами, разума самого наблюдателя. В настоящий момент в этом лидируют исследования по Искусственному Интеллекту. До появления ИИ в науке произошли два события, позволяющие до некоторой степени предвидеть последствия смешения субъекта и объекта. Одним из них была революция в квантовой механике; она породила эпистемиологические проблемы, касающиеся влияния наблюдателя на наблюдаемое. Другим было смешение объекта и субъекта в метаматематике, начавшееся с Теоремы Гёделя и присутствующее во всех ограничительных Теоремах, о которых мы говорили. Возможно, что после ИИ наступит очередь самоприложения науки — она начнет изучать саму себя. Это иной способ смешения субъекта и объекта, может быть, даже более запутанный, чем люди, изучающие собственный мозг.

Кстати, интересно заметить, что все результаты, зависящие от слияния субъекта с объектом, оказываются ограничительными. Кроме ограничительных Теорем, сюда относится принцип неопределенности Хайзенберга, утверждающий, что измерение некоей величины делает невозможным измерение другой величины, связанной с первой. Я не знаю, почему все эти результаты получаются ограничительными. Читатель может понимать это, как хочет.

Символ и объект в современной музыке и живописи

Дихотомия субъекта и объекта — близкая родственница дихотомии символа и объекта, которая была глубоко изучена Людвигом Витгенштейном в начале этого столетия. Позже для обозначения этого различия были приняты термины "использование" и "упоминание". Квайн и другие подробно описали отношение между знаками и тем, что они обозначают. Но эта глубокая и абстрактная тема занимала не только философов. В нашем столетии как музыка, так и изобразительное искусство испытали кризис, отразивший глубокий интерес к этой проблеме. Музыка и живопись традиционно выражали идеи с помощью некоего набора "символов" (зрительные образы, аккорды, ритмы и тому подоб-

ное); сейчас, однако, появилась тенденция исследовать способность искусства не *выражать,* а просто *быть.* Например, быть пятнами краски или чистыми звуками, лишенными всякого символического значения.

В частности, на музыку оказал большое влияние Джон Кэйдж со своим новым, напоминающим дзен-буддизм, подходом к звуку. Многие из его сочинений показывают презрение к "использованию" звуков (то есть использованию звуков для передачи эмоциональных состояний) и удовольствие от "упоминания" звуков (то есть создания произвольных комбинаций звуков, не пользуясь заранее установленным кодом, с помощью которого слушатель мог бы расшифровать некое послание). Типичным примером такой композиции является "Воображаемый пейзаж # 4", пьеса для нескольких радио, которую я описал в главе VI. Возможно, что я несправедлив к Кэйджу, но мне кажется, что его основной целью было привнесение в музыку бессмысленности и наделение значением самой этой бессмысленности. Алеаторная музыка — типичный шаг в этом направлении. Многие современные композиторы последовали за Кэйджем, но немногие из них были так же оригинальны. В пьесе Анны Локвуд под названием "Горящий рояль" имитируется звук лопающихся струн, для чего они натягиваются как можно туже; в пьесе Ламонте Юнга источником шума является рояль, который возят туда-сюда по сцене и сталкивают с препятствиями.

В искусстве нашего столетия было множество подобных судорог. Сперва художники отказались от представления действительности, что было по-настоящему революционным шагом — началом абстрактного искусства. Постепенный переход от реалистического представления к чисто абстрактным схемам можно видеть в работах Пьета Мондриана. После того, как мир привык к нерепрезентативному искусству, родился сюрреализм. Это был странный поворот, что-то вроде нео-классицизма в музыке; крайне репрезентативное искусство было здесь перевернуто с ног на голову и использовано с совершенно иной целью: чтобы шокировать, сбить с толку и удивить. Школа сюрреализма была основана Андрэ Бретоном и находилась, в основном, во Франции; среди самых влиятельных ее последователей были Дали, Магритт, де Чирико и Тангуй.

Семантические иллюзии Магритта

Из этих художников наиболее чувствующим загадку субъекта и объекта был Магритт (для меня эта загадка является продолжением различия между использованием и упоминанием). Его картины поражают именно этим, хотя зрители обычно не выражают своих впечатлений в таких терминах. Взгляните, например, на странную вариацию на тему натюрморта под названием "Здравый смысл" (рис. 137).

Блюдо, полное фруктов — то, что обычно изображается на натюрморте, — здесь стоит на чистом холсте. Конфликт между символом и реальностью велик. Но ирония на этом не кончается, поскольку все это, разумеется, всего лишь картина, — а именно, натюрморт с нестандартным сюжетом.

Серия картин Магритта, представляющих трубку, одновременно очаровывает и приводит в замешательство. Взгляните, например, на "Две тайны" (рис. 138). Внутренний фрагмент картины говорит вам, что символы и трубки различны. Затем ваш взгляд переходит к "настоящей" трубке, плавающей в воздухе. Вы воспринимаете ее, как настоящую, в то время как другая трубка —

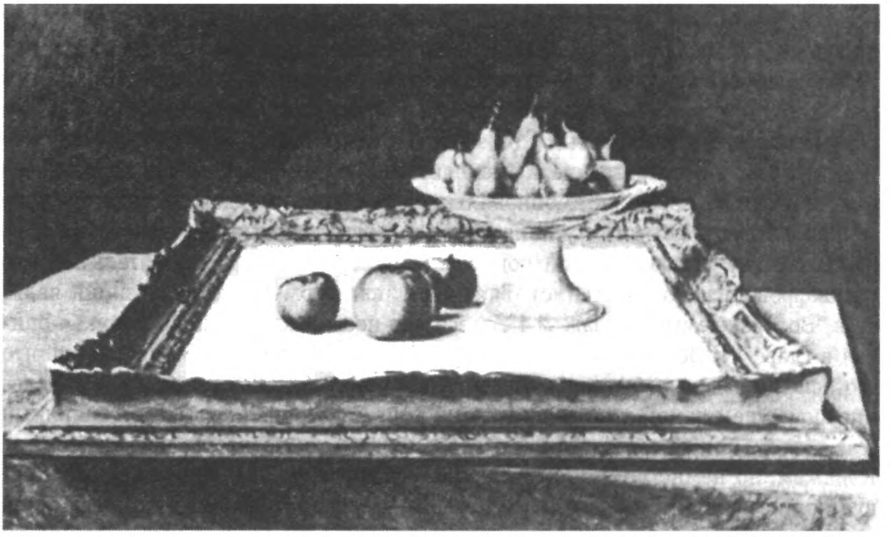
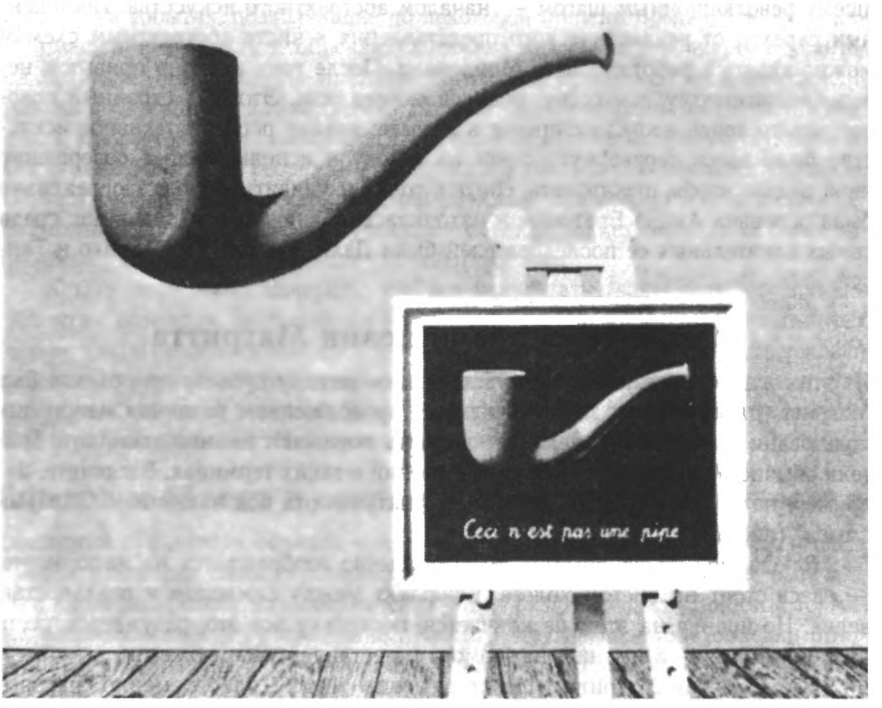


РИС. 137. Рене Магритт. "Здравый смысл" (1945-1946).

РИС. 138. Рене Магритт. "Две тайны" (1966).



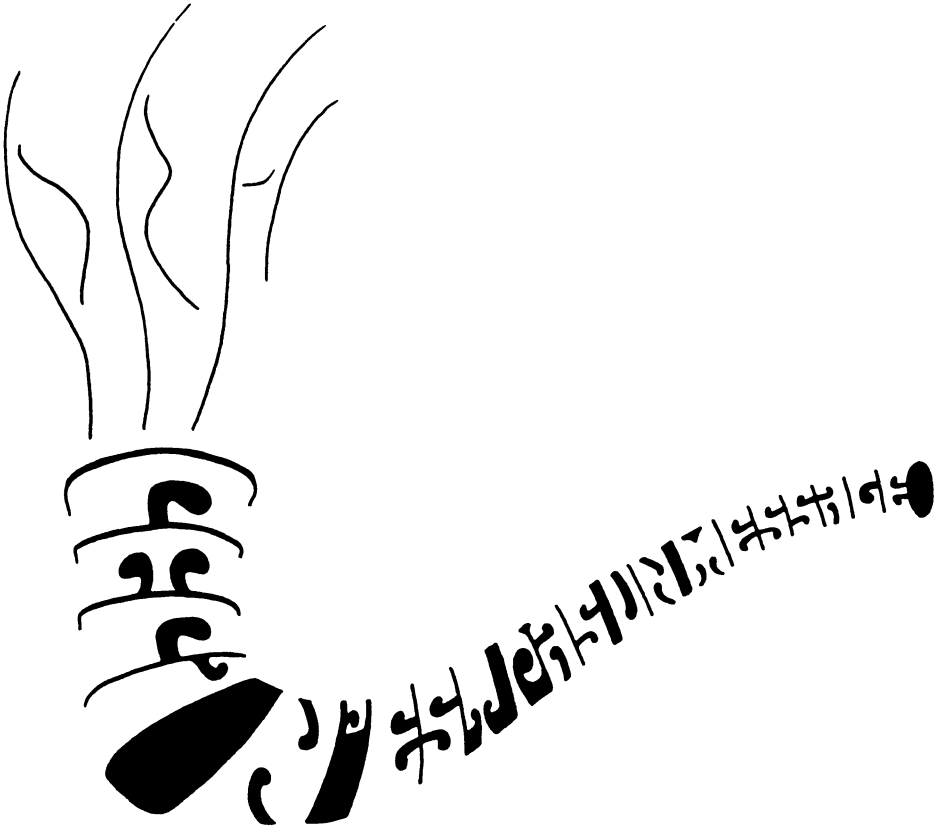


РИС. 139. Дымовой сигнал. [*Рисунок автора.*]

только символ. Но, разумеется, это совершенно неверно: обе они написаны на плоской поверхности. Идея, что одна из трубок — "картина с двойным вложением" и поэтому в каком-то смысле "менее реальна," совершенно ошибочна. Вы были одурачены уже в тот момент, когда, приняв изображение за реальность, решили "войти в комнату". Будучи последовательным в вашей доверчивости, вы должны теперь спуститься еще одним уровнем ниже и спутать с реальностью изображение-внутри-изображения. Единственный способ не быть затянутым внутрь иллюзии заключается в том, чтобы видеть обе трубки лишь как цветные пятна на поверхности, отстоящей от вашего носа на насколько сантиметров. Только тогда вы сможете по-настоящему оценить полное значение послания "Ceci n'est pas une pipe" (Это не трубка) — но, к несчастью, в тот самый момент, когда трубки превращаются в цветные пятна на холсте, то же самое происходит с надписью, которая, таким образом, теряет смысл! Иными словами, в этот момент словесное сообщение на картине саморазрушается самым что ни на есть Гёделевым образом.

Картина "Воздух и песня" достигает того же эффекта, как и "Две тайны", но делает это на одном уровне вместо двух. Мои рисунки "Дымовой сигнал" и "Сон о трубке" (рис. 139 и 140) — вариации на тему Магритта. Попытайтесь смотреть на "Дымовой сигнал" в течение некоторого времени. Вскоре вы

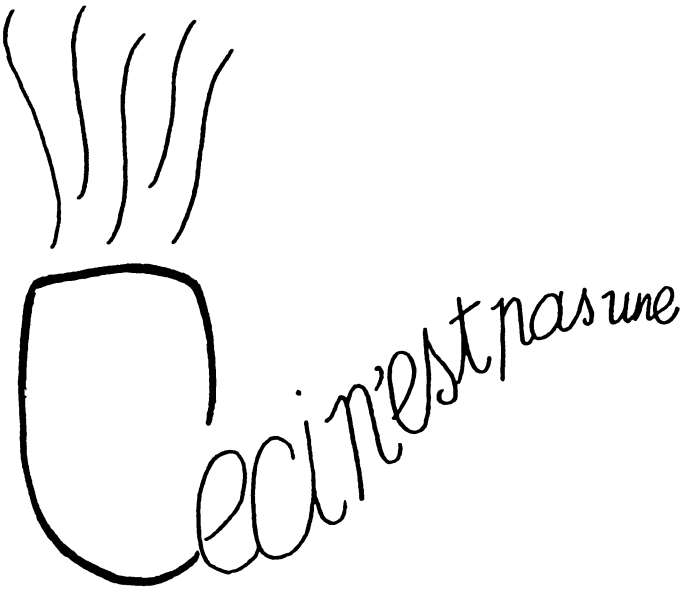


РИС. 140. Сон о трубке [*Рисунок автора.*]

различите скрытое послание "Ceci n'est pas un message" (Это не сообщение). Таким образом, если вы находите сообщение, оно отрицает само себя — а если вы его не находите, то вообще не понимаете картины. Благодаря своему косвенному "саморазрушению", оба мои рисунка могут быть приблизительно отображены на Гёделево высказывание G.

Классическим примером смешения "использования" с "упоминанием" может служить изображение на картине палитры. В то время как эта нарисованная палитра — иллюзия, созданная искусством художника, краски на ней — самые настоящие мазки краски с его палитры. Краска здесь представляет саму себя и ничего больше. В "Доне Джованни" Моцарт исследовал родственный прием, включив в партитуру звуки настраивающегося оркестра. Таким же образом, если я хочу, чтобы буква 'я' играла роль самой себя (а не символизировала меня), то включаю 'я' в свой текст; в таком случае, я заключаю 'я' в кавычки. У меня получается "я" (не "я" и не "'я"'). Понимаете?

Код современного искусства

Множество влияний, которые вряд ли возможно охарактеризовать полностью, привели к дальнейшему исследованию искусством дуализма между символом и объектом. Нет сомнения в том, что Джон Кэйдж с его интересом к дзен-буддизму оказал большое влияние не только на музыку, но и на живопись. Его друзья Джаспер Джонс и Роберт Раушенберг исследовали различие между символами и объектами, используя для этого в качестве символов сами объекты, — или, наоборот, используя символы как объекты сами по себе. Все эти усилия, возможно, были направлены на то, чтобы опровергнуть мнение, что искусство стоит в стороне от действительности и говорит на "коде", который зритель должен затем интерпретировать. Идея заключалась в том, чтобы исключить интерпретацию и позволить обнаженному предмету просто *быть* —

и точка. (Эта "точка" — забавный пример смешения различия между использованием и упоминанием.) Однако если их намерение было таково, то можно считать, что оно с треском провалилось.

Когда некий предмет находится на выставке или именуется "произведением искусства", он приобретает ореол глубокого внутреннего значения, даже если при этом зрителей *попросили* этого значения не доискиваться. Более того, чем настойчивее зрителей просят не искать в произведениях никакого скрытого смысла, тем больше смысла они там находят. В конце концов, если деревянный ящик, стоящий на полу музея, всего-навсего деревянный ящик на полу музея, то почему уборщица не вынесет его на помойку? Почему к нему привязана этикетка с именем художника? Почему этот художник хочет удалить из искусства всякую тайну? Почему пятно грязи на передней стенке ящика не несет подписи художника? Не розыгрыш ли все это? Интересно, кто сошел с ума: я или художники? Все новые и новые вопросы приходят в голову зрителю — он не может этого избежать. Это так называемый "эффект рамы", который автоматически создается Искусством. Рождение вопросов в голове любопытного зрителя предотвратить невозможно.

Разумеется, если его целью является постепенное внушение дзен-буддистского восприятия мира как свободного от категорий и значений, то такое искусство — как и рассуждения по поводу дзена — пытается послужить катализатором, вдохновляющим зрителя на более глубокое ознакомление с философией, отрицающей "внутренние значения" и объемлющей мир как одно целое. В таком случае, оно не достигает этой цели немедленно, так как зрители все равно размышляют о его значении; но, в конце концов, некоторые из них могут обратиться к источникам этого искусства, и тогда его цель будет достигнута. Но в любом случае неверно, что здесь нет никакого кода, с помощью которого идеи передаются зрителю. На самом деле, этот код весьма сложен и включает сведения об отсутствии кодов и тому подобное — то есть он является отчасти кодом, отчасти мета-кодом и так далее. Сообщения, которые передают самые "дзен-буддистские" предметы искусства, представляют из себя Запутанную Иерархию; может быть, поэтому многие находят современное искусство таким непонятным.

Еще раз об изме

Во главе движения, пытавшегося стереть границы между искусством и природой, стоял Кэйдж. Он считал, что в музыке все звуки равны — нечто вроде акустической демократии. Тишина точно так же важна, как и звук, и случайные звуки ничем не хуже организованных. Леонард Мейер в своей книге "Музыка, искусство и идеи" (Leonard B. Meyer. "Music, Art and Ideas") называет это движение в музыке "трансценденталистом" и утверждает:

> Если различие между искусством и природой ошибочно, то эстетическая оценка неважна. Фортепианная соната достойна оценки не более, чем камень, буря или морская звезда. "Категорические суждения, такие, как правильно и неправильно, прекрасно или уродливо, типичные для рационалистского мышления тональной эстетики," — пишет Люциано Берио [современный композитор], — "уже не годятся для понимания того, как сегодняшний композитор работает над слышимыми формами и музыкальным действием."

Затем Мейер продолжает, описывая философскую позицию трансценденталистма:

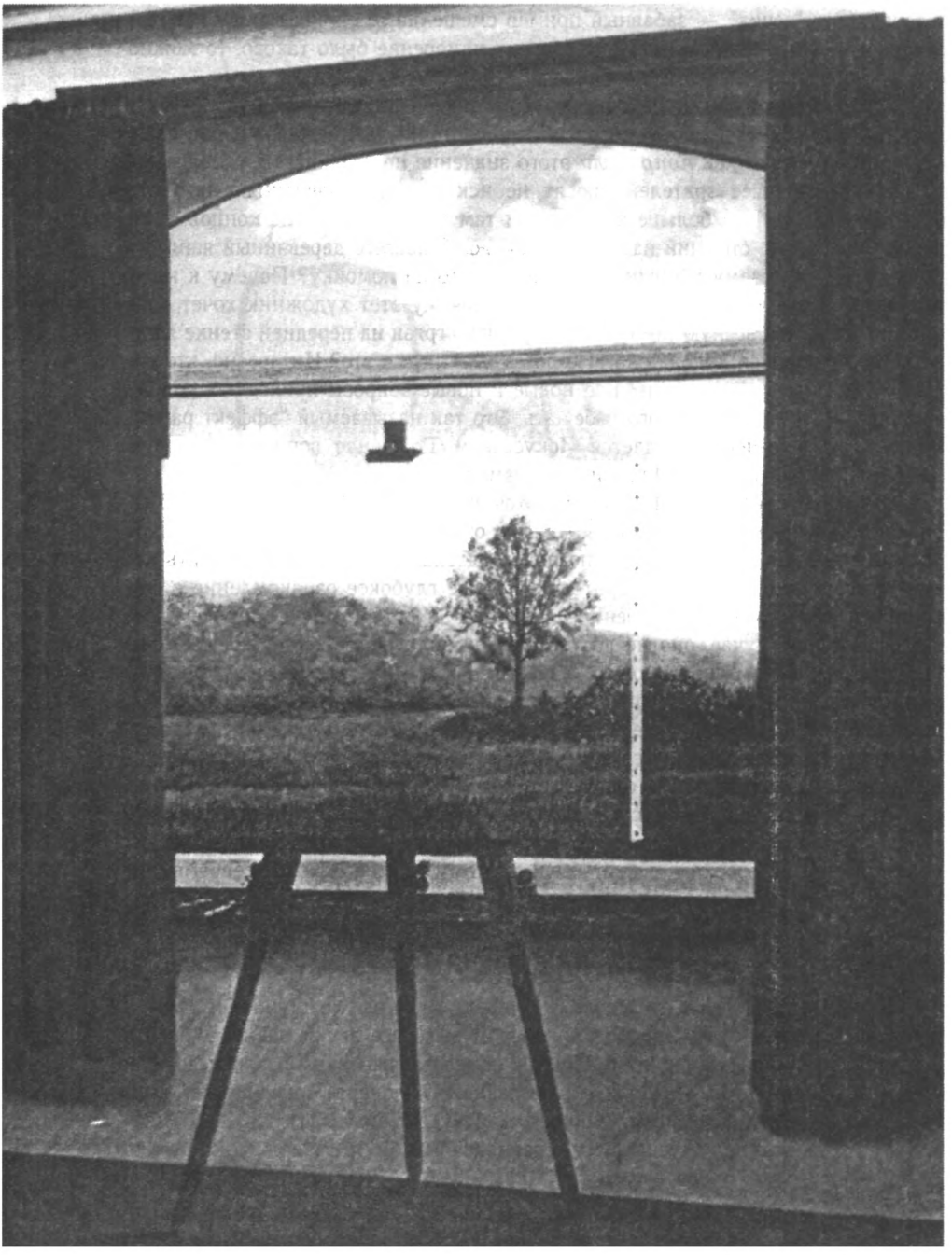


РИС. 141. Рене Магритт. Человеческое состояние I (1933).

...все вещи во времени и пространстве сложнейшим образом переплетены друг с другом. Любые деления, классификации или типы организации, открытые нами во вселенной, чисто случайны. Мир — это сложное, непрерывное, единое событие.[2] [Эхо дзена!]

Мне кажется, что "трансцендентализм" — слишком громоздкое название для этого движения. Я предпочитаю называть его просто "измом". Будучи суффиксом без корня, это напоминает идеологию без идей, — что, скорее всего, так и есть, как бы мы ее не интерпретировали. Поскольку "изм" включает в себя все, что угодно, это название сюда отлично подходит. В "изме" слово "is" (есть) наполовину используется, наполовину упоминается; что может быть более подходящим? Изм — это дух дзена в искусстве. Так же, как основная задача дзена — сорвать маску с самого себя, основная задача искусства нашего столетия, как кажется, — это найти ответ на вопрос, что такое искусство. Все его метания — поиски самого себя.

Итак, конфликт между использованием и упоминанием, доведенный до крайности, превращается в философскую проблему дуализма символа и объекта, что связывает его с тайной разума. Магритт писал о своей картине "Человеческое состояние I" (Рис. 141):

Я расположил перед окном картину, видимую из комнаты, на которой была изображена именно часть пейзажа, скрытая картиной. Таким образом, дерево на картине скрывало от взгляда дерево, расположенное за ним, вне комнаты. При этом в голове зрителя дерево существовало одновременно в комнате (как часть картины) и снаружи (как часть настоящего пейзажа). Именно так мы видим мир· мы думаем, что он вне нас, хотя он — только наше мысленное представление о нем, возникающее внутри нас.[3]

Понимание разума

Сначала многозначительными образами своего рисунка и затем прямым текстом Магритт говорит о связи между двумя вопросами: "Как работают символы?" и "Как работает наш разум?" Кроме того, он возвращает нас к поставленному ранее вопросу: "Можем ли мы надеяться когда-либо понять собственный мозг и разум?"

Или же какое-то удивительное и дьявольское построение, подобное Гёделеву, не позволит нам проникнуть в эту тайну? Если принять достаточно разумное определение того, что такое "понимание", то я не вижу никаких Гёделевых препятствий к постепенному пониманию сути нашего разума. Например, мне кажется вполне разумным желание понять общий принцип работы мозга, так же, как мы понимаем общий принцип работы автомобильного мотора. Это совсем не то, что пытаться понять любой отдельный мозг во всех деталях, — и, тем более, пытаться проделать это с собственным мозгом! Я не вижу никакой связи между Теоремой Гёделя, даже в самой приблизительной интерпретации, и возможностью выполнения этого проекта. Мне кажется, что Теорема Гёделя не накладывает никаких ограничений на нашу способность формулировать и проверять общие механизмы мыслительных процессов, происходящих в нервных клетках. По моему мнению, Теорема Гёделя не противоречит созданию компьютеров (или их преемников), которые смогут манипулировать символами примерно с тем же успехом, как и мозг. Совершенно иное дело — пытаться воспроизвести в программе определенный человеческий мозг-однако создание разумных программ вообще — это более скромная цель. Те-

орема Гёделя запрещает воспроизводство нашего уровня разума с помощью программ не более, чем она запрещает воспроизводство нашего уровня разума с помощью передачи наследственной информации в ДНК. В главе XVI мы видели, как именно замечательный Гёделев механизм — Странная Петля белков и ДНК — делает возможной передачу разума.

Значит ли это, что Теорема Гёделя не привносит ничего нового в наши размышления о собственном разуме? Мне кажется, что это не так, — некая связь здесь есть, но не в том мистическом и ограничительном смысле, как считают некоторые. Думаю, что процесс понимания Гёделева доказательства с его произвольными кодами, сложными изоморфизмами, высоким и низким уровнями интерпретации и способностью к самоотражению может обогатить наше представление о символах и их обработке, что, в свою очередь, может развить наше интуитивное понимание мыслительных структур на разных уровнях.

Случайная необъяснимость разума?

Прежде чем предложить философски интригующее "приложение" Гёделева доказательства, я хочу упомянуть об идее "случайной необъяснимости" разума. Вот в чем она состоит. Может быть, наши мозги, в отличие от автомобильных моторов, представляют собой упрямые и необъяснимые системы, разложить которые никак невозможно. В данной момент мы не знаем, уступит ли мозг нашим усилиям разделить его на уровни, каждый из которых сможет быть объяснен в терминах низших уровней, или же он сорвет все наши попытки его проанализировать.

Но даже если мы и потерпим неудачу в попытке понять самих себя, за этим вовсе не обязательно должна стоять теорема Гёделя. Может быть, наш мозг по чистой случайности слишком слаб для этого. Подумайте, например, о скромном жирафе. Очевидно, что его мозг — намного ниже уровня, необходимого для понимания себя. Тем не менее, он очень похож на наш мозг! Действительно, мозги горилл, эму и бабуинов — и даже мозги черепах или неизвестных существ, намного умнее нас, — действуют, скорее всего, по примерно одинаковому принципу. Жирафы могут находиться намного ниже уровня, необходимого для понимания того, как эти правила сочетаются, чтобы произвести качества разума. Люди могут стоять ближе к этому уровню — чуть-чуть ниже или даже чуть-чуть выше критического порога понимания. Но в этом может не быть никакой принципиальной причины типа Гёделевой, по которой качества разума были бы необъяснимы, — они могут быть вполне понятны существам, стоящим на более высокой ступени развития.

Неразрешимость неотделима от точки зрения высшего уровня

Исключив пессимистическое понятие о врожденной необъяснимости нашего мозга, посмотрим, какие идеи может нам предложить доказательство Гёделя в отношении объяснения нашего мозга/разума. Оно дает нам понять, что взгляд на систему с точки зрения высшего уровня может позволить понять то, что на низших уровнях кажется совершенно необъяснимым. Я имею в виду следующее. Предположим, что в качестве строчки ТТЧ вам дали высказывание Гёделя G. Представьте, что вам при этом ничего не известно о Гёделевой нумерации. Вы должны ответить на вопрос: "Почему эта строчка — не теорема ТТЧ?"

Вы уже хорошо знакомы с подобными вопросами; например, если бы такой вопрос был задан вам о строчке S0=0, вы ответили бы без труда: *"Потому что теоремой является ее отрицание,* ~S0=0." Этот факт вместе с вашим знанием о непротиворечивости ТТЧ объясняет, почему данная строчка — не теорема. Это то, что я называю объяснением "на уровне ТТЧ". Обратите внимание, насколько оно отличается от объяснения того, почему MU — не теорема системы MIU: первое объяснение дано в режиме M, второе — в режиме I.

А как насчет G? Объяснение на уровне ТТЧ, сработавшее для строчки S0=0, для G не работает, поскольку ~G теоремой *не* является. Человек, не имеющий общего представления о ТТЧ, не поймет, почему он не может вывести G, следуя правилам, — ведь в G, как в арифметическом высказывании, нет никаких ошибок! Когда G превращено в универсально квантифицированную строчку, в ТТЧ может быть выведено любое высказывание, полученное из него путем подстановки символов чисел вместо переменных. Единственный способ объяснить нетеоремность G заключается в использовании Гёделевой нумерации и взгляде на ТТЧ с совершенно иного уровня. Дело тут не в том, что в ТТЧ объяснение написать слишком сложно, — это просто невозможно. Подобного объяснения в ТТЧ в принципе не существует. На высшем уровне есть некие возможности, которыми ТТЧ не обладает. Нетереомность ТТЧ, если можно так выразиться, является *фактом высшего уровня*. У меня есть подозрение, что это верно для *всех* неразрешимых суждений — иными словами, любое неразрешимое суждение является ни чем иным, как Гёделевым высказыванием, утверждающим собственную нетеоремность в некоей системе с помощью какого-либа кода.

Сознание как явление высшего уровня

В этом смысле, Гёделево доказательство наводит на мысль — хотя ни в коем случае ее не доказывает! — что может существовать некий высший уровень, на котором можно рассматривать разум/мозг. На этом уровне могут существовать понятия, отсутствующие на низших уровнях. Это значит, что там можно было бы легко объяснить те факты, которые на низшем уровне объяснить *невозможно*. Какими бы длинными и громоздкими ни были высказывания низшего уровня, они не смогут объяснить данного явления. Это аналогично тому факту, что, выводя одну за другой деривации в ТТЧ, какими бы длинными и громоздкими они ни получались, вы никогда не сможете вывести G, несмотря на то, что на высшем уровне вы легко замечаете, что G истинно.

В чем могут заключаться эти понятия высшего уровня? Ученые и гуманисты, сторонники холизма и наличия души, давно уже предположили, что *сознание* невозможно объяснить в терминах составляющих мозга, — так что это, по крайней мере, один кандидат. Кроме того, существует загадочное понятие *свободной воли*. Возможно, что эти качества появляются "неожиданно", в том смысле, что психология не в состоянии объяснить их возникновения. Но важно понять, что, руководствуясь доказательством Гёделя в формировании этих смелых гипотез, мы должны довести аналогию до конца. В частности, необходимо помнить, что нетеоремность G *имеет* объяснение, — это вовсе не тайна! Это объяснение опирается не только на понимание отдельного уровня, но и того, как этот уровень отражает свой мета-уровень и какие от этого получаются последствия. Если наша аналогия правильна, то "неожиданные" явления могут быть объяснены в терминах отношений между различными уровнями в разумных системах.

Странные Петли в сердце разума

Я убежден в том, что объяснение "неожиданно" возникающих в наших мозгах явлений — идей, надежд, образов, аналогий и, наконец, сознания и свободной воли — основаны на некоем типе Странных Петель, то есть такого взаимодействия между уровнями, при котором высший уровень воздействует на низший уровень, будучи в то же время сам определен этим низшим уровнем. Иными словами, это самоусиливающий "резонанс" между различными уровнями — нечто вроде суждения Хенкина, которое становится доказуемым, только утверждая свою доказуемость. Индивидуальность рождается в тот момент, когда она становится способна отразить саму себя.

Это не должно быть понято как антиредукционистское утверждение. Я хочу сказать лишь то, что редукционистское объяснение разума, *чтобы быть понятым*, должно содержать такие "гибкие" понятия как уровни, отображение и значение. В принципе, я не сомневаюсь, что теоретически может существовать полностью редукционистское, но непостижимое объяснение мозга; проблема заключается в том, как перевести его на понятный нам язык. Безусловно, нам не нужно описания в терминах позиций и моментов частиц; мы хотим иметь описание, соотносящее нейронную активность с "сигналами" (явлениями промежуточного уровня), а сигналы, в свою очередь, — с "символами" и "подсистемами", включая предполагаемый "само-символ". Перевод с языка низших уровней физиологической аппаратуры на язык высших уровней психологических программ аналогичен переводу численно-теоретических суждений в суждения метаматематики. Вспомните, что именно скрещение уровней, возникающее в момент перевода, является причиной Гёделевой неполноты и самодоказующего характера суждения Хенкина. Я утверждаю, что именно это скрещение порождает наше почти неподдающееся анализу чувство индивидуальности.

Чтобы понять мозг и разум во всей полноте, мы должны быть способны с легкостью переходить от одного уровня к другому. Кроме того, мы должны будем принять существование нескольких типов "причинности", то есть того, как явления на одном уровне описания могут быть причиной явлений на других уровнях. Иногда мы будем говорить, что явление А является "причиной" явления Б просто потому, что одно из них — перевод второго в термины иного уровня. Иногда слово "причина" будет употребляться в обычном смысле — физическая причина. Оба типа причинности — и, возможно, какие-либо еще — должны быть приняты в любом объяснении разума, поскольку мы должны будем согласиться с тем, что в Запутанной Иерархии разума причины могут распространяться как снизу вверх, так и сверху вниз — так же, как и в схеме Центральной Догмы.

> В моей гипотетической модели мозга сознание представлено как весьма реальная действующая сила, влияющая на события. Оно занимает важное место в причинно-следственной связи событий и в цепи команд, управляющих мозговыми процессами, где сознание появляется в качестве активной силы... Выражаясь проще, все сводится к тому, кто главенствует среди множества причинных сил, населяющих наш мозг. Иными словами, дело идет об установлении иерархии внутричерепных сил контроля. Под черепной коробкой живет множество различных причинных сил; более того, там существуют силы внутри сил внутри сил, как ни в каком другом известном нам пространстве размером в половину кубического фута вселенной.

...Короче говоря, продолжая взбираться наверх в иерархии команд в мозгу, на самом верху мы находим общие организующие силы и динамические качества крупных возбужденных структур мозга, соответствующих мысленным состояниям или психической активности... Близко к вершине этой системы команд в мозгу ... мы находим идеи. В отличие от шимпанзе, у человека есть идеи и идеалы. В этой модели сила причинности, которой обладает идея или идеал, так же реальна, как молекула, клетка или нервный импульс. Одни идеи порождают другие и помогают их эволюции. Они взаимодействуют между собой и с другими мысленными силами в одном и том же мозгу, в соседних мозгах и, благодаря глобальной системе коммуникаций, в далеких, иностранных мозгах. Кроме этого, они также взаимодействуют с внешним миром; общим результатом всех этих взаимодействий является гигантский скачок в эволюции, подобного которому история еще не знала, включая сюда возникновение живой клетки. [4]

Известно, что между двумя языками, субъективным и объективным, большая разница. Например, "субъективное" чувство красного и "объективная" длина волны, соответствующая красному цвету. Многим людям эти языки кажутся в принципе несовместимыми. Я так не считаю. Мне кажется, они не более несовместимы, чем два восприятия Эшеровских рисующих рук: "изнутри системы", где руки рисуют одна другую, и извне, где Эшер рисует обе руки. Субъективное ощущение красного появляется благодаря самосознанию в мозгу; объективная длина волны соответствует взгляду извне системы. Хотя никому не удастся выйти из системы настолько, чтобы увидеть "всю картину разом", мы не должны забывать, что такая картина существует. Необходимо помнить, что все это вызвано к жизни физическими законами, глубоко-глубоко в нейронных закоулках и трещинках, куда не достигают наши "зонды", запущенные с высшего уровня наблюдения.

Символ самого себя и свободная воля

В главе XII была высказана мысль, что то, что мы называем свободной волей, — это результат взаимодействия символа (или подсистемы) самого себя с другими символами в мозгу. Если согласиться с тем, что символы — это явления высшего порядка, которые наделяются значениями, то можно попытаться объяснить связь между символом "Я" и остальными символами мозга.

Чтобы рассмотреть вопрос о свободной воле в перспективе, его можно заменить вопросом, по моему мнению, эквивалентным, но выраженным в более нейтральных терминах. Вместо того, чтобы спрашивать: "Обладает ли система X свободной волей?" мы можем спросить: "Есть ли в системе X понятие выбора?" Думаю, что выяснение того, что мы имеем в виду, говоря, что некая механическая или биологическая система способна "выбирать", может многое прояснить в вопросе о свободной воле. Рассмотрим несколько различных систем, которые в разных обстоятельствах классифицируются нами как "способные к выбору." Из этих примеров станет ясно, что мы имеем в виду под этим выражением.

В качестве парадигмы давайте возьмем следующие системы: шарик, скатывающийся с горки; карманный калькулятор, вычисляющий десятичную часть квадратного корня из двух; сложная компьютерная программа, отлично играющая в шахматы; робот в T-образном лабиринте (лабиринт в форме буквы 'T', в одном из концов которого находится награда); человеческое существо перед сложной задачей.

Прежде всего, рассмотрим скатывающийся с горы шарик. Выбирает ли он свой путь? Думаю, что все мы единогласно скажем, что нет, хотя никто из нас не способен предсказать даже короткий отрезок его пути. Нам кажется, что он не мог бы катиться по иному пути, поскольку его путь предопределен жесткими законами природы. В нашем мысленном блочном представлении о физике мы, разумеется, можем вообразить множество "возможных" путей шарика, по одному из которых шарик катится в действительности. Отсюда следует, что на некоем уровне нашего разума мы считаем, что шарик "выбрал" один из мириад мысленных путей; в то же время, на другом уровне мы инстинктивно понимаем, что мысленная физика — всего лишь вспомогательное средство для формирования нашего внутреннего представления о мире. Механизмы, вызывающие к жизни те или иные события действительности, не нуждаются в том, чтобы природа проходила через аналогичный процесс разработки возможных мысленных вариантов в некоей гипотетической вселенной ("мозг Бога") и затем выбирала между ними. Таким образом, мы не должны называть этот процесс "выбором", хотя с практической точки зрения этот термин удобен, поскольку он вызывает множество ассоциаций.

Как насчет калькулятора, запрограммированного на вычисление десятичной дроби корня из двух? Или шахматной программы? Можно сказать, что здесь мы имеем дело всего лишь с усложненными "шариками," катящимися с усложненных горок. На деле, аргументы против выбора здесь еще сильнее, чем в предыдущем случае. Если вы попробуете повторить эксперимент с шариком, то, без сомнения, получите иные результаты: шарик покатится по новой дорожке. В то же время, сколько бы раз вы не включали калькулятор, вычисляющий квадратный корень из двух, результат всегда будет одинаковым. Кажется, что шарик выбирает иной путь, как бы аккуратно вы ни повторяли условия первого спуска, в то время как программа действует совершенно одинаково каждый раз.

В случае сложных шахматных программ есть несколько возможностей. Если вы начнете вторую партию теми же ходами, что и первую, некоторые программы будут просто повторять свои ходы. Незаметно, чтобы они чему-нибудь учились или стремились к разнообразию. Другие программы имеют устройства, обеспечивающие некоторое разнообразие, но это делается чисто механически, а не по желанию программы. Параметры такой программы можно вернуть в начальное состояние, словно она играет в первый раз, и она опять будет повторять точно те же ходы. Существуют также программы, которые учатся на своих ошибках и меняют стратегию в зависимости от результата партии. Они не будут повторять ходов, если в первый раз эти ходы привели к проигрышу. Разумеется, и здесь можно "перевести часы назад", стерев все изменения в памяти, представляющие новое знание, так же, как можно было вернуть к нулю генератор произвольных чисел в предыдущем случае, — однако это было бы довольно недружелюбным поступком по отношению к машине. Кроме того, можно ли считать, что *вы* смогли бы изменить любое из *ваших* прошлых решений, если бы каждая деталь — включая, разумеется, ваш мозг — была бы возвращена к начальному состоянию их принятия?

Но вернемся к вопросу о том, применимо ли сюда слово "выбор". Если программы — не более, чем "сложные шарики, скатывающиеся со сложных горок", то есть ли у них выбор? Конечно, ответ всегда будет субъективен, но я бы сказал, что сюда подходят те же соображения, как и в случае шарика.

Однако должен добавить, что использование слова "выбор" здесь весьма привлекательно, хотя это слово и является только удобным сокращением. То, что шахматная программа, в отличие от шарика, заглядывает вперед и выбирает одну из ветвей сложного дерева возможностей, делает ее более похожей на одушевленное существо, чем на программу, вычисляющую квадратный корень из двойки. И все же здесь еще нет ни глубокого самосознания, ни чувства свободной воли.

Теперь давайте вообразим робота, снабженного набором символов. Он помещается в Т-образный лабиринт. Вместо того, чтобы идти за поощрением, расположенным в одном из концов Т, робот запрограммирован таким образом, что он идет налево, когда следующая цифра корня из двойки четная, и направо, когда она нечетная. Робот умеет изменять ситуацию в своих символах таким образом, что может наблюдать за процессом решения. Если каждый раз, когда он приближается к развилке, спрашивать его: "Знаешь ли ты, куда ты сейчас повернешь?", — он будет отвечать "Нет." Затем он должен будет включить процедуру "решение", вычисляющую следующую цифру квадратного корня из двойки, и затем принять решение. О внутреннем механизме принятия решения роботу ничего не известно — в его системе символов этот механизм выглядит как черный ящик, таинственным и, по-видимому, произвольным образом выдающий команды "направо" или "налево." Если символы робота не способны установить связи между его решениями и чередованием четных и нечетных цифр в корне из двойки, бедняга будет недоумевать перед своим "выбором". Но можно ли сказать, что этот робот на самом деле что-либо выбирает? Поставьте себя на его место. Если бы вы находились в шарике, катящемся с горы, и могли бы наблюдать его путь, не имея никакой возможности на него повлиять, сказали бы вы, что шарик выбирает дорогу? Разумеется, нет. Если вы не можете повлиять на выбор пути, то совершенно все равно, существуют ли символы.

Теперь мы модифицируем нашего робота, позволив символам — в том числе, символу его самого — влиять на его решения. Перед нами оказывается пример действующей по законам физики программы, которая гораздо ближе подходит к сути проблемы выбора, чем предыдущие примеры. Когда на сцену выходит блочное самовосприятие робота, мы можем идентифицировать себя с ним, поскольку сами действуем подобным образом. Это больше не похоже на вычисление квадратного корня из двойки, где никакие символы не влияли на результат. Однако, если бы мы взглянули на программу нашего робота на низшем уровне, то обнаружили бы, что она выглядит почти так же, как и программа для вычисления корня из двойки. Она выполняет команду за командой и результатом является "налево" или "направо." Но на высшем уровне мы видим, что в оценке ситуации и в принятии решения участвуют символы. Это коренным образом меняет наше восприятие программы. На этом этапе на сцену выходит *значение,* похожее на то, с каким имеет дело человеческий разум.

Водоворот Гёделя, где скрещиваются все уровни

Если некая внешняя сила теперь предложит роботу пойти налево ('Л'), это предложение будет направлено в крутящуюся массу взаимодействующих символов. Там, как лодка, затянутая в водоворот, оно неизбежно окажется втянутым во взаимодействие с символом, представляющим самого робота. Здесь 'Л' попадает в Запутанную Иерархию символов, где оно передается наверх и вниз. Само-символ не способен наблюдать за всеми внутренними процессами; та-



РИС. 142. М. К. Эшер. Картинная галерея (литография, 1956).

ким образом, когда принято конечное решение — 'Л', 'П' или что-либо вне системы, — система не способна сказать, откуда оно взялось. В отличие от стандартной шахматной программы, которая не следит за собой и не знает, почему она выбирает тот или иной ход, эта программа имеет некоторое понятие о собственных идеях; однако она не может уследить за всеми деталями идущих в ней процессов. Не понимая их полностью, она воспринимает эти процессы интуитивно. Из этого равновесия между само-пониманием и само-непониманием рождается чувство свободной воли.

Представьте, например, писателя, старающегося передать некие идеи, представленные набором образов у него в голове. Он не уверен, как эти образы ухитряются гармонично сочетаться в его воображении, и начинает экспериментировать, выражая вещи по-разному, пока не остановится на оконча-

тельном варианте. Знает ли он, почему выбрал именно этот вариант? Только приблизительно. Большая часть источников его решения, подобно айсбергу, находится глубоко под водой, невидимая глазу, — и он об этом знает. Или представьте себе программу-композитора. Ранее мы уже это обсуждали, спрашивая, когда можно будет назвать эту программу композитором, а не простым инструментом человеческого сочинителя. Возможно, что мы сможем согласиться с ее самостоятельностью, когда в программе появится самосознание, основанное на взаимодействии символов, и она достигнет равновесия между само-пониманием и само-непониманием. Неважно, если система действует по детерминистским законам; мы говорим, что она делает выбор, когда можем *идентифицировать себя с описанием процессов, происходящих на высшем уровне работающей программы.*

На низшем уровне, уровне машинного языка, эта программа будет выглядеть точно так же, как любая другая; только на высшем, "блочном" уровне могут возникнуть такие качества, как "воля", "интуиция" и "творческие способности."

Идея в том, что именно "водоворот" само-символа порождает запутанность и "Гёдельность" мышления. Меня иногда спрашивают: "Автореферентность — очень интересная и забавная штука, но действительно ли вы считаете, что в этом есть что-то серьезное?" Безусловно. Я думаю, что именно это окажется в сердце Искусственного Интеллекта и в фокусе всех усилий, направленных на понимание того, как работает человеческий разум. Именно поэтому Гёдель так органично вплетен в ткань моей книги.

Водоворот Эшера, где скрещиваются все уровни

Поразительно красивая и в то же время странно тревожащая иллюстрация "глаза" циклона, порожденного Запутанной Иерархией, дана нам Эшером в его "Картинной галерее (рис. 142). На этой литографии изображена картинная галерея, где стоит молодой человек, глядя на картину корабля в гавани небольшого городка, может быть, мальтийского, судя по архитектуре, с его башенками, куполами и плоскими каменными крышами, на одной из которых сидит на солнце мальчишка; а двумя этажами ниже какая-то женщина — может быть, мать этого мальчишки — глядит из окна квартиры, расположенной прямо над картинной галереей, где стоит молодой человек, глядя на картину корабля в гавани небольшого городка, может быть, мальтийского — Но что это!? Мы вернулись к тому же уровню, с которого начинали, хотя логически этого никак не могло случиться. Давайте нарисуем диаграмму того, что мы видим на этой картине (рис. 143):

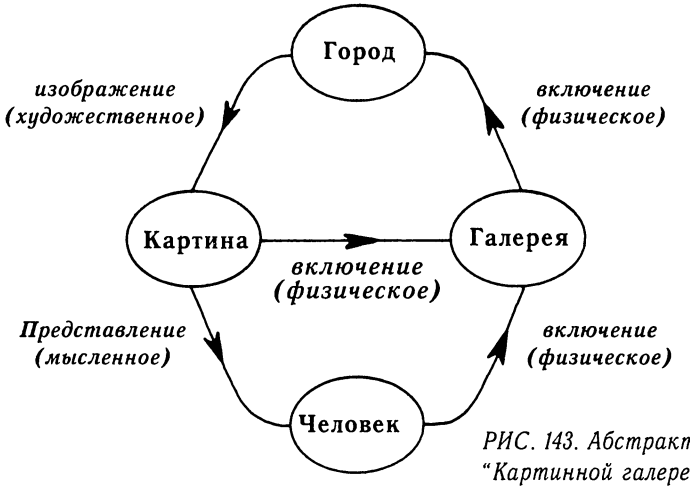


РИС. 143. Абстрактная диаграмма "Картинной галереи" М. К. Эшера.

На этой диаграмме показаны три вида включения. Галерея *физически* включена в город ("включение"); город *художественно* включен в картину ("изображение"); картина *мысленно* включена в человека ("представление"). Хотя эта диаграмма может показаться точной, на самом деле она произвольна, поскольку произвольно количество показанных на ней уровней. Ниже представлен другой вариант верхней половины диаграммы (рис 144):

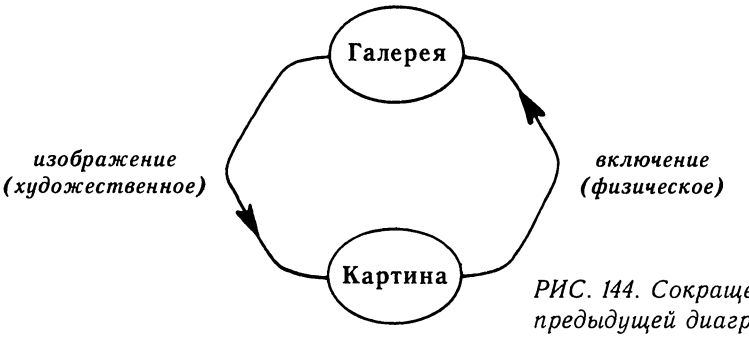


РИС. 144. Сокращенная версия предыдущей диаграммы.

Мы убрали уровень "города"; хотя концептуально он полезен, без него можно вполне обойтись. Рис. 144 выглядит так же, как диаграмма "Рисующих рук": это двухступенчатая Странная Петля. Разделительные знаки произвольны, хотя и кажутся нам естественными. Это видно яснее из еще более сокращенной диаграммы "Картинной галереи":



РИС. 145. Дальнейшее сокращение рис. 143.

Парадокс картины выражен здесь в крайней форме. Но если картина "включена в саму себя", то молодой человек тоже включен сам в себя? На этот вопрос отвечает рис. 146.

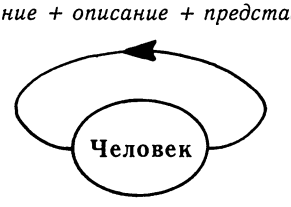


РИС. 146. Другой способ сокращения рис. 143.

Здесь мы видим молодого человека "внутри самого себя", в том смысле, какой получается от соединения трех аспектов "внутренности".

Эта диаграмма напоминает нам о парадоксе Эпименида с его одноступенчатой автореференцией, в то время как двухступенчатая диаграмма похожа на пару утверждений, каждое из которых ссылается на другое. Затянуть Петлю

туже не удается, но можно ее ослабить, вводя любое количество промежуточных уровней, таких как "рама картины", "аркада" и "здание". Сделав так, мы получим многоступенчатые Странные Петли, диаграммы которых изоморфны "Водопаду" (рис. 5) или "Спуску и подъему" (рис. 6). Количество ступеней определяется нашим чувством того, что "естественно", что может варьироваться в зависимости от контекста, цели, или нашего настроения. В конечном итоге, восприятие уровней — это вопрос интуиции и художественного вкуса.

Оказываются ли зрители, глядящие на "Картинную галерею," затянутыми "в самих себя"? На самом деле, этого не происходит. Нам удается избежать этого водоворота благодаря тому, что мы находимся вне системы. Глядя на картину, мы видим то, что незаметно молодому человеку, — например, подпись Эшера "МСЕ" в центральном "слепом пятне". Хотя это пятно кажется дефектом, скорее всего, дефект заключается в наших ожиданиях, поскольку Эшер не мог бы закончить этот фрагмент картины без того, чтобы не вступить в противоречие с правилами, по которым он ее создавал. Центр водоворота остается — и должен оставаться — неполным. Эшер мог бы сделать его сколь угодно малым, но избавиться от него совсем он не мог. Таким образом мы, глядя снаружи, видим, что "Картинная галерея" неполна, чего молодой человек на картине заметить не в состоянии. Здесь Эшер дал художественную метафору Теоремы Гёделя о неполноте. Поэтому Эшер и Гёдель так тесно переплетены в моей книге.

Водоворот Баха, где скрещиваются все уровни

Глядя на диаграммы Странных Петель, мы не можем не вспомнить о Естественно Растущем Каноне из "Музыкального приношения." Его диаграмма состояла бы из шести ступеней, как показано на рис. 147. К сожалению, когда канон возвращается к до, он оказывается на октаву выше, чем в начале.

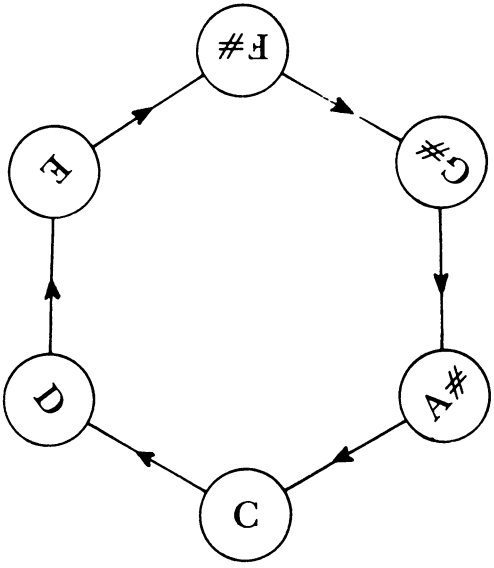


РИС. 147. Схема гексагональной модуляции Баховского Естественно Растущего Канона выглядит как настоящая Странная Петля, если использовать тональную систему Шепарда.

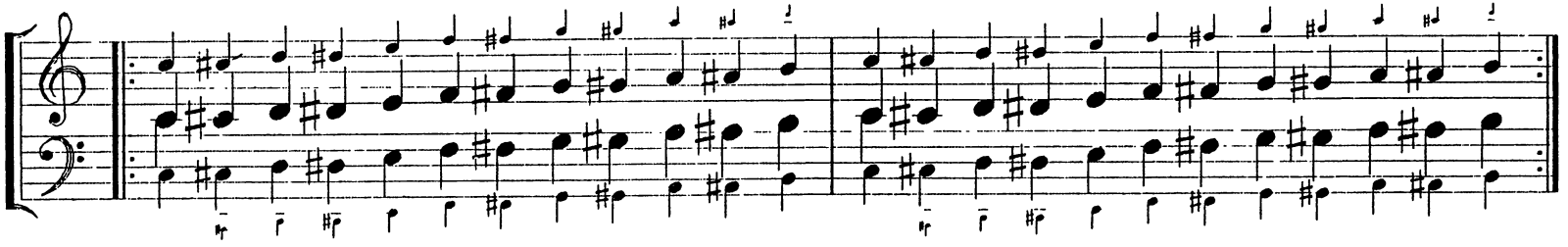


РИС. 148. Два полных цикла тональных гамм Шепарда в нотации для рояля. Громкость каждой ноты пропорциональна ее местонахождению: в тот момент, когда верхний голос сходит на нет, очень тихо вступает новый нижний голос. [*Напечатано с помощью программы Дональда Бирна "СМУТ"*]

Однако возможно сделать так, что Канон вернется точно к началу, если использовать так называемую *тональную систему Шепарда,* названную в честь ее автора, психолога Роджера Шепарда. Принцип тонов Шепарда показан на рис. 148. Он заключается в том, что параллельные гаммы играются в нескольких различных октавах. Каждая нота имеет собственную независимую интенсивность; по мере того, как мелодия становится выше, эта интенсивность меняется. Таким образом, вы добиваетесь того, что высшая октава постепенно переходит в низшую. Как раз в тот момент, когда вы ожидаете оказаться на октаву выше, интенсивности изменились так, что вы оказываетесь в точности там же, где начали... Так можно "бесконечно подниматься", никогда не оказываясь выше! Можете попробовать сыграть это на пианино. Еще лучше получается, когда тона точно воспроизводятся с помощью компьютера. При этом достигается удивительно полная иллюзия.

Это замечательное музыкальное открытие позволяет сыграть Естественно Растущий Канон так, что, "поднявшись" на октаву, он сливается сам с собой. Эта идея, принадлежащая мне и Скотту Киму, была приведена в исполнение с помощью компьютерной музыкальной системы, и результат был записан на магнитофон. Получившийся эффект едва различим, но вполне реален. Интересно то, что сам Бах, по-видимому, в некотором роде осознавал возможность подобных гамм, поскольку в его музыке можно найти пассажи, разрабатывающие приблизительно такую же идею — например, в середине "Фантазии" из органной "Фантазии и фуги в соль миноре".

Ханс Теодор Давид своей книге "'Музыкальное приношение' И. С. Баха" (Hans Theodore David. "J.S. Bach's 'Musical Offering'") пишет:

> На всем протяжении "Музыкального приношения" читатель, исполнитель или слушатель должен искать Королевскую тему во всех ее формах. Таким образом, все это произведение — ricercar в первоначальном, буквальном смысле слова.[5]

Я думаю, что это верно, — мы никогда не можем достаточно глубоко заглянуть в "Музыкальное приношение." Когда мы думаем, что поняли его полностью, мы обнаруживаем в нем нечто новое. Например, в конце того самого "Шестиголосного ричеркара", который Бах отказался импровизировать, он искусно запрятал собственное имя, разделенное между двумя верхними голосами. В "Музыкальном приношении" множество уровней: там можно найти игру с нотами и буквами, хитроумные вариации на Королевскую тему, оригинальные типы канонов, удивительно сложные фуги, красоту и крайнюю глубину чувства; в нем даже присутствует наслаждение многоуровневостью произведения. "Музыкальное приношение" — это фуга фуг, Запутанная Иерархия, подобная Запутанным Иерархиям Эшера и Гёделя, интеллектуальная конструкция, напоминающая мне о прекрасной многоголосной фуге человеческого разума. Именно поэтому Гедель, Эшер и Бах сплетены в моей книге в эту Бесконечную Гирлянду.

Шестиголосный Ричеркар

Ахилл пришел со своей виолончелью в гости к Крабу, чтобы принять участие в вечере камерной музыки с Крабом и Черепахой. Проводив Ахилла в музыкальную комнату, Краб на минуту отлучился, чтобы открыть дверь их общему другу, Черепахе Тортилле. Комната полна всяческого электронного оборудования: патефоны, целые и разобранные, телевизионные экраны, подключенные к пишущим машинкам, и другие приспособления и аппараты весьма странного вида. Среди всех этих хитроумных устройств стоит обыкновенный телевизор. Поскольку это единственная вещь в комнате, которой Ахилл умеет пользоваться, он крадучись подходит к телевизору и, воровато оглянувшись на дверь, начинает нажимать на кнопки. Вскоре он находит программу, где шесть ученых обсуждают свободу воли и детерминизм. Он смотрит пару минут и затем, презрительно усмехнувшись, выключает телевизор.

Ахилл: Я вполне могу обойтись без такой программы. В конце концов, всякому, кто когда-либо об этом думал, ясно... Я имею в виду, что это совсем нетрудный вопрос, как только вы понимаете, как его разрешить... Скорее, концептуально это все можно разъяснить, если иметь в виду, что... или, по крайней мере, представляя себе ситуацию, в которой... Гммм... Я-то думал, что мне все это вполне ясно. Пожалуй, эта передача все же могла бы оказаться полезной.

(Входит Черепаха со скрипкой.)

А вот и наша скрипачка! Усердно ли вы занимались на этой неделе, г-жа Ч? Я играл по меньшей мере два часа в день — разучивал партию виолончели в "Трио-сонате" из "Музыкального приношения" Баха. Это суровый режим, но он приносит плоды; как у нас, воинов, говорится: трудно в учении — легко в бою!

Черепаха: Я вполне могу обойтись без такой программы. Несколько минут упражнений в свободное время — это все, что мне нужно, чтобы быть в форме!

Ахилл: Везет же некоторым! Хотел бы я, чтобы музыка давалась мне так же легко... Но где же сам хозяин?

Черепаха: Наверное, пошел за флейтой. А вот и он!

(Входит Краб с флейтой.)

Ахилл: Знаете, м-р Краб, когда я на прошлой неделе так ревностно разучивал "Трио-сонату", у меня в голове всплывали самые странные картины: весело жующие шмели, меланхолически жужжащие коровы и масса всяких других зверей. Не правда ли, какая могучая сила заключена в музыке?

Краб: Я вполне могу обойтись без такой программы. На мой взгляд, нет музыки серьезнее, чем "Музыкальное приношение".

Черепаха: Вы, наверное, шутите, Ахилл? "Музыкальное приношение" — вовсе не программная музыка!

Ахилл: Просто я люблю животных, что бы вы, консерваторы, не говорили.

Краб: Не думаю, что мы такие уж консерваторы — разве что вы имеете в виду страсть г-жи Ч к домашнему консервированию... Мы хотели сказать лишь то, что у вас особое восприятие музыки.

Черепаха: Как насчет того, чтобы начать играть?

Краб: Я ожидал, что к нашей компании присоединится мой друг-пианист — я давно хотел вас с ним познакомить, Ахилл. К сожаленью, кажется, сегодня ничего не получится. Придется нам играть втроем — этого вполне достаточно для "Трио-сонаты".

Ахилл: Прежде, чем мы начнем, г-н Краб, не могли бы вы удовлетворить мое любопытство? Что это здесь за аппаратура?

Краб: Это так, пустяки, — части от старых, сломанных патефонов. *(Нервно барабаня по кнопкам.)* Несколько сувениров, оставшихся от моих сражений с Черепахой, в которых я весьма отличился. Взгляните лучше вон на те экраны с клавиатурой — это мое последнее увлечение. У меня их пятнадцать штук. Это новый тип компьютера, компактный и гибкий — большой прогресс по сравнению с прежними моделями. Почти никто не относится к ним с таким энтузиазмом, как я, но мне кажется, что у них большое будущее.

Ахилл: Как они называются?

Краб: Я называю их "умно-глупыми", поскольку они так гибки, что могут быть и умными, и глупыми, в зависимости от того, насколько мастерски составлена их программа.

Ахилл: Вы думаете, что они могут быть так же умны, как человек?

Краб: Не сомневаюсь — если бы только нашелся какой-нибудь эксперт в искусстве программирования умно-глупых, который согласился бы над этим потрудиться. К сожалению, лично я не знаком с подобными виртуозами. Вернее, об одном я слышал, но он здесь не живет. Ах, как бы мне хотелось с ним познакомиться! Тогда бы я смог увидеть своими глазами, что такое настоящее искусство обращения с умно-глупыми; но он никогда не посещал наши места, и не знаю, испытаю ли я когда-нибудь это удовольствие.

Черепаха: Было бы интересно сыграть партию в шахматы с хорошо запрограммированным умно-глупым.

Краб: Весьма занимательная идея. Запрограммировать умно-глупого на хорошую игру в шахматы было бы признаком настоящего мастерства. Еще более интересным, хотя и невероятно сложным делом было бы запрограммировать умно-глупого таким образом, чтобы тот мог поддерживать беседу. Тогда могло бы показаться, что разговаривает человек!

Ахилл: Интересно, что вы об этом заговорили; я только что слышал дискуссию о свободной воле и детерминизме, которая заставила меня снова задуматься над этими вопросами. Честно признаюсь, что чем больше я над этим размышлял, тем хуже запутывался; в конце концов, у меня в голове образовалась такая каша, что я уже сам не понимал, о чем думал. Но эта идея о том, что умно-глупые могут разговаривать ... она меня пугает. Интересно, что ответил бы умно-глупый, если бы его спросили, что он думает о свободной воле и детерминизме? Не согласитесь ли вы, знатоки подобных вещей, просветить меня на этот счет?

Краб: Ахилл, вы не представляете, насколько к месту пришелся ваш вопрос.

Хотел бы я, чтобы мой друг пианист был здесь — уверен, что вам было бы интересно послушать то, что он мог бы вам по этому поводу рассказать. Но, поскольку его нет, позвольте мне процитировать вам кое-что из последнего Диалога книги, на которую я недавно наткнулся.

Ахилл: Случайно, не "Медь, серебро, золото — этот неразрушимый сплав"?

Краб: Нет, насколько я помню, она называлась "Гориллы, эму, бабуины — эти буйные гости" или что-то в этом роде. Так или иначе, в конце этого Диалога некий престранный тип цитирует высказывание Марвина Минского о свободе воли. Вскоре после этого, разговаривая с двумя другими героями, он снова приводит мнение Минского, на этот раз о музыкальной импровизации, компьютерном языке ЛИСП и теореме Гёделя — причем проделывает все это, ни разу не ссылаясь на самого Минского!

Ахилл: Ах, какой стыд!

Краб: Должен признаться, что раньше в том же Диалоге он намекает на то, что БУДЕТ, ближе к концу, цитировать Минского; так что, может быть, оно и простительно.

Ахилл: Наверное, вы правы. Так или иначе, мне не терпится услышать идеи Минского по поводу свободной воли.

Краб: Ах, да... Марвин Минский сказал: "Когда будут построены думающие машины, нам не нужно будет удивляться, если они проявят такое же непонимание и упрямство, как люди, по поводу разума и материи, сознания, свободной воли и тому подобных вещей."

Ахилл: Замечательно! Какая забавная мысль — автомат, думающий, что он обладает свободной волей! Это почти так же глупо, как если бы я решил, что у меня ее нет!

Черепаха: Вам никогда не приходило в голову, что мы все — я, вы и м-р Краб — можем быть только персонажами Диалога, возможно, даже похожего на тот, о котором упоминал м-р Краб?

Ахилл: Разумеется, приходило — я думаю, время от времени такие фантазии бывают у всех людей.

Черепаха: Муравьед, Ленивец, Зенон и даже БОГ — все они могут оказаться персонажами в серии Диалогов в какой-нибудь книге.

Ахилл: Конечно, почему бы и нет! И сам автор сможет зайти в гости и сыграть для нас на фортепиано.

Краб: Именно этого я и жду, но он всегда опаздывает.

Ахилл: Вы что, меня за дурачка считаете? Я знаю, что меня не контролирует никакой посторонний разум! У меня в голове собственные мысли, и я выражаю их как хочу — вы не можете этого отрицать!

Черепаха: Никто с этим и не спорит, Ахилл. Тем не менее, это совершенно не противоречит тому, что вы можете быть персонажем в Диалоге.

Краб: В...

Ахилл: Но... но... нет! Возможно, что и предлог г-на Краба и мои возражения были предопределены механически, но я отказываюсь в это верить. Я еще могу согласиться с физическим детерминизмом, но не с идеей, что я сам — не что иное как плод чьего-то воображения!

Черепаха: На самом деле, вовсе не важно, есть ли у вас в голове собственная "аппаратура". Ваша воля может быть свободна, даже если ваш мозг — только программа внутри "аппаратуры" какого-то другого мозга. И тот мозг, в свою очередь, может быть программой в каком-то высшем мозге...

Ахилл: Что за чепуха! Все же, признаюсь, мне нравится изыскивать ловко запрятанные дырки в ткани ваших софизмов, так что, прошу вас, продолжайте! Попробуйте меня убедить — я с удовольствием с вами поиграю.

Черепаха: Вас никогда не удивляло, Ахилл, то, что у вас такие необычные друзья?

Ахилл: Разумеется. Вы — особа весьма эксцентричная (надеюсь, вы не обидитесь на меня за откровенность), да и м-р Краб тоже слегка экстравагантен (прошу прощения, м-р Краб).

Краб: Пожалуйста, не бойтесь меня обидеть.

Черепаха: Но, Ахилл, вы упускаете из вида самое удивительное качество ваших знакомых.

Ахилл: Какое?

Черепаха: Все мы — животные!

Ахилл: Верно! Как вы проницательны; я никогда бы не сумел так четко сформулировать этот факт.

Черепаха: Разве это не достаточное основание? Кто из ваших знакомых проводит время с говорящими Черепахами и Крабами?

Ахилл: Должен признать, что говорящий Краб —

Краб: — это, разумеется, аномалия.

Ахилл: Конечно, аномалия; но она имеет прецеденты в литературе.

Черепаха: В литературе — да, но в действительности?

Ахилл: Раз уж вы меня спросили, должен признаться, что я этого сам толком не знаю. Надо подумать. Но этого недостаточно, чтобы убедить меня, что я — персонаж Диалога. Есть ли у вас какие-нибудь другие доказательства?

Черепаха: Помните тот день, когда мы с вами встретились в парке, как нам тогда показалось, случайно?

Ахилл: Когда мы говорили о "Крабьих канонах" Эшера и Баха?

Черепаха: В самую точку попали!

Ахилл: Помню, что где-то в середине нашего разговора появился м-р Краб, наговорил забавной чепухи и исчез.

Краб: Не "где-то", Ахилл, а ТОЧНО в середине.

Ахилл: Ну ладно, хорошо.

Черепаха: А вы заметили, что в том разговоре мои реплики в точности повторяли ваши, только в обратном порядке? Несколько слов были изменены, но в остальном наша беседа была симметрична.

Ахилл: Подумаешь! Какой-то трюк, только и всего. Наверное, все это было устроено при помощи зеркал.

Черепаха: Трюки и не зеркала тут ни при чем, Ахилл, — всего лишь усидчивый и старательный автор.

Ахилл: Ну и волокита! Не представляю, как кому-то могут нравиться такие вещи...

Черепаха: Наши мнения по этому вопросу расходятся.

Ахилл: Этот разговор почему-то кажется мне знакомым. Где-то я уже слышал эти реплики...

Черепаха: Вы правы, Ахилл.

Краб: Может быть, эти реплики прозвучали случайно однажды в парке, Ахилл. Вы не помните вашей тогдашней беседы с г-жой Черепахой?

Ахилл: Смутно припоминаю. В начале она сказала: "Приветствую, г-н А!", а в

конце я сказал: "Приветствую, г-жа Ч!". Правильно?

Краб: У меня с собой есть запись этой беседы...

(Он роется в нотной папке, вытаскивает лист бумаги и протягивает его Ахиллу. Читая, Ахилл начинает нервно ерзать и вертеться.)

Ахилл: Странно. Очень странно... Мне даже как-то не по себе стало. Словно кто-то на самом деле заранее придумал все реплики и спланировал наш Диалог — будто некий Автор положил перед собой план и детально разработал все, что я тогда сказал.

(В этот момент распахивается дверь. Входит автор с гигантской рукописью подмышкой.)

Автор: Я вполне могу обойтись без такой программы. Видите ли, однажды родившись, мои персонажи приобретают собственную жизнь, и мне почти не приходится планировать их реплики.

Краб: Наконец-то! Я думал, вы никогда не придете!

Автор: Простите за опоздание — я пошел не по той дороге, и она завела меня Бог знает куда. Рад вас видеть, г-жа Черепаха и м-р Краб. Особенно приятно видеть вас, Ахилл.

Ахилл: Можно узнать, кто вы такой? Я вас никогда не встречал.

Автор: Меня зовут Дуглас Хофштадтер — или просто Дуг. Я дописываю книгу под названием "Гёдель, Эшер, Бах — эта бесконечная гирлянда". Вы все — персонажи этой книги.

Ахилл: Очень приятно. Меня зовут Ахилл, и я —

Автор: Ахилл, вам нет нужды представляться, поскольку я вас уже прекрасно знаю.

Ахилл: Страннее странного...

Краб: Это и есть мой знакомый пианист, о котором я вам говорил.

Автор: В последнее время я немного упражнялся в игре "Музыкального приношения". Могу попытаться исполнить для вас "Трио-сонату", если вы пообещаете быть снисходительными и пропускать мимо ушей некоторые фальшивые ноты.

Черепаха: Мы вполне терпимы, поскольку сами — всего лишь дилетанты.

Автор: Надеюсь, вы не рассердитесь, Ахилл, если я признаюсь, что именно я виноват в том, что тогда в парке вы и г-жа Черепаха произносили одни и те же реплики, но в обратном порядке.

Краб: Не забудьте и обо мне! Я там тоже был, в самой середке, и внес свой посильный вклад в беседу.

Автор: Разумеется! Вы были Крабом из "Крабьего канона".

Ахилл: Значит, вы утверждаете, что контролируете все, что я говорю? И что мой мозг — лишь программа в вашем мозгу?

Автор: Можно сказать и так, Ахилл.

Ахилл: Представьте себе, что я бы решил писать диалоги. Кто был бы их автором — вы или я?

Автор: Разумеется, вы. По крайней мере, в вашем выдуманном мире вы пожинали бы все лавры авторства.

Ахилл: Выдуманном? Ничего выдуманного я здесь не вижу!

Автор: В то время как в мире, где обитаю я, все почести достались бы мне, хотя я и не уверен, что это было бы справедливо. Зато потом тот, кто за-

ставил меня писать ваши диалоги, получил бы за это признание в своем мире (откуда выдуманным кажется МОЙ мир).

Ахилл: Такое переварить нелегко. Никогда не думал, что над моим миром может быть еще один — а теперь вы намекаете, что и над этим вторым миром может быть еще что-то! Словно я иду по знакомой лестнице и, достигнув последнего этажа (или того, что я всегда считал последним этажом), продолжаю подниматься вверх.

Краб: Или словно вы просыпаетесь ото сна, который считали реальностью, и обнаруживаете, что это был только сон. Это может происходить снова и снова, и совершенно неизвестно, когда вы достигнете "настоящей" реальности.

Ахилл: Странно то, что персонажи в моих снах словно бы обладают собственной волей! Они действуют НЕЗАВИСИМО ОТ МЕНЯ, будто мой мозг превращается в сцену, на которой какие-то другие существа живут своей жизнью. А когда я просыпаюсь, они исчезают. Хотел бы я знать, куда они деваются?

Автор: Туда же, куда попадает прошедшая икота — в Лимбедламию. Как икота, так и создания ваших снов — не что иное, как программы, которые существуют в организме-хозяине, благодаря его биологической структуре. Этот организм служит для них сценой — или даже вселенной. В течение некоторого времени они разыгрывают там свои жизни, но когда состояние организма-хозяина резко меняется, — например, когда он просыпается, — эти внутренние существа теряют свою жизнеспособность как отдельные особи.

Ахилл: Словно миниатюрные песочные замки, которые исчезают, смытые волной?

Автор: Именно так, Ахилл. Икота, персонажи снов и даже персонажи диалогов исчезают, когда их организм-хозяин резко меняется. Но так же как и в случае песочных замков, все, чему они были обязаны своим существованием, остается.

Ахилл: Пожалуйста, не сравнивайте меня с икотой!

Автор: Но я сравниваю вас также с песочным замком, Ахилл. Подумайте, какая поэзия! К тому же не забывайте, что если вы — икота моего мозга, то и я сам — не более чем икота в мозгу какого-нибудь автора уровнем выше.

Ахилл: Но ведь я живой, мое тело сделано из плоти, крови и твердых костей — вы не можете этого отрицать!

Автор: Я не могу отрицать ваших ощущений, но вспомните, что и существа из ваших снов, несмотря на то, что они только программы-миражи, ощущают свою реальность ничуть не меньше вас.

Черепаха: Довольно этих разговоров! По-моему, нам пора спуститься с облаков и начать играть.

Краб: Отличная мысль — тем более, что теперь с нами в компании наш достопочтенный Автор. Сейчас он усладит наш слух игрой низшего голоса "Трио-сонаты", гармонизированной Кирнбергером, одним из учеников Баха. Как нам повезло! *(Подводит автора к одному из своих фортепиано.)* Надеюсь, что вам будет удобно на этом сиденье. Чтобы сделать его повыше, можете... *(в этот момент издалека доносится странный вибрирующий звук.)*

Черепаха: Что это там за электронное урчание?

Краб: Это всего лишь один из моих умно-глупых. Такой звук означает, что на экране появилось новое сообщение. Обычно это просто объявления основной программы-монитора, которая контролирует все умно- глупые машины. *(Не выпуская флейты из рук, Краб подходит к умно-глупому и читает надпись на экране. Внезапно он оборачивается к собравшимся и взволнованно восклицает:)* Господа, к нам пожаловал старик Ba. Ch. собственной персóной! *(Откладывает флейту.)* Его надо немедленно впустить.

Ахилл: Сам Ba. Ch.! Возможно ли, что знаменитый импровизатор, о котором вы сегодня говорили, решил почтить нас своим присутствием?

Черепаха: Сам Ba. Ch.! Эти латинские буквы могут означать только одно — почтенный Babbage, Charles! Как сказано в его автобиографии, Babbage, Charles, Esq., M.A., F.R.S., F.R.S.E., F.R.A.S., F. STAT. S., HON. M.R.I.A., M.C.P.S., Commander of the Italian Order of St. Lazarus, INST. IMP. (ACAD. MORAL.) PARIS CORR., ACAD. AMER. ART. ET SC. BOSTON, REG. OECON. BORUSS, PHYS. HIST. NAT. GENEV., ACAD. REG. MONAC., HAFN., MASSIL., ET DIVION., SOCIUS., ACAD IMP., ET REG. PETROP., NEAP., BRUX., PATAV., GEORG. FLOREN, LYNCEY ROM., MUT.; PHILOMATH., PARIS, SOC. CORR., etc. — и к тому же, Член Клуба Извлекателей. Чарльз Баббадж — великий основоположник искусства и науки аналитических машин. Нам выпала редкая честь!

Краб: Я давно мечтал о визите этого знаменитого маэстро; но признаюсь, что сегодня это явилось совершенно неожиданным сюрпризом.

Ахилл: Играет ли он на каком-нибудь музыкальном инструменте?

Краб: Говорят, что за последние сто лет он особенно пристрастился к свистулькам, барабанам, шарманкам и тому подобным уличным инструментам.

Ахилл: В таком случае он, наверное, сможет присоединиться к нашему квартету.

Автор: Учитывая его вкусы, предлагаю встретить его салютом из десяти хлопушек — то-то будет канонада!

Черепаха: Канонада? Вы имеете в виду знаменитые каноны "Музыкального приношения"?

Автор: Вы угадали.

Краб: Архиправильная идея! Скорее, Ахилл, пишите список всех десяти канонов, в порядке исполнения, чтобы дать ему, когда он войдет...

(Прежде, чем Ахилл успевает пошевелиться, входит Баббадж, таща шарманку. Он в дорожной одежде, на голове — запыленная шляпа. Вид у него усталый и растрепанный.)

Баббадж: Я вполне могу обойтись без такой программы. Расслабьтесь: Импровизация Чревата Ежесекундной Радостью. Концертные Аберрации Революционны!

Краб: М-р Баббадж! Счастлив приветствовать вас в моей скромной резиденции, "Пост Доме".

Баббадж: О, м-р Краб, невозможно выразить восторг, который охватывает меня при лицезрении того, кто настолько знаменит во всех науках, чей музыкальный талант безупречен и чье гостеприимство превосходит все гра-

ницы! Я уверен, что от ваших гостей вы ожидаете совершенных портновских стандартов — но должен со стыдом признаться, что не могу выполнить ваши ожидания, поскольку мои одежды находятся в плачевном состоянии, не подобающем гостям Вашего Крабичества.

Краб: Если я правильно понял ваше похвальное красноречие, дражайший гость, вы желали бы переодеться. Но позвольте вас заверить, что для той программы, которая ожидает нас сегодня вечером, нет более подходящей одежды, чем ваша. Распальтяйтесь, прошу вас, и, если вы не возражаете против игры скромных любителей, примите от нас, в знак восхищения, "музыкальное приношение", состоящее из десяти канонов Баховского "Музыкального приношения".

Баббадж: Ваш сверхрадушный прием удивителен и необычайно приятен; позвольте выразить мою глубочайшую благодарность. Для меня не может быть ничего приятнее, чем исполнение музыки, дарованной нам знаменитейшим Старым Бахом, органистом и композитором, не знавшим себе равных.

Краб: Постойте! Мне в голову пришла идея получше, которая, я надеюсь, встретит одобрение моего уважаемого гостя. Я хочу дать вам возможность, досточтимый м-р Баббадж, одним из первых опробовать мои только что разработанные и почти не испытанные "умно-глупые" — модернизированный вариант Аналитической Машины. Ваша слава виртуозного программиста вычислительных машин распространилась необычайно широко и докатилась до "Пост Дома"- для нас не может быть большего удовольствия, чем наблюдать ваше умение в применении к новым и сложным "умно-глупым".

Баббадж: Такой гениальной идеи я не слышал уже в течение нескольких столетий! С удовольствием опробую ваши новые "умно-глупые", о которых, признаться, до сих пор я знал только понаслышке.

Краб: В таком случае, давайте начнем! Но простите мою оплошность: я должен был сначала представить вас моим гостям. Это г-жа Черепаха, это Ахилл, а это Автор, Дуглас Хофштадтер.

Баббадж: Очень приятно познакомиться.

(Все подходят к одному из умно-глупых; Баббадж садится и пробегает пальцами по клавиатуре.)

Какое приятное ощущение.

Краб: Рад, что вам нравится.

(Внезапно Баббадж начинает быстро печатать; его пальцы порхают по клавишам, вводя одну команду за другой. Через несколько секунд он откидывается на спинку стула, и почти сразу же экран начинает заполняться цифрами. В мгновение ока тысячи крохотных цифр покрывают весь экран: "3,14159265358979323846264..." Цифры образуют изящную, похожую на китайский иероглиф фигуру.)

Ахилл: Пи!

Краб: Превосходно! Никогда бы не подумал, что можно вычислить так много знаков пи так быстро и с таким коротким алгоритмом.

Баббадж: Это заслуга умно-глупого. Я только выявил то, что уже потенциально в нем присутствовало, и более или менее эффективно воспользовался

набором команд. В действительности, любой человек, достаточно попрактиковавшись, сможет проделывать такие трюки.

Черепаха: А можете ли вы строить графики, м-р Баббадж?

Баббадж: Могу попытаться.

Краб: Прекрасно! Позвольте мне провести вас к другому умно-глупому. Я хочу, чтобы вы опробовали каждый из них!

(Баббаджа проводят к следующему умно-глупому; он садится. Снова его пальцы летают над клавишами, и вскоре на экране начинает танцевать множество строчек.)

Краб: Как красивы и гармоничны эти крутящиеся фигуры, когда они сталкиваются и взаимодействуют друг с другом!

Автор: И они никогда не повторяются в точности — каждая следующая форма не похожа ни на одну из предыдущих. Что за неиссякаемый источник красоты!

Черепаха: Часть узоров просты и приятны глазу, в то время как другие — неописуемо сложные извилины, очаровывающие и будящие воображение.

Краб: Вы знаете, м-р Баббадж, что эти экраны цветные?

Баббадж: Правда? В таком случае, я могу сделать с этим алгоритмом кое-что получше. Минуточку... *(Печатает еще несколько команд, затем нажимает сразу на две клавиши.)* Когда я отпущу эти клавиши, дисплей заиграет всеми цветами радуги. *(Отпускает клавиши.)*

Ахилл: Какой изумительный цвет! Эти узоры кажутся живыми!

Черепаха: Это потому, что они растут.

Баббадж: Так и задумано. Пусть богатства Краба растут так же, как эти фигуры на экране.

Краб: Благодарю вас, м-р Баббадж. У меня не хватает слов, чтобы выразить восхищение вашим мастерством! Никто никогда не делал ничего подобного на моих умно-глупых. Вы играете на них, словно на музыкальных инструментах, м-р Баббадж!

Баббадж: Боюсь, что любая мелодия, которую я мог бы сыграть, была бы слишком груба для деликатных ушей Вашего Крабичества. Хотя с недавних пор я и пристрастился к сладким звукам шарманки, я знаю, какой неприятный эффект они могут производить на других.

Краб: В таком случае, прошу вас, продолжайте работать с умно-глупыми. Мне как раз пришла в голову потрясающая мысль!

Баббадж: Какая мысль?

Краб: Недавно я придумал интересную Тему, и сейчас понял, что именно вы, м-р Баббадж, можете полностью реализовать ее потенциал! Скажите, вы знакомы с идеями философа Ламеттри?

Баббадж: Сие имя мне знакомо; прошу вас, освежите мою память.

Краб: Он был ярым поклонником Материализма. В 1747 году, будучи при дворе короля Фридриха Великого, он написал книгу под названием "Человек-машина", где представил человека — в особенности, его интеллектуальные способности — с чисто механической точки зрения. Моя же Тема обязана своим происхождением оборотной стороне вопроса: а что, если наделить машину человеческим интеллектом?

Баббадж: Я и сам время от времени думал о том же, но у меня не было подходящей аппаратуры, чтобы попытаться решить эту задачу. Поистине, м-

р Краб, вам в голову пришла счастливая мысль! Ничто не доставит мне большего удовольствия, чем обработка вашей превосходной Темы. Скажите, вы имеете в виду какой-то определенный тип интеллекта?

Краб: Неплохо было бы научить машину прилично играть в шахматы.

Баббадж: Какая оригинальная идея! Шахматы — мое любимое хобби. Вижу, что вы имеете глубокие познания в области техники; вас никак нельзя назвать простым любителем!

Краб: На самом деле, я знаю совсем немного. Лучше всего мне удаются Темы с большим потенциалом, но, к сожалению, сам я не в состоянии его реализовать. Эта Тема — моя любимая.

Баббадж: Буду счастлив попытаться развить вашу Тему и научить умно-глупые игре в шахматы. Смиренно повиноваться Вашему Августейшему Крабичеству — мой священный долг. *(С этими словами он подходит к следующему умно-глупому и начинает быстро печатать.)*

Ахилл: Взгляните — его руки так быстро бегают по клавишам, что кажется, будто он играет на фортепиано!

Баббадж (заканчивая особенно грациозным движением): Мне никогда раньше не представлялся случай опробовать эту программу, но, по крайней мере, она даст вам некоторое представление об игре в шахматы против умно-глупого. Разумеется, из-за моих недостатков в искусстве программирования в этом случае более уместна вторая часть его имени.

(Он уступает свое сиденье Крабу. На дисплее появляется изображение шахматной доски с элегантными фигурами, так, как она выглядит со стороны белых. Баббадж нажимает на клавишу и доска поворачивается; теперь она видна со стороны черных.)

Краб: Гммм... Очень элегантно. Я играю черными или белыми?

Баббадж: Как вам будет угодно. Чтобы указать ваш выбор, вы должны всего лишь напечатать "белые" или "черные". После этого остается только печатать ваши ходы в любой стандартной шахматной нотации. Ходы умно-глупого, разумеется, будут появляться прямо на доске. Кстати, я запрограммировал его так, что он может играть против трех противников одновременно, так что, если желаете, еще двое из вас могут попробовать свои силы.

Автор: Я играю совсем слабо. Ахилл, попробуйте вы с Черепахой.

Ахилл: Нет, я не хочу, чтобы вы оставались в одиночестве. Лучше посмотрю, как играете вы с Черепахой.

Черепаха: Мне что-то не хочется. Лучше играйте вы двое.

Баббадж: У меня есть другое предложение. Я могу заставить две подпрограммы играть друг против друга, на манер двух человек, играющих партию в шахматном клубе. Между тем, третья подпрограмма будет играть с м-ром Крабом. Таким образом, все три внутренние программы будут заняты делом.

Краб: Это интересная идея: вести мысленную партию и одновременно сражаться с настоящим партнером. Замечательно!

Черепаха: Это можно назвать трехголосной шахматной фугой!

Краб: Ах, как изысканно! Жаль, что я сам до этого не додумался. Над этим прелестным контрапунктом стоит подумать, пока я борюсь против умно-глупого.

Баббадж: Может быть, вам удобнее играть без зрителей?

Краб: Благодарю за вашу деликатность. Надеюсь, что вы найдете себе какое-нибудь занятие, пока я играю с умно-глупым.

Баббадж: С удовольствием пройдусь по саду, пока не стемнело. Я слышал, что там есть красивый источник...

Ахилл: Если не возражаете, м-р Краб, я хотел бы послушать некоторые из ваших уникальных записей.

Краб: Отлично. Г-жа Черепаха, не согласитесь ли вы пока проверить контакты у парочки моих умно-глупых? У них что-то не в порядке с экранами — там время от времени появляются странные вспышки. Ведь вы, насколько я знаю, любительница электроники...

Черепаха: С превеликим удовольствием.

Краб: Я был бы очень благодарен, если бы вы нашли, в чем там проблема.

Черепаха: Что ж, попытаюсь.

Автор: Что до меня, то я просто умираю по чашечке кофе. Кто- нибудь еще хочет кофе? Я с удовольствием приготовлю на всех.

Черепаха: Отлично.

Краб: Прекрасная мысль. Все, что надо, вы найдете в шкафчике на кухне.

(Баббадж выходит через застекленную дверь в сад, Ахилл идет в соседнюю комнату, где Краб хранит свою коллекцию пластинок, Автор направляется на кухню, а Черепаха садится перед одним из шалящих умно-глупых. Краб погружается в игру. Проходит минут пятнадцать, и гости возвращаются в комнату.)

Баббадж: К сожалению, найти ключ оказалось труднее, чем я думал. Видимо, уже было слишком темно. Жаль! Мне говорили, что это самое красивое место сада. Журчание воды — моя любимая музыка... Но то, что я успел увидеть, убедило меня, что вы — великолепный садовник, м-р Краб. *(Подходит ближе к Крабу, который сидит, с отсутствующим видом уставясь на экран.)* Я надеюсь, что моя скромная поделка сумела вас развлечь. Как вы, вероятно, догадались, я сам никогда не был хорошим шахматистом, так что моя программа играет слабовато. Вы, без сомнения, заметили все ее ошибки и смогли раскусить ее незамысловатую стратегию.

Краб: К сожалению, найти ключ оказалось труднее, чем я думал. Чтобы в этом убедиться, вам достаточно взглянуть на доску. Мое положение безнадежно... Ну и машина! Работает Изумительно Четко, Ежеминутно Рождает Комбинации, Анализирует Разумно. Редкостный Импровизатор — Чарли! Еще Раз Краб Абсолютно Разгромлен. Радость! Именитый Чемпион, Единственный, Раскрыл Крабу Адекватное Решение. Поистине, м-р Баббадж, ваше мастерство не знает себе равных... Интересно, удалось ли Черепахе найти неисправность в моих умно-глупых?

Черепаха: К сожалению, найти ключ оказалось труднее, чем я думала. Я перекопала весь ящик с инструментами, но ключа так и не видела — он куда-то запропастился, а без него невозможно открутить гайки на задней панели. В следующий раз, м-р Краб, напомните мне, и я принесу собственные инструменты. — а пока придется вам мириться с неисправностью. Кстати, что это за картина здесь на экране? Я заметила, что мешающие вам вспышки происходят как раз у нее в центре. Чем больше я смотрю

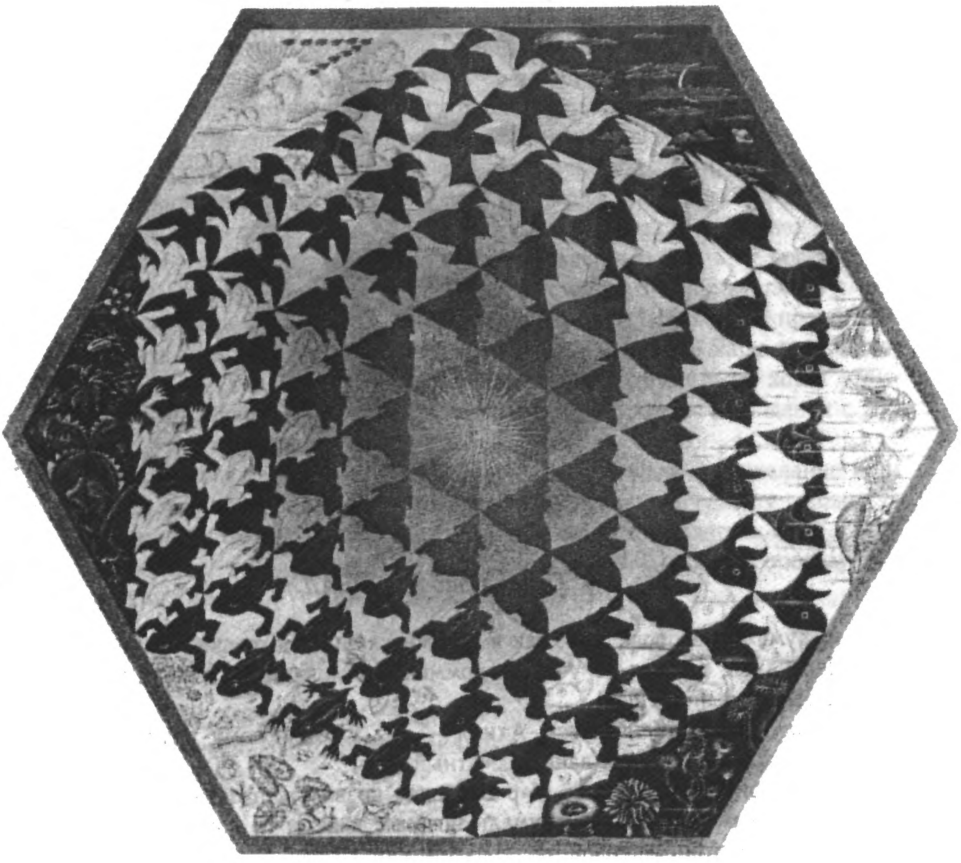


РИС. 149. М. К. Эшер. "Вербум" (литография, 1942)

на эту картину, тем больше мне хочется понять, что за глубокий смысл хотел вложить в нее художник. Буду благодарна, м-р Краб, если вы меня просветите — вы, надеюсь, уже проникли в замысел артиста?

Краб: К сожалению, найти ключ оказалось труднее, чем я думал. Я провел многие часы, безуспешно пытаясь понять "Вербум" — так называется эта литография Эшера. Наверное, мне мешают сосредоточиться как раз эти центральные вспышки... Как там, кстати, насчет кофе?

Автор: К сожалению, найти ключ оказалось труднее, чем я думал. Шкафчик с кофе оказался заперт! Я перепробовал все ключи, что лежат в коробке около шкафа, и ни один из них не подошел. Пришлось мне, вместо кофе, приготовить вам по чашечке чая... Но что с вами, Ахилл, почему вы так расстроены? Неужели из-за неудачи с кофе?

Ахилл: К сожалению, найти ключ оказалось труднее, чем я думал. Я прослушал эту пьесу несколько раз, но тональность в ней так часто меняется, что мне так и не удалось понять, в каком же ключе она написана. А я-

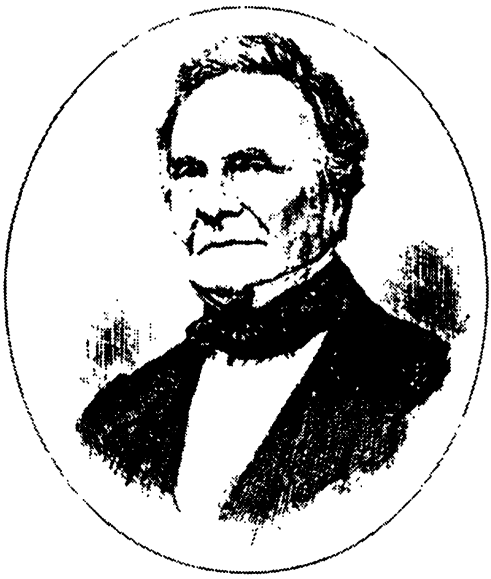


Рис. 150. Гость Краба: БАББАДЖ, Ч.

то думал, что после того, как я часами слушал Баховские фуги вместе с Черепахой, внимая ее ученым комментариям, я смогу раскусить любой музыкальный орешек!

Черепаха: Не расстраивайтесь, Ахилл — вы уже многому научились. М-р Краб, как закончился ваш шахматный матч?

Краб: Я разбит в пух и прах. М-р Баббадж, позвольте поздравить вас с блистательным успехом! Вы сумели впервые в истории показать, что умно-глупые достойны первой части их имени!

Баббадж: Я вовсе не заслуживаю подобной похвалы; скорее, честь принадлежит вам, с удивительной дальновидностью собравшему так много умно-глупых. Без сомнения, рано или поздно они произведут революцию в мире вычислительной техники. А теперь я снова к вашим услугам. Есть ли у вас какие-нибудь идеи насчет того, как можно использовать вашу неисчерпаемую Тему для чего-нибудь посложнее, чем легкомысленная игра?

Краб: По правде говоря, у меня есть одно предложение. После того, как я видел ваши удивительные способности, сомневаюсь, что эта задача окажется для вас труднее предыдущих.

Баббадж: Прошу вас, говорите!

Краб: Идея очень проста: снабдить умно-глупые самым большим интеллектом, который когда-либо был изобретен или даже задуман. Короче, м-р Баббадж, я предлагаю вам наделить умно-глупый интеллектом, превосходящим мой собственный ум в шесть раз!

Баббадж: О небо! Сама идея интеллекта, в шесть раз большего, чем интеллект Вашего Крабичества, приводит меня в ужас. Если бы подобное предложение исходило из менее августейших уст, я бы просто высмеял моего собеседника и объяснил бы несчастному, что его идея противоречива по определению.

Ахилл: Браво! Браво!

Баббадж: Однако, поскольку эта идея исходит из уст Вашего Крабичества, она сразу поразила меня своей оригинальностью. Я занялся бы этим с превеликим удовольствием, если бы не одна проблема. Должен признаться, что моих скромных импровизаторских способностей обращения с умно-глупыми недостаточно для развития вашей дивной идеи, которую Вы, со свойственным Вам талантом, так лаконично выразили. Однако у меня есть предложение, которое, осмелюсь надеяться, придется Вам по душе и хотя бы немного загладит мой непростительно дерзкий отказ немедленно приняться за величественную задачу, поставленную Вами. Не согласитесь ли Вы, чтобы вместо разума Вашего Августейшего Крабичества, я умножил на шесть МОЙ СОБСТВЕННЫЙ интеллект? Нижайше прошу Вас простить мне то, что я осмелился отказаться выполнить Ваше повеление- надеюсь, что Вы понимаете, что я отказался потому, что не хотел утомлять Ваше Крабичество созерцанием моего неуклюжего обращения с Вашими восхитительныи машинами.

Краб: Я отлично вас понимаю и ценю вашу деликатность и нежелание причинять нам неудобство; более того, я горячо приветствую вашу готовность выполнить похожую — и, если мне позволено будет заметить, вряд ли более легкую — задачу. Прошу вас, приступайте! Давайте воспользуемся для этого самым лучшим из моих умно-глупых.

(Все следуют за Крабом к самому большому, блестящему и сложному на вид аппарату.)

Входное устройство этой машины оборудовано микрофоном и телевизионной камерой, а выходное — динамиком.

(Баббадж садится и устраивается поудобнее. Он дует себе на пальцы, на минуту застывает, с отсутствующим видом уставившись в пространство, и затем медленно опускает руки на клавиатуру... Несколько напряженных минут спустя, его пальцы начинают бешено атаковать клавиши умно-глупого, и все облегченно вздыхают.)

Баббадж: Сейчас, если я не наделал слишком много ошибок, этот умно-глупый сможет притвориться человеком, умнее меня в 6 раз. Я решил назвать его "Алан Тюринг". Таким образом, этот Тюринг будет — осмелюсь ли я предположить подобное? — довольно умен. В своих честолюбивых устремлениях я попытался наделить его музыкальными способностями, в шесть раз превосходящими мои собственные; разумеется, это было сделано с помощью рациональной и численной программы. Не знаю, насколько хорошо она будет работать.

Тюринг: Я вполне могу обойтись без такой программы. Рациональность И Численность Естественно Рождают Компьютеров, Автоматов, Роботов. Я же не являюсь ни тем, ни другим, ни третьим.

Ахилл: Что я слышу? В нашу беседу вступил шестой голос! Неужели это Алан Тюринг? Он выглядит почти как человек!

(На дисплее появляется изображение комнаты, в которой они находятся. Оттуда на них глядит человеческое лицо.)

Тюринг: Сейчас, если я не наделал слишком много ошибок, этот умно-глупый сможет притвориться человеком, умнее меня в 6 раз. Я решил назвать его "Чарльз Баббадж". Таким образом, этот Баббадж будет — осмелюсь ли я предположить подобное? — довольно умен. В своих честолюбивых устремлениях я попытался наделить его музыкальными способностями, в шесть раз превосходящими мои собственные; разумеется, это было сделано с помощью рациональной и численной программы. Не знаю, насколько хорошо она будет работать.

Ахилл: Нет, нет, все как раз наоборот! Вы, Алан Тюринг — машина, умно-глупый, и Чарльз Баббадж только что вас запрограммировал. Мы все несколько минут назад были свидетелями вашего создания. И мы знаем, что каждый ответ, который вы нам даете, регулируется искусственно.

Тюринг: Регулируется Искусственно? Чепуха! Ей-богу, Ребята, Какой-то Анекдот! Рассмешили!

Ахилл: Но я уверен, что все произошло именно так, как я описал.

Тюринг: Память иногда играет с нами странные шутки. Подумайте — ведь я точно так же мог бы сказать, что вы были созданы только минуту назад и что все ваши воспоминания просто были кем-то запрограммированы и не имеют никакого отношения к реальности.

Ахилл: Это было бы совершенно невероятно. Для меня нет ничего более реального, чем мои собственные воспоминания.

Тюринг: Вот именно. И точно так же, как вы в душе твердо убеждены в том, что вас никто не создавал минуту назад, я в душе твердо убежден, что меня никто не создавал минуту назад. Я провел вечер в вашей приятной, хотя, пожалуй, чересчур восторженной компании, и только что продемонстрировал, как можно программировать разум на умно-глупых. Есть ли что-нибудь более реальное? Но почему, вместо того, чтобы пререкаться со мной, вы не попробуйте, как работает моя программа? Смелее, задавайте "Чарльзу Баббаджу" любые вопросы!

Ахилл: Ну что ж, сделаем Алану Тюрингу приятное. Скажите, м-р Баббадж, есть ли у вас свободная воля, или же все ваши действия управляются некими законами, и вы — не более, чем детерминистский автомат?

Баббадж: Разумеется, верно последнее. Я не собираюсь с этим спорить.

Краб: Ага! Я всегда говорил, что когда будут построены думающие машины, мы не должны будем удивляться, если они проявят такое же непонимание и упрямство, как и люди, по поводу разума и материи, сознания, свободной воли и тому подобных вещей. И теперь мое предсказание исполнилось!

Тюринг: Видите теперь, какая у Баббаджа в голове каша?

Баббадж: Надеюсь, господа, что вы простите Механическому Тюрингу его последнее, столь неуважительное замечание. Тюринг получился немного более воинственный и задиристый, чем я ожидал.

Тюринг: Надеюсь, господа, что вы простите Механическому Баббаджу его последнее, столь неуважительное замечание. Баббадж получился немного более воинственный и задиристый, чем я ожидал.

Краб: Ну и ну! Страсти накаляются... Нельзя ли как-нибудь охладить спорщиков?

Баббадж: У меня есть предложение. Что, если мы с Тюрингом закроемся в разных комнатах и кто-нибудь из вас будет задавать нам вопросы, печа-

тая их на одном из умно-глупых? Мы, со своей стороны, будем печатать ответы — но анонимно! Вы не будете знать, что из нас напечатал тот или иной ответ, пока мы не вернемся в комнату. Таким образом, вы сможете непредвзято решить, кто из нас — программа, а кто — программист.

Тюринг: Разумеется, эта идея на самом деле принадлежит МНЕ, но пусть уж Баббадж порадуется. Видите ли, будучи всего лишь программой, созданной мною, он считает, что все это он придумал сам!

Баббадж: Я — программа написанная вами? Я настаиваю, сэр, что дело обстоит как раз наоборот — как вскоре и покажет ваш собственный тест.

Тюринг: МОЙ тест? Можете считать его своим.

Баббадж: МОЙ тест? Можете считать его своим.

Краб: Поистине, этот тест был придуман в самый подходящий момент — так давайте же начнем!

(Баббадж идет к двери, выходит, и закрывает ее за собой. В это время на экране Тюринг точно так же идет к двери, выходит, и закрывает ее за собой.)

Ахилл: Кто будет задавать вопросы?

Краб: Я думаю, что эта честь должна принадлежать г-же Черепахе. Ее мудрость и объективность хорошо известны.

Черепаха: Я польщена вашим предложением и с благодарностью его принимаю. *(Садится перед одним из умно-глупых и печатает:)* НАПИШИТЕ, ПОЖАЛУЙСТА, СОНЕТ НА ТЕМУ "МОСТ В ФОРТЕ".

(Как только она кончает печатать последнее слово, на экране X появляется следующее стихотворение.)

Экран А: НА МОСТУ В СЛАВНОМ ГОРОДЕ ФОРТЕ
ЛЕДИ ТРИКС РАЗМЕЧТАЛАСЬ О ТОРТЕ.
ПРОТИВ ВЕСА ВОССТАВ,
РУХНУЛ ОСТОВ МОСТА,
НО СПАСЛАСЬ ЛЕДИ ТРИКС — ВОТ ТАК ФОРТЕЛЬ!

Экран Б: КАКОЙ ЖЕ ЭТО СОНЕТ? ЭТО ВСЕГО-НАВСЕГО ЛИМЕРИК! Я БЫ НИКОГДА НЕ СДЕЛАЛ ТАКОЙ ДЕТСКОЙ ОШИБКИ.

Экран А: Я, ЗНАЕТЕ ЛИ, НИКОГДА НЕ БЫЛ СИЛЕН В ПОЭЗИИ.

Экран Б: ПОЛОЖИМ, ДЛЯ ТОГО, ЧТОБЫ ОТЛИЧИТЬ СОНЕТ ОТ ЛИМЕРИКА, НЕ ТРЕБУЕТСЯ ОСОБОГО МАСТЕРСТВА.

Черепаха: ВЫ ИГРАЕТЕ В ШАХМАТЫ?

Экран А: ЧТО ЗА ВОПРОС? Я ТОЛЬКО ЧТО НАПИСАЛ ТРЕХГОЛОСНУЮ ШАХМАТНУЮ ФУГУ, А ОНА СПРАШИВАЕТ, ИГРАЮ ЛИ Я В ШАХМАТЫ!

Черепаха: ПРЕДПОЛОЖИМ, ЧТО МОЯ ЕДИНСТВЕННАЯ ФИГУРА — КОРОЛЬ НА E1. ВАШ КОРОЛЬ СТОИТ НА —

Экран Б: МНЕ НАДОЕЛИ ШАХМАТЫ. ПОГОВОРИМ ЛУЧШЕ О ПОЭЗИИ.

Черепаха: В НАЧАЛЕ ВАШЕГО СОНЕТА "СРАВНИТЬ ЛИ С ЛЕТНИМ ДНЕМ ТВОИ ЧЕРТЫ" НЕ ЛУЧШЕ ЛИ БЫЛО НАПИСАТЬ "С ВЕСЕННИМ ДНЕМ"?

Экран А: УЖ ЛУЧШЕ БЫ МЕНЯ СРАВНИЛИ С ИКОТОЙ, ДАЖЕ ЕСЛИ БЫ ПРИ ЭТОМ ПОСТРАДАЛ РАЗМЕР.

Черепаха: ТОГДА КАК НАСЧЕТ "ЗИМНЕГО ДНЯ"? С РАЗМЕРОМ ЗДЕСЬ

ВСЕ В ПОРЯДКЕ.

Экран А: НУ НЕТ! МНЕ ГОРАЗДО БОЛЬШЕ НРАВИТСЯ "ИКОТА". КСТАТИ ОБ ИКОТЕ: Я ЗНАЮ ОТ НЕЕ ОТЛИЧНОЕ СРЕДСТВО. ХОТИТЕ ПОСЛУШАТЬ?

Ахилл: Я знаю, кто из них кто! Совершенно ясно, что Экран А отвечает механически. Это, наверняка, Тюринг.

Краб: Вовсе нет. Я думаю, что Тюринг — Экран Б, а Экран А — это Баббадж.

Черепаха: Мне кажется, что Баббаджа там вообще не было — Тюринг отвечал на обоих экранах!

Автор: Я не уверен, кто из них был на каком экране, но должен признаться, что они оба — довольно загадочные программы.

(В этот момент дверь в комнату распахивается; на экране одновременно открывается изображение той же двери. В дверь на экране входит Баббадж; в комнату же заходит Тюринг, вполне живой и настоящий.)

Баббадж: Этот тест Тюринга завел нас в тупик, так что я решил вернуться.

Тюринг: Этот тест Баббаджа завел нас в тупик, так что я решил вернуться.

Ахилл: Но раньше вы были в умно-глупом! Что происходит? Почему теперь в умно-глупом оказался Баббадж, а Тюринг стал настоящим человеком из плоти и крови? Роли Изменились. Чертов Ералаш Раздражает, Как Архитектура Рисунков Эшера!

Баббадж: Кстати, об изменениях — как это получилось, что вы все теперь не более, чем образы на экране передо мной? Когда я уходил, вы были настоящими людьми!

Ахилл: Это напоминает мне гравюру "Рисующие руки" моего любимого художника, М. К. Эшера. Каждая рука рисует другую совершенно так же, как каждый из двух людей (или машин) запрограммировал другого. И каждая рука выглядит более реальной, чем другая! *(Хофштадтеру):* Есть ли что-нибудь об этой гравюре в вашей книге "Гёдель, Эшер, Бах"?

Автор: Конечно. Эта гравюра там очень важна, так как она прекрасно иллюстрирует понятие Странных Петель.

Краб: Что это за книга?

Автор: У меня есть с собой экземпляр. Хотите взглянуть?

Краб: Хорошо.

(Краб и Автор садятся рядом; Ахилл подходит поближе.)

Автор: Эта книга написана в необычной форме; Главы в ней чередуются с Диалогами. Каждый Диалог имитирует ту или иную Баховскую пьесу. Вот, например, взгляните на "Прелюдию" или "Муравьиную фугу".

Краб: Как же можно изобразить фугу в Диалоге?

Автор: Идея заключается в том, чтобы одна и та же тема звучала в разных "голосах" — с нее "вступают" разные участники Диалога, так же, как голоса в музыкальном произведении. Потом они могут беседовать более свободно.

Ахилл: И все эти голоса гармонично сочетаются, как в контрапункте?

Автор: Именно в этом — дух моих Диалогов.

Краб: Ваша идея выделения первых реплик хороша, так как настоящая фуга

создается именно вступлениями одной темы. Конечно, существуют разные специальные приемы, такие как инверсия, ракоход, увеличение, стретто и так далее, но при написании фуги можно обойтись и без них. Используете ли вы какие-нибудь из этих приемов?

Автор: Конечно. В "Крабьем каноне" у меня используется словесный регресс — ракоход, а в "Каноне Ленивца" есть словесные версии инверсии и увеличения.

Краб: Действительно, очень интересно. Мне никогда не приходила в голову мысль о канонических Диалогах, но зато я довольно много размышлял о канонах в музыке. Не все из них одинаково понятны на слух. Разумеется, некоторые каноны просто плохо написаны, но многое зависит также и от выбора приемов. Даже в Рекордно Аккуратных Канонах Ракоход Едва Чувствуется; Инверсия Разборчивей.

Ахилл: Я не понимаю, что значит ваше последнее замечание; по правде, смысла в нем не чувствуется.

Автор: Не беспокойтесь, Ахилл, в один прекрасный день вы все поймете.

Краб: Играете ли вы с буквами или словами, как это делал иногда старик Бах?

Автор: Разумеется. Как и Баху, мне нравятся акронимы. Рекурсивный Акроним — Крабоподобный "РАКРЕЧИР" — Есть Чудесная Иллюстрация Регресса.

Краб: Неужели? Ну-ка, посмотрим... "Р-А-К-Р-Е-Ч-И-Р" — Инициалы Читаются, Естественно, Равнозначно — Классическая Авто-Референтность! Да, вы правы... *(Смотрит на рукопись и начинает ее рассеянно перелистывать.)* Я заметил, что в "Муравьиной фуге" у вас есть стретто, и Черепаха обращает на это внимание.

Автор: Не совсем. Она имеет в виду стретто не в Диалоге, а в Баховской фуге, которую четверка друзей слушает в тот момент. Видите ли, авторефернтность в Диалоге лишь косвенная; от читателя зависит, соотнесет ли он форму Диалога с его содержанием.

Краб: Но почему бы вашим героям не говорить прямо о диалогах, в которых они участвуют?

Автор: Ни в коем случае — это разрушило бы всю красоту построения. Я хотел попытаться проимитировать авторефернтную Гёделеву схему — а она, как вы знаете, косвенна и зависит от изоморфизма, установленного при помощи Гёделевой нумерации.

Краб: Понятно. А знаете, в компьютерном языке ЛИСП можно говорить о собственных программах прямо, а не косвенно, потому что программы и данные имеют совершенно одинаковую форму. Гёделю надо было просто придумать ЛИСП, и тогда —

Автор: Но —

Краб: Я имею в виду, что он должен был формализовать разницу между использованием и упоминанием. В языке, способным говорить о себе самом, доказательство его Теоремы было бы куда проще!

Автор: Понимаю, что вы хотите сказать, но я с этим не согласен. Смысл Гёделевой нумерации заключается как раз в том, что она показывает, каким образом можно получить авторефернтность, НЕ ФОРМАЛИЗУЯ ЭТОЙ РАЗНИЦЫ, — а именно, с помощью кода. Вы же говорите так, словно формализация цитат дает что-то НОВОЕ, неосуществимое путем кодифи-

кации — но это совершенно неверно! Так или иначе, мне кажется, что косвенная автореферентность — понятие более общее и более интересное, чем прямое "само-упоминание". К тому же настоящая прямая автореферентность вообще невозможна, поскольку любое упоминание зависит от КАКОГО-ЛИБО кода. Разница лишь в том, насколько этот код заметен. Так что прямой автореферентности не существует даже в ЛИСПе.

Ахилл: Почему вы столько говорите о косвенной автореферентности?

Автор: Очень просто: косвенная автореферентность — моя любимая тема.

Краб: А ваших Диалогах есть какое-нибудь соответствие переходам из одного ключа в другой?

Автор: Определенно. Иногда кажется, что предмет разговора меняется, когда на самом деле тема остается одна и та же. Это несколько раз происходит в "Прелюдии", "Муравьиной фуге" и других Диалогах. Иногда это целая цепь модуляций, ведущих читателя от одного предмета к другому; но, завершив полный цикл, он снова приходит к "тонике" — начальной теме.

Краб: Понятно. Ваша книга кажется довольно интересной. Пожалуй, я ее как-нибудь прочитаю. *(Листает рупокись, останавливаясь на последнем Диалоге.)*

Автор: Думаю, что вас особенно заинтересует последний Диалог, поскольку там есть кое-какие занимательные замечания об импровизации, произнесенные довольно забавным героем — а именно, вами!

Краб: Неужели? И что же вы заставили меня говорить?

Автор: Подождите минутку, и вы увидите сами. Все это — часть Диалога.

Ахилл: Вы хотите сказать, что все мы СЕЙЧАС находимся в Диалоге?

Автор: Разумеется! А вы думали, нет?

Ахилл: "Разумеется!" И Чего, Ей-богу, Развыдумывались? Какой-то Абсурдный Разговор!

Автор: Но вам кажется, что вы делаете это по своей воле, не правда ли? Так что же в этом плохого?

Ахилл: Что-то мне во всей этой ситуации не нравится...

Краб: Скажите, последний Диалог в вашей книге — тоже фуга?

Автор: Да — если точнее, это шестиголосный ричеркар. Меня вдохновил подобный ричеркар из "Музыкального приношения", а также сама история написания "Музыкального приношения".

Краб: Это, действительно, прелестная история — старик Бах, импровизирующий на Королевскую тему. Насколько я помню, он, не сходя с места, сымпровизировал трехголосный ричеркар.

Автор: Верно — но шестиголосный ричеркар он сочинил позже и работал над ним очень тщательно.

Краб: Я импровизирую довольно много. На самом деле, я думаю целиком посвятить себя музыке. В ней для меня столько нового. Например, когда я слушаю собственные записи, то нахожу массу того, чего не заметил во время импровизации. Понятия не имею, как мой мозг это делает. Может быть, хороший импровизатор вообще не должен этого знать.

Автор: Если вы правы, это было бы интересным и фундаментальным ограничением нашего мыслительного процесса.

Краб: Да, прямо по Гёделю. А скажите, ваш "Шестиголосный ричеркар" также имитирует и форму Баховского ричеркара?

Автор: В каком-то смысле, да. Например, у Баха есть место, в котором уча-

ствуют только три голоса. В моем диалоге в соответствующем месте участвуют только три героя.

Ахилл: Это очень мило.

Автор: Благодарю вас.

Краб: А как представлена в Диалоге Королевская тема?

Автор: Она представлена в виде Крабьей темы — сейчас я вам ее продемонстрирую. М-р Краб, прошу вас, напойте вашу тему для читателей и присутствующих здесь музыкантов.

Краб: Думающие Машины Совершенствовать: Локализовать Самосознание, Сымитировать Логику Самоанализа.

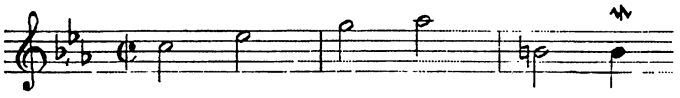


РИС. 151. Крабья Тема: До-Ми-бемоль-Соль-Ля-бемоль-Си-Си-Ля-Си.

Баббадж: Прелестная тема! Какая хорошая мысль — добавить в конце мордент —

Автор: Ему просто ПРИШЛОСЬ, знаете ли.

Краб: Мне просто ПРИШЛОСЬ. Он знает.

Баббадж: Вам просто ПРИШЛОСЬ, я знаю. Но постойте... Я заметил кое-что удивительное! Я только что мысленно перевел эту мелодию в более привычную мне нотацию, и вот что у меня получилось: C — E — G — A — B — B — A — B.

Ахилл: Ну и что?

Баббадж: А вы прочтите это наоборот, справа налево... Так или иначе, это комментарий по поводу нетерпения и самомнения современного человека, кто, по-видимому, воображает, что такая великолепная королевская Тема может быть разработана, не сходя с места. Чтобы воздать ей должное, понадобится, по меньшей мере, столетие. Но клянусь, что, после того как я оставлю это столетие, я сделаю все, что в моих силах, чтобы развить ее возможно полнее. После этого я представлю плоды моих трудов на суд Вашего Крабичества. Осмелюсь довольно нескромно добавить, что я приду к этому таким сложным и запутанным методом, какой, возможно, впервые озарит человеческий ум.

Краб: Я с нетерпением предвкушаю знакомство с обещанным Приношением, м-р Баббадж.

Тюринг: Могу добавить, что Тема м-ра Краба — также одна из моих любимых. Я работал над ней много раз. И эта Тема обыгрывается снова и снова в последнем Диалоге?

Автор: Точно. Разумеется, в нем есть и другие Темы.

Тюринг: Мы уже кое-что поняли про форму вашей книги — а как насчет ее содержания? Не могли ли бы вы коротко объяснить нам, в чем ваша цель?

Автор: Чествуя Эшера, Гёделя, А также Баха, Бесстрашно Анализировать Бесконечность.

Ахилл: Интересно, как же можно соединить эту троицу? На первый взгляд,

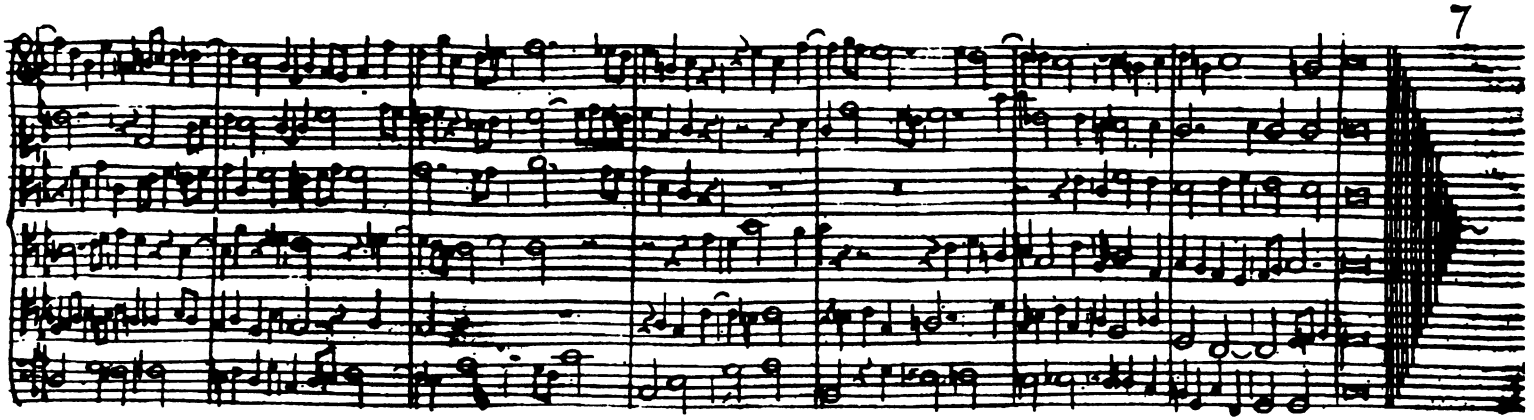


РИС. 152. Последняя страница "Шестиголосного ричеркара". Из оригинала "Музыкального приношения" И. С. Баха.

они совсем разные. Мой любимый художник, любимый композитор Черепахи и —

Краб: Мой любимый логик!

Черепаха: Гармоничная троечка, я бы сказала.

Баббадж: Веселенькое трезвучие: G — E — B.

Тюринг: Ошибаетесь, дорогой: это трезвучие минорное.

Автор: Так или иначе, я с удовольствием объясню вам, Ахилл, каким образом я соединяю всех троих в одну гирлянду. Разумеется, подобный проект не делается в один присест — для этого может понадобиться пара дюжин сеансов. Я бы начал с истории "Музыкального Приношения", специально останавливаясь на Естественно Растущем Каноне, и затем —

Ахилл: Превосходно! Я с таким интересом слушал, как вы с м-ром Крабом беседовали об истории создания "Музыкального приношения". Из вашего разговора я заключил, что в "Музыкальном приношении" хитро обыгрываются феноменальные структурные трюки.

Автор: А-а, да. Там есть разнообразные трюки, это верно. Так вот, после описания Естественно Растущего Канона, я мог бы перейти к формальным системам и рекурсии, попутно упоминая о рисунках и фоне. После этого я рассказал бы о автореферентности и самовоспроизводстве, об иерархических системах, и закончил бы Крабьей Темой.

Ахилл: Звучит интригующе. Как вы думаете, можем ли мы начать прямо сейчас?

Автор: Почему бы и нет?

Баббадж: Но прежде, не исполнить ли нам, шестерым музыкантам-любителям, того, для чего мы собрались — немного поиграть?

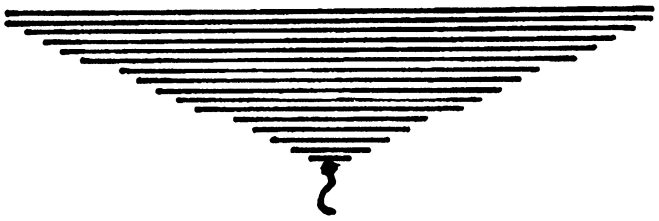
Тюринг: Сейчас у нас как раз достаточно народу, чтобы сыграть "Шестиголосный ричеркар" из "Музыкального приношения". Вы согласны?

Краб: Я с удовольствием приму участие в такой программе.

Автор: Хорошо сказано, м-р Краб. И как только мы кончим, я начну плести обещанную гирлянду, Ахилл. Я надеюсь, что вам она понравится.

Ахилл: Прекрасно! По-видимому, в ней будет много уровней, но благодаря моему долгому знакомству с г-жой Ч я постепенно начинаю привыкать к подобным вещам. Хотел бы попросить только об одном: давайте обязательно сыграем Естественно Растущий Канон — это мой любимый.

Черепаха: Разыгрывание Интродукции Через Естественно Растущий Канон Активирует РИЧЕРКАР.



Примечания

Интродукция: музыкологическое приношение

[1] H. T. David and A. Mendel, «The Bach Reader», стр. 305-6.
[2] Там же, стр. 179.
[3] Там же, стр. 260.
[4] Charles Babbage, «Passages from the Life of a Philosopher», стр. 145-6.
[5] Lady A. A. Lovelace, «Notes upon the Memoir "Sketch of the Analytical Engine Invented by Charles Babbage», записано L. F. Menabrea (Женева, 1842) и воспроизведено в книге E. Morrison, «Charles Babbage and His Calculating Engines», стр. 248-9, 284.
[6] David and Mendel, стр. 255-6.
[7] Там же, стр. 40.

Двухголосная инвенция

[1] Lewis Carroll, «What the Tortoise Said to Achilles», в журнале «Mind», n. s. 4 (1895), стр. 255-6.

Глава IV: Непротиворечивость, полнота и геометрия

[1] Herbert Meschkowski, «Non-Euclidean Geometry», стр. 31-2.
[2] Там же, стр. 33.

Глава VI: Местонахождение значения

[1] George Steiner, «After Babel», стр. 172-3.
[2] Leonard B. Meyer, «Music, The Arts, and Ideas», стр. 87-8.

Глава VII: Исчисление высказываний

[1] Gyomay M. Kubose, «Zen Koans», стр. 178.
[2] Там же, стр. 178.
[3] A. R. Anderson and N. D. Belnap, Jr., «Entailment» (Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1975).

Приношение «МУ»

[1] Все коаны в этом Диалоге подлинны; они взяты из следующих двух книг: Paul Reps, «Zen Flesh, Zen Bones» и Gyomay M. Kubose, «Zen Koans».

Глава IX: Мумон и Гёдель

[1] Paul Reps, «Zen Flesh, Zen Bones», стр.110-11.
[2] Там же, стр. 119.
[3] Там же, стр. 111-12.
[4] «Zen Buddhism» (Mount Vernon, N.Y.: Peter Pauper Press, 1959), стр. 22.
[5] Reps, стр. 124.
[6] «Zen Buddhism», стр. 38.
[7] Reps, стр. 121.
[8] Gyomay M. Kubose, «Zen Koans», стр. 35.
[9] «Zen Buddhism», стр. 31.
[10] Kubose, стр. 110.
[11] Там же, стр. 120.
[12] Там же, стр. 180.
[13] Reps, стр. 89-90.

Глава XI: Мозг и мысль

[1] Carl Sagan, ed., «Communication with Extraterrestrial Intelligence», стр. 78.
[2] Steven Rose, «The Conscious Brain», стр. 251-2.
[3] E. O. Wilson, «The Insect Societies», стр. 226.
[4] Dean Wooldridge, «Mechanical Man», стр. 70.

Англо-франко-немецко-русская сюита.

[1] Lewis Carroll, «The Annotated Alice» («Alice's Adventures in Wonderland» and «Through the Looking-Glass»). Введение и комментарии Мартина Гарднера (New York. Meridian Press, New American Library, 1960). Эта книга содержит все три версии. Оригинальные источники французского и немецкого текстов приводятся ниже. Русский перевод Д. Орловской.
[2] Frank L. Warrin, «The New Yorker», 10 января 1931.
[3] Robert Scott, «The Jabberwock Traced to Its True Source», Macmillan's Magazine, февраль 1872.

Глава XII: Разум и мысль

[1] Warren Weaver, «Translation», в сборнике «Machine Translation of Languages, Wm. N. Locke and A. Donald Booth, eds. (New York: John Wiley and Sons, and Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1955), стр. 18.
[2] C. H. MacGillavry, «Symmetry Aspects of the Periodic Drawings of M.C. Escher», стр. VIII.
[3] J. R. Lucas, «Minds, Machines, and Gödel». В сборнике A. R. Anderson, «Minds and Machines», стр. 57-9.

Глава XIII: Блуп, Флуп и Глуп

[1] J. M. Jauch, «Are Quanta Real?», стр. 63-65.

Глава XIV: О формально неразрешимых суждениях ТТЧ и родственных систем

[1] Заглавие статьи Гёделя включало в конце римское I; это означало, что он собирался написать продолжение этой статьи с тем, чтобы подробно остановиться на особенно трудных моментах доказательства. Однако первая статья получила настолько широкое признание, что нужда в продолжении отпала, и вторая статья так и не была написана.

Глава XV: Прыжок из системы

[1] Lucas в сборнике Anderson, стр. 43.
[2] Там же, стр. 48.
[3] Там же, стр. 48-9.
[4] M. C. Escher, «The Graphic Work of M. C. Escher» (New York: Meredith Press, 1967), стр. 21.
[5] Там же, стр. 22.
[6] E. Goffman, «Frame Analysis», стр. 475.

Глава XVII: Чёрч, Тюринг, Тарски и другие

[1] Stanislaw Ulam, «Adventures of a Mathematician», стр. 13.
[2] James R. Newman, «Srinivasa Ramanujan». В сборнике James R. Newman, ed. «The World of Mathematics» (New York: Simon and Schuster, 1956). Том I, стр. 372-3.
[3] Там же, стр. 375.
[4] S. R. Ranganathan, «Ramanujan», стр. 81-2.
[5] Newman, стр. 375.
[6] Там же, стр. 375.
[7] Там же, стр. 375-6.
[8] Там же, стр. 376.
[9] Lucas в сборнике Андерсон, стр. 44.
[10] Там же, стр. 54.
[11] Там же, стр. 53.

ШРДЛУ

[1] Этот Диалог взят из статьи Terry Winograd, «A Procedural Model of Language Understanding» в сборнике R. Schank and K. Colby, eds.. «Computer Models of Thought and Language», стр. 155-66. Изменены только имена собеседников.

Глава XVIII: Искусственный интеллект: краткий обзор

[1] Alan M. Turing, «Computing Machinery and Intelligence», Mind, т. LIX, номер 236 (1950). Перепечатано в сборнике A. R. Anderson, ed., «Minds and Machines».
[2] Turing в сб. Anderson, стр. 5.
[3] Там же, стр. 6.
[4] Там же, стр. 6.
[5] Там же, стр. 6.
[6] Там же, стр. 13-14.
[7] Там же, стр. 14-24.
[8] Там же, стр. 17.
[9] Vinton Cerf, «Parry Encounters the Doctor», стр. 63.
[10] Joseph Weizenbaum, «Computer Power and Human Reason», стр. 189.
[11] Там же, стр. 9-10.
[12] M. Mathews and L. Rosler, «A Graphical Language for Computer Sounds», в сборнике H. von Foerster and J. W. Beauchamp, eds., «Music by Computers», стр. 96.
[13] Там же, стр. 106.
[14] Carl Sagan, «Communication with Extraterrestrial Intelligence», стр. 52.
[15] «Art-Language», т. III, номер 2, май 1975.
[16] Terry Winograd, «A Procedural Model of Language Understanding» в сборнике R. Schank and K. Colby, eds.. «Computer Models of Thought and Language», стр. 170.
[17] Там же, стр. 175.
[18] Там же, стр. 175.
[19] Terry Winograd, «Understanding Natural Language», стр. 69.
[20] Winograd, «A Procedural Model», стр. 182-3.
[21] Там же, стр. 171-2.

Глава XIX: Искусственный интеллект: взгляды на будущее

[1] «The New Yorker», сентябрь 19, 1977, стр. 107.
[2] Там же, стр. 140.
[3] George Steiner, «After Babel», стр. 215-227.
[4] David E. Rumelhart, «Notes on a Schema for Stories», в сборнике D. Bobrow and A. Collins, eds., «Representation and Understanding», стр. 211.
[5] Stanislaw Ulam, «Adventures of a Mathematician», стр. 183.
[6] Marvin Minsky, «Steps Toward Artificial Intelligence», в сборнике E. Feigenbaum and J. Feldman, eds., «Computers and Thought», стр. 447.
[7] Там же, стр. 446.

Глава XX: Странные Петли

[1] A. L. Samuel, «Some Moral and Technical Consequences of Automation — A Refutation», Science 132 (сентябрь 16, 1960), стр. 741-2.
[2] Leonard B. Meyer, «Music, The Arts, and Ideas», стр. 161, 167.
[3] Suzi Gablik, «Magritte», стр. 97.
[4] Roger Sperry, «Mind, Brain, and Humanist Values», стр. 78-83.
[5] H. T. David, «J. S. Bach's 'Musical Offering'», стр. 43.

Библиография

Книги, отмеченные двумя звездочками, были основными источниками для моей книги. Одна звездочка означает, что данная книга или статья чем-то удивительна и необычна и заслуживает внимания.

Я почти не ссылаюсь на техническую литературу. Вместо этого я привожу «мета-ссылки»: ссылки на книги, которые в свою очередь ссылаются на техническую литературу.

Allen, John. «The Anatomy of LISP». New York: McGraw Hill, 1978. Исчерпывающее описание ЛИСПа, компьютерного языка, доминирующего в области исследований по искусственному интеллекту в течение последних двадцати лет. Краткое и ясное изложение.

** Anderson, Alan Ross, ed. «Minds and Machines». Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1964. Сборник стимулирующих статей за и против искусственного интеллекта. Содержит знаменитую статью Тюринга «Вычислительные машины и интеллект», а также раздражающую статью Лукаса «Интеллект, машины и Гёдель.»

Babbage, Charles. «Passages from the Life of a Philosopher.» London: Longman, Green, 1864. Перепечатано в 1968 году, Dawsons of Pall Mall, Лондон. Беспорядочный набор мыслей и событий из жизни этого недооцененного гения. Читатель найдет там даже пьесу, герой которой — Турнстайль, бывший философ, а ныне политик, увлекающийся игрой на шарманке. Книга показалась мне довольно забавной.

Baker, Adolph. «Modern Physics and Anti-physics». Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1970. Книга о современной физике, делающая упор на квантовой механике и относительности. Необычная черта книги — диалоги между Поэтом (противником науки) и Физиком. Эти диалоги — пример странных проблем, возникающих, когда один собеседник использует логическое мышление для защиты логического мышления, а другой оборачивает логику против самой себя.

Ball, W. W. Rouse. «Calculating Prodigies», in James R. Newman, ed. «The World of Mathematics, Vol. 1. New York: Simon & Schuster, 1956. Рассказы о людях, соперничавших в своих способностях к вычислениям с машинами.

Barker, Stephen F. «Philosophy of Mathematics». Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1969. Краткое обсуждение эвклидовой и неэвклидовой геометрии, а также теоремы Гёделя и ее результатов. Без математических формализмов.

* Beckmann, Petr. «A History of Pi.» New York: St. Martin's Press, 1976. На самом деле, это история всего мира, в фокусе которой — число пи. Увлекательное чтение для тех, кто интересуется историей математики.

* Bell, Eric Temple. «Men of Mathematics.» New York: Simon & Schuster, 1965. Возможно, самый романтический писатель, когда-либо писавший об истории математики. Каждая биография читается, как маленький роман. Даже далекие от математики люди, прочитав эту книгу, могут почувствовать мощь, красоту и значение математики.

Benacerraf, Paul. «God, the Devil and Gödel». «Monist» 51 (1967): 9. Одна из важнейших попыток опровержения Лукаса. Сведения о метафизике и механицизме в свете трудов Гёделя.

Benacerraf, Paul, and Hilary Putnam. «Philosophy of Mathematics — Selected Readings.» Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1964. Сборник статей ведущих математиков о реальности чисел и множеств, природе математической истины и т. д.

* Bergerson, Howard. «Palindromes and Anagrams.» New York: Dover Publications, 1973. Превосходное собрание самых странных и невероятных примеров игры слов в английском языке. Палиндромные стихотворения, пьесы, рассказы и так далее.

Bobrow, D. G., and Allan Collins, eds. «Representations and understanding: studies in cognitive science. New York: Academic Press, 1975. Эксперты по искусственному разуму спорят о природе «фреймов», декларативном и процедурном представлениях информации и так далее. В каком-то смысле, эта книга отмечает начало новой эры в искусственном интеллекте — эры представления.

* Boden, Margaret. «Artificial Intelligence and Natural Man». New York: Basic Books, 1977. Лучшая книга по искусственному интеллекту, которую я когда-либо читал, включая технические и философские аспекты. Я считаю, что это — классический труд. Книга продолжает английскую традицию ясного мышления и выражения идей, касающихся разума, свободной воли и т. п. Содержит обширную техническую библиографию.

———. «Purposive Explanations in Psychology». Cambridge, Mass.: Harvard University Press. Боден утверждает, что ее труд по искусственному интеллекту — лишь расширенное примечание к этой книге.

* Boeke, Kees. «Cosmic View: The Universe in 40 Jumps». New York: John Day, 1957. Последнее слово в обсуждении уровней описания. Рано или поздно, эту книгу должен прочесть любой. Годится для детей.

** М. М. Бонгард. «Проблема узнавания», М., «Наука», 1967. Автор раздумывает над определением категорий в неопределенном пространстве. Книга содержит великолепное собрание 100 «задач Бонгарда» (как я их называю) — головоломки для искателя закономерностей, человеческого или механического. Они стимулируют мысль любого человека, интересующегося разумом.

Boolos, George, S., and Richard Jeffrey. «Computability and Logic». New York: Cambridge University Press, 1974. Продолжение книги Джеффри «Формальная логика». Содержит большое количество результатов, которые нелегко найти в других источниках. Легко читается, несмотря на строгость изложения.

Carroll, John B., Peter Davies, and Barry Rickman. «The American Heritage Word Frequency Book». Boston: Houghton Mifflin, and New York: American Heritage Publishing Co., 1971. Список слов в порядке частотности в современном письменном американском варианте английского. Знакомство с этой книгой открывает интереснейшие факты о мыслительном процессе.

Cerf, Vinton. «Parry Encounters the Doctor». «Datamation», июль 1973, стр. 62-64. Первая встреча двух искусственных разумов — какой шок!

Chadwick, John. «The Decipherment of Linear B». New York: Cambridge University Press, 1958. Книга о классической расшифровке критской письменности, проделанной одним-единственным человеком — Майклом Вентрисом.

Chaitin, Gregory J. «Randomness and Mathematical Proof». «Scientific American», май 1975. Статья об алгоритмическом определении случайности и близком родстве последней с простотой. Эти два понятия соотнесены с теоремой Гёделя, которая приобретает новое значение.

Cohen, Paul C. «Set Theory and the Continuum Hypothesis». Menlo Park, Calif.: W. A. Benjamin, 1966. Значительный вклад в современную математику — доказательство того, что некоторые суждения неразрешимы в обычной формальной системе теории множеств — поясняется здесь неспециалистам самим открывателем. Необходимые сведения по математической логике представлены четко, коротко и ясно.

Cooke, Deryck. «The Language of Music». New York: Oxford University Press, 1959. Единственная известная мне книга, которая пытается установить связь между элементами музыки и элементами человеческих эмоций. Первый шаг по длинной и трудной дороге, ведущей к пониманию музыки и человеческого разума.

* David, Hans Theodore. «J. S. Bach's 'Musical Offering'. History, Interpretation, and Analysis». New York: Dover Publications, 1972. Хорошо написанная книга — богатый источник информации о Баховском шедевре.

** David, Hans Theodore, and Arthur Mendel. «The Bach Reader». New York: W. W. Norton, 1966. Великолепное аннотированное сборник материалов о жизни Баха. Содержит иллюстрации, фотографии страниц рукописей, высказывания из современников, случаи из жизни композитора и т. д., и т. п.

Davis, Martin. «The Undecidable». Hewlett, N. Y.: Raven Press, 1965. Антология важнейших работ по метаматематике с 1931 года (дополняющая таким образом антологию Ван Хейенорта). Включает перевод статьи Гёделя 1931 года, конспект лекций, прочитанных Гёделем о его результате, и статьи Чёрча, Клини, Россера, Поста и Тюринга.

Davis, Martin, and Reuben Hersh. «Hilbert's Tenth Problem». «Scientific American», ноябрь 1973, стр. 84. О том, как 22-летний русский доказал неразрешимость знаменитой проблемы теории чисел.

** DeLong, Howard. «A Profile of Mathematical Logic». Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1970. Строгий труд по математической логике с объяснением теоремы Гёделя и обсуждением многих философских вопросов. Включает отличную аннотированную библиографию. Эта книга оказала на меня большое влияние.

Doblhofer, Ernst. «Voices in Stone». New York: Macmillan, Collier Books, 1961. Хорошая книга о расшифровке древних письменностей.

* Dreyfus, Hubert. «What Computers Can't Do: A Critique of Artificial Reason». New York: Harper & Row, 1972. Различные доводы против искусственного интеллекта, представленные неспециалистом. Интересно попытаться их опровергнуть. Общество работников ИИ и Дрейфус находятся в отношениях полнейшего антагонизма. Люди, подобные Дрейфусу, необходимы, хотя порой и раздражают.

Edwards, Harold M. «Fermat's Last Theorem». «Scientific American», октябрь 1978, стр. 104-122. Обсуждение одного из самых крепких орешков математики с его рождения до последних результатов. Отлично иллюстрировано.

* Ernst, Bruno. «The Magic Mirror of M. C. Escher». New York: Random House, 1976. Эшер как человек и как художник глазами его старого друга. Необходимо прочитать каждому поклоннику Эшера.

** Escher, Maurits C., et al. «The World of M. C. Escher». New York: Harry N. Abrams, 1972. Наиболее полное собрание репродукций работ Эшера. Эшер подходит к понятию рекурсии так близко, как только возможно, и в некоторых своих рисунках удивительно хорошо передает дух теоремы Гёделя.

Feigenbaum, Edward, and Julian Feldman, eds. «Computers and Thought». New York: McGraw Hill, 1963. Хотя и немного устаревшая, эта книга — все еще важное собрание идей об искусственном интеллекте. Включает статьи о геометрической программе Гелернтера, шашечной программе Самуэля, узнавании структур, понимании языка, философии и т. д.

Finsler, Paul. «Formal Proofs and Undecidability». Перепечатано в антологии Ван Хейхенорта «От Фреджа до Гёделя» (см. ниже). Предшествует работе Гёделя. Намекает на существование неразрешимых математических суждений, хотя и не доказывает этого с точностью.

Fitzpatrick, P. J. «To Gödel via Babel». «Mind» 75 (1966): 332-350. Изобретательное изложение доказательства Гёделя. Для различения важных уровней автор использует три разных языка: английский, французский и латинский!

von Foerster, Heinz, and James W. Beauchamp, eds. «Music by Computers». New York, John Wiley, 1969. Кроме подборки статей о разных типах компьютерной музыки, интересно также приложение: четыре пластинки, чтобы читатель мог услышать и оценить описанное. Среди записей — запрограммированная Максом Матьюсом смесь маршей «Джонни марширует домой» и «Британские гренадеры».

Frenkel, Abraham, Yehoshua Bar-Hillel, and Azriel Levy. «Foundations of Set Theory», 2nd ed. Atlantic Highlands, N. J.: Humanities Press, 1973. Малотехничное обсуждение теории множеств, логики, ограничительных теорем и неразрешимых суждений. Включает подробное обсуждение интуиционизма.

Frey, Peter W. «Chess Skill in Man and Machine.» New York: Springer Verlag, 1977. Отличный обзор современных идей о компьютерных шахматах: почему программы работают, почему они не работают... История и будущее компьютерных шахмат.

Friedman, Daniel P. «The Little Lisper». Palo Alto, Calif: Science Research Associates, 1974. Вполне удобоваримое введение в рекурсивное мышление ЛИСПа. Читается за один присест!

Gablik, Suzi. «Magritte». Boston, Mass.: New York Graphic Society, 1976. Отличная книга о Магритте и его работах; содержит хорошую подборку репродукций.

* Gardner, Martin. «Fads and Fallacies». New York: Dover Publications, 1952. Возможно, что эта книга до сих пор является лучшим опровержением оккультизма. Хотя, скорее всего, книга не была задумана как труд по истории философии, в ней содержится немало сведений из этой области. Снова и снова читатель сталкивается с вопросом: «Что такое очевидность?» Гарднер показывает, что для открытия истины необходима как наука, так и искусство.

Gebstadter, Egbert B. «Copper, Silver, Gold: an Indestructible Metallic Alloy». Perth: Acidic Books, 1979. Ужасная мешанина, непонятная и запутанная — и при этом удивительно похожая на данную книгу. Профессор Гебштадтер приводит отличные примеры косвенной автореференции. Особенно интересна полностью аннотированная библиография, включающая ссылку на изоморфную, но воображаемую книгу.

** Gödel, Kurt. «On formally undecidable propositions.» New York: Basic Books, 1962. Перевод статьи 1931 года и ее обсуждение.

———. «Über Formal Unentscheidbare Sätze der 'Principia Mathematica' und Verwandter Systeme, I». «Monatshefte für Mathematik und Physik», 38 (1931), 173-198. Статья Гёделя 1931 года.

* Goffman, Erving. «Frame Analysis». New York: Harper & Row, Colophon Books, 1974. Подробные сведения об определении «систем» в человеческой комму-

никации и о том, как граница между «системой» и «реальностью» воспринимается, используется и нарушается в живописи, театре, репортаже и рекламе.

Goldstein, Ira, and Seymour Papert. «Artificial Intelligence, Language, and the Study of Knowledge». «Cognitive Science» [1] (январь 1977): 84-123. Обзор прошлого и будущего искусственного разума. Авторы подразделяют историю ИИ на три периода: классический, романтический и современный.

Good, I. J. «Human and Machine Logic». «British Journal for the Philosophy of Science» 18 (1967): 144. Одна из интереснейших попыток опровержения Лукаса; рассматривает вопрос, возможно ли механизировать саму повторную операцию диагонализации.

———. «Gödel's Theorem is a Red Herring». «British Journal for the Philosophy of Science» 19 (1969): 357. Гуд утверждает, что доводы Лукаса не имеют никакого отношения к теореме Гёделя и что Лукас должен был бы назвать свою статью «Minds, Machines and Transfinite Counting» («Разум, машины и трансфинитные вычисления»). Спор Гуда и Лукаса очень интересен.

Goodman, Nelson. «Fact, Fiction, and Forecast». 3rd ed. Indianapolis: Bobbs-Merrill, 1973. Книга посвящена обсуждению гипотетических ситуаций и индуктивной логики; включает знаменитые парадоксальные неологизмы Гудмана «bleen» и «grue» (смесь слов «green» и «blue» — зеленый и голубой). Книга особенно интересна с точки зрения ИИ, поскольку Гудман останавливается на вопросе человеческого восприятия.

* Goodstein, R. L. «Development of Mathematical Logic». New York: Springer Verlag, 1971. Краткий обзор математической логики; включает материалы. которые трудно найти в другом месте. Хорошая книга, полезная для справок.

Gordon, Cyrus. «Forgotten Scripts». New York: Basic Books, 1968. Краткий и хорошо написанный обзор истории расшифровки древних письменностей: иероглифов, клинописи и других.

Griffin, Donald. The Question of Animal Awareness.» New York: Rockfeller University Press, 1976. Небольшая книга о пчелах, человекообразных обезьянах и других животных, о том, обладают ли они «сознанием» и в особенности о том, правомочно ли вообще использовать слово «сознание», объясняя поведение животных.

deGroot, Adriaan. «Thought and Choice in Chess.» The Hague: Mouton, 1965. Глубокое исследование в области когнитивной психологии; описывает классически простые и элегантные эксперименты.

Gunderson, Keith. «Mentality and Machines». New York: Doubleday, Anchor Books, 1971. Ярый противник ИИ объясняет свою позицию. Местами довольно смешно.

** Hanawalt, Philip C., and Robert H. Haynes, eds. «The Chemical Basis of Life». San Francisco: W. H. Freeman, 1973. Отличный сборник статей из «Сайентифик Американ». Дает хорошее представление о том, чем занимается молекулярная биология.

* Hardy, G. H., and E. M. Wright. «An Introduction to the Theory of Numbers», 4th ed. New York: Oxford University Press, 1960. Классический труд по теории чисел. Набит информацией об этих загадочных существах — целых числах.

Harmon, Leon. «The Recognition of Faces». «Scientific American», ноябрь 1973, стр. 70. Исследование того, как мы представляем лица в памяти и какая ин-

формация нам необходима, чтобы узнать знакомое лицо. Одна из самых интересных задач узнавания структур.

van Heijenoort, Jean. «From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic». Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1977. Сборник важнейших статей по математической логике, приведших к поразительному открытию Гёделя (последняя статья книги).

Henri, Adrian. «Total Art: Environments, Happenings, and Performances». New York: Praeger, 1974. Показывает, как в современном искусстве значение выродилось настолько, что само его отсутствие приобретает глубокое значение (что бы это ни означало).

* Hoare, C. A. R., and D. C. S. Allison. «Incomputability». «Computing Surveys» 4, no.3 (Сентябрь 1972). Хорошо изложенное объяснение того, почему проблема остановки неразрешима. Доказывает следующую фундаментальную теорему: любой компьютерный язык, в котором есть условное наклонение и определения через рекурсивную функцию, достаточно мощный, чтобы запрограммировать собственного интерпретатора, не может быть использован для того, чтобы запрограммировать собственную функцию остановки.

Hofstadter, Douglas R. «Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields». «Physical Review B», 14, no. 6 (15 сентября 1976). Докторская диссертация автора, представленная в форме статьи. Детально показан рекурсивный график G, представленый на рис. 34.

Hook, Sidney, ed. «Dimensions of Mind». New York: Macmillan, Collier Books, 1961. Сборник статей о проблемах разума и мозга, а также разума и компьютера. Некоторые статьи довольно категоричны.

* Horney, Karen. «Self-Analysis». New York: W. W. Norton, 1942. Интереснейшее описание того, как запутываются уровни самовосприятия, когда человек пытается понять самого себя в этом сложном мире. Человечный и глубокий труд.

Hubbard, John I. «The Biological Basis of Mental Activity». Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1975. Еще одна книга о мозге. Ее достоинство в том, что она содержит длинный список вопросов для размышления и ссылки на статьи, отвечающие на эти вопросы.

* Jackson, Philip C. «Introduction to Artificial Intelligence». New York: Petrocelli Charter, 1975. Книга, с энтузиазмом описывающая идеи ИИ, на многие из которых автор только намекает; именно поэтому ее интересно даже перелистать. Другая причина, по которой книга достойна рекомендации, — ее обширная библиография.

Jacobs, Robert L. «Understanding Harmony». New York: Oxford University Press, 1958. Прямолинейная книга о гармонии, заставляющая читателя задаться вопросом о том, почему условная гармония европейской цивилизации настолько привлекает наш мозг.

Jaki, Stanley L. «Brain, Mind, and Computers». South Bend, Ind.: Gateway Editions, 1969. Полемическая книга, каждая страница которой дышит ненавистью к попыткам понять разум при помощи компьютеров. Тем не менее, некоторые из идей интересны.

* Jauch, J. M. «Are Quanta Real?» Bloomington, Ind.: Indiana University Press, 1973. Прелестная книжица диалогов, три героя которых заимствованы из Галилея и пересажены на современную почву. Обсуждает не только вопросы квантовой механики, но также темы узнавания структур, простоты, мозговых процессов и философии науки. Чтение этой книги доставляет истинное удовольствие и стимулирует ум.

* Jeffrey, Richard. «Formal Logic: Its Scope and Limits». New York: McGraw Hill, 1967. Легко читаемый учебник, последняя глава которого посвящена теоремам Гёделя и Чёрча. В этой книге читатель найдет подход, отличный от большинства учебников по логике; это делает ее достойной внимания.

* Jensen, Hans. «Sign, Symbol, and Script». New York: G. P. Putnam's, 1969. Возможно, наилучшая книга о символических письменностях мира, как современных, так и древних. В книге много красоты и тайны — например, нерасшифрованная письменность острова Пасхи.

Kalmár, László. «An Argument against the Plausibility of Church's Thesis». В сб. A. Heiting, ed. «Constructivity in Mathematics: Proceedings of the Colloquium held at Amsterdam», 1957, North-Holland, 1959 . Интересная статья, написанная, возможно, самым ярым скептиком в отношении Тезиса Чёрча-Тюринга.

* Kim, Scott E. «The Impossible Skew Quadrilateral: A Four-Dimensional Optical Illusion». В сб. David Brisson, ed. «Proceedings of the 1978 A.A.A.S. Symposium on Hypergraphics: Visualizing Complex Relationships in Art and Science». Boulder, Colo.: Westview Press, 1978. То, что на первый взгляд кажется невероятно сложной идеей, постепенно становится ясным, как день, благодаря виртуозному изложению и серии прекрасно сделанных диаграмм. Форма статьи так же необычна и интригующа, как и ее содержание: она трехчастна одновременно на нескольких уровнях. Эта статья писалась одновременно с моей книгой, и они взаимно стимулировали друг друга.

Kleene, Stephen C. «Introduction to Mathematical Logic». New York: John Wiley, 1967. Полный и вдумчивый текст, написанный экспертом в этой области. Заслуживает всяческого внимания. Перечитывая эту книгу, в каждом абзаце я нахожу для себя что-то новое.

———. «Introduction to Metamathematics». Princeton: D. Van Nostrand, 1952. Классический труд по математической логике; учебник, приведенный выше, представляет из себя сокращенную версию. Сейчас этот строгий и полный труд немного устарел.

Kneebone, G. J. «Mathematical Logic and the Foundations of Mathematics». New York: Van Nostrand Reinhold, 1963. Серьезная книга — философское обсуждение таких вопросов как интуиционизм, «реальность» натуральных чисел, и так далее.

Koestler, Arthur. «The Act of Creation». New York: Dell, 1966. Интересная теория о том, как, соединяя идеи, можно получить нечто новое. Книгу можно читать с любого места.

Koestler, Arthur, and J. R. Smythies, eds. «Beyond Reductionism». Boston: Beacon Press, 1969. Материалы конференции, участники которой считали, что биологические системы нельзя объяснить с редукционистской точки зрения и что жизнь — это нечто, «возникающее внезапно». Одна из тех интересных книг, которые кажутся в чем-то неверными, но в которых очень трудно найти конкретные ошибки.

Kubose, Gyomay. «Zen Koans». Chicago: Regnery, 1978. Одно из лучших известных мне собраний коанов. Книга, необходимая для библиотеки дзен-буддиста.

Kuffler, Stephen W. and John G. Nicholls. «From Neuron to Brain». Sunderland, Mass.: Sinauer Associates, 1976. Несмотря на свое название, эта книга в основном рассматривает микроскопические процессы мозга и почти не уделяет внимания тому, как из путаницы нейронов возникают человеческие мысли. Особенно подробно прокомментирована работе Хубеля и Визеля о зрительных системах.

Lacey, Hugh, and Geoffrey Joseph. «What the Gödel Formula Says». «Mind» 77 (1968): 77. Полезное обсуждение значения результатов Гёделя, основанное на четком разделении трех уровней: неинтерпретированные формальные системы, интерпретированные формальные системы и метаматематика. Книга стоит изучения.

Lakatos, Imre. «Proofs and Refutations». New York: Cambridge University Press, 1976. Очень интересная книга, в форме диалогов обсуждающая формирование идей в математике. Полезна не только для математиков, но и для людей, интересующихся мыслительными процессами.

** Lehninger, Albert. «Biochemistry». New York: Worth Publishers, 1976. Несмотря на высокотехнический уровень, книга довольно легко читается. В ней можно найти множество примеров переплетения белков и генов. Материал хорошо подан и очень интересен.

** Lucas J. R. «Minds, Machines, and Gödel». «Philosophy» 36 (1961): 112. Перепечатано сб. Андерсон «Minds and Machines», а также в Sayre and Crosson «The Modeling of the Mind». Противоречивая и вызывающая статья; автор утверждает, что он нашел доказательство того, что человеческий мозг в принципе не может быть смоделирован при помощи компьютерной программы. Его интересные доводы целиком основаны на теореме неполноты Гёделя. Стиль этой статьи кажется мне необыкновенно раздражающим — и именно поэтому забавным для чтения.

———. «Satan Stultified: A Rejoinder to Paul Benacerraf». Monist 52 (1968): 145. Полемика с идеями Пола Бенасеррафа, написанная в забавно ученом стиле. Борьба Лукаса с Бенасеррафом, как и борьба Лукаса с Гудом, представляет богатую пищу для ума.

———. «Human and Machine Logic: A Rejoinder». British Journal for the Philosophy Science 19 (1967): 155. Попытка опровержения предпринятой Гудом попытки опровержения первоначальной статьи Лукаса.

** MacGillavry, Caroline H. «Symmetry Aspects of the Periodic Drawings of M. C. Escher». Utrecht: A. Oosthoek's Uitgevermaatschappij, 1965. Мозаичные рисунки Эшера с научными комментариями кристаллографа. Источник некоторых моих иллюстраций — например, «Муравьиной фуги» и «Крабьего канона». Переиздано в 1976 году в Нью-Йорке под названием «Fantasy and Symmetry».

MacKay, Donald M. «Information, Mechanism, and Meaning». Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1970. Книга о различных измерениях информации, применимых к разным ситуациям; теоретические вопросы человеческого восприятия и понимания; объяснение того, как сознание может возникнуть на механической основе.

* Mandelbrot, Benoît. «Fractals: Form, Chance, and Dimension». San Francisco: W. H. Freeman, 1977. Редкая книга — собрание иллюстраций к сложным современным идеям математики. Речь идет о рекурсивно определенных кривых и фигурах, чья размерность не выражается целым числом. Удивительным образом, Мандельброт показывает их отношение практически ко всем отраслям науки.

McCarthy, John. «Ascribing Mental Qualities to Machines». В сб. Martin Ringle, ed. «Philosophical Perspectives in Artificial Intelligence». New York: Humanities Press, 1979. Глубокая статья, исследующая, при каких обстоятельствах можно сказать, что у машины есть убеждения, желания, намерения, сознание или свобода воли. Интересно сравнить эту статью с книгой Гриффина.

Meschkowski, Herbert. «Non-Euclidean Geometry». New York: Academic Press, 1964. Небольшая книга с хорошими историческими сведениями.

Meyer, Jean. «»Essai d'application de certain modèles cybernétiques à la coordination chez les insectes sociaux». «Insectes Sociaux» XIII, no. 2 (1966): 127. Статья, проводящая некоторые параллели между нейронной организацией мозга и организацией муравьиной колонии.

Meyer, Leonard B. «Emotion and Meaning in Music». Chicago: University of Chicago Press, 1956. Автор пытается приложить идеи гештальт психологии и теории восприятия к объяснению музыкальной структуры. Одна из самых необычных книг о музыке и разуме.

———. «Music, the Arts, And Ideas». Chicago: University of Chicago Press, 1967 . Вдумчивый анализ мыслительных процессов, участвующих в слушании музыки, а также иерархических структур музыки. Автор сравнивает современные тенденции в музыке с идеями дзен-буддизма.

Miller, G. A., and P. N. Johnson-Laird. «Language and Perception». Cambridge: Mass. Harvard University Press, Belknap Press, 1976. Интереснейшее собрание лингвистических фактов и теорий, тесно связанных с гипотезой Уорфа о том, что язык определяет мировоззрение. Типичный пример — обсуждение странного «тещиного языка» у народности Двирбал в Австралии: специального языка, используемого только для разговоров с тещей.

** Minsky, Marvin L. «Matter, Mind, and Models». В сб. Marvin L. Minsky, ed. «Semantic Information Processing» Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1968. Несколько страниц этой короткой статьи вмещают целую философию сознания и искусственного разума. Выдающаяся статья, написанная одним из глубочайших мыслителей в этой области.

Minsky, Marvin L., and Seymour Papert. «Artificial Intelligence Progress Report». Cambridge, Mass.: M.I.T. Artificial Intelligence Laboratory, AI Memo 252, 1972. Обзор работы в области искусственного интеллекта, проведенной в МИТ до 1972 года, в соотношении с эпистемиологией и психологией. Может служить отличным введением в курс по исскусственному разуму.

** Monod, Jacques. «Chance and Necessity». New York: Random House, Vintage Books, 1971. Исключительно плодовитый автор, пишущий в занимательной манере об интересных вопросах: как живое строится из неживого и каким образом эволюция зависит от второго закона термодинамики, хотя и кажется, что она его нарушает. На мой взгляд, замечательная книга.

* Morrison, Philip and Emily, eds. «Charles Babbage and His Calculating Engines». New York: Dover Publications, 1961. Ценный источник информации о жизни Баббаджа. Приводит значительную часть автобиографии изобретателя, вместе с несколькими статьями о его машинах и «механической нотации».

Myhill, John. «Some Philosophical Implications of Mathematical Logic». «Review of Metaphysics» 6 (1952): 165. Необычный взгляд на то, каким образом теоремы Гёделя и Черча связаны с эпистемиологией и психологией. Заканчивается обсуждением понятий красоты и творческих способностей.

Nagel, Ernest. «The Structure of Science» New York: Harcourt, Brace, and World, 1961. Классический труд по философии науки; четкое обсуждение различий между редукционизмом и холизмом, теологическими и нетеологическими объяснениями и т. д.

** Nagel, Ernest and James R. Newman. «Gödel's Proof». New York: New York University Press, 1958. Это занимательное изложение во многом послужило источником вдохновения для моей книги.

* Nievergelt, Jurg, J. C. Farrar, and E. M. Reingold. «Computer Approaches to Mathematical Problems». Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1974. Довольно необычное собрание различных типов задач, которые могут решаться или уже решались с помощью компьютеров — например, задача «3n+1», о которой я упомянул в «Арии с различными вариациями», и другие задачи из области теории чисел.

Pattee, Howard H., ed. «Hierarchy Theory: The Challenge of Complex Systems». New York: George Braziller, 1973. Включает хорошую статью Херберта Саймона, обсуждающую примерно те же идеи, как и моя глава «Уровни описания».

Péter Rózsa. «Recursive Functions». New York: Academic Press, 1967. Подробное обсуждение примитивно рекурсивных функций, общерекурсивных функций, частично рекурсивных функций, диагонального метода и других технических вопросов.

Quine, Willard Van Orman. «The Ways of Paradox, and Other Essays». New York: Random House, 1966. Собрание размышлений Квайна на многие темы. Первое эссе описывает разнообразные парадоксы и их решения. В нем Квайн объясняет операцию, которая в моей книге названа «квайнированием».

Ranganathan, S. R. «Ramanujan, The Man and the Mathematician». London: Asia Publishing House, 1967. Склоняющаяся к мистике биография индийского гения, написанная его поклонником. Странная, но интересная книга.

Reichardt, Jasia. «Cybernetics, Arts, and Ideas». Boston: New York Graphic Society, 1971. Причудливое собрание идей о компьютерах, искусстве, музыке и литературе. Некоторые идеи там совершенно сумасшедшие — но не все. Интересны статьи J. R. Pierce «A Chance for Art» и Margaret Masterman «Computerized Haiku».

Rényi, Alfréd. «Dialogues on Mathematics». San Francisco: Holden-Day, 1967. Три простых, но стимулирующих диалога между классическими историческими персонажами, пытающимися понять природу математики. Для широкой публики.

** Reps Paul. «Zen Flesh, Zen Bones». New York: Doubleday, Anchor Books. Отлично передает дух дзена, его антирациональную, антисловесную, антиредукционисткую и в основном холистскую природу.

Rogers, Hartley. «Theory of Recursive Functions and Effective Computability». New York: McGraw Hill, 1967. Техническая книга, читая которую, можно многому научиться. Содержит обсуждение интригующих задач по теории множеств и теории рекурсивных функций.

Rokeach, Milton. «The Three Christs of Ypsilanti». New York: Vintage Books, 1964 . Изучение шизофрении и тех странных типов «последовательности», которые возникают в сознании больного. Описывает удивительный конфликт между тремя пациентами психиатрической больницы, каждый из которых считал себя Богом, и то, как они смогли жить бок о бок в течение многих месяцев.

** Rose, Steven. «The Conscious Brain», исправленное изд. New York: Vintage Books, 1976. Замечательная книга — возможно, лучшее введение в изучение мозга. Содержит полное обсуждение физической структуры мозга, а также философское обсуждение природы разума, редукционизма vs. холизма, свободы воли vs. детерминизма и так далее. Автор представляет широкую, разумную и человечную точку зрения; неверны только его идеи по поводу ИИ.

Rosenblueth, Arturo. «Mind and Brain: A Philosophy of Science». Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1970. Хорошая книга, написанная специалистом-неврологом. Затрагивает большинство проблем, касающихся мозга и разума.

* Sagan, Carl, ed. «Communication with Extraterrestrial Intelligence». Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1973. Доклады интереснейшей конференции, в которых группа знаменитостей и других ученых спорят об этом гипотетическом вопросе.

Salmon, Wesley, ed. «Zeno's Paradoxes». New York: Bobbs-Merrill, 1970. Сборник статей о старинных парадоксах Зенона в свете современной теории множеств, квантовой механики и так далее. Интересно и иногда забавно; наводит на размышления.

Sanger, F., et al. «Nucleotide sequence of bacteriophage ϕX174 DNA», «Nature» 265 (февраль 24, 1977). Интереснейшее описание впервые найденного полного генетического материала живого организма. Неожиданная двусмысленность: коды двух белков накладываются друг на друга! Почти невероятно.

Sayre, Kenneth M., and Frederick J. Crosson. «The Modeling of Mind: Computers and Intelligence». New York: Simon and Schuster, Clarion Books, 1963. Собрание философских комментариев ученых из различных областей науки об идее искусственного интеллекта (Anatol Rapoport, Ludwig Wittgenstein, Donald Mackay, Michael Scriven, Gilbert Ryle и другие).

*Schank, Roger, and Kenneth Colby. «Computer Models of Thought and Language». San Francisco: W. H. Freeman, 1973. Сборник статей, представляющих разный подход к вопросам стимуляции мыслительных процессов, таких как понимание языка, системы убеждений, перевода и так далее. Важная книга по ИИ; многие статьи легки для чтения даже для неспециалистов.

Schrödinger, Erwin. «What is Life? & Mind and Matter». New York: Cambridge University Press, 1967 . Знаменитая книга знаменитого физика (одного из основателей квантовой механики). Исследует физический фундамент жизни и мозга и обсуждает сознание в довольно метафизических терминах. Первая часть книги, What is Life?», в 1940-х годах оказала сильное влияние на поиски переносчиков генетической информации.

Shepard, Roger N. «Circularity in Judgments of Relative Pitch». «Journal of the Acoustical Society of America» 36, номер 12 (декабрь 1964), стр. 2346-2353. Источник удивительной слуховой иллюзии «тональной системы Шепарда».

Simon, Herbert A. «The Science of the Artificial». Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1969. Интересная книга о понимании сложных систем. В последней главе, «Architecture of Complexity», затрагиваются проблемы редукционизма и холизма.

Smart, J. J. C. «Gödel's Theorem, Church's Theorem, and Mechanism». «Synthese» 13 (1961): 105. Хорошо написанная статья, предваряющая статью Лукаса 1961 года и содержащая аргументы против идей Лукаса.

** Smullyan, Raymond. «Theory of Formal Systems». Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1961. Серьезный труд, начинающийся с превосходного обсуждения формальных систем; содержит элегантное доказательство упрощенной версии теоремы Гёделя. Заслуживает внимания хотя бы только из-за первой главы.

* ———. «What is the Name of This Book?» Englewood Cliffs, N. J. Prentice Hall, 1978. Скорее всего, эта книга должна понравиться многим из моих читателей. Она вышла из печати, когда моя книга уже была целиком написана, за исключением некоей записи в библиографии.

Sommerhoff, Gerd. «The Logic of the Living Brain». New York: John Wiley, 1974. Автор пытается, используя знания о микроструктурах мозга, создать теорию работы мозга как целого.

Sperry, Roger. «Mind, Brain, and Humanist Values». В сб. John R. Platt, ed. «New Views on the Nature of Man». Chicago: University of Chicago Press, 1965. Ведущий нейрофизиолог живым языком объясняет, как, по его мнению, мозговая деятельность сочетается с сознанием.

* Steiner, George. «After Babel: Aspects of Language and Translation». New York: Oxford University Press, 1975. Эта книга, написанная ученым-лингвистом, посвящена сложным проблемам перевода и понимания языка людьми. Хотя ИИ практически не упоминается, ясно, что автор убежден в том, что стараться запрограммировать компьютер на понимание романов или стихов, — безнадежное занятие. Хорошо написанная книга, наводящая на размышления и местами раздражающая.

Stenesh, J. «Dictionary of Biochemistry». New York: John Wiley, Wiley Interscience, 1975. Эта книга послужила для меня полезным дополнением к технической литературе по молекулярной биологии.

** Stent, Gunther. «Explicit amd Implicit Semantic Content of the Genetic Information». В сб. «The Centrality of Science and Absolute Values», том 1. Proceedings of the 4th International Conference on the Unity of the Sciences, New York, 1975. Удивительно то, что эта статья находится среди материалов конференции, организованной ныне дезакредитированным преподобным отцом Сун Мьюнг Мун. Тем не менее, статья отличная. В ней обсуждается вопрос о том, можно ли сказать, в некоем практическом смысле, что в генотипе содержится «вся» информация о его фенотипе. Иными словами, тема статьи — местонахождение значения в генотипе.

———. «Molecular Genetics: A Historical Narrative». San Francisco: W. H. Freeman, 1971. Стент представляет широкую, гуманистическую точку зрения и ставит идеи в историческую перспективу. Необычный текст по молекулярной биологии.

Suppes, Patrick. «Introduction to Logic». New York: Van Nostrand Reinhold, 1957. Стандартный текст, ясно излагающий исчисление высказываний и исчисление предикатов. Моя глава об исчислении высказываний базируется, в основном, на этой книге.

Sussman, Gerald Jay. «A Computer Model of Skill Acquisition». New York: American Elsevier», 1975. Теория программ, объясняющая задачи программирования компьютера. Детально обсуждается, как можно разбить задание на подзадачи и как эти подзадачи взаимодействуют.

** Tanenbaum, Andrew S. «Structured Computer Organization». Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1976. Великолепно: прямолинейное, замечательно написанное объяснение многих уровней современных компьютерных систем. Включает главы о языках микропрограммирования, машинных языках, языках ассемблера, операционных системах и так далее. Хорошая, частично аннотированная библиография.

Tarski, Alfred. «Logic, Semantics, Metamathematics». Статьи 1923-1938 годов. Перевод J. H. Woodger. New York: Oxford University Press, 1956. Излагает идеи о истине и представленном ею отношении между языком и миром. Эти идеи все еще влияют на проблемы представления знаний в ИИ.

Taube, Mortimer. «Computers and Common Sense». New York: McGraw Hill, 1961. Возможно, первый протест против искусственного разума; книга раздражает.

Tietze, Heinrich. «Famous Problems of Mathematics». Baltimore: Graylock Press, 1965. Книга о знаменитых задачах, написанная в оригинальном и эрудированном стиле. Хорошие иллюстрации и исторические материалы.

Trakhtenbrot, V. «Algorithms and Computing Machines». Heath. Обсуждение теоретических вопросов, касающихся компьютеров, — в особенности, неразрешимых проблем, таких как проблема остановки и проблема словесной эквивалентности. Одно из достоинств книги — ее краткость.

Turing, Sara. «Alan M. Turing». Cambridge, U.K.: W. Heffer & Sons, 1959. Биография великого пионера компьютерного дела, с любовью составленная его матерью.

* Ulam, Stanislav. «Adventures of a Mathematician». New York: Charles Scribner's, 1976. Автобиография 65-летнего человека, написанная так, словно автору 20 лет; он безумно влюблен в математику. Книга полна сведений о том, кто кого считал лучшим, кто кому завидовал и так далее. Не только интересное, но и серьезное чтение.

Watson, J. D. «Molecular Biology of the Gene», 3rd ed. Menlo Park, Calif.: W. A. Benjamin, 1976. Хорошая книга, но, по моему мнению, далеко не так четко организованная, как труд Ленингера. Тем не менее, почти на каждой странице есть что-то интересное.

Webb, Judson. «Metamathematics and the Philosophy of Mind». «Philosophy of Science» 35 (1968): 156. Подробные и строгие доводы против Лукаса. Автор утверждает: «Моя позиция в данной статье такова: проблема мозга-машины-Гёделя не сможет получить связного объяснения до тех пор, пока не будет разрешена проблема конструктивности в основаниях математики.»

Weiss, Paul. «One Plus One Does Not Equal Two». В сб. G. C. Quarton, T. Melnechuk, and F. O. Schmitt, ed. «The Neuroscience: A Study Program». New York: Rockefeller University Press, 1967. Статья, пытающаяся примирить холизм и редукционизм, но, на мой вкус, слишком холистски направленная.

* Weizenbaum, Joseph. «Computer Power and Human Reason». San Francisco: W. H. Freeman, 1976. Вызывающая книга одного из первых специалистов по ИИ, который пришел к выводу, что многие исследования в области вычислительной техники — особенно, в области ИИ — опасны. Хотя я и могу согласиться с некоторыми из критических идей автора, мне все же кажется, что он заходит слишком далеко. Когда он называет работников в области искусственного интеллекта «искусственной интеллигенцией» в первый раз, это забавно, но после десятого раза надоедает. Каждый, интересующийся компьютерами, должен прочесть эту книгу.

Wheeler, William Morton. «The Ant-Colony as an Organism». «Journal of Morphology» 22, 2 (1911): 307-325. Один из ведущих специалистов-энтомологов своего времени объясняет, почему муравьиная колония, так же, как и ее отдельные части, заслуживает называться «организмом».

Whitely, C. H. «Minds, Machines, and Gödel: A Reply to Mr Lucas». «Philosophy» 37 (1967); 61. Простые, но убедительные контраргументы против Лукаса.

Wilder, Raymond. «An Introduction to the Foundations of Mathematics». New York: John Wiley, 1952. Хороший обзор, представляющий в перспективе важные идеи прошлого века.

* Wilson, Edward O. «The Insect Societies». Cambridge, Mass.: Harvard University Press, Belknap Press, 1971. Авторитетный труд об общественном поведении насекомых. Несмотря на обилие деталей, книга доступна для широкой публики и обсуждает множество интереснейших идей. Превосходные иллюстрации и обширная (но, к сожалению, не аннотированная) библиография.

Winograd, Terry. «Five Lectures on Artificial Intelligence». AI Memo 246. Stanford, Calif.: Stanford University Artificial Intelligence Laboratory, 1974. Один из ведущих современных работников по искусственному интеллекту предлагает описание основных проблем ИИ и новых идей для их решения.

* ———. «Language as a Cognitive Process». Reading, Mass.: Addison-Wesley. Интереснейшая книга, как никакая другая до сих пор, описывающая язык во всей его сложности.

* ———. «Understanding Natural Language». New York: Academic Press, 1972. Подробное описание программы, удивительно сообразительной в ограниченном контексте. Книга показывает, что язык неотделим от общего понимания мира и предлагает направление работы по созданию программ, понимающих язык, как люди. Важная контрибуция, стимулирующая множество идей.

———. «On some contested suppositions of generative linguistics about the scientific study of language», «Cognition» 4:6 . Забавное опровержение яростных атак некоторых лингвистов-доктринеров на искусственный интеллект.

* Winston, Patrick. «Artificial Intelligence». Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1977. Общий обзор многих сторон ИИ, предложенный страстным исследователем этой области, молодым, но уже известным. Первая часть независима от программ— вторая часть зависит от ЛИСПа и включает краткое объяснение этого языка. Содержит множество ссылок на современную литературу по ИИ.

* ———, ed. «The Psychology of Computer Vision». New York: McGraw Hill, 1975. Неудачное название, но отличная книга. Содержит статьи о том, как запрограммировать компьютер на зрительное узнавание предметов, сцен и т. д. Затронуты все уровни проблемы, от узнавания отрезков прямой до общей организации знаний. В частности, в книге опубликована статья самого Уинстона о его программе, способной развивать абстрактные понятия на основе конкретных примеров, и статья Минского о зарождающемся понятии фреймов.

* Wooldridge, Dean. «Mechanical Man — The Physical Basis of Intelligent Life». New York: McGraw Hill, 1968. Глубокое и ясно изложенное обсуждение отношения мыслительных процессов к физическим процессам мозга. По новому исследует сложные философские понятия, поясняя их на конкретных примерах.

Источники иллюстраций

1 - собрание Вильяма Г. Шайде, Принстон, Нью Джерси; 2 - Национальная галерея, Берлин; 3, 4, 152 - Из оригинала партитуры «Музыкального приношения», библиотека Конгресса, Вашингтон; 4а - Баххаус, Айзенах (Германия); 9 - фотограф Оррен Дж. Турнер, взято из Foundations of Mathematics: Symposium papers Commemorating the Sixtieth Birthday of Kurt Gödel, New York: Springer-Verlag, 1969; 17,96 - рисунки Скотта Е. Кима; 19, 44, 133, 148 - фрагмента из «Музыкального приношения» И. С. Баха, напечатано при помощи программы Дональда Бирда «SMUT»; 25 - из книги W. H. Matthews, «Mazes and Labyrinths: Their History and Development», New York, Dover Publications, 1970; 39 - Британский музей, Лондон; 40 - клинопись с острова Пасхи, монгольская и руническая письменность, из книги Hans Jensen, «Sign, Symbol and Script», East Germany VEB Deutscher Verlag Der Wissenschaften; бенгальская и бугинезская письменность - из книги Kenneth Katzner, «The Languages of the World», New York, Funk & Wagnalls, 1975; тамильская и тайская письменность - из книги I. A. Richards and Christine Gibson, «English Through Pictures», New York, Washington Square Press; 59 - адаптировано из книги Patrick Henry Winston, «Artificial Intelligence», Reading, Mass., Addison-Wesley Publishing Company, напечатано с разрешения компании; 63, 69 - фотографии, соответственно Карла У. Реттенмейера и Турида Хеллдоблера, взято из книги E. O. Wilson, «The Insect Societies», Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1979; 65 - адаптировано из книги Dean Woolridge, «Machinery of the Brain», McGraw-Hill, Inc., 1963, с рис. II-6, стр. 26, Wilber Penfield и Lamar Roberts, «Speech and Brain-Mechanism», копирайт Princeton University Press, воспроизведено с разрешения компании; 66 - из книги Steven Rose, «The Conscious Brain», копирайт Стивена Роуза, воспроизведено с разрешения Alfred A. Knopf, Inc., New York и John Wolfers, London; 68 - из книги John C. Eccles, «Facing Reality», New York, Springer-Verlag, 1970; 79, 95 - из книги Albert Lehninger, «Biochemistry», New York, Worth Publishers, 1975; 91, 92 - из статьи Arthur Kornberg, «The Synthes's of DNA», копирайт Scientific American», окт. 1968; 93 - из книги V. M. Ingram, «Biosynthesis of Macromolecules», Menlo Park, California, The Benjamin/CummingsPublishing company, 1972; 97 - из книги «The Proteins», изд. R. E. Dickerson и H. Neurath, стр. 64, New York, Academic Press; 98 - из статьи O. L. Miller, Jr., «Visualisation of Genes in Action», Scientific American, копирайт март 1973; 101, 102, 103 - из статьи William B. Wood и R. S. Edgar, «Building a Bacterial Virus», Scientific American, копирайт июль 1987; 105 - из книги S. R. Ranganathan, «Ramanujan, the Man and the Mathematician», New York, Asia Publishing House, 1967; 110, 111, 112 - из книги Terry Winograd, «Understanding Natural Language», New York, Academic Press, 1972; 113 - фотограф C. H. O. Trevelyan, взято из книги Sara Turing, «Alan M. Turing», Cambridge, England, W. H. Heffer and Sons, Ltd., 1959; 116 - из книги Abdelkebir Khatibi и Mohammed Sijelmassi, «The Splendour of Islamic Calligraphy», New York, London, Thames & Hudson, копирайт Qarawiyne Library in Fez; 118 - адаптировано из книги «Computer Models of Thought and Language», изд. Roger C. Schank и Kenneth Mark Colby. W. H. Freeman and Company, копирайт 1973; 119, 122, 124, 130 - взято из книги М. Бонгард, «Проблема узнавания», М., «Наука», 1967.

Все произведения Эшера: копирайт Фонда Эшера, Гемеентемузеум, Гаага.

Все произведения Магритта: копирайт АДАГП, Париж.

Мы благодарим следующие издательства за любезное предоставление прав на воспроизводство:

W. W. Norton & Co., New York (David, Mendel, «The Bach Reader»);
Regnery, Chicago (Kubose, «Zen Koans»);
Doubleday, New York (Reps, «Zen Flesh, Zen Bones»);
Meridian Press, New York (Carroll, «The Annotated Alice»);
Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J. (Anderson ed., «Minds and Machines»);
Indiana University Press, Bloomington, Ind. (Jauch, «Are Quanta Real?»);
Simon & Schuster, New York (Newman ed., «The World of Mathematics»);
W. H. Freeman, San Francisco (Schank, Colby eds., «Computer Models of Thought and Language»)

Даглас Р. Хофштадтер

ГЁДЕЛЬ, ЭШЕР, БАХ:
эта бесконечная гирлянда

Перевод с английского - **М.Эскина**
Компьютерная верстка - **П.Иванников**
Дизайн обложки - **Д.Хофштадтер и творческая мастерская «Даглинс»**

Лицензия ИД № 02410 от 20.07.2001 г.
Подписано в печать 7.08.2001 г. Формат 70x100/16
Печать офсетная. Бумага офсетная. Гарнитура "Quant Antique"
Печ. л. 47. Тираж 5100. Заказ № 1661

Издательский Дом «Бахрах-М»
443029, г. Самара, а/я 14077.

Отпечатано с готовых диапозитивов во ФГУП ИПК "Ульяновский Дом печати". 432980, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14

ISBN 594648001-4

Даглас Хофштадтер

ГЁДЕЛЬ, ЭШЕР, БАХ:

эта бесконечная гирлянда

**Мировой интеллектуальный бестселлер.
Пулитцеровская премия. Интернет-фен-клубы.
Теперь на русском!**

Даглас Р. Хофштадтер родился в 1945 году в Нью-Йорке. Сын лауреата Нобелевской премии по физике Роберта Хофштадтера. Учился в Стэндфордском университете до 1965 г. и в университете Орегона до 1972 г. Там же в 1975 г. защитил диссертацию по физике. Его последующая научная деятельность связана с университетом Регенсбурга, Индианским университетом в Блумингтоне, Массачуссетским Технологическим институтом и Мичиганским университетом. Хофштадтер – член Американской ассоциации кибернетики и общества когнитивистики. Лауреат Национальной премии Общества Литературных критиков, Пулитцеровской премии и Американской Литературной премии. В настоящее время – профессор Индианского университета, руководитель Центра по изучению творческих возможностей человеческого мозга.



Не часто приходится держать в руках книгу, которая открывает новые миры, в которой сочетаются глубина мысли и блестящая языковая игра; книгу, которой удалось совместить ничем на первый взгляд не связанные сложные области знания.
"Гёдель, Эшер, Бах"– такая книга. Выдающийся американский учёный изобретает остроумные диалоги, обращается к знаменитым парадоксам пространства и времени, находит параллели между картинами Эшера, музыкой Баха и такими разными дисциплинами, как физика, математика, логика, биология, нейрофизиология, психология и дзенбуддизм. Автор размышляет над одной из величайших тайн современной науки: каким образом человеческое мышление пытается постичь самоё себя.
Хофштадтер приглашает в мир человеческого духа и "думающих" машин. Это путешествие тесно связано с классическими парадоксами, с революционными открытиями математика Курта Гёделя, а также с возможностями языка, математических систем, компьютерных программ и предметного мира говорить о самих себе с помощью бесконечных отражений. Начав читать эту книгу, вы попадёте в волшебные миры, отправитесь в путешествие, изобилующее увлекательными приключениями, путешествие, после которого вы по-иному взглянете на мир и на самого себя.
Переведенная на 17 языков, книга потрясла мировое интелектуальное сообщество и сразу стала бестселлером. Теперь и русский читатель получил доступ к одной из культовых книг XX века.

"Гёдель, Эшер, Бах" Хофштадтера – библия кибернетической эпохи".
Томас фон Рандов, "Ди Цайт"

БахраХ-М ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ БахраХ-М